



Politechnika Wrocławska

DZIEDZINA: nauki inżynieryjno-techniczne

DYSCYPLINA: inżynieria mechaniczna

ROZPRAWA DOKTORSKA

Metoda wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym

mgr inż. Rafał Cieślicki

Promotor:

dr hab. inż. Piotr Osiński, prof. uczelni

Promotor pomocniczy:

dr hab. inż. Jacek Karliński, prof. uczelni

Słowa kluczowe: pompa zębata, szczelina obwodowa, kompensacja szczeliny obwodowej

Wrocław 2025

SPIS TREŚCI

Spis treści.....	3
Wykaz ważniejszych skrótów i oznaczeń.....	5
1. Wprowadzanie.....	7
2. Analiza stanu wiedzy	9
2.1. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym.....	9
2.2. Wydajność pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym.....	11
2.3. Szczeliny w pompach zębatych	12
2.4. Natężenie przepływu przez szczeliny w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym	13
2.5. Zjawiska wpływające na wysokość szczelin	15
2.6. Metody określania wysokości szczelin	19
2.7. Kompensacja szczelin w pompach zębatych (rysunki wymagają poprawy) ..	24
2.7.1. Kompensacja szczeliny osiowej	24
2.7.2. Kompensacja luzów promieniowych.....	30
2.7.3. Kompensacja luzów obwodowych	33
3. Cel pracy	43
4. Obiekty badań	47
4.1. Pompa zębata typu KPF1	47
4.2. Pompa zębata typu WTFD o innowacyjnej konstrukcji kompensacji szczeliny obwodowej o budowie zespolonej	48
5. Metoda wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej w hydraulicznych pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym.....	51
5.1. Modelowanie numeryczne pomp zębatych.....	57
5.1.1. Własności materiałowe	59
5.1.2. Zamocowanie	60
5.1.3. Naciąg śrub łączących konstrukcję pompy	63
5.1.4. Interakcje pomiędzy elementami konstrukcji	64
5.1.5. Obciążenia wynikające z ciśnienia	66
5.1.6. Dyskretyzacja.....	73
5.2. Rozkład odkształceń w pompach KPF1 i WTFD	79

5.3. Badania tensometryczne pomp KPF1 i WTFD.....	94
6. Opis wyników badań.....	101
6.1. Metoda we cji badań numerycznych	101
6.2. We ja modeli numerycznych	104
6.3. Deformacja pomp KPF1 i WTFD.....	123
6.4. Wysokość szczeliny obwodowej w pompach KPF1 i WTFD	128
6.5. Badania hydrauliczne	133
6.5.1. Plan badań.....	134
6.5.2. Charakterystyki statyczne pomp KPF1 i WTFD	136
7. Analityczny model kompensacji obwodowej o budowie zespolonej	145
7.1. Istniejące modele kompensacji szczeliny obwodowej i kryteria wyznaczania wysokości przekroju kompensacji.	145
7.2. Wytyczne do projektowania kompensacji szczeliny obwodowej w oparciu o zaproponowany model analityczny i kryteria doboru wysokości przekroju kompensacji	148
8. Podsumowanie i wnioski	159
8.1. Kierunki dalszych badań.....	164
Streszczenie	167
Abstract.....	169
Bibliografia	171

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH SKRÓTÓW I OZNACZEŃ

A	- pole przekroju,
a_i	- i-ty współczynnik wielomianu korekcyjnego,
b	- szerokość koła zębatego,
c	- średnia prędkość przepływu cieczy,
d	- średnica wierzchołkowa,
d_m	- średnica powierzchni oporowej śruby,
d_s	- średnica podziałowa,
e	- mimośród,
f	- współczynnik tarcia,
h	- wysokość szczeliny,
h_n	- nominalna wysokość szczeliny,
k	- stała tensometru,
k_r	- rzeczywista stała tensometru,
k_T	- rzeczywista stała tensometru skorygowana o zmianę temperatury,
l	- długość szczeliny,
m	- moduł zazębienia,
M_{MES}	- moment na wale pompy wyznaczony poprzez obliczenia numeryczne wynikający z rozkładu ciśnienia przyjętego w modelu numerycznym,
M_{rz}	- rzeczywisty moment na wale pompy,
$M_{rz(MES)}$	- rzeczywisty moment na wale pompy wyznaczony poprzez obliczenia numeryczne,
M_{ST}	- moment strat tarcia w pompie wyznaczony poprzez obliczenia numeryczne,
M_t	- teoretyczny moment obrotowy na wale pompy,
M_T	- teoretyczny moment obrotowy na wale pompy wyznaczony poprzez obliczenia numeryczne,
M_s	- moment dokręcania śrub łączących elementy pompy,
n_p	- prędkość obrotowa pompy,
q_p	- wydajność właściwa pompy,
Q_{rz}	- rzeczywista wydajność pompy,
Q_t	- teoretyczna wydajność pompy,
R	- rezystancja tensometru,

r_P	- współczynnik korelacji liniowej Pearsona,
T	- temperatura,
T_R	- temperatura referencyjna,
x	- współczynnik przesunięcia zarysu,
v	- prędkość ścianki szczeliny,
z	- liczba zębów koła zębatego,
α	- współczynnik przepływu,
α_f	- pozorny kąt tarcia,
α_k	- temperaturowy współczynnik stałej tensometru,
α_0	- nominalny kąt przyporu,
α_t	- toczny kąt przyporu,
γ	- kąt wzniosu linii śrubowej,
Δp	- spadek ciśnienia,
Δp_p	- spadek ciśnienia na pompie,
ΔQ	- straty objętościowe,
ε	- odkształcenie,
ε_p	- parametr nastawy wydajności pompy,
ε_T	- odkształcenie skorygowane,
η_c	- sprawność całkowita,
η_{hm}	- sprawność hydrauliczno-mechaniczna,
η_v	- sprawność objętościowa,
μ	- lepkość dynamiczna,
ν	- lepkość kinematyczna,
ρ	- gęstość,
ω_p	- prędkość kątowa wału pompy,
MES	- metoda elementów skończonych
CFD	- numeryczna mechanika płynów

1. WPROWADZANIE

Układy hydrauliczne są powszechnie stosowane w maszynach roboczych i urządzeniach pracujących w wielu gałęziach przemysłu. Jednym z podstawowych elementów każdego hydrostatycznego układu napędowego jest pompa wyporowa. Jej zadaniem jest zamiana energii mechanicznej, pochodzącej z silnika elektrycznego lub spalinowego, na energię ciśnienia, która zgromadzona jest w ciekłym czynniku roboczym i dostarczeniu tej energii do odbiornika, takiego jak silnik bądź siłownik hydrauliczny. Ideą napędu hydrostatycznego jest wygenerowanie takiego ciśnienia i natężenia przepływu, by odbiornik hydrauliczny mógł pokonać obciążenie z żadaną przez operatora prędkością.

Spośród wielu typów pomp wyporowych do najpopularniejszych zaliczają się pompy zębate. Wyróżnia się pompy zębate o zazębieniu zewnętrznym i wewnętrznym. Jednostki te charakteryzują się wysoką sprawnością, trwałością, odpornością na zanieczyszczenie czynnika roboczego, zdolnością do samodzielnego zasysania czynnika roboczego, prostą budową i niskim kosztem produkcji. Szeroka obecność tego typu pomp w maszynach i urządzeniach sprawia, że są one nieustannie rozwijane. Obecnie rozwój ten skupia się na kilku obszarach. Pierwszy z nich stanowią badania parametrów hydraulicznych takich jak, sprawność objętościowa [1], [2], [3], sprawność hydrauliczno-mechaniczna [4] oraz wielkość przecieków wewnętrznych [5]. Drugim obszarem są analizy dotyczące emisji hałasu generowanego przez pompy [6], [7], [8]. Trzeci obszar stanowią zjawiska związane ze smarowaniem elementów współpracujących [9], [10], [11]. Pompy zębate rozwijane są również w aspekcie wykorzystania tworzyw sztucznych do wytwarzania elementów pomp [12], [13]. Coraz większą uwagę skupia się na wpływie stosowanych w układach hydraulicznych cieczy na środowisko, co prowadzi do badań nad cieczami, na bazie olei roślinnych [14], [15], [16], [17], [18], [19].

Pompa zębata będzie pełnić swoją funkcję pod pewnymi warunkami. Aby możliwe było zassanie cieczy i przetłoczenie jej, pod ciśnieniem wynikającym z obciążenia, do odbiornika, konieczne jest szczelne oddzielenie komory ssawnej od komory tłocznej pompy. Wszelkie szczeliny występujące wewnątrz pompy prowadzą do przecieków wewnętrznych. Ciecz zamiast kierować się do króćca tłoczego częściowo wraca do komory ssawnej. Między innymi od wielkości tych przecieków zależy wydajność pompy, maksymalne ciśnienie robocze oraz jej sprawność. Znajomość wielkości tych szczelin jest niezbędna do określenia chwilowej oraz średniej wydajności pompy.

W pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym występują dwa rodzaje szczelin: osiowa i obwodowa. Poszukując w literaturze danych na temat wielkości szczelin w omawianym typie pomp zauważono, że dużą wagę przykładają się do szczeliny osiowej. Jest to słuszne podejście, ponieważ powszechnie wiadomo, że optymalizacja wielkości tej szczeliny znacznie poprawia parametry hydrauliczne pomp. Istnieją metody kompensacji szczeliny osiowej stosowane od wielu lat. Można więc przyjąć, że problemy związane z tym typem szczeliny są w znacznej mierze rozwiązane. W przypadku szczeliny obwodowej istnieje wyraźna luka badawcza. W pracach poświęconych analizie wpływu szczeliny na parametry hydrauliczne pomp zębatych pojawia się następujący problem z określeniem jej

wysokości. Ponieważ na wielkość szczeliny wpływa wiele czynników oczywistym jest, że dla każdej pompy będzie ona inna. Pojawia się problem techniczny, który można sformułować następująco: jak wyznaczyć wielkość szczeliny obwodowej występującej w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym? Studiując literaturę natrafił na szereg opracowań gdzie to zagadnienie jest omawiane. Znaczna część publikacji dotyczy jednak pomp zębatych o zazębieniu wewnętrznym, które charakteryzują się inną konstrukcją. Należy również zwrócić uwagę, że część prac dotyczy pomp paliwowych i pomp układów smarowania, które tłoczą ciecz przy niskich ciśnieniach roboczych. Tylko nieliczne prace dotyczą pomp pracujących z górnym zakresem ciśnień, charakterystycznym dla pomp zębatych (powyżej 25 MPa). W kontekście rozwoju pomp zębatych w kierunku wysokich ciśnień tłoczenia, sięgających 40 MPa, przeprowadzone badania są niewystarczające. Należy je traktować jako badania podstawowe, które wytyczają kierunek rozwoju natomiast w pełni go nie wyczerpują. Kolejny kierunek, rozwijany w ostatniej dekadzie, to stosowanie kompensacji szczeliny obwodowej. Dla takich rozwiązań nie znaleziono badań wielkości szczeliny obwodowej. Z powyższych względów rozpoczęto pracę nad opracowaniem takiej metody.

W niniejszej pracy przyjęto następującą strukturę. Na początku przeprowadzono analizę stanu wiedzy, gdzie opisano podstawowe parametry pomp zębatych o zazębieniu zewnętrznym. Omówiono występujące szczeliny oraz ich wpływ na generowane natężenie przepływu. Następnie zidentyfikowano czynniki wpływające na wielkość tych szczelin. Przeprowadzono rozpoznanie metod wyznaczania wielkości szczeliny obwodowej

Na podstawie wykonanej analizy zidentyfikowano lukę badawczą i sformułowano cel oraz zakres pracy. Następnie przedstawiono autorską metodę określania wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym o stałej wydajności na przykładzie pompy KPF1 oraz autorskiej konstrukcji pompy WTFD z kompensacją szczeliny obwodowej. Zaproponowano nowe kryteria projektowania takiej kompensacji, opierające się o warunek związany z przemieszczeniem. Opracowano również autorski model analityczny kompensacji obwodowej o budowie zespolonej do wstępnego określania wysokości kompensacji. Dla badanych prototypowych jednostek wyznaczono charakterystyki statyczne prezentując wpływ opracowanej konstrukcji kompensacji szczeliny obwodowej na wydajność i sprawności.

2. ANALIZA STANU WIEDZY

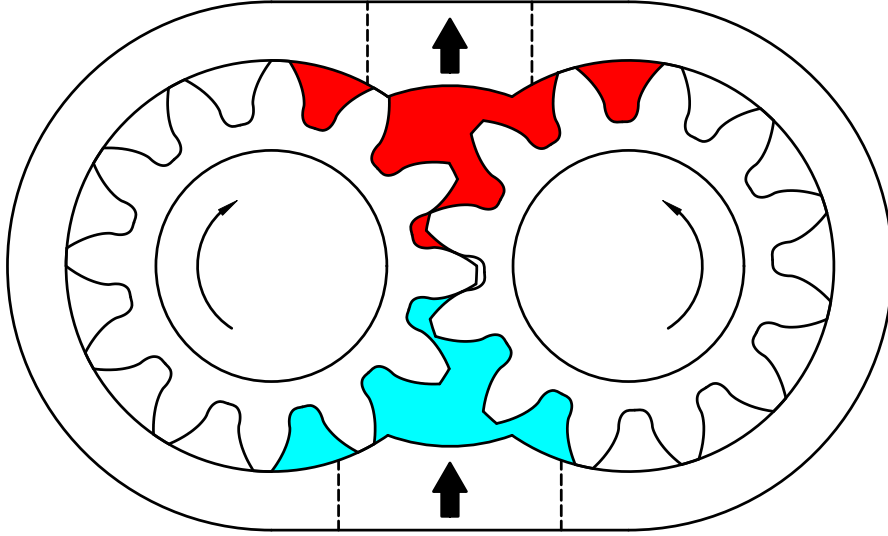
Jak wspomniano we wstępie, zadaniem pompy jest zapewnienie odpowiedniego natężenia przepływu cieczy, pod ciśnieniem wynikającym z obciążenia. Od wielkości natężenia przepływu zależy prędkość ruchu oraz położenie odbiornika hydraulicznego. W procesie projektowania układu hydraulicznego istotna jest informacja o natężeniu przepływu jakie jest w stanie wygenerować pompa przy określonym obciążeniu oraz jaka będzie sprawność tego procesu.

Aby sprostać rosnącym wymaganiom rozwój pomp zębatych zmierza w kierunku maksymalizacji sprawności, podwyższania ciśnień tłoczenia przy minimalizacji generowanego hałasu, redukcji kosztów projektowania i produkcji.

W procesie projektowania pomp hydraulicznych istotne są możliwości wyznaczenia wydajności i sprawności pompy jeszcze przed fizycznym wykonaniem prototypu. Z powyższego względu prowadzone są badania nad modelami opisującymi wydajność i sprawność pomp [4], [20], [21], [22] z uwzględnieniem różnych zjawisk występujących w trakcie pracy pompy m.in. takich jak: przecieki wewnętrzne [5], [23], [24], mikro ruchy kół zębatych [25], [26], zjawisk zachodzących w węzłach tarcia, [10], [27], [28], [29], [30], [31], [32], wysokość szczelin wewnętrznych [1], [2]. Identyfikacja czynników wpływających na wydajność pompy jest kluczowa dla dokładności modeli predykcji wydajności pompy. W związku z powyższym, analizując stan wiedzy skupiono się na wskazaniu kluczowych czynników decydujących o wydajności pompy.

2.1. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym

W pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym dwa koła zębate wprowadzone w ruch obrotowy, przez silnik elektryczny bądź spalinowy, generują podciśnienie po stronie ssawnej pompy (rys. 2.1). Zassana ciecz robocza trafia do przestrzeni ssawnej (zaznaczonej kolorem niebieskim) skąd transportowana jest, po obwodzie, w przestrzeniach międzyzębnych do przestrzeni tłocznej (zaznaczonej kolorem czerwonym). Wraz z obrotem kół zębatych kolejne pary zazębiających się zębów wypierają ciecz przez otwór tłoczny do kolejnych elementów napędu hydrostatycznego. Tłoczenie cieczy możliwe jest przy zachowaniu odpowiedniego poziomu szczelności pomiędzy stroną ssawną a tłoczną pompy.



Rys. 2.1. Rotacyjna pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym i stałej wydajności

Z literatury [33] znane są zależności opisujące podstawowe parametry pomp wyporowych. Teoretyczna wydajność pompy wyporowej określona jest zależnością:

$$Q_t = \varepsilon_p q_p n_p \quad (2.1)$$

Dla pompy zębatej o stałej wydajności ε_p wynosi 1. Rzeczywista wydajność pompy zębatej jest mniejsza, co wynika przede wszystkim z przecieków przez szczeliny wewnętrzne:

$$Q_{rz} = Q_t - \Delta Q \quad (2.2)$$

Oznacza to, że pompa charakteryzuje się sprawnością objętościową, która zde niowana jest jako:

$$\eta_v = \frac{Q_{rz}}{Q_t} \quad (2.3)$$

Teoretyczny moment potrzeby do napędzenia pompy o stałej wydajności wynosi:

$$M_t = \frac{q_p}{2\pi} \Delta p_p \quad (2.4)$$

Ze względu na straty przepływu cieczy przez kanały znajdujące się w pompie oraz tarcie pomiędzy współpracującymi powierzchniami, ruchomych i nieruchomych elementów pompy, rzeczywisty moment jest większy:

$$M_{rz} = M_t + \Delta M \quad (2.5)$$

Ponieważ oddzielenie strat wynikających z tarcia od strat hydraulicznych jest bardzo trudne określa się je wspólnie za pomocą sprawności hydrauliczno-mechanicznej:

$$\eta_{hm} = \frac{M_{rz}}{M_t} \quad (2.6)$$

Sprawność całkowita pompy zde niowana jest jako stosunek mocy oddawanej przez pompę do układu hydraulicznego do mocy włożonej przez silnik napędowy:

$$\eta_c = \frac{Q_{rz} \Delta p_p}{M_{rz} \omega_p} \quad (2.7)$$

Relację między poszczególnymi sprawnościami pompy opisuje zależność:

$$\eta_c = \eta_v \cdot \eta_{hm} \quad (2.8)$$

W praktyce sprawność hydrauliczno-mechaniczną wyznacza się po przekształceniu równania (2.8) do postaci:

$$\eta_{hm} = \frac{\eta_c}{\eta_v} \quad (2.9)$$

2.2. Wydajność pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym

Zgodnie z równaniami (2.1) i (2.2) wydajność rzeczywista pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym o stałej wydajności wynosi:

$$Q_{rz} = q_p n_p - \Delta Q \quad (2.10)$$

Podstawowymi parametrami wpływającymi na wydajność pompy zębatej jest wydajność właściwa i prędkość obrotowa kół zębatych, które stanowią wydajność teoretyczną. Wydajność właściwa to ilość cieczy jaką wypierają koła zębate w trakcie jednego obrotu wału pompy. Wartość ta wynika wprost z typu zazębienia i wymiarów kół zębatych. Rozpatrując przypadek pompy zębatej o ewolwentowym zazębieniu zewnętrznym, korygowanym zarysie bez podcięcia stopy, z jednakową liczbą zębów w kołach zębatych oraz o współczynniku wysokości głowy zęba y równym 1, wydajność właściwa wynosi [33]:

$$q_p = 2\pi b m^2 \left[\left(\frac{z}{2} + x + 1 \right)^2 - \frac{z^2 \cos^2 \alpha_0}{4 \cos^2 \alpha_t} - \frac{\pi^2 \cos^2 \alpha_0}{12} \right] \quad (2.11)$$

Metody modelowania numerycznego pomp pozwalające określić wydajność i sprawność pompy są intensywnie rozwijane. W literaturze można znaleźć wiele prac opisujących nowe rozwiązania w tej dziedzinie. Zazwyczaj stosowane są dwa podejścia. Pierwszy opiera się o modele o parametrach skupionych [9], [20], [21], [25], [26], [34], [35], [36] gdzie pompa podzielona jest na objętości kontrolne, a każda z nich posiada jednorodne właściwości. Komory ssawna i tłoczna oraz każda przestrzeń międzyzębna, traktowane są jako objętości kontrolne modelowane jako element objętościowy (czasem o zmiennej geometrii zależnej od kąta obrotu wału), w którym wpływający przepływ jest podstawą do obliczeń ciśnienia. Przestrzeń ssawna i tłoczna, połączone są elementami symulującymi opory przepływu, opisanymi równaniami przepływu przez zwężkę. Szczeliny w pompach symulowane są jako opory przepływu. Drugie podejście opiera się na wykorzystaniu komercyjnych lub autorskich narzędzi CFD [1], [34], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [48], [49], [50], [51], [52], [53], [54], [55], w której dzięki dyskretyzacji modelu rozwiązuje się różniczkowe równania cząstkowe opisujące przepływ. Celem

obliczeń jest np. określenie rozkładu prędkości lub ciśnienia, symulowania przepływu turbulentnego, określenia wpływu kawitacji czy wielkości szczelin na sprawność objętościową pomp, graficznej prezentacji przepływu poprzez linie prądu.

2.3. Szczeliny w pompach zębatych

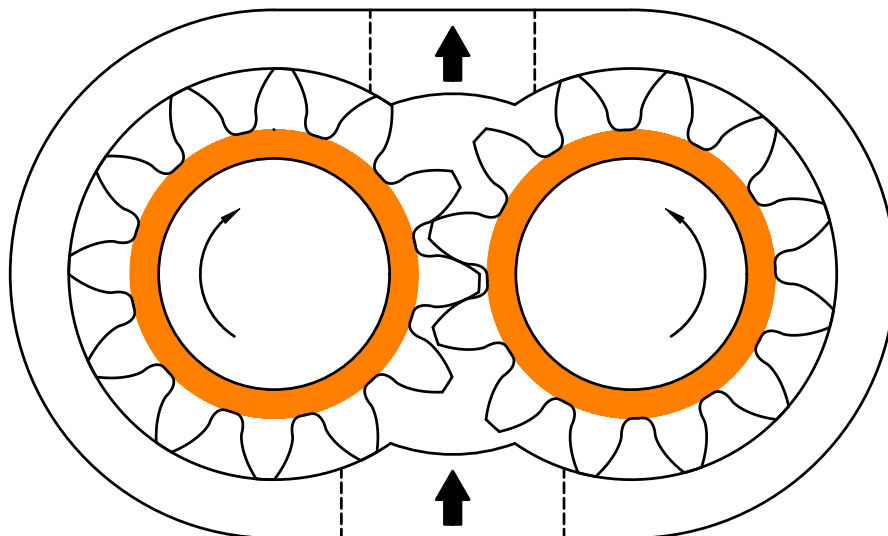
Jak wskazano w pracach [1], [3], [4], [20], [23], [33], [56], [57], [58] przecieki przez szczeliny wewnętrzne stanowią źródło strat objętościowych w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym. W literaturze spotyka się różne definicje szczelin występujących w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym. W pracy przyjęto nazewnictwo zgodne z pozycją [33], gdzie wyróżniono następujące szczeliny:

- czołowa (rys. 2.2),
- obwodowa (rys. 2.3),
- międzyzębna.

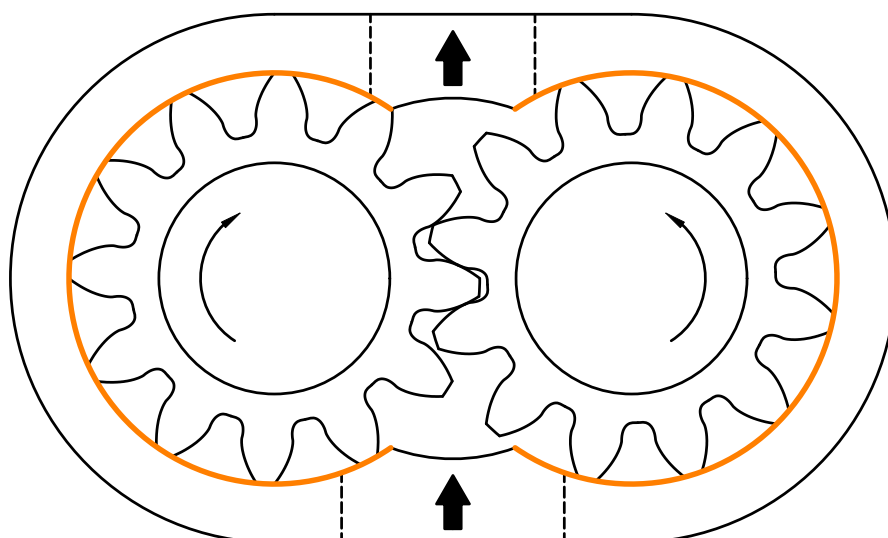
Szczelinę czołową tworzą powierzchnie czołowe koła zębatego oraz korpusu łożysk ślizgowych. Szczelina przybiera kształt pierścienia, ograniczonego średnicą koła stóp zębów i wałka, na którym osadzone jest koło zębate. Wysokość szczeliny czołowej wynika z luzu osiowego, pomiędzy tworzącymi ją powierzchniami.

Szczelina obwodowa znajduje się między wewnętrzną powierzchnią korpusu i walca, którego promień równy jest promieniowi wierzchołkowemu koła zębatego. Powierzchnia walca zawiera wszystkie możliwe położenia wierzchołków zębów, które przemieszczają się wraz z obrotem koła zębatego wewnątrz korpusu. W zawiązku z obrotem kół zębatych jest to szczelina o jednej ścianie ruchomej. Wysokość tej szczeliny określa luz promieniowy. Ze względu na zjawiska występujące w pompie, szerzej opisane w podrozdziale 2.5, wartość luzu promieniowego zmienia się w funkcji obrotu wału pompy.

Choć teoretycznie koła zębate szczelnie oddzielają przestrzeń ssawną od tłocznej w miejscu styku współpracujących zębów, to na skutek dokładności obróbki, chropowatości powierzchni bocznych zębów, tolerancji wykonania, błędów zarysu i kierunku linii zęba, może wystąpić szczelina międzyzębna.



Rys. 2.2. Szczelina osiowa w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym



Rys. 2.3. Szczelina obwodowa w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym

2.4. Natężenie przepływu przez szczeliny w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym

Budowanie modeli opisujących rzeczywistą wydajność pompy wymaga znajomości natężenia przepływu przez wymienione szczeliny. Pierwszym krokiem jest określenie rodzaju przepływu w szczelinie. Jako kryterium oceny wykorzystuje się liczbę Reynolds'a:

$$Re = \frac{cD_h}{\nu} \quad (2.12)$$

Średnica hydrauliczna d_h zde niowana jest jako czterokrotność przekroju przepływu A do obwodu zwilżania U :

$$D_h = \frac{4A}{U} \quad (2.13)$$

Przykładowo, dla szczeliny obwodowej, która jest szczeliną płaską o szerokości wieńca koła zębatego b przy założeniu stałej wysokości h , średnica hydrauliczna wynosi [59]:

$$D_h = \frac{4bh}{2b + 2h} \cong 2h \quad (2.14)$$

Ponieważ wartość krytyczna liczby Reynolds'a dla omawianych szczelin nie jest znana, w praktyce zakłada się, że jest to przepływ laminarny. Dzieje się tak ponieważ nawet jeśli spadek ciśnienia na szczelinie jest duży to przy lepkości oleju, która zmienia się w dopuszczalnych granicach, liczba Reynolds'a przyjmuje niskie wartości charakterystyczne dla przepływu laminarnego [4], [26], [60], [61]. Do wyznaczenia natężenia przepływu przez szczeliny stosuje się wtedy równanie Poiseuille:

$$\Delta Q = \frac{\Delta p b h^3}{12\mu l} \quad (2.15)$$

Jeżeli w danej szczelinie przepływ jest turbulentny, co ma miejsce w przypadku cieczy o niskiej lepkości i wysokich prędkościach obrotowych pompy [23], [24], to wtedy do wyznaczenia natężenia przepływu przez szczeliny wykorzystuje się zależność:

$$\Delta Q = \alpha A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.16)$$

Szczelina osiowa jest szczeliną płaską o jednej ścianie ruchomej. Kierunek ruchu ścianki jest prostopadły do kierunku przepływu wynikającego z gradientu ciśnienia. Przepływ związany z prędkością ruchu ścianki nie zwiększa więc natężenia przepływu przez szczelinę, a jedynie zwiększa opory ruchu, co przekłada się na wzrost momentu obrotowego wymaganego do napędzenia pompy. Do obliczeń natężenia przepływu stosuje się równanie (2.15) lub (2.16) w zależności od założonego rodzaju przepływu.

Ze względu na małą szerokość wierzchołka zęba i wysokość szczeliny w stosunku do promienia wierzchołkowego koła zębatego zazwyczaj przyjmuje się, że szczelina obwodowa jest szczeliną płaską o stałej wysokości i jednej ścianie ruchomej. W szczelinie obwodowej wierzchołki zębów poruszają się w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu wynikającego z różnicy ciśnienia. Adhezja warstwy cieczy znajdującej się przy ścianie ruchomej i naprężenia ścinające wynikające z lepkości cieczy powodują generowanie przepływu zgodnego z kierunkiem ruchu. Uwzględniając wpływ względnego ruchu ścianek szczeliny równanie (2.15) przyjmuje postać:

$$\Delta Q = \frac{bh}{2} \left(\frac{\Delta p}{6\mu l} h^2 - v \right) \quad (2.17)$$

Liczba szczelin w pompie o zazębieniu zewnętrznym i zmienność parametrów wpływających na rodzaj przepływu w szczelinie powoduje, że w różnych obszarach pompy mogą występować różne rodzaje przepływu. Ogólnie całkowite straty objętościowe określa się więc jako sumę przecieków we wszystkich szczelinach dla obu rodzajów przepływu:

$$\Delta Q = \frac{bh}{2} \left(\frac{\Delta p}{6\mu l} h^2 - v \right) + \alpha A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2.18)$$

W oparciu o równanie (2.18) można wskazać czynniki wpływające na straty objętościowe w pompie:

- wymiary geometryczne szczeliny (b, h, l),
- własności cieczy (μ, ρ),
- parametry pracy ($\Delta p, v$).

Z wymienionych czynników największy wpływ na wartość przecieków ma geometria szczeliny, dokładniej wysokość szczeliny, która w równaniu (2.18) występuje w trzeciej potęgze.

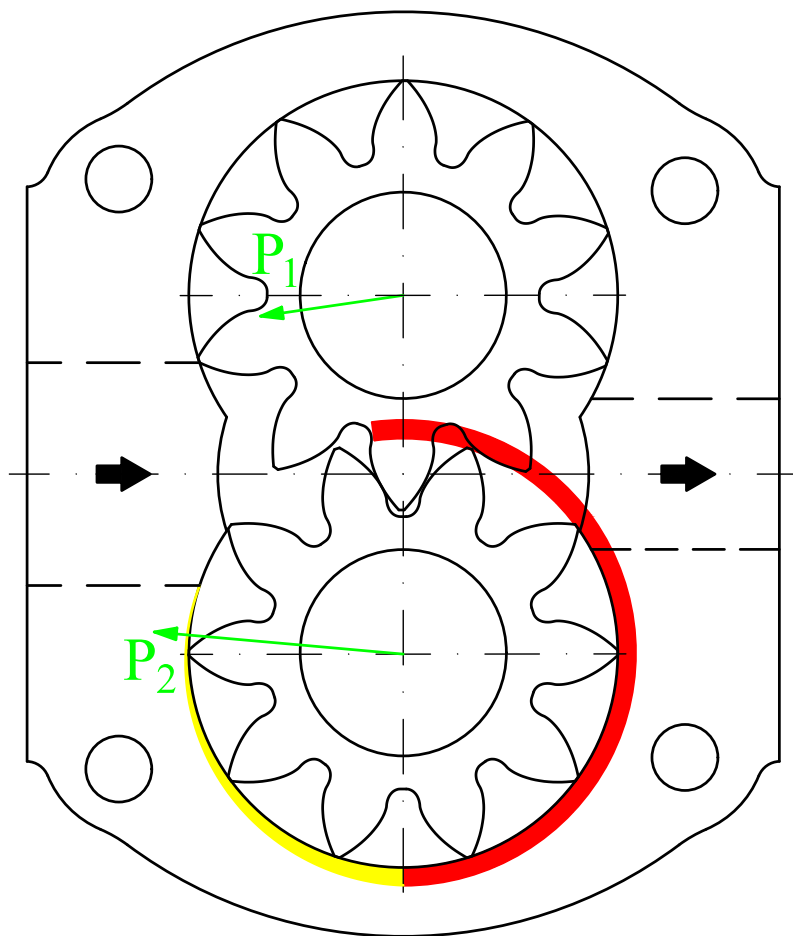
2.5. Zjawiska wpływające na wysokość szczeliny

W trakcie pracy pompy, przy ciśnieniu zależnym od obciążenia, w jej wnętrzu powstaje charakterystyczny rozkład ciśnienia. W wyniku powstałego rozkładu ciśnienia pomiędzy stroną ssawną, a tłoczną występuje różnica ciśnień. Ciśnienie oddziałujące na powierzchnie kół generuje siły (rys. 2.4), które przemieszczają koła zębate w kierunku strony ssawnej pompy (rys. 2.5). Przy ich wyznaczaniu uwzględnia się reakcje w zazębających się parach zębów. Zwrot sił w zazębieniu jest przeciwny stąd wartość sił wypadkowych różni się dla koła czynnego i biernego. Efektem oddziaływania ciśnienia na koła zębate jest ich przesunięcie w kierunku strony ssawnej.

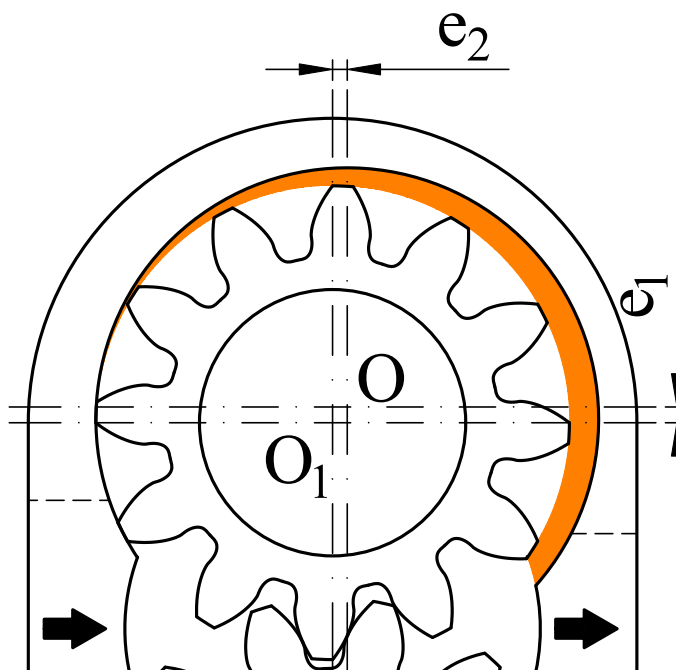
Przesunięcie kół zębatach zmienia wysokość szczeliny obwodowej i szczeliny pomiędzy czopem wału, a łożyskiem ślizgowym. Zmienna wysokość szczeliny w łożysku przy jednoczesnym obrocie kół zębatach generuje efekt hydrodynamiczny. Przyjmuje się, że siły łożyskowe powinny równoważyć siły wynikające z obciążenia ciśnieniem i zapewnić wystarczającą wysokość filmu olejowego by dochodziło do tarcia płynnego. Minimalna wysokość filmu olejowego h_0 w łożysku zależy od nominalnego luzu promieniowego w łożysku i mimośrodów e (wypadkowa składowych e_1 i e_2) (rys. 2.5) o jaki przesunięty jest czop wału pod wpływem obciążenia [62]:

$$h_0 = h_n \left(1 - \frac{e}{h_n} \right) \quad (2.19)$$

Ponieważ w większości pomp występuje pulsacja ciśnienia wynikająca z nierównomierności wydajności, a opisana równowaga zależy od rozkładu ciśnienia w pompie, obserwuje się mikro ruchy kół zębatach [9], [25], [29], [30], [31], [36]. Wysokość filmu olejowego jest więc zmienna nie tylko w funkcji ciśnienia obciążenia, ale i w funkcji kąta obrotu kół zębatach [27].



Rys. 2.4. Wypadkowe siły oddziaływujące na koła zębate wynikające z rozkładu ciśnienia i zazębienia



Rys. 2.5. Przesunięcie kół zębatach wynikające z oddziaływania ciśnienia (wielkości przerysowane w celach ilustracyjnych)

Kolejnym zjawiskiem wpływającym na wielkość szczeliny obwodowej, jest ścierne zużycie wewnętrznej ściany korpusu po stronie ssawnej w wyniku przerywania filmu olejowego i tarcia wierzchołków zębów o korpus pompy [63], [64], [65]. Zjawisko to występuje głównie w procesie docierania. W pracy [65] autorzy przedstawili nieliniowy model skupiony parametrów do analizy zachowania dynamicznego w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym symulujący ubytek materiału w korpusie w trakcie docierania pompy. Model ten uwzględnia wymuszenia parametryczne wywołane zmienną w czasie sztywnością zazębienia, rozkład ciśnienia na kołach zębatych prowadzący do powstania sił i momentów obrotowych, nieliniowe zachowanie hydrodynamicznych łożysk poprzecznych oraz sztywność skrętną i tłumienie wału napędowego. Model potwierdzono badaniami ubytku materiału w korpusie pompy. Z przeprowadzonych badań wynika, że dla badanej średnia wysokość ubytku materiału w korpusie po cyklu docierania wynosi około 0,03 mm dla koła czynnego i około 0,027 mm dla koła biernego. Jest to znaczna wartość biorąc pod uwagę, że nominalny luz promieniowy w badanej pompie wynosi 0,0245 mm. Na wartość ubytku wpływa wariancja wymiarów wynikająca z tolerancji wykonania poszczególnych elementów pompy.

Wariancja wartości nominalnych szczelin wynikająca z tolerancji wykonania znacznie wpływa na wydajność pompy na co wskazują autorzy pracy [3], gdzie przedstawiono wyniki symulacji, numerycznego modelu pompy zębatej o parametrach skupionych, które porównano do badań eksperymentalnych z uwzględnieniem zmienności nominalnych wielkości szczelin. Badania eksperymentalne obejmowały 20 pomp o takich samych wymiarach nominalnych, dla których przeprowadzono pomiar wysokości luzu promieniowego w łożyskach ślizgowych oraz pomiędzy korpusem, a wierzchołkami kół zębatych. Następnie wykonano pomiary hydrauliczne i wyznaczono sprawność objętościową pomp. Autorzy wskazują, że eksperymentalną wartość wydajności pompy, a więc i sprawność objętościową, należy przeprowadzać na podstawie danych z grupy pomp. Wariancja nominalnych wymiarów szczelin, pomimo spełnienia narzuconych tolerancji wykonania, istotnie wpływa na wydajność pompy, co może prowadzić do niewłaściwych wniosków odnośnie dokładności zaproponowanego modelu. Wyniki pokazały, że dokładność modelu zależy od warunków pracy i konkretnego egzemplarza, dlatego ocenę dokładności modelu powinno opierać się na analizie statystycznej całej populacji pomp.

Wielkość szczelin zależy również od temperatury w związku z rozszerzalnością temperaturową elementów pompy. W pracy [66] przedstawiono badania wpływu temperatury otoczenia na nominalną wartość luzu promieniowego w pompie zębatej o zazębieniu zewnętrznym typu PZ2-K10 (pracującej jako silnik). Ze względu na różną rozszerzalność temperaturową kół zębatych (stal) oraz korpusu pompy (aluminium) wystąpi zmiana wartości nominalnej luzu promieniowego. Na podstawie pomiarów geometrii badanej jednostki określono wartość luzu promieniowego w temperaturze 20°C na poziomie 87 µm. Badania rozruchu pompy wykonane w temperaturze otoczenia -16,8°C, temperaturze oleju 48°C i ciśnieniu obciążenia 5 MPa wykazały różną prędkość rozgrzewania się elementów pompy. Po około 450 sekundach pracy koła zębate osiągnęły temperaturę około 45°C,

a korpus około 40°C. Badania wykazały że na początku testu wartość luzu promieniowego wyniosła około 70 μm , a po rozgrzaniu zwiększyła się do około 93 μm .

Czynnikiem znacznie wpływającym na wysokość szczeliny w pompach jest deformacja elementów pompy. W pracy [30] przedstawiono wpływ deformacji korpusu łożyska na przecieki przez szczelinę osiową oraz wysokość filmu olejowego w szczelinie. Porównano różne modele deformacji do modelu z bryłami sztywnymi. Wykazano, że założenie sztywnych elementów znacznie zaniża natężenie przepływu przez szczelinę osiową. Wyniki symulacji z pewnością mierząc przecieki przez szczelinę osiową. Było to możliwe ponieważ w badanej pompie zastosowano uszczelnienie, które izoluje przeciek przez szczelinę i kieruje do dedykowanego portu drenażowego. Autorzy zaznaczają jednak, że znaczne deformacje korpusu łożyska w badanej pompie wynikają również z ich niewielkiej grubości, więc wpływ deformacji silnie zależy od konstrukcji pompy. W kolejnej pracy [29] przedstawiono model rozbudowany o transfer ciepła z cieczy znajdującej się w szczelinie osiowej do współpracujących kół zębatach, łożysk ślizgowych i korpusów łożysk. Model uwzględnia transfer ciepła, efekty termiczne cieczy znajdującej się w szczelinie osiowej oraz elementach tworzących szczelinę (koła zębata i korpusy łożysk), a także termoelastyczne odkształcenia elementów, co umożliwia prognozowanie grubości warstwy smarującej w szczelinie osiowej, uwzględniając smarowanie termoelasto-hydrodynamiczne. W pracy [10] przedstawiono kolejne rozwinięcie modelu uwzględniające wpływ chropowatości powierzchni oraz strukturę płynu w warunkach mieszanego smarowania występującego w szczególności w obszarach gdzie grubość filmu smarującego jest niska.

W pracy [28] autorzy wskazują wpływ deformacji korpusów łożysk na wysokość szczeliny osiowej oraz rozkład ciśnienia w szczelinie. Z przeprowadzonej analizy wynika, że korpusy łożysk przechylają się, co powoduje, że wysokość szczeliny osiowej jest mniejsza po stronie tłocznej niż ssawnej. Może to doprowadzić do kontaktu korpusów łożysk z kołami zębata i przyspieszonego ich zużycia.

Badania wpływu temperatury na deformację korpusu pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym na wysokość szczeliny obwodowej i w konsekwencji na wydajność oraz sprawność pompy przedstawiono w pracy [67]. W przytoczonej pracy wykonano obliczenia z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Przyjęto symetrię geometrii i obciążenia. Obliczenia wykonano dla ćwiartki korpusu pompy, wraz z kołkiem ustalającym, oraz koła biernego przyjmując symetrię i wiążące się z tym warunki brzegowe. Założono temperaturę otoczenia 25°C i temperatury pracy 25, 50 i 80°C. Do obliczeń przyjęto ciśnienie 25 MPa. Autorzy wskazują na znaczną deformację korpusu pompy w wyniku temperatury, jednocześnie negując wpływ sił wynikających z ciśnienia. Zauważono, że korpus ulega niesymetrycznej deformacji, co zmienia rozkład ciśnienia w pompie, a założenie o symetrii obciążenia przestaje być prawdziwe. Model przedstawiony w pracy nie został poddany porównaniu z badaniami eksperymentalnymi.

Wpływ deformacji korpusu pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym, pracujących na bardzo dużych głębokościach (11 000 m), na sprawność objętościową przedstawiono w pracy [22]. W takich warunkach ciśnienie wody napierającej na korpus jest prawie czte-

rozkrotnie większe, niż ciśnienie tłoczenia, co powoduje odkształcenie do wewnątrz korpusu. W pracy wykonano obliczenia samego korpusu, obciążonego ciśnieniem oleju (28 MPa) i ciśnieniem wody (110 MPa), z pominięciem pozostałych elementów pompy. W takich warunkach korpus ulega deformacji, co nie jest zaskoczeniem. W pracy nie zawarto opisu modelu, stąd brak informacji o warunkach brzegowych, czy przyjętym rozkładzie ciśnienia wewnątrz pompy.

2.6. Metody określania wysokości szczelin

Modelowanie przepływu generowanego przez pompę wymaga informacji o wielkości szczelin występujących w pompach. Jak wskazano w cytowanej wcześniej pracy [3], uwzględnienie rzeczywistych luzów znacząco zwiększa precyzję prognoz. W literaturze spotyka się kilka metod pozwalających określić te wielkości. W najprostszym wariacie zakłada się wielkości szczelin lub zakres wielkości i wykonuje obliczenia/badania dla tego zakresu. Takie podejście przedstawiono w pracach [1], [24], [63].

Drugie podejście polega na wyznaczeniu wielkości szczelin w oparciu o model dynamiczny pozwalający na przemieszczenie kół zębatych i korpusów łożysk, określający siły działające na elementy pompy wynikające z rozkładu ciśnienia, a w konsekwencji pozycję kół i korpusów łożysk z uwzględnieniem efektu hydrodynamicznego w łożyskach, zużyciem ścian korpusu pompy w wyniku współpracy z kołami zębatymi, [3], [11], [21], [25], [26], [31], [32], [34], [36], [56], [65] i ukosowanie łożysk [20]. Należy zwrócić uwagę, że tego typu modele budowane są w celu określenia chwilowej i średniej wydajności pompy, a nie w celu określenia wysokości szczeliny obwodowej. Wyznaczanie wysokości szczeliny jest tylko jednym z kroków w procesie obliczeń. Nad tego typu modelami pracuje kilka ośrodków na świecie. Najbardziej rozbudowanym jest moduł HYGESim współpracujący z oprogramowaniem Simcenter Amesim, opracowany przez zespół z Maha Fluid Power Research Center (Purdue University, USA). Opracowane narzędzie zawiera wiele modułów, co zaprezentowano w licznych publikacjach. HYGESim wiąże skupiony model oparty na parametrach cieczy z modelem mechanicznym, umożliwia prognozowanie ciśnień, generowanego przepływu oraz mikro ruchów kół zębatych w pompach i silnikach zębatych. Rozwinięcie modelu dynamicznego o termo-elastyczną deformację powierzchni korpusów łożysk i kół zębatych pod wpływem działania temperatury i ciśnienia oraz wpływ temperatury na olej w szczelinie osiowej przedstawiono w pracach [10], [28]. W pracy [60] przedstawiono kolejną iterację modelu uwzględniającą błędy wykonania kół zębatych, a dokładniej stożkowość i koncentryczność cylindra utworzonego przez wierzchołki zębów koła zębatego względem osi obrotu koła. Na podstawie położenia kół zębatych i korpusów łożysk określa się wysokość szczeliny obwodowej. Wprowadzono również wersję zawierającą termodynamiczny model pompy zębatej [68] oparty na parametrach skupionych. Badania przeprowadzono dla pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym ($q = 3,25 \text{ cm}^3/\text{obr.}$) przy ciśnieniu tłoczenia sięgającym 15 MPa. W tej publikacji narzędzie HYGESim wykorzystano m.in. do wyznaczenia wielkości szczeliny obwodowej w funkcji kąta obrotu koła zębatego. Mieściła się ona w przedziale od około 8 do 55 μm . Należy zaznaczyć, że we wczesnych wersjach tego narzędzia [36] przyjmowano, że elementy

pompy są sztywne. W dalszych pracach uwzględniono termo-elastyczną deformację powierzchni korpusów łożysk i kół zębatach [29]. W dalszym ciągu pomijany jest np. wpływ deformacji korpusu pompy na wysokość szczeliny obwodowej.

Informację o wielkości szczelin uzyskuje się również poprzez eksperymentalne określenie przemieszczenia elementów. W pracy [69] wykonano pomiary przemieszczenia pokrywy. Pozwala to wprowadzić współczynnik korekcji, który następnie uwzględnia się w równaniach opisujących przepływ przez szczeliny. Skuteczność tej metody będzie ograniczona w przypadku pompy wyposażonej w pływające korpusy łożysk, które są częścią kompensacji osiowej. Pomiar przemieszczenia pokrywy daje informację o położeniu tylko jednej ze ścianek tworzących szczelinę.

Przemieszczenia elementów pompy można wyznaczyć również wykorzystując modele analityczne. W pracy [57], przedstawiono analityczne modele dla korpusów pomp zębatach o zazębieniu zewnętrznym o stałej i zmiennej grubości ścianki, pozwalające określić wartości naprężeń i przemieszczeń w kluczowych przekrojach korpusu pompy. Model analityczny zakładał uproszczoną konstrukcję korpusu oraz pomijał wpływ sił wynikający z naciągu śrub łączących płytę, korpus środkowy i pokrywę pompy. Przyjęto symetryczne obciążenie korpusu dla koła czynnego i biernego. Założono liniowy narost ciśnienia, na całej szerokości korpusu, od końca otworu ssawnego do początku otworu tłocznego. Naprężenia i przemieszczenia opisano jako iloczyn ciśnienia tłoczenia i wyprowadzonych w pracy bezwymiarowych wskaźników, które są funkcją parametrów geometrycznych pompy i współrzędnych niezależnych przyjętych w modelach. W pracy wskazano newralgiczne przekroje korpusu, w których występują największe naprężenia i przemieszczenia. Wykonano porównanie wyników obliczeń naprężeń metodą analityczną (model płaski), numeryczną z wykorzystaniem MES (model przestrzenny) oraz eksperymentalnie metodą elastooptyczną (model płaski). Do porównania rozpatrywano korpus o budowie symetrycznej (z jednakową średnicą otworów ssawnego i tłocznego), dlatego obliczenia wykonano dla ćwiartki korpusu. Przyjęto liniowy narost ciśnienia od otworu ssawnego do tłocznego. W otworze tłocznym przyjęto ciśnienie tłoczenia (tylko w modelu MES). W modelu numerycznym uwzględniono obciążenia od płyty i pokrywy, które naniesiono na powierzchnię czołową korpusu. W związku z wykorzystaniem symetrii korpus podparto w płaszczyznach wydzielających modelowany fragment. Korpusy łożysk ślizgowych zastąpiono podparciem modelu w spodziewanym miejscu styku. Uzyskany charakter naprężeń i przemieszczeń był zgodny dla różnych metod, jednak wartości uzyskane w modelu numerycznym były większe niż dla pozostałych metod. Różnice względem metod analitycznych sięgały do około 56% dla naprężeń i około 23% dla przemieszczeń. Maksymalne przemieszczenie ścian korpusu wynosiło 0,08 mm dla modelu analitycznego i 0,062 mm dla modelu numerycznego.

Jak wspomniano wyżej, do określenia wyężenia i deformacji elementów pompy wykorzystuje się obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych. Modele charakteryzują się różnym stopniem szczegółowości i nie zawsze są we ne poprzez eksperyment. Modele o niskim stopniu złożoności skupiają się na obliczeniach pojedynczych

elementów np. korpusu [22], [70], [71], [72], [73], [74], [75], pokrywy [35], [76] lub zjawisk np. deformacji powierzchni kół zębatach i wpływu tej deformacji na szczelinę występującą między kołami zębatymi [13], [77]. Oddziaływanie z pominiętymi elementami pompy zastępowane jest poprzez siły lub nałożenie warunków brzegowych. Bardziej złożone modele składają się z głównych elementów pompy takich jak płyta, korpus, pokrywa [78], koła zębata, kołki ustalające oraz śruby mocujące elementy pompy [12], [79] uwzględniając obciążenia występujące na tych elementach, interakcje pomiędzy nimi, a nawet rzeczywiste warunki zamocowania pompy [2], [80]. Tego typu analizy są w stanie dostarczyć informacji o wysokości szczelin jak pokazano to we wcześniejszych pracach własnych [2].

Badania wartości luzu promieniowego w pompie gerotorowej z wykorzystaniem MES przedstawiono w pracy [77]. Model uproszczono do koła zewnętrznego i wewnętrznego. Obliczenia wykonano dla siedmiu położenia w zakresie od -30° do 30° , co stanowi jeden cykl pracy. Ciśnienie cieczy wynosiło 1 MPa. Warunki brzegowe dobrano tak, aby umożliwić deformację i przemieszczenie koła wewnętrznego oraz deformację zębów koła zewnętrznego. Utwierdzono jednak zewnętrzną krawędź koła zewnętrznego. Przedstawiony model ogranicza się więc do deformacji wynikających z zazębienia kół zębatach (obszar kontaktu) i szczeliny w łożysku, co stanowiło zakres prowadzonych badań, jednak w szerszej perspektywie jest to całkowicie rozbieżne z faktycznymi warunkami pracy takiej pompy. W rzeczywistości koło zewnętrzne osadzone jest w korpusie, który również ulega odkształceniu pod wpływem oddziaływania cieczy pod ciśnieniem. Szczególnie jeśli ciśnienia robocze przekraczają 25 MPa [70]. Podobną analizę przeprowadzono dla gerotorowego silnika o zazębieniu epitrochoidalnym [81]. W tej pracy rozszerzono badania numeryczne o model uwzględniający siły wnikaące z naciągu śrub łączących elementy pompy. Obliczenia wykonano dla ciśnienia obciążenia wynoszącego 5 MPa. Wskazano, że utwierdzenie krawędzi koła zewnętrznego, czy choćby utwierdzenie w otworach na śruby łączące elementy pompy, daje nierealistyczne wyniki. W rozbudowanym modelu wprowadzono więc siły osiowe określone na podstawie naciągu śrub. Dopiero obliczenia takiego modelu pozwoliły uzyskać deformację porównywalną z danymi uzyskanymi metodą opartą o teorię kontaktu Hertza [82].

Badania deformacji pomp gerotorowych wykonanych z POM z wykorzystaniem MES przedstawiono w pracach [12], [13]. Zaprezentowano analizę wytrzymałościową kół zębatach. Przeprowadzono badania wpływu u zębów, typu połączenia koło zębata-wał oraz obciążeń działających na elementy pompy na naprężenia i deformację kół zębatach (ciśnienie tłoczenia do 12 MPa). Na podstawie przeprowadzonych obliczeń autorzy wskazują na szereg parametrów decydujących o naprężeniach i odkształceniach występujących w kołach zębatach. Deformacja kół wykonanych z POM powoduje, że liniowo wzrasta wartość luzu promieniowego wraz z ciśnieniem tłoczenia. Szczelina wzrasta również przy większych głębokościach zębów.

W pracy [12] przedstawiono badania nad pompą, której elementy wykonano z tworzyw sztucznych (POM: korpus, płyta i pokrywa; PEEK: koła zębata). Wykorzystując MES określono odkształcenia i naprężenia dla podstawowego kształtu pompy wybranego

na bazie istniejących rozwiązań oraz z kowanego, zaproponowanego przez autorów. W modelu uwzględniono obciążenia wynikające z ciśnienia tłoczenia (do 6 MPa), momentu obrotowego na wale pompy (do 10 Nm) i naciągu śrub łączących elementy pompy (30 Nm). W pracy nie zawarto informacji o przyjętym rozkładzie ciśnienia oraz warunkach zamocowania. Odształcenia uzyskane na podstawie obliczeń numerycznych zestawiono z pomiarami odształceń wykonanych optycznymi czujnikami przemieszczenia w trakcie pracy pompy. Zarówno obliczenia jak i wyniki eksperymentu wskazują na większe odształcenia w kierunku osiowym niż promieniowym. Autorzy wskazują na specyficzne zachowanie materiału, z którego wykonano korpus pompy. Pomimo pracy w zakresie sprężystym elementy pompy wykazywały szczątkową deformację po ustąpieniu obciążenia. Czas potrzebny na powrót do pierwotnego kształtu był na tyle duży, że ponowne obciążenie powodowało kumulowanie się odształcenia. Stąd różnice pomiędzy wynikami eksperymentu i obliczeniami.

Badania wpływu rozszerzalności temperaturowej na wysokość szczeliny obwodowej z wykorzystaniem MES przedstawiono w pracy [67]. Wskazano na znaczną deformację związaną ze wzrostem temperatury negując jednocześnie wpływ ciśnienia na deformację. Jednak biorąc pod uwagę przytoczone wcześniej prace, założenie to budzi wątpliwości. Dodatkowo, w pracy nie zawarto wielu podstawowych informacji o modelu jak np.: typ elementu skończonego, jego wielkość, parametry materiałów. W modelu założono symetrię geometrii i obciążenia, modelując jedynie ćwiartkę korpusu pompy i napędzane koło zębate. Z przeprowadzonego przeglądu literatury jednoznacznie wynika, że modelowanie przy takich założeniach nie odzwierciedla rzeczywistego obciążenia korpusu pompy. O ile w korpusie i korpusach łożysk zazwyczaj można wyznaczyć jedną płaszczyznę symetrii przebiegającą przez osie otworów ssawnego i tłocznego, to w płaszczyźnie prostopadłej przechodzącej przez osie obrotu kół zębatach taka symetria nie zachodzi. Symetria w tej płaszczyźnie może wystąpić jedynie w pompach dwustronnego działania. Symetria obciążenia również nie jest zachowana ze względu na różne położenia kół zębatach oraz siły wynikające z zazębienia, wypadkowe siły działające na koło czynne i bierne są różne. Dodatkowo obliczenia wykonano jedynie dla ciśnienia 25 MPa, więc brakuje podstaw by negować wpływ ciśnienia na deformację korpusu pompy, szczególnie w świetle posiadanej wiedzy i badań własnych zważywszy na fakt, że badania eksperymentalnie [2].

Badania wyężenia i deformacji pomp zębatach o zazębieniu wewnętrznym, zewnętrznym i gerotorowych z wykorzystaniem MES przedstawiono w pracy [83]. Jako cel autorzy wskazali potrzebę określenia zasad projektowania wymienionych typów pomp zębatach, określenia stanu naprężenia i odształcenia w standardowych konstrukcjach oraz zaproponowanie sposobu obciążenia w celu ich minimalizacji. Modele pomp składające się z kół zębatach i obudów (płyta, korpus, pokrywa, śrub łączących elementy pompy) obciążono odwzorowując warunki pracy pompy. Koła zębate obciążono siłami wynikającymi z rozkładu ciśnienia panującego w pompie oraz momentem obrotowym wynikającym z pracy pompy (do 32 Nm). Elementy obudowy obciążono ciśnieniem zgodnie z przyjętym rozkładem (do 20 MPa). Śruby łączące elementy pompy obciążono siłą wynikającą z momentu montażowego. Na podstawie wykonanych obliczeń uzyskano wyężenie konstrukcji i deformację

w kierunku promieniowym i osiowym. Autorzy sformułowali kryteria jakie powinny być spełnione przy projektowaniu pomp zębatych. Naprężenia zredukowane wokół króćca tłocznego nie powinny przekraczać 150 MPa. Przemieszczenie korpusu w kierunku promieniowym nie powinno przekraczać 0,04 mm, a pokrywy w kierunku osiowym 0,02 mm.

kacja korpusów polegająca na przesunięciu kół zębatych w kierunku króćca ssawnego pozwala na zredukowanie naprężeń oraz deformacji konstrukcji pompy.

We wcześniejszych pracach własnych [2] wykazano, że wysokie ciśnienia tłoczenia sięgające w pompach zębatych powyżej 30 MPa powodują znaczne odkształcenie korpusu. W pracy przedstawiono wyniki obliczeń dla całego modelu pompy uwzględniając rzeczywiste warunki mocowania poprzez śruby, obciążenia wynikające z naciągu śrub łączących elementy pompy, rozkład ciśnienia w warunkach pracy i kontakty między elementami pompy. W badanej pompie znacznemu przemieszczeniu ulega strona tłoczna korpusu. Wysokość szczeliny pomiędzy wierzchołkami zębów, a korpusem maleje po stronie ssawnej, co wynika z rozkładu ciśnienia w pompie i jest zbieżne z tym, co przedstawia się w innych pracach. Natomiast po stronie tłocznej wzrasta wraz z ciśnieniem tłoczenia osiągając prawie 0,35 mm dla ciśnienia tłoczenia 32 MPa. W pracy przedstawiono wyniki badań porównawczych pomiędzy odkształceniami korpusu uzyskanymi na drodze obliczeń i pomiarów odkształcenia korpusu.

W literaturze spotyka się również podejścia hybrydowe, gdzie łączy się modele dynamiczne z modułami obliczającymi naprężenia i przemieszczenia elementów. W pracy [76] przedstawiono rozwiązanie polegające na sprzężeniu modułu strukturalnego z symulacją przepływu cieczy w celu oszacowania ugięcia pokrywy pompy gerotorowej w funkcji czasu. Autorzy podkreślają, że ugięcie pokrywy powoduje zwiększenie luzu osiowego, co wpływa na przecieki oleju, a tym samym obniża efektywność pompy oraz całego układu olejowego. Zaznaczono również, że poprawa wydajności tego elementu może przyczynić się do zwiększenia ogólnej sprawności. Do przeprowadzenia symulacji wykorzystano pakiet CFD-ACE+ wraz z modułami przepływu, turbulencji, kawitacji oraz naprężeń. Moduł przepływu rozwiązywał równania pędu i ciśnienia, stosując standardowy model turbulencji $k-\epsilon$. Moduł kawitacji uwzględniał procesy wielowymiarowe zjawiska kawitacji, w tym dynamikę pęcherzyków i wpływ gazów niekondensujących się. Moduł naprężeń, oparty na analizie metodą elementów skończonych, obliczał ugięcia pokrywy na podstawie danych o ciśnieniu (do 0,7 MPa) i temperaturze. Wyniki symulacji wykazały zgodność pulsacji ciśnienia uzyskanej w wyniku obliczeń i eksperymentu. Przedstawiono ilościowe porównanie wyników dotyczących ugięcia pokrywy w jednym punkcie pomiarowym. Odnotowano istotne rozbieżności. Maksimum, w badanym punkcie, uzyskane w obliczeniach wyniosło 45 μm przy 20 μm uzyskanych eksperymentalnie poprzez pomiar wskaźnikiem zegarowym.

Znane są również połączenia metod modelowania chwilowego przepływu modelami o parametrach skupionych (1D), których zaletą jest szybki czas obliczeń, z obliczeniami CFD oraz MES [84]. Szczegółowe symulacje CFD oraz MES służą do kalibracji uproszczonych modeli 1D, co pozwala uwzględnić takie zjawiska jak niepełne napełnienie komór, obecność powietrza w oleju czy ugięcia elementów konstrukcyjnych. Na przykładzie

pompy gerotorowej o pojemności 15,3 cm³/obr pokazano, jak dane z modeli CFD (PumpLinx) i MES (ANSYS) zostały wykorzystane do stworzenia precyzyjnego modelu 1D w środowisku Amesim. W obliczeniach MES skupiono się na wpływie ciśnienia (do 0,9 MPa) tłoczenia na deformację pokrywy pompy, co wpływa na przecieki i objętości komór roboczych. W modelu MES uwzględniono odkształcenia śrub oraz kontakt pokrywy z obudową, co pozwoliło określić zmienność objętości jako funkcję ciśnienia. Wyniki zaimplementowano w modelu 1D, poprawiając jego dokładność w odwzorowaniu pulsacji ciśnienia i strat objętościowych. W pracy nie wykorzystano obliczeń MES do korekcji wielkości luzu promieniowego. Wysokość tej szczeliny wyznaczono w oparciu o model 1D.

Należy zaznaczyć, że wiele w przytoczonych powyżej prac dotyczy pomp zębatych o zazębieniu wewnętrznym, które charakteryzują się inną budową. Dodatkowo rozpatruje się jednostki pracujące przy ciśnieniach nie przekraczających 10 MPa. We wspomnianych pracach brakuje też kompleksowego opisu metody pozwalającej określić wysokość szczeliny dla pomp o zazębieniu zewnętrznym dla całego odcinka korpusu pomiędzy króćcem ssawnym, a tłocznym. Żadna z powyższych prac nie opisuje metodyki dla pomp z kompensacją szczeliny obwodowej.

2.7. Kompensacja szczelin w pompach zębatych (rysunki wymagają poprawy)

Przecieki wewnętrzne stanowią przeszkodę w uzyskaniu wysokich sprawności wolumetrycznych oraz ciśnień roboczych. W celu poprawy tych parametrów w pompach zębatych stosuje się kompensację szczelin. We współcześnie produkowanych jednostkach przeprowadza się głównie kompensację luzów osiowych. W przypadku, gdy istotne jest zwiększenie zakresu ciśnień tłoczenia, konieczne staje się również skompensowanie szczeliny obwodowej [58], [85]. Szczelinę obwodową można skompensować dwiema metodami:

- lokalnie na niewielkim odcinku (w pracy określona jest mianem kompensacji luzów promieniowych),
- na całym obwodzie (w pracy określona jest jako kompensacja luzów obwodowych).

2.7.1. Kompensacja szczeliny osiowej

Przecieki wydostające się przez szczelinę osiową są w przeważającej części wykorzystywane do smarowania i chłodzenia łożysk. Po przejściu przez łożyska, przepływające medium jest kierowane do komory ssawnej za pomocą dedykowanych rowków znajdujących się w korpusach łożysk. Część strat objętościowych może przedostawać się bezpośrednio przez szczelinę do przestrzeni ssawnej.

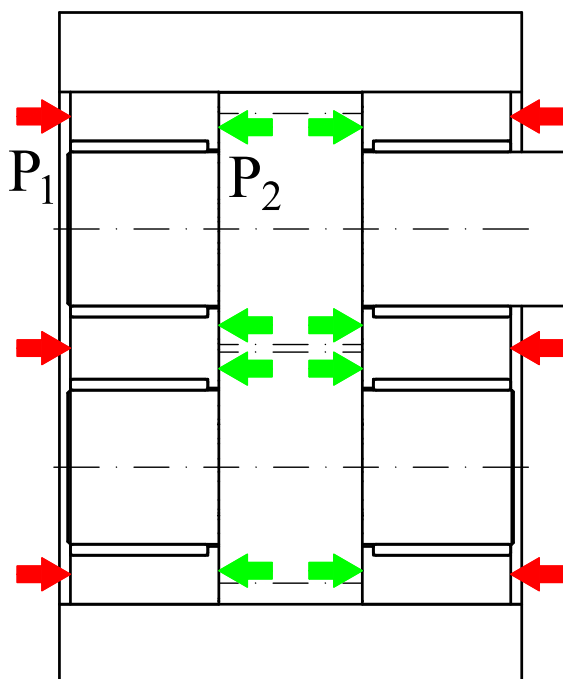
Na rysunku 2.6 przedstawiono ideę pompy zębatej z zastosowaną kompensacją luzów osiowych. Docisk korpusów łożysk do powierzchni czołowych kół zębatych realizowany jest w wyniku doprowadzenia cieczy z obszaru tłocznego na zewnętrzną powierzchnię korpusu łożyska. Powoduje to powstanie siły dociskającej, proporcjonalnej do powierzchni pola kompensacji i ciśnienia tłoczenia:

$$P_1 = f_1 p_t \quad (2.20)$$

W szczelinie między kołem zębatym, a korpusem łożysk, w wyniku zmiennego rozkładu ciśnienia na obwodzie, generowana jest siła odpychająca. Można ją zde niować uśredniając ciśnienie w szczelinie p_{sr} działające na powierzchnię o polu f_2 :

$$P_2 = f_2 p_{sr} \quad (2.21)$$

Uszczelnienie ograniczające pole kompensacji wykonane jest zazwyczaj ze sprężystego tworzywa, co powoduje wstępny docisk korpusów łożysk siłą sprężystości P_s .



Rys. 2.6. Kompensacja szczeliny osiowej

Warunek jaki musi być spełniony do prawidłowego działania kompensacja luzów osiowych opisuje poniższa nierówność:

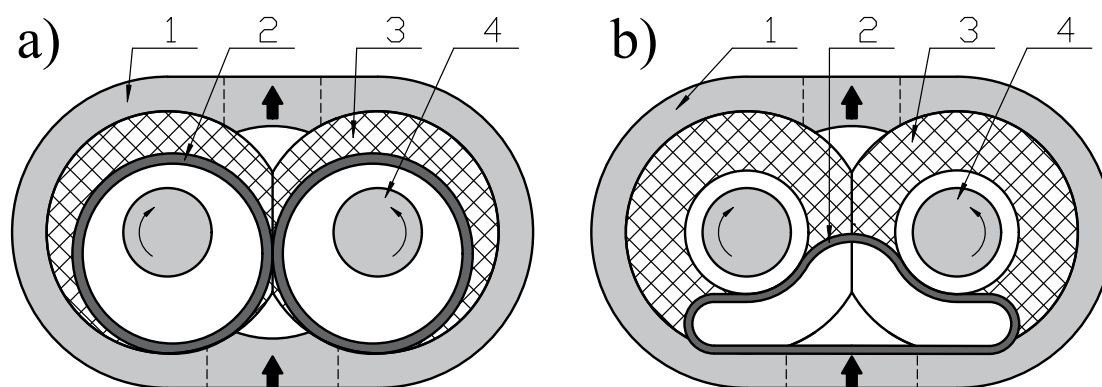
$$P_1 + P_s \geq P_2 \quad (2.22)$$

W obliczeniach inżynierskich przyjmuje się:

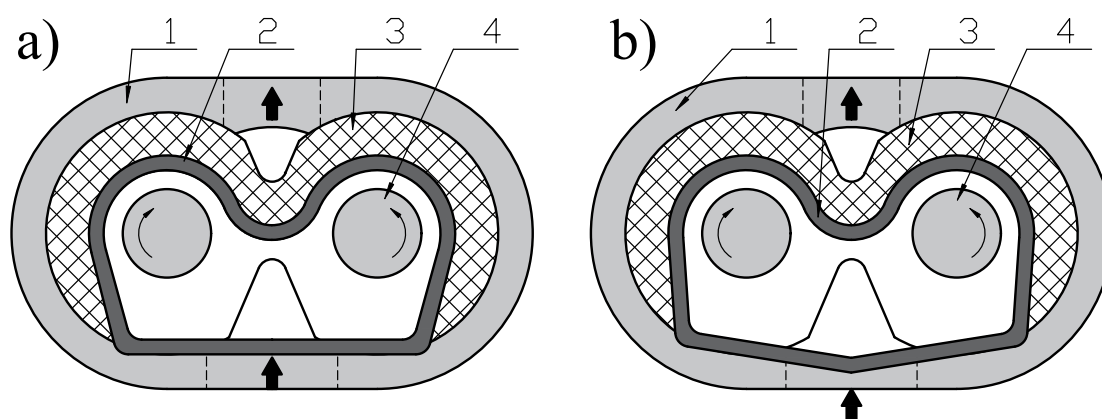
$$P_1 = (1 \div 1,25)P_2 \quad (2.23)$$

Firma Eckerle-Molly, opracowała pierwszą pompę z kompensacją luzów osiowych i nazwała ją „Brillen-pumpe” (pompa okularowa), by podkreślić zastosowanie kompensacji, której kształt może kojarzyć się z okularami. Ciśnienie nominalne pompy wynosiło 21 MPa. W stosunku do konstrukcji bez kompensacji osiowej, stosowanych w momencie wprowadzenia jednostki do sprzedaży, jest to wartość większa aż o 9 MPa.

Kompensacja osiowa upowszechniła się. Kolejni producenci wprowadzali własne rozwiązania. W pierwszych konstrukcjach powszechną praktyką było ograniczenie powierzchni kompensacji uszczelnieniem typu O-ring (rys. 2.7 i 2.8). Wraz ze wzrostem ciśnień roboczych wprowadzano coraz bardziej skomplikowane uszczelnienia o kompaktowej budowie i ograniczonym przeznaczeniu np. w pompach o jednym kierunku obrotów (rys. 2.9) lub konstrukcjach dwukierunkowych (rys. 2.10).

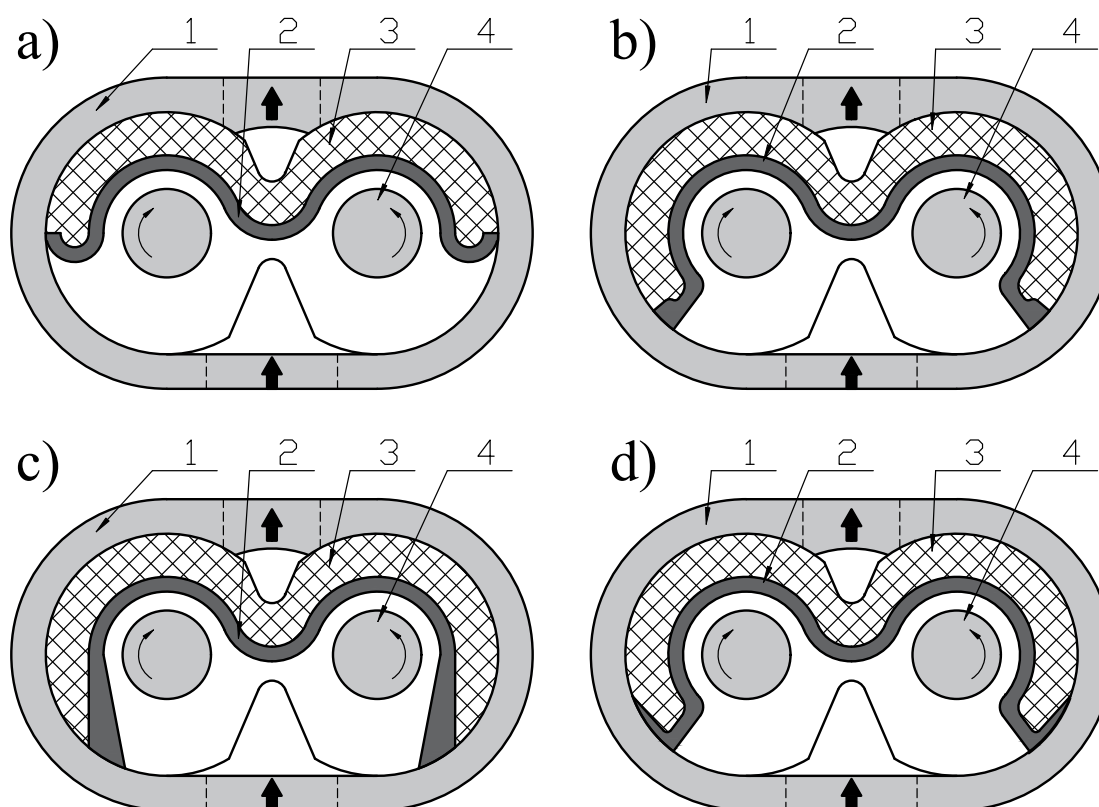


Rys. 2.7. Kompensacja szczeliny osiowej z dzielonymi korpusami łożysk: a) pompa PZ, b) pompa rmy DOWNTON. 1 – korpus, 2- uszczelnienie, 3 – powierzchnia kompensacji, 4 – koło zębate

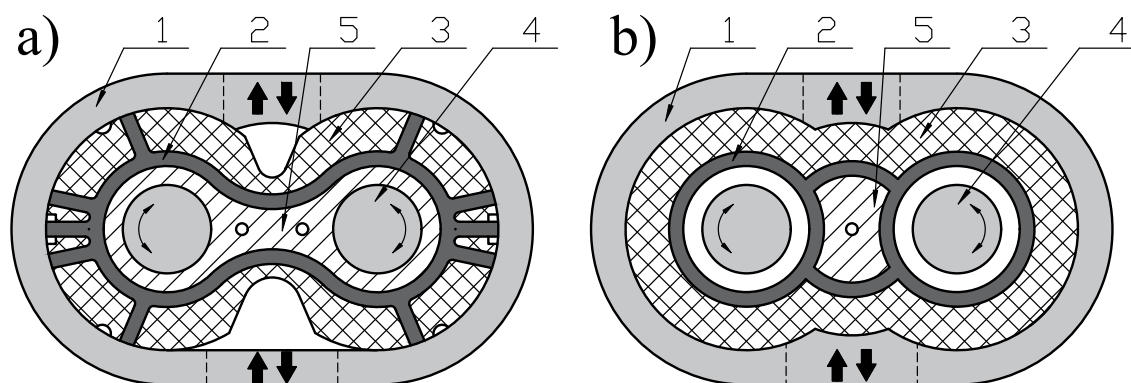


Rys. 2.8. Kompensacja szczeliny osiowej z undzielonymi korpusami łożysk i uszczelnieniami tworzącymi zamknięty obrys: a) pompa rmy TGL, b) pompa rmy PLESSEY. 1 – korpus, 2- uszczelnienie, 3 – powierzchnia kompensacji, 4 – koło zębate

Wymienione rozwiązania mają szereg wspólnych cech. W korpusie pompy 1 umieszczone są korpusy łożysk ślizgowych. W nich znajdują się tuleje ślizgowe. Na zewnętrznej powierzchni czołowej umieszczono uszczelkę ograniczającą pole kompensacji. W rozwiązaniach posiadających symetryczne uszczelnienie obszaru kompensacji (rys. 2.10) występuje powierzchnia 5 ograniczona wewnętrzną stroną uszczelki 2. Taka konstrukcja uszczelnienia pozwala na zmianę kierunku obrotów wału pompy i poprawia smarowanie łożysk. Powierzchnia 5 obciążona jest ciśnieniem doprowadzonym kanałem z obszaru znajdującego się po drugiej stronie korpusu łożyska.



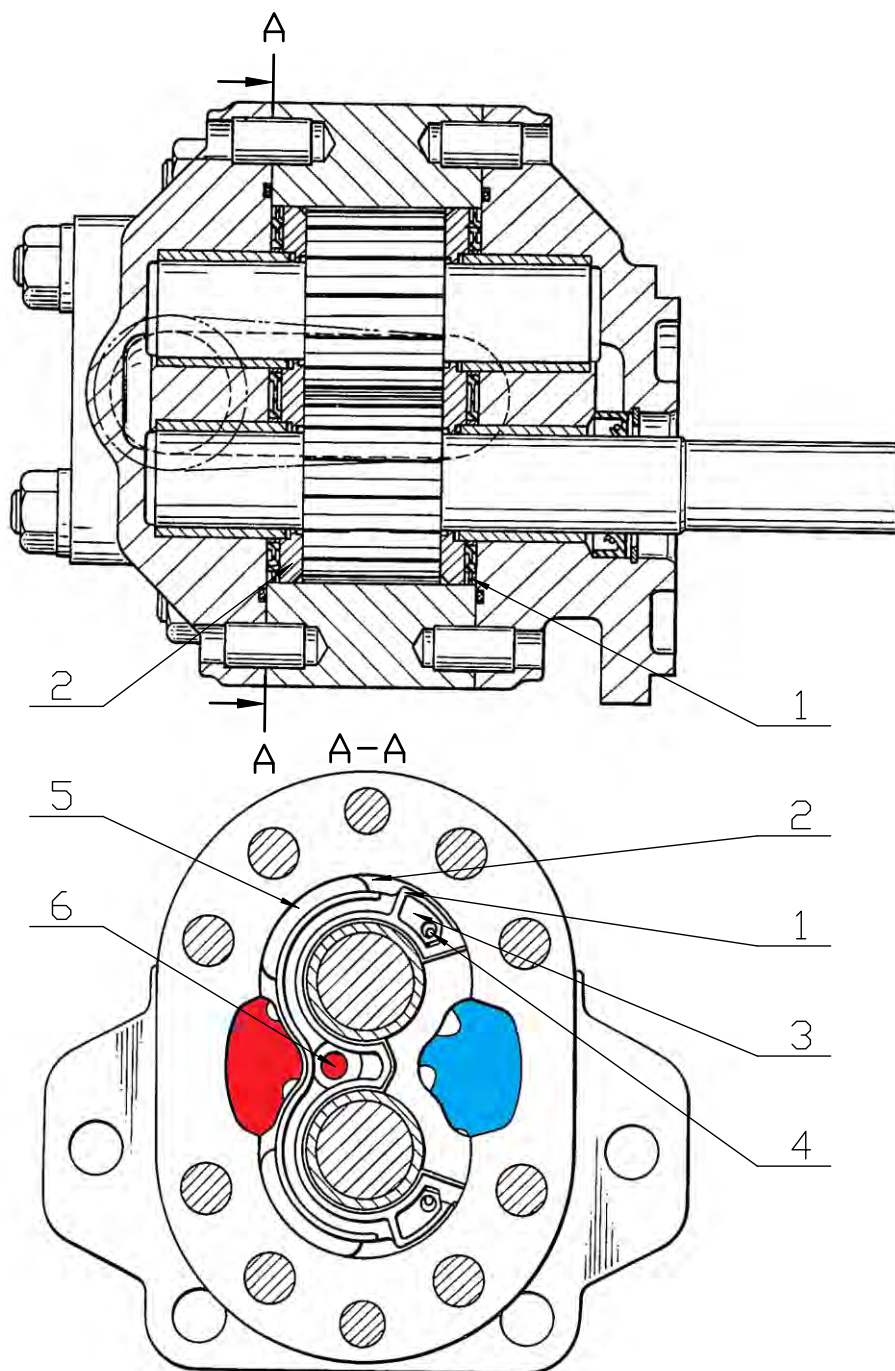
Rys. 2.9. Kompensacja szczeliny osiowej z undzielonymi korpusami łożysk i otwartymi uszczelnieniami: a) pompa PZ4, b) pompa rmy HPI, c) pompa rmy Lamborginy, d) pompa rmy HPI. 1 – korpus, 2- uszczelnienie, 3 – powierzchnia kompensacji, 4 – koło zębate



Rys. 2.10 Kompensacja szczeliny osiowej z undzielonymi korpusami łożysk i symetrycznymi uszczelnieniami: a) pompa rmy HPI, b) pompa rmy BOSCH. 1 – korpus, 2- uszczelnienie, 3 – powierzchnia kompensacji, 4 – koło zębate, 5 – powierzchnia wydzielona poprzez uszczelnienie 2

Kolejnym przykładem kompensacji szczeliny osiowej jest pompa objęta patentem US4281974 (rys. 2.11) [86]. Względem poprzednich konstrukcji niniejsza wyróżnia się zastosowaniem dwóch płyt dociskowych 2, działających na obie powierzchnie czołowe kół zębatach co ma zminimalizować przecieki. Zastosowane uszczelnienie zawiera dodatkowe elementy 6, których zadaniem jest dokładniejsze pozycjonowanie pierścienia oraz zwiększenie jego wytrzymałości. Uszczelka posiada zamknięty obszar 3 połączony ze stroną niskiego ciśnienia poprzez kanał 4. Wprowadzenie obszaru o niskim ciśnieniu ma na celu

zmianę położenia siły wypadkowej i poprawy równomierności docisku korpusu łożyska do powierzchni czołowych kół zębanych.

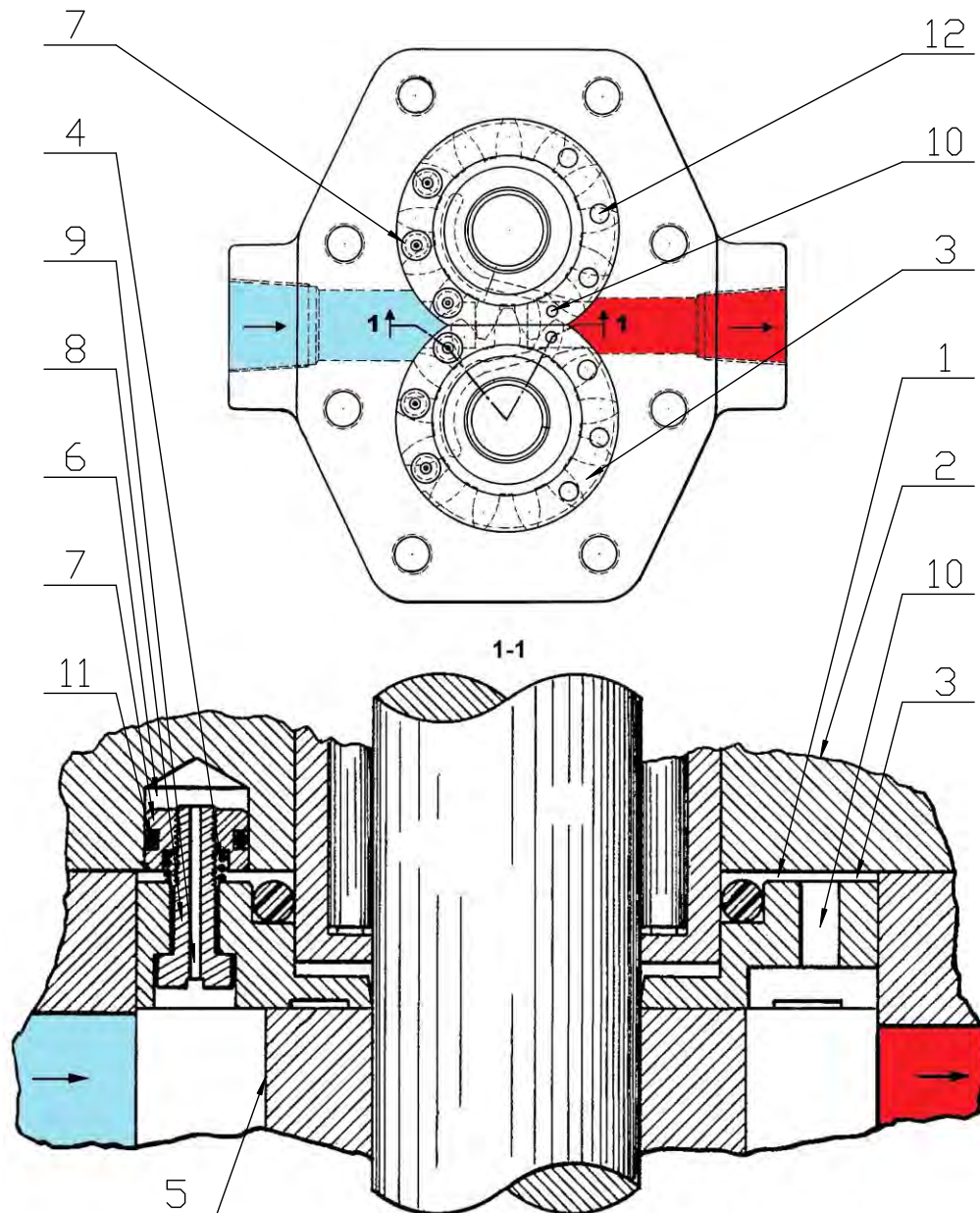


Rys. 2.11. Kompensacja szczeliny osiowej ze wzmocnionym uszczelnieniem według patentu US4281974 [86]:

1 – pierścień uszczelniający, 2 – płyta dociskowa, 3 – obszary zamknięte fragmentem pierścienia uszczelniającego, 4 – otwory łączące obszary 3 ze stroną ssawną pompy, 5 – wzmocnienia zwiększające wytrzymałość pierścienia oraz zapewniające lepsze pozycjonowanie, 6 – otwór doprowadzający ciecz ze strony tłocznej pompy

Problem nierównomiernego docisku korpusu łożyska do powierzchni czołowej kół zębanych zauważono niedługo po zastosowaniu kompensacji szczeliny osiowej w pierwszych

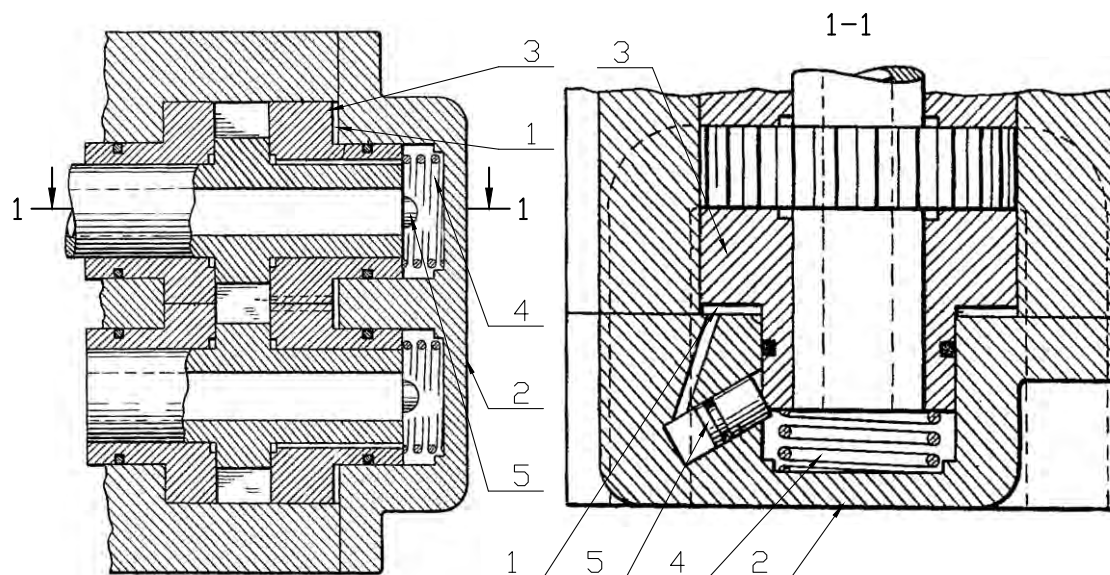
pompach. Pojawiły się propozycje konstrukcji o równomiernym docisku. Przykładem takiego rozwiązania jest pompa opisana w patencie US3057303 (rys. 2.12) [87]. Innowacyjność tego rozwiązania polega na wprowadzeniu systemu kanałów w płytach dociskowych, przez które ciecz z układu tłoczenia jest kierowana pomiędzy płytę a powierzchnie czołowe kół zębatach oraz zastosowanie tłoczków 7. Mają one zapewnić odpowiedni i równomierny docisk korpusów łożysk na całej powierzchni kompensacji osiowej.



Rys. 2.12. Kompensacja luzów osiowych wg patentu nr 3057303 [87]: 1 – przestrzeń kompensacyjna, 2 – korpus pompy, 3 – płyta oporowa, 4 – sprężyna, 5 – koło zębate, 6 – przestrzeń na tłoczek 7, 7 – tłoczek, 8 – trzon, 9 – otwór w trzonie, 10 – fragment układu kanałów doprowadzających ciecz do przestrzeni kompensacyjnej 1, 11 – uszczelnienie tłoka 7

Inne rozwiązanie dotyczące problemu równomierności docisku korpusów łożysk przedstawiono w patencie US2822759 (rys. 2.13) [88]. Wymuszenie odpowiedniego położenia korpusów łożysk zapewnia tłoczek 5 umieszczony pod takim kątem, aby zapewnić

równomierny docisk. Autorzy patentu wskazują na brak odpowiedniego docisku korpusów łożysk ze względu na zbyt niskie ciśnienie tłoczenia, co ma miejsce np. przy rozruchu. Problem ten rozwiązano stosując sprężyny 5, które zapewniają wstępny docisk. Przy wyższych ciśnieniach tłoczenia ciecz doprowadzona do przestrzeni kompensacyjnej z komory tłocznej pompy jest wystarczająca do wygenerowania wymaganej siły.



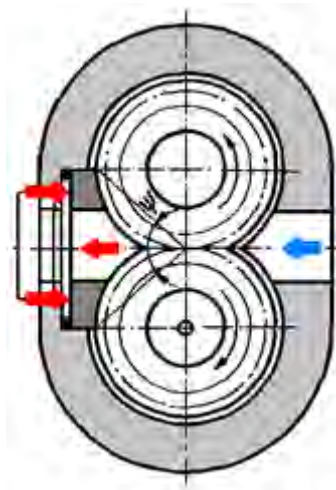
Rys. 2.13. Kompensacja luzów osiowych wg patentu nr US2822759 [88]: 1 – przestrzeń kompensacyjna, 2 – korpus pompy, 3 – płyta oporowa, 4 – sprężyna, 5 – tłoczek

2.7.2. Kompensacja luzów promieniowych

Rozwój pomp zębatych w kierunku wyższych sprawności objętościowych wymagał od konstruktorów pomp kolejnych innowacji. Zwrócono uwagę na luz promieniowy i opracowano rozwiązania jego kompensacji. Zaproponowane rozwiązania skupiają się na ograniczeniu szczeliny w bliskiej okolicy otworu tłocznego. Wzrost sprawności objętościowej związany z zastosowaniem kompensacji promieniowej nie jest tak spektakularny jak w przypadku kompensacji szczeliny osiowej. W pracach [20], [58] wykazano, że szczelina promieniowa w znacznie mniejszym stopniu wpływa na sprawność pomp zębatych. Dodatkowo w pracy [33] wskazano na zwiększenie emisji poziomu ciśnienia akustycznego o 10dB dla pomp z kompensacją promieniową. Obciążenie łożyska siłą od ciśnienia jest w tym przypadku stosunkowo nieduże, lecz w skutek skokowego narostu jest głównym źródłem drgań dźwiękotwórczych powstających w pompie.

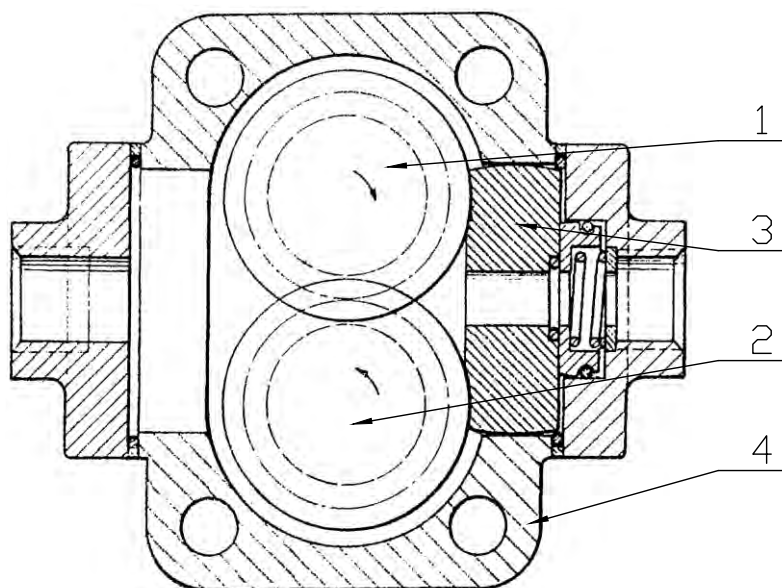
Poniżej przedstawiono szereg starszych rozwiązań kompensacji promieniowej oraz nowe konstrukcje pomp z kompensacją obwodową.

Zasadę działania kompensacji szczeliny promieniowej ilustruje rysunek 2.14. Ruchoomy element znajdujący się w otworze tłocznym, obciążony jest ciśnieniem tłoczenia. Powierzchnię, na którą oddziałuje ciśnienie dobrano w taki sposób, aby powstała siła dociskająca element doszczelniający, w kierunku kół zębatych. Powoduje to zmniejszenie szczeliny pomiędzy wspomnianym elementem, a wierzchołkami zębów koła zębatego.

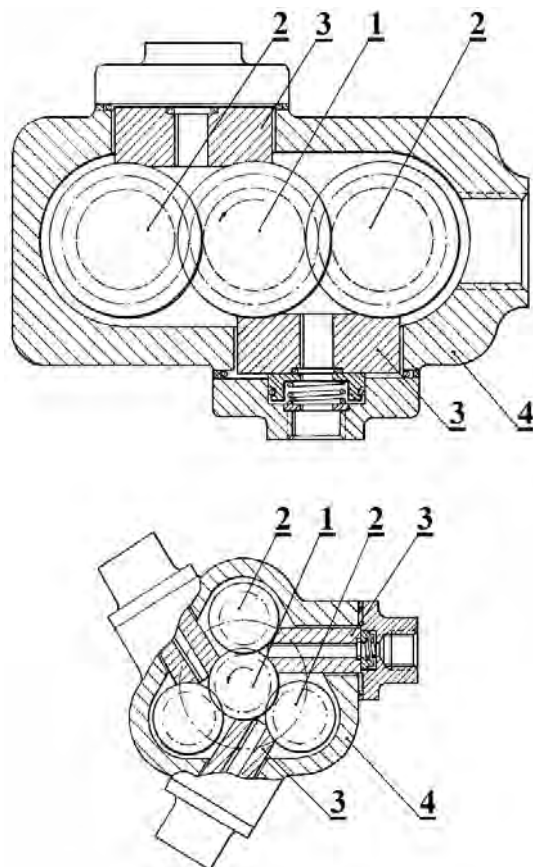


Rys. 2.14. Kompensacja szczeliny promieniowej

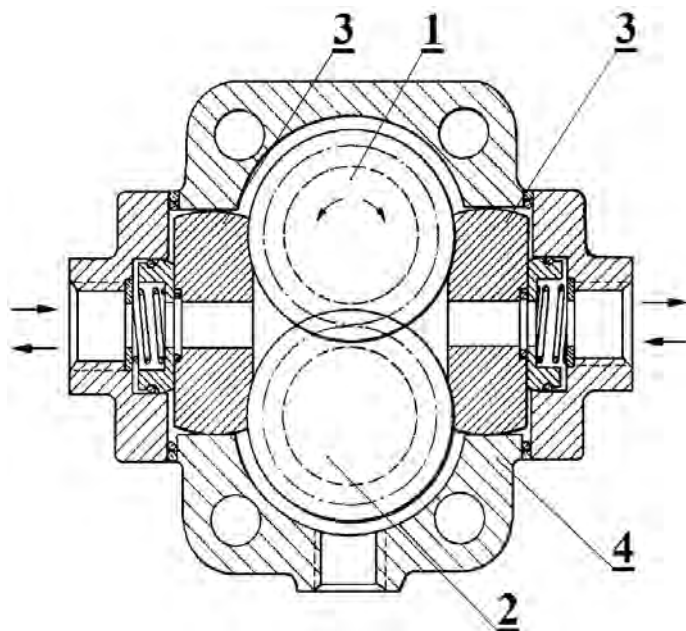
Przykład pompy z kompensacją promieniową rmy Otto Eckerle wg patentu US3472170 [89] przedstawiono na rysunkach 2.16 i 2.17. W patencie opisano tego typu kompensację zarówno w pompach konwencjonalnych (rys. 2.15), w konstrukcjach wielostrumieniowych (rys. 2.16) i dwustronnego działania (rys. 2.17). Elementom kompensującym często towarzyszą sprężyny oraz elementy ograniczające ruch części kompensującej szczelinę promieniową. Takie rozwiązanie opisuje patent US3597131 [90] (rys. 2.18). Sprężyny zapewniają docisk podczas rozruchu. Podczas normalnej operacji główny docisk zapewnia ciecz pod ciśnieniem tłoczenia. Siła wypadkowa jest sumą sił pochodzących od sprężyn i ciśnienia. Elementy ograniczające przemieszczenie kompensacji minimalizują zużycia kompensacji i wierzchołków zębów.



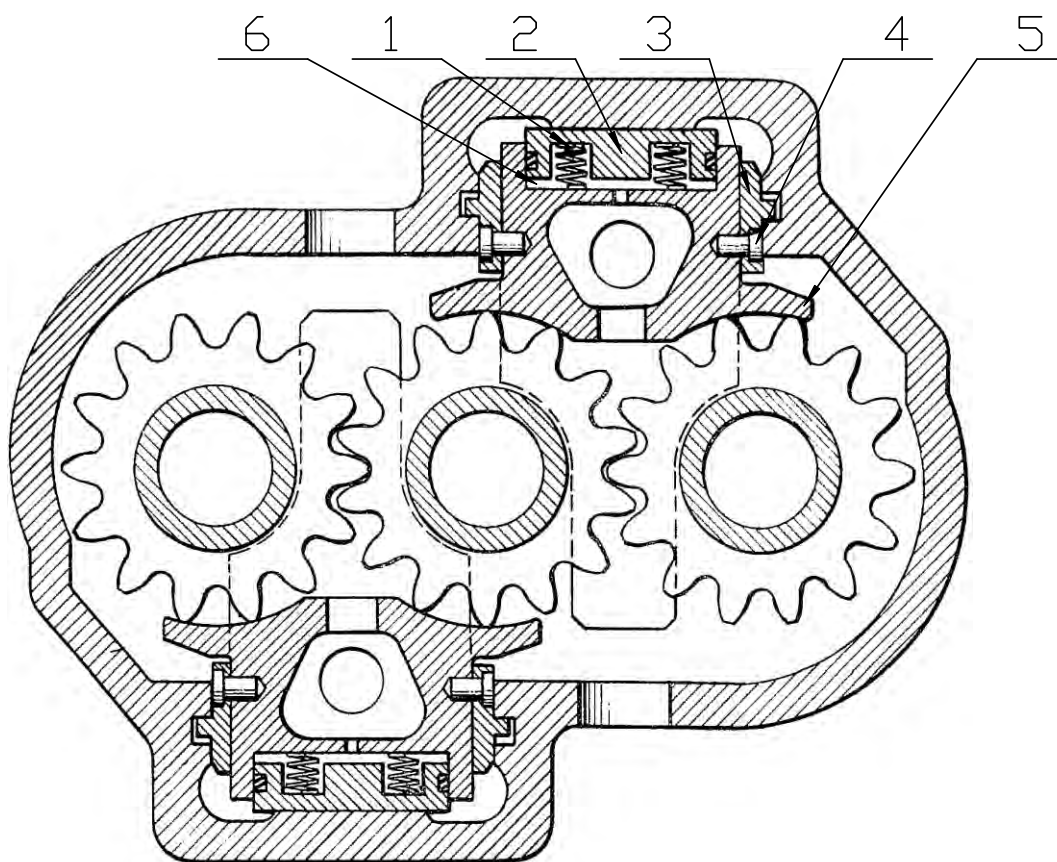
Rys. 2.15. Kompensacja szczeliny promieniowej wg patentu US3472170 [89] rmy Otto Eckerle dla pompy konwencjonalnej. 1 – czynne koło zębate, 2 – bierne koło zębate, 3 – ruchomy element kompensujący luz promieniowy, 4 – korpus pompy



Rys. 2.16. Pompy z kompensacją szczeliny promieniowej wg patentu nr US3472170 [89] rmy Otto Eckerle:
a) pompa dwustrumieniowa, b) pompa trójstrumieniowa; 1 – koło czynne, 2 – koło bierne, 3 – ruchomy element kompensujący luz promieniowy, 4- korpus pompy



Rys. 2.17. Pompa zębata dwustronnego działania z kompensacją szczeliny promieniowej wg patentu nr US3472170 [89] rmy Otto Eckerle: 1 – koło czynne, 2 – koło bierne, 3 – ruchomy element kompensujący luz promieniowy, 4- korpus pompy



Rys. 2.18. Pompa zębata z kompensacją szczeliny promieniowej wg patentu nr US3597131 [90]: 1 – sprężyna, 2 – element oporowy, w którym osadzone są sprężyny, 3 – element ograniczający ruch części kompensującej luz, 4 – śruba mocująca, 5 – element kompensujący mechanicznie luzy promieniowe, 6 – przestrzeń kompensująca

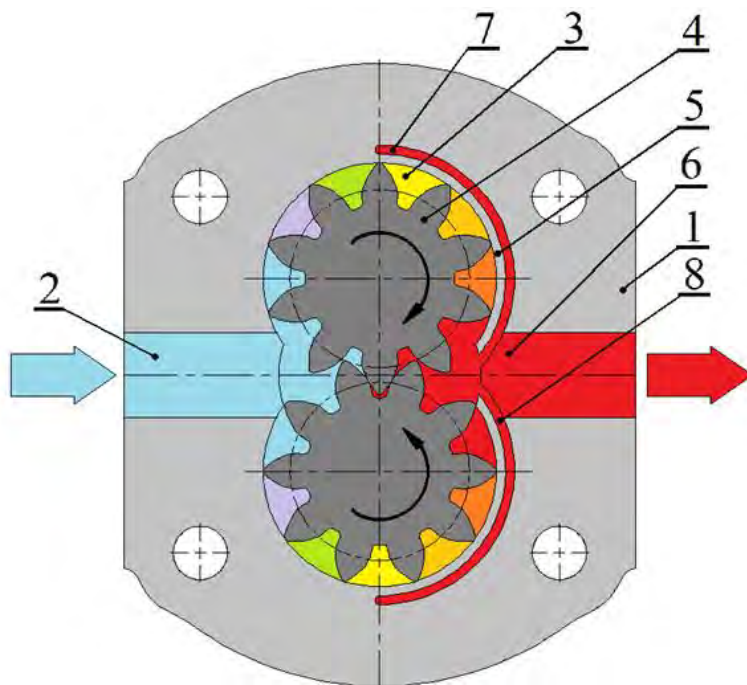
2.7.3. Kompensacja luzów obwodowych

Luz promieniowy występuje na całym obwodzie koła zębatego, a jego wartość jest zmienna ze względu na przemieszczenie kół zębatych w kierunku strony ssawnej pompy w granicach luzów łożyskowych. W konwencjonalnych pompach szczelina przybiera kształt sierpa rozszerzającego się w kierunku strony tłocznej. Jest ona przykładem szczeliny o jednej ścianie stałej i jednej ruchomej, poruszającej się przeciwnie do kierunku spadku ciśnienia. Jest to korzystne, ponieważ powoduje zmniejszenie przecieków związanych z różnicą ciśnień na krańcach szczeliny. Wpływ ruchu ścianki na przepływ w szczelinie obwodowej został opisany w podrozdziale 2.4. Kompensacja luzu promieniowego na całym obwodzie kół zębatych nazywana jest obwodową. Poniżej przedstawiono przykłady rozwiązań kompensacji luzów obwodowych.

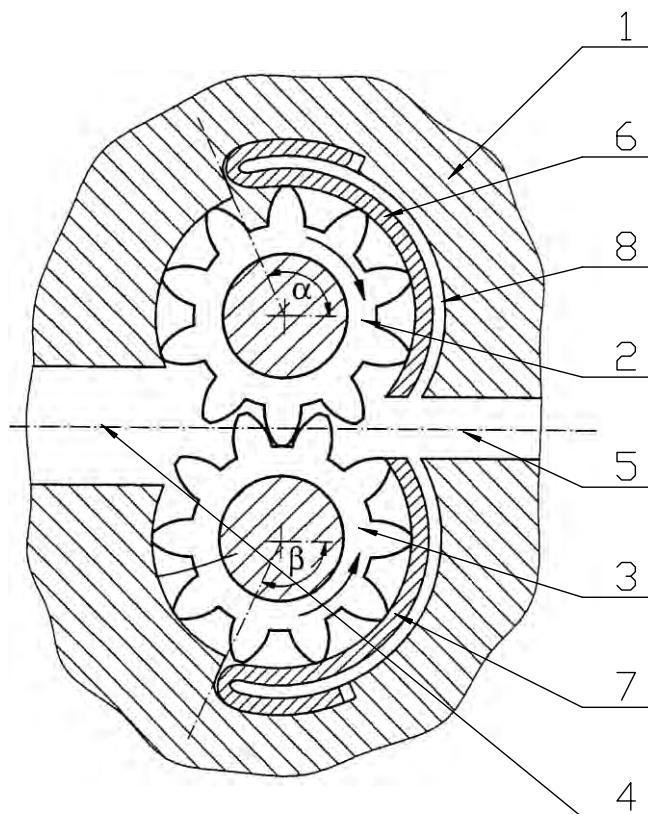
Podobnie jak w przypadku kompensacji luzów osiowych i promieniowych, do kompensacji luzów obwodowych najczęściej wykorzystuje się ciśnienie ze strony tłocznej, które oddziałuje na dodatkowe elementy konstrukcyjne, mogące przemieszczać się pod wpływem tego oddziaływania, minimalizując wysokość szczeliny. Poniżej przedstawiono szereg rozwiązań konstrukcyjnych kompensacji obwodowej.

Idea kompensacji obwodowej zawartej w patencie PL221099 (rys. 2.19) [91] polega na wykonaniu trójelementowego korpusu. Zewnętrzne części zawierają korpusy łożysk ślizgowych. Środkowa część o szerokości kół zębatach, zawiera kanał o kształcie łuku. Kompensację tworzą dwa podatne elementy, które mogą przemieszczać się niezależnie. Oba elementy kompensujące obciążone są dwiema siłami. Pierwsza wynika z oddziaływania ciśnienia tłoczenia, które oddziałuje na zewnętrzną powierzchnię. Druga siła wynika z narostu ciśnienia oddziałującego po stronie wewnętrznej kompensacji. Do prawidłowego działania kompensacji wymagane jest by wypadkowa sił była większa od zera i była zwrócona w kierunku kół zębatach.

W powyższym rozwiązaniu wargi kompensujące są symetryczne względem osi przechodzącej przez otwory ssawny i tłoczny. Patent DE102006034386B4 [92] przedstawia rozwiązanie o asymetrycznych wargach (kąt opasania α i β). Elementy kompensujące nie są integralną częścią korpusu (rys. 2.20). Wykonanych jako osobne elementy.

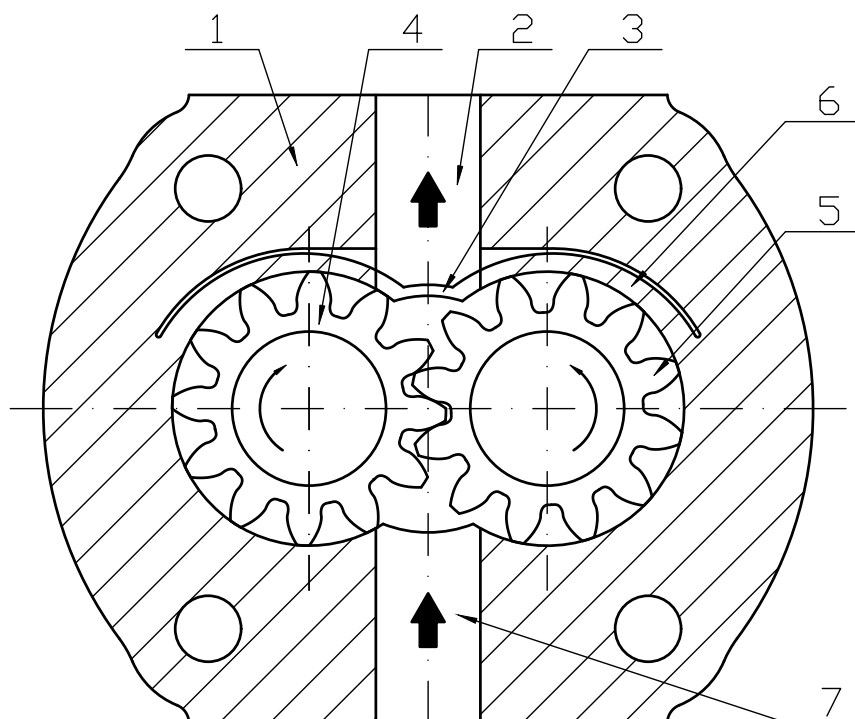


Rys. 2.19. Przekrój przez korpus środkowy pompy z kompensacją luzów obwodowych wg patentu PL221099 [91]: 1 – korpus środkowy pompy, 2 – kanał ssawny, 3 – przestrzeń międzyzębna, 4 – koła zębate, 5 – wargi kompensujące luz obwodowy, 6 – kanał tłoczny, 7 – zatoka wysokociśnieniowa, 8 – kanał łączący zatokę wysokociśnieniową z przestrzenią tłoczną [58]



Rys. 2.20. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym z regulowaną kompensacją szczeliny obwodowej wg patentu DE102006034386B4 [92]. 1 – korpus pompy, 2 – koło czynne, 3 – koło bierne, 4 – kanał ssawny, 5 – kanał tłoczny, 6 – ruchomy element kompensujący luz obwodowy dla koła czynnego, 7 – ruchomy element kompensujący luz obwodowy dla koła biernego, 8 – kanał doprowadzający ciecz pod ciśnieniem nad element kompensujący

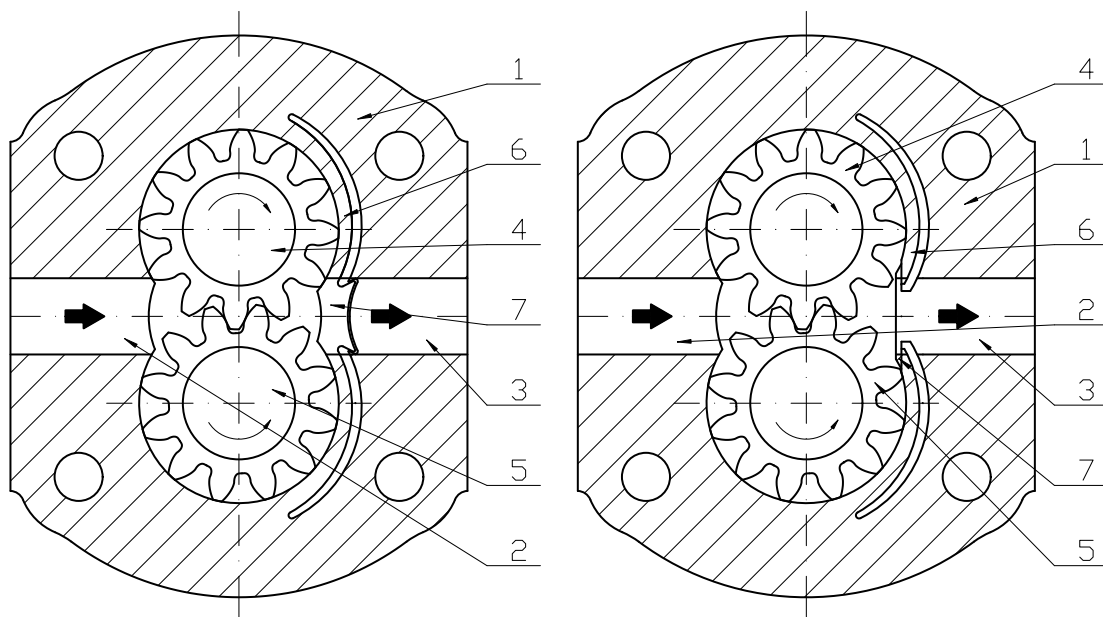
W celu uniknięcia współpracy wewnętrznej powierzchni kompensacji z wierzchołkami zębów kół zębatach można zastosować połączenie warg kompensujących jak przedstawiono to w rozwiązaniu wg patentu PL223649 [93] (rys. 2.21). Jest to kompensacja o budowie zespolonej.



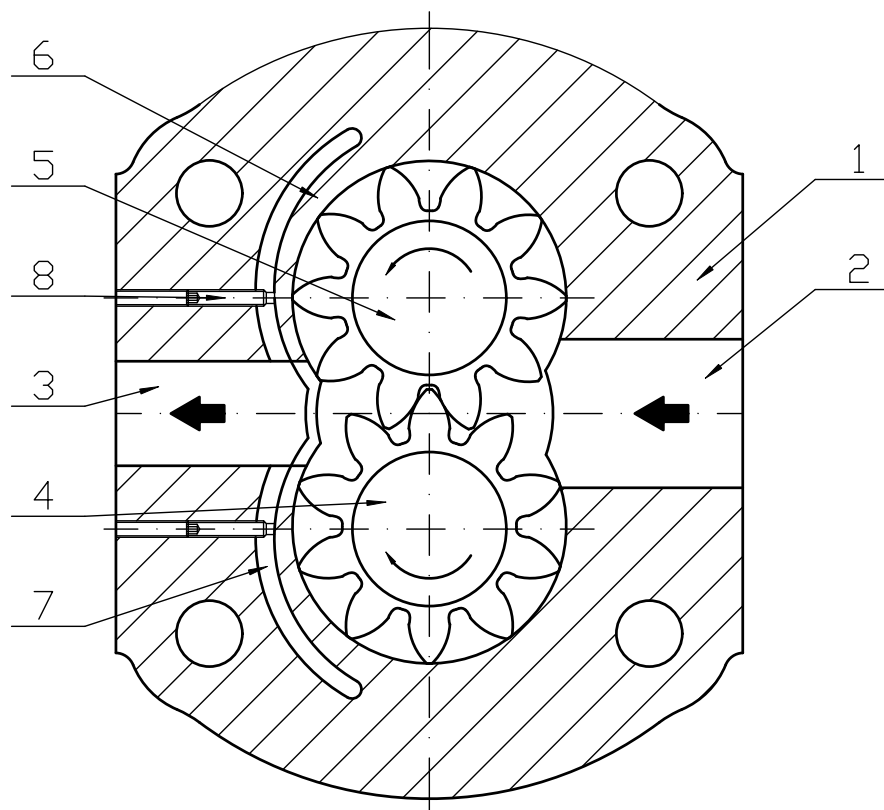
Rys. 2.21. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym z regulowaną kompensacją szczeliny obwodowej wg patentu PL223649 [93]. 1 – korpus, 2 – kanał tłoczny, 3 – łącznik, 4 – koło czynne, 5 – koło bierne, 6 – ruchomy element kompensujący luz obwodowy, 7 – kanał ssawny

Ograniczenie przemieszczenia kompensacji można uzyskać również poprzez ograniczniki opisane w rozwiązaniu patentowym PL234070 [94]. Końcówka każdej z warg kompensacyjnych po przemieszczeniu (w granicach przyjętego przez projektanta luzu) opiera się o rant uniemożliwiając dalszy ruch (rys. 2.22). Ograniczniki mogą być również stosowane w kompensacji o budowie dzielonej.

Docisk kompensacji w kierunku wierzchołków zębów kół zębatach realizowany jest przez oddziaływanie ciśnienia tłoczenia na zewnętrzną powierzchnię kompensacji. Przy niskich ciśnieniach tłoczenia docisk może być niewystarczający by uzyskać optymalną kompensację. Rozwiązanie tego zagadnienia przedstawiono w patencie PL233989 [95] (rys. 2.23). Kompensacja dociśnięta jest wstępnie przez śruby lub sprężyny. Zapewnia to działanie kompensacji już przy rozruchu pompy.

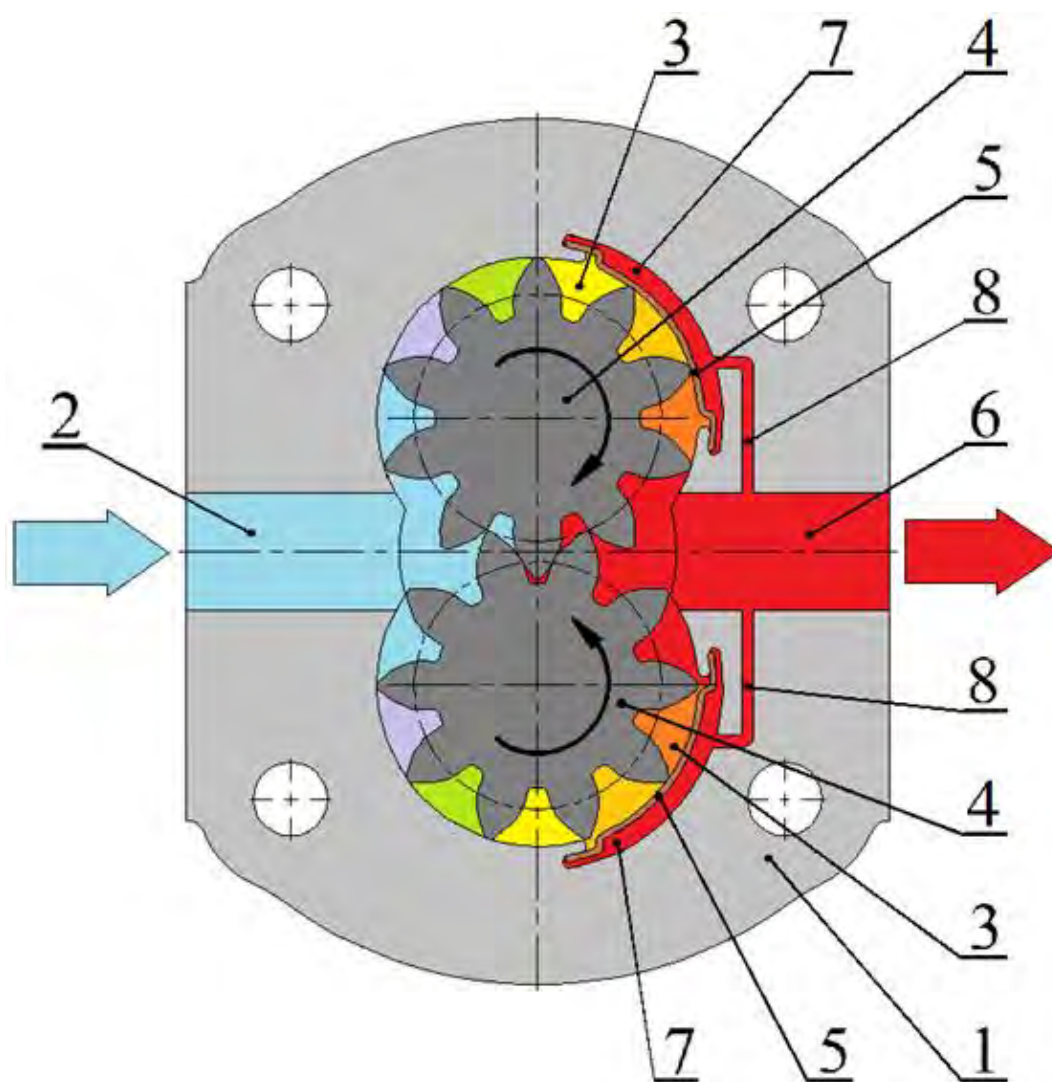


Rys. 2.22. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym kompensacją szczeliny obwodowej wg patentu PL234070 [94]. Kompensacja o budowie zespolonej (po lewej) oraz o budowie dzielonej (po prawej), z ogranicznikami przemieszczenia. 1 – korpus, 2 – kanał ssawny, 3 – kanał tłoczny, 4 – koło czynne, 5 – koło bierne, 6 ruchomy element kompensujący luz obwodowy, 7 – element ograniczający przemieszczenie kompensacji

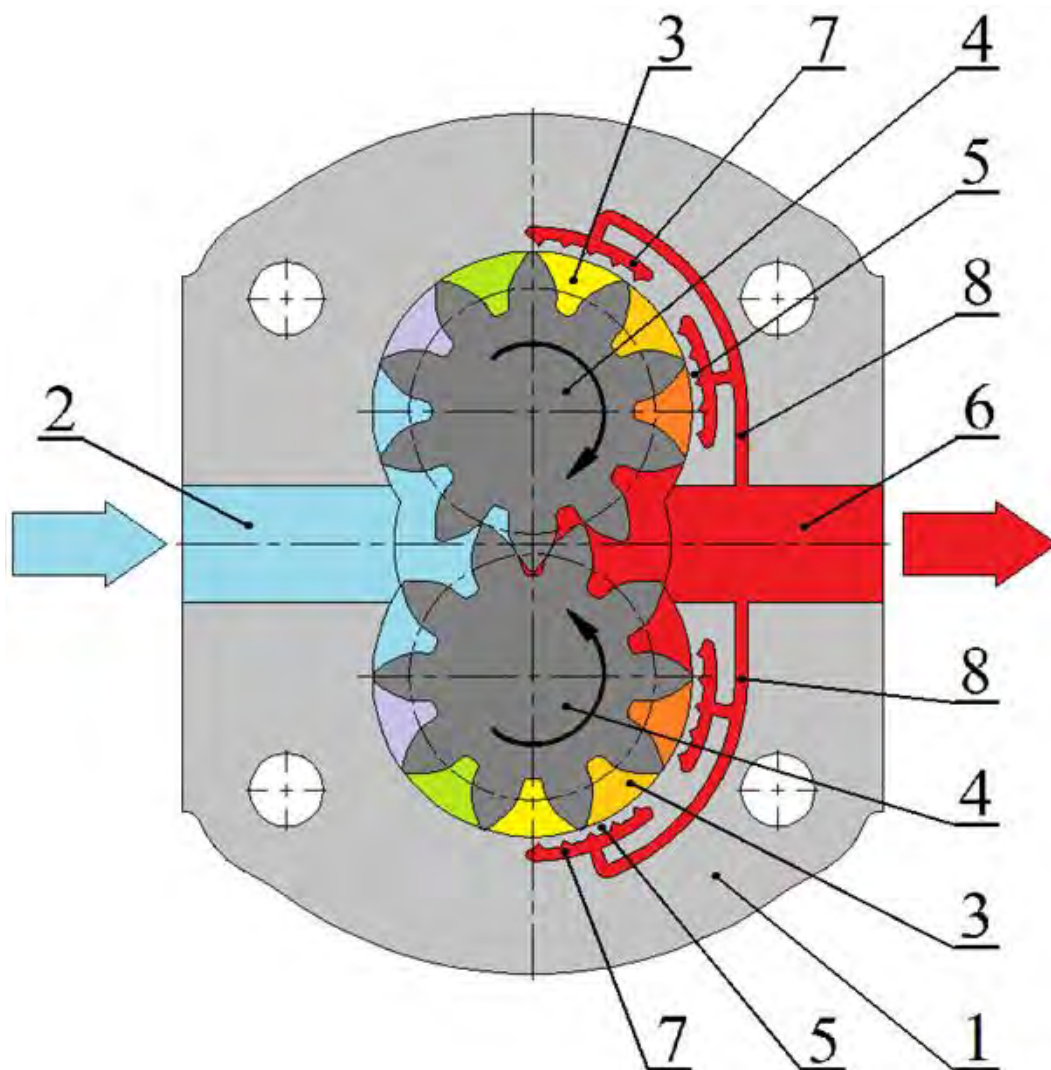


Rys. 2.23. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym z regulowaną kompensacją szczeliny obwodowej wg patentu PL233989 [95]. 1 – korpus, 2 – kanał ssawny, 3 – kanał tłoczny, 4 – koło bierne, 5 – koło czynne, 6 – ruchomy element kompensujący luz obwodowy, 7 – kanał doprowadzający ciecz z kanału tłoczego 3 nad kompensację, 8 – śruby wstępnego docisku kompensacji obwodowej

Kolejne rozwiązanie kompensacji szczeliny obwodowej przedstawia patent PL221128 [96]. Konstrukcja wedle wynalazku posiada komory wykonane w korpusie, które połączone są z otworem tłocznym. W tym wykonaniu liczba komór może być większa niż dwie. Przegroda tworząca komorę może być wykonana w dwojaki sposób. Może to być odrębny element (rys. 2.24) lub zintegrowany z korpusem (rys. 2.25). Ponownie pod wpływem ciśnienia tłoczenia przegroda ulega przemieszczeniu w kierunku kół zębatach zmniejszając szczelinę obwodową.

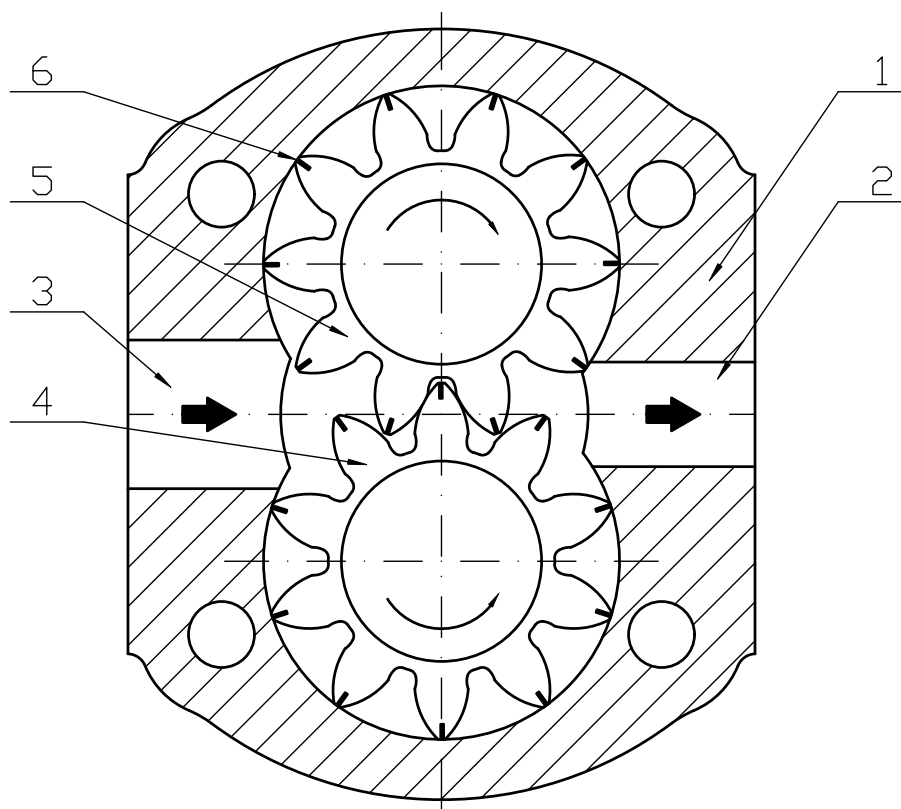


Rys. 2.24. Kompensacja szczeliny obwodowej wg patentu PL221128 [96]: 1 – korpus środkowy pompy, 2 – kanał ssawny, 3 – przestrzeń między zębna, 4 – koła zębata, 5 – elastyczna przegroda kompensująca luz obwodowy, 6 – kanał tłoczny, 7 – komora wysokociśnieniowa, 8 – kanał łączący komorę wysokociśnieniową z przestrzenią tłoczną [58]



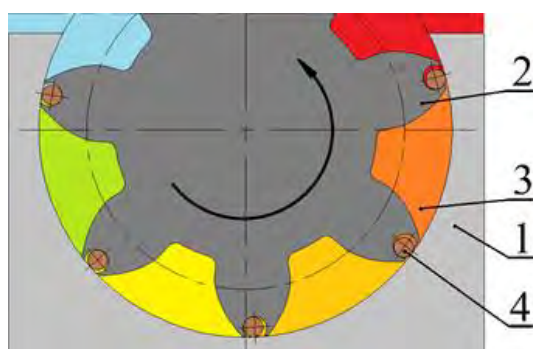
Rys. 2.25. Kompensacja szczeliny obwodowej wg patentu PL221128 [96]: 1 – korpus środkowy pompy, 2 – kanał ssawny, 3 – przestrzeń międzyzębna, 4 – koła zębate, 5 – elastyczna przegroda kompensująca luz obwodowy, 6 – kanał tłoczny, 7 – komora wysokociśnieniowa, 8 – kanał łączący komorę wysokociśnieniową z przestrzenią tłoczną [58]

Ciekawe rozwiązanie kompensacji szczeliny obwodowej opisano w zgłoszeniu patentowym PL397540 (rys. 2.26) [97]. W wierzchołkach zębów umieszczono uszczelnienia przypominające łopatki stosowane w pompach łopatkowych. Uszczelki występują na całej szerokości zęba. Ich zadaniem jest uszczelnienie szczeliny obwodowej uniemożliwiając przeciek pomiędzy przestrzeniami międzyzębnymi.

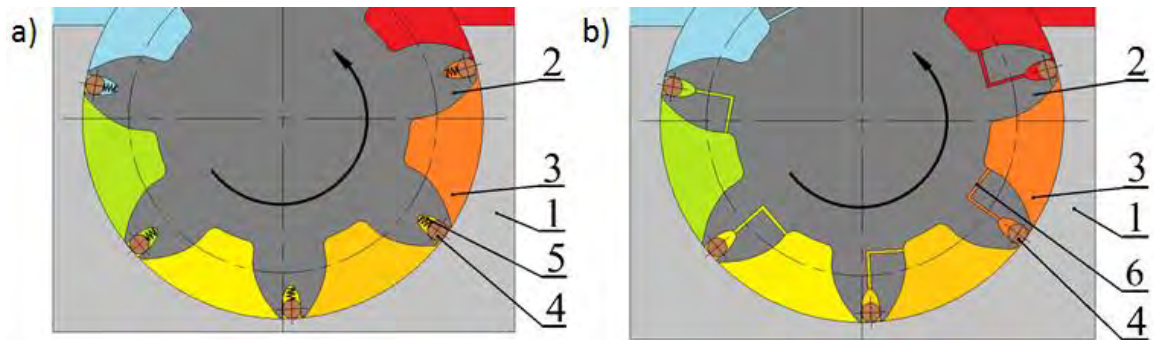


Rys. 2.26. Kompensacja szczeliny obwodowej wg zgłoszenia patentowego PL397540 [97] . 1 – korpus, 2 – kanał ssawny, 3 – kanał tłoczny, 4 – koło bierne, 5 – koło czynne, 6 – uszczelnienie

Rozwiązanie o podobnej idei opisuje patent PL221127 [98]. W podstawowym wariantcie w wierzchołku zęba umieszczono elementy uszczelniające w kształcie walca (rys. 2.27). W pozostałych wariantach uszczelnienie jest dodatkowo dociskane sprężyną lub ciśnieniem doprowadzonym z przestrzeni międzyczębnej o wyższym ciśnieniu niż w uszczelnianej szczelinie (rys. 2.28).

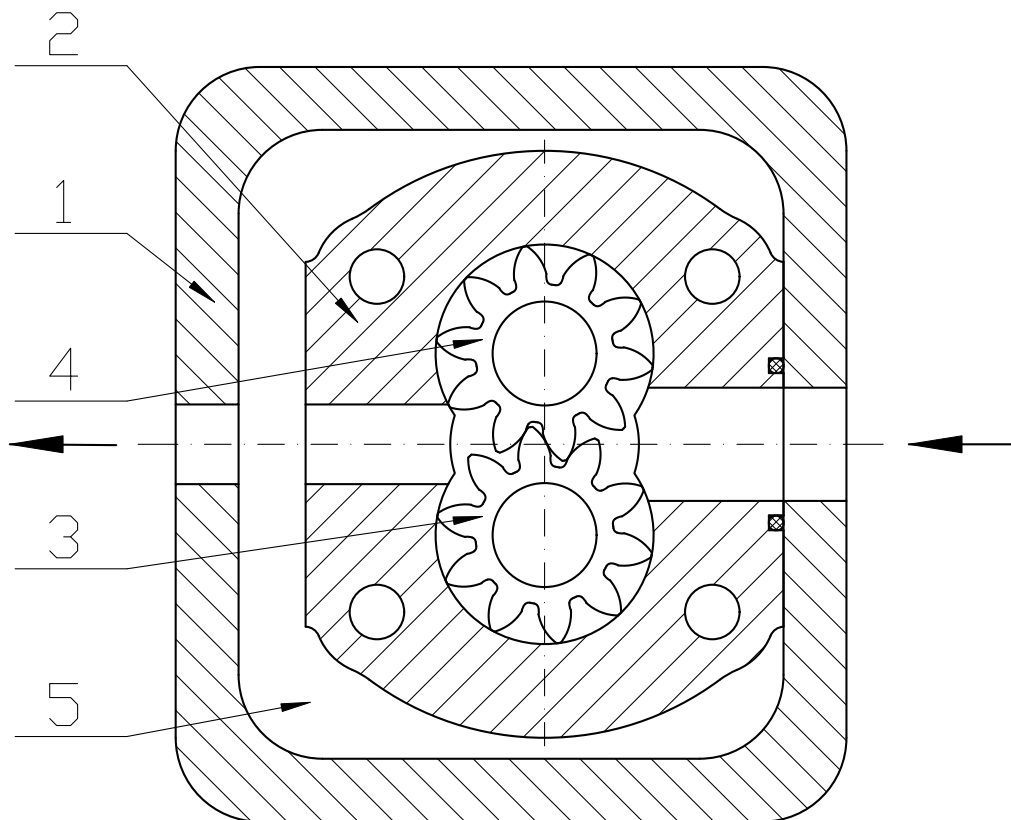


Rys. 2.27. Warianty kompensacji szczeliny obwodowej wg patentu PL221127 [98]: 1 – korpus środkowy pompy, 2 – koło zębate, 3 – przestrzeń między zębna, 4 – wałeczek kompensujący luz obwodowy, 5 – łopatk kompensująca luz obwodowy [58]



Rys. 2.28. Wariant kompensacji szczeliny obwodowej wg patentu PL221127 [98]: 1 – korpus środkowy pompy, 2 – koło zębate, 3 – przestrzeń międzyzębna, 4 – waleczek kompensujący luz obwodowy, 5 – sprężyna, 6 – kanał ciśnieniowy [58]

W celu uzyskania kompensacji na pełnym obwodzie wewnętrznej krawędzi korpusu można umieścić pompę w drugim korpusie tak jak pokazano to w rozwiązaniu według zgłoszenia patentowego P.443079 [99]. Podstawowy korpus pompy, w którym znajduje się komora robocza, pełni rolę korpusu wewnętrznego osadzonego w korpusie zewnętrznym. Pomiędzy tymi dwoma korpusami znajduje się przestrzeń, do której dopływa ciecz z komory tłocznej. Ciśnienie cieczy w tej przestrzeni działa na ściany korpusu wewnętrznego, powodując jego odkształcenie. W wyniku tego odkształcenia zmniejsza się szczelina pomiędzy wierzchołkami zębów kół zębatach a wewnętrznymi ściankami korpusu, co prowadzi do automatycznej kompensacji luzu obwodowego.



Rys. 2.29. Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją obwodową wg zgłoszenia patentowego P.443079 [99]: 1 – korpus zewnętrzny, 2 – korpus wewnętrzny, 3, 4 – koła zębate, 5 – przestrzeń kompensacji obwodowej

Znaczna większość przedstawionych rozwiązań patentowych z kompensacją luzów obwodowych powstała podczas realizacji projektu badawczego nr 1479/B/T02/2010/38 – „Pompa zębata z kompensacją luzu obwodowego”, nr POIG.01.04.0004345/13 „Opracowanie innowacyjnych pomp zębatych o obniżonym poziomie emisji akustycznej” oraz PBS3/A6/22/2015 realizowanego w ramach III edycji Programu Badań Stosowanych w ścieżce A, pt.: „Opracowanie konstrukcji wysokociśnieniowych pomp zębatych”. Wymienione projekty realizowano w Laboratorium Napędów Hydraulicznych i Wibroakustyki Maszyn znajdującego się na Politechnice Wrocławskiej w katedrze Eksploatacji Systemów Technicznych.

3. CEL PRACY

Zagadnienie szczelności wewnętrznej pomp zębatych jest badane od początków ich wykorzystania, o czym świadczą patenty w tym obszarze wskazane w przeglądzie literatury i datowane na wczesne lata XX wieku. Na przestrzeni lat dążono do uzyskania coraz wyższych ciśnień tłoczenia przy jednoczesnym wzroście sprawności objętościowej. Współczesne badania wskazują na rosnącą tendencję w kierunku rozwoju zaawansowanych metod umożliwiających prognozowanie wydajności i sprawności pomp zębatych w celu usprawnienia procesu projektowania. Metody te pozwalają na dokładniejsze przewidywanie parametrów pracy pomp i optymalizację ich konstrukcji, co w efekcie prowadzi do poprawy efektywności energetycznej i niezawodności jednostek zębatych.

Jednym z kluczowych parametrów decydującym o wielkości przecieków wewnętrznych są wysokości szczelin. Ze względu na warunki jakie występują w trakcie procesu tłoczenia pomiar tej wielkości jest bardzo trudny. W literaturze nie znaleziono tego typu badań. Zazwyczaj stosowane są pośrednie metody wyznaczania wysokości szczelin. Szeroko stosowana metoda wykorzystująca model dynamiczny pompy, który pozwala określić przemieszczenie kół zębatych i korpusów łożysk w wyniku działających obciążeń jest dokładnie opisana w literaturze [3], [9], [24], [25], [26], [29], [30], [31], [32], [34], [35], [56], [60], [61], [84], [100], [101], [102]. Wadą tej metody jest pominięcie deformacji korpusu pompy, pomimo, że jest to jeden z najistotniejszych czynników wpływających na wysokość szczeliny obwodowej, na co wskazują liczne opracowania cytowane w przeglądzie literatury [2], [12], [13], [22], [57], [73], [83], [103]. Naturalnym sposobem uzupełnienia tego brakującego fragmentu wydaje się wykorzystanie obliczeń numerycznych metodą elementów skończonych w celu określenia deformacji elementów pompy. Z przeprowadzonej analizy literatury wynika, że modele numeryczne pomp zębatych wykorzystujące MES, w ocenie autora, są opisane w sposób niewystarczający, by w powtarzalny sposób odtworzyć takie obliczenia dla innych jednostek o zbliżonym typie konstrukcji. W przeanalizowanych pracach często brakuje kluczowych informacji o przyjętych założeniach, obciążeniach, warunkach brzegowych i wartościach eksperymentalnej otrzymanych wyników. Po pierwsze, uniemożliwia to ich odtworzenie. Po drugie, brak eksperymentalnej wartości w warunkach rzeczywistych nie daje informacji o dokładności metody. Innym problemem, na który natrafiono w trakcie przeglądu literatury są niskie ciśnienia tłoczenia, dla których wykonano badania. Często wynika to z faktu, że takie jest właśnie przeznaczenie badanych pomp (np. pompy układów smarowania silników spalinowych, czy pompy wykonane z tworzyw sztucznych). Część z opracowań, na które powołano się w niniejszej pracy, dotyczy innych typów pomp zębatych niż te o zazębieniu zewnętrznym, co powoduje, że informacje zawarte w tych opracowaniach nie będą miały przełożenia na omawiany typ pomp. Kolejnym aspektem jest wielkość szczelin w pompach z kompensacją obwodową. Przeprowadzone rozpoznanie literatury nie wykazało obecności badań skupiających się bezpośrednio na tym zagadnieniu, co wskazuje na istnienie istotnej luki poznawczej w tym obszarze. W celu określenia efektywności działania układów kompensujących luz obwodowy, niezbędna jest wiedza o wielkości szczeliny obwodowej. Problem ten wymaga pogłębionej analizy zarówno w ujęciu teoretycznym, jak i eksperymentalnym.

Z przeprowadzonego rozpoznania literatury wyłania się problem naukowy polegający na braku metody określania wielkości szczeliny obwodowej w pompach o zazębieniu zewnętrznym w szerokim zakresie ciśnień roboczych z uwzględnieniem deformacji elementów pompy. W szczególności dotyczy to pomp zawierających kompensację obwodową.

W związku z powyższym jako główny cel pracy obrano opracowanie metody określania wysokości szczeliny obwodowej, w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym dla ciśnień tłoczenia sięgających 40 MPa, zarówno o konstrukcji klasycznej, jak i z kompensacją szczeliny obwodowej.

Określenie wysokości szczeliny obwodowej metodą bezpośrednią stanowi wyzwanie ze względu na warunki panujące wewnątrz pompy oraz problemy z zamontowaniem elementów pomiarowych. Pomiar wysokości szczeliny obwodowej wymagałby umieszczenia w wierzchołku zęba koła zębatego czujnika przemieszczenia zdolnego do pomiaru przemieszczeń rzędu setnych części milimetra. Przyrząd pomiarowy byłby wyeksponowany na działanie bardzo niekorzystnych warunków jak wysokie ciśnienie, ciecz o wysokiej temperaturze, tarcie współpracujących elementów. Wprowadzenie przyrządu pomiarowego bez wątplenia miałoby wpływ na wytrzymałość zęba, w którym umieszczono by przyrząd i mogłoby uniemożliwić wykonanie pomiaru dla wysokich ciśnień sięgających 40 MPa. Wyzwanie stanowiłoby również uszczelnienie wspomnianego obszaru, ze względu wykonywany ruch obrotowy kół zębatych. Istnieje uzasadnione podejrzenie, że wprowadzony przyrząd pomiarowy mógłby spowodować pogorszenie szczelności wewnętrznej pompy, co neguje istotę całego zadania. Z powyższych powodów przyjęto, że opracowana metoda określenia wysokości szczeliny obwodowej będzie wykorzystywać narzędzia komputerowego wspomagania prac inżynierskich (ang. Computer Aided Engineering), które są powszechnie stosowane w procesie projektowania i wytwarzania. W szczególności zastosowane zostaną narzędzia bazujące na metodzie elementów skończonych.

Opracowana metoda pozwoli na wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej w pompach konwencjonalnych i zawierających kompensację szczeliny obwodowej na drodze obliczeń numerycznych z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Wektoryzacja modelu numerycznego zostanie przeprowadzona w oparciu o pomiary odkształceń korpusu pompy metodą tensometrii rezystancyjnej oraz pomiary momentu obrotowego na wale koła czynnego. Parametry hydrauliczne pompy zostaną określone w trakcie badań stanowiskowych. Prace zostaną przeprowadzone dla pompy konwencjonalnej, która będzie stanowić punkt referencyjny, oraz dla pompy z kompensacją szczeliny obwodowej.

W związku z powyższy określono następujące cele szczegółowe:

- Opracowanie konstrukcji wysokociśnieniowej pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją szczeliny obwodowej o budowie zespolonej.
- Opracowanie modeli numerycznych pomp KPF1 i WTFD.
- Przeprowadzenie badań stanowiskowych parametrów hydraulicznych i mechanicznych w celu wyznaczenia charakterystyk statycznych pomp KPF1 i WTFD przy jednoczesnym pomiarze odkształceń korpusu pompy w celu wektoryzacji opracowanych modeli numerycznych.

-
- Wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej w pompach KPF1 i WTFD.
 - Opracowanie modelu analitycznego kompensacji obwodowej o budowie zespołowej.

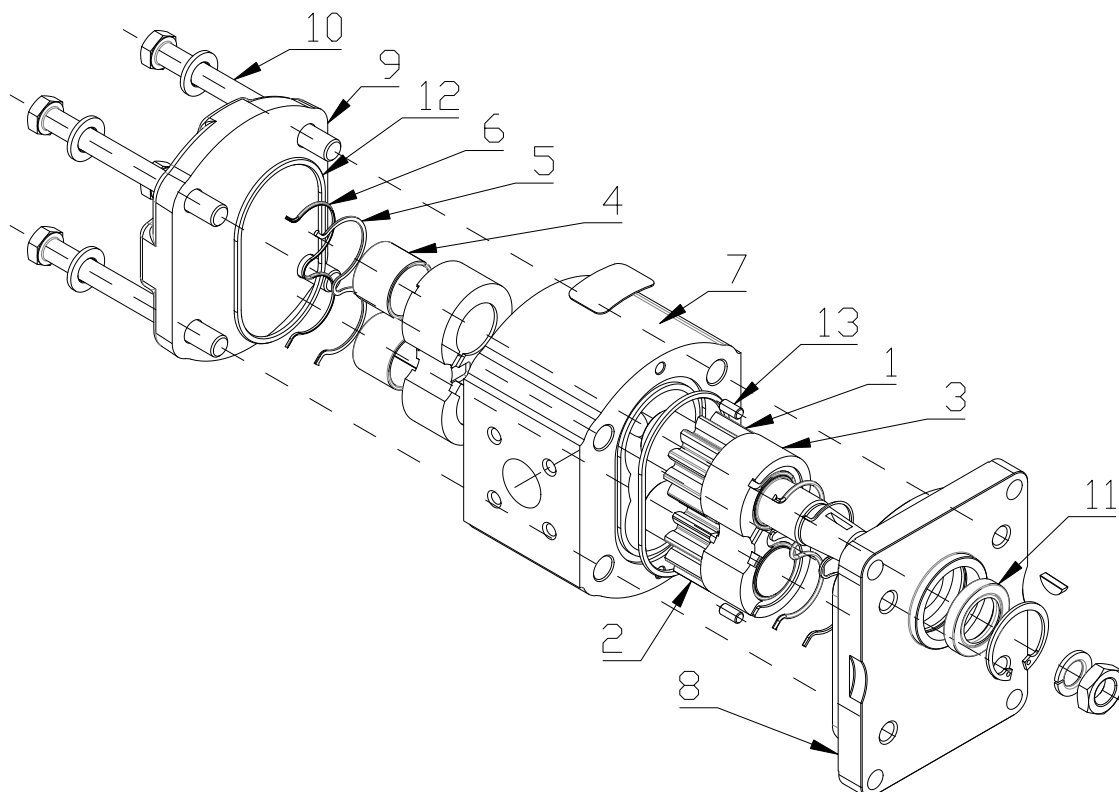
4. OBIEKTY BADAŃ

4.1. Pompa zębata typu KPF1

Jako jednostkę referencyjną wybrano pompę serii KPF1 produkcji Hydrotor o wydajności właściwej $24 \text{ cm}^3/\text{obr.}$. Konstrukcja pompy została opracowana w Laboratorium Napędów Hydraulicznych i Wibroakustyki Maszyn, Katedry Eksploatacji Systemów Technicznych Wydziału Mechanicznego Politechniki Wrocławskiej w kooperacji z firmą HYDROTOR S.A. w ramach projektu p.t. „Opracowanie konstrukcji wysokociśnieniowych pomp zębatych” realizowanego w ramach Programu Badań Stosowanych w ścieżce A, Umowa Nr PBS3/A6/22/2015. Konstrukcja bazuje na pompie typu 3PZ4. W stosunku do jednostki bazowej wprowadzono szereg zmian, które pozwoliły na uzyskanie wysokich ciśnień tłoczenia sięgających 40 MPa. Wymieniona pompa jest jednostką konwencjonalną. Budowę pompy przedstawiono na rysunku 4.1. Koła zębate czynne 1 i bierne 2 osadzone są w zespołach łożyskowych składających się z korpusów łożysk 3 i tulejek ślizgowych 4. Zespół łożyskowy może przemieszczać się kierunku równoległym do osi obrotu kół zębatych (tzw. łożyska pływające). Pompa wyposażona jest w kompensację szczeliny osiowej. Powierzchnia kompensacji, na którą oddziałuje ciśnienie tłoczenia, ograniczona jest uszczelnieniem 5 i pierścieniem oporowym 6. Koła zębate i zespoły łożyskowe umieszczone są w korpusie 7 zamkniętym płytą przyłączeniową 8 i pokrywą 9. Elementy pompy połączone są śrubami 10. Szczelność zewnętrzną zapewnia pierścień uszczelniający typu Simmering 11 oraz pierścień uszczelniający typu O-ring 12. Prawidłowe położenie korpusu względem płyty przyłączeniowej gwarantują kołki ustalające 13. Napęd przekazywany jest poprzez połączenie wpustowe.

W stosunku do pompy 3PZ4 zmiany uległy:

- koła zębate – charakteryzują się większą liczbą zębów, mniejszą średnicą wierzchołkową, większą szerokością wierzchołka zęba oraz fazowaniem wierzchołka zęba (wg patentu nr PL230846 [104]),
- korpus – dostosowany do z kowanych kół zębatych,
- korpusy łożysk – dostosowane do z kowanych kół zębatych,
- łożyska ślizgowe – pozwalające przenosić większe obciążenia wynikające z wyższych ciśnień roboczych.



Rys. 4.1. Pompa KPF1: 1 – czynne koło zębate, 2 – bierne koło zębate, 3 – korpus łożyska, 4 – tuleja ślizgowa, 5 – uszczelnienie kompensacji szczeliny osiowej, 6 – pierścień oporowy, 7 – korpus, 8 – płyta przyłączeniowa, 9 – pokrywa, 10 – śruba, 11 – pierścień uszczelniający typu Simmering, 12 – pierścień uszczelniający typu O-ring, 13 – kolek ustalający

W pompie KPF1 zastosowane koła zębate o zębach prostych z fazowaniem wierzchołka zęba. Tabeli 4.1 zawiera podstawowe parametry zazębienia.

Tabela 4.1. Podstawowe parametry kół zębatach pompy KPF1.

Ilość zębów z	12
Moduł m	3,5 mm
Kąt przyporu α_0	20°
Średnica wierzchołkowa d	49,8 mm

4.2. Pompa zębata typu WTFD o innowacyjnej konstrukcji kompensacji szczeliny obwodowej o budowie zespolonej

Konstrukcja pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją szczeliny obwodowej typu WTFD została opracowana w Laboratorium Napędów Hydraulicznych i Wibroakustyki Maszyn, Katedry Eksploatacji Systemów Technicznych Wydziału Mechanicznego Politechniki Wrocławskiej w kooperacji z firmą HYDROTOR S.A. w ramach

projektu p.t. „Opracowanie konstrukcji wysokociśnieniowych pomp zębatych” realizowanego w ramach Programu Badań Stosowanych w ścieżce A, Umowa Nr PBS3/A6/22/2015. Konstrukcja bazuje na klasycznej pompie typu 3PZ4.

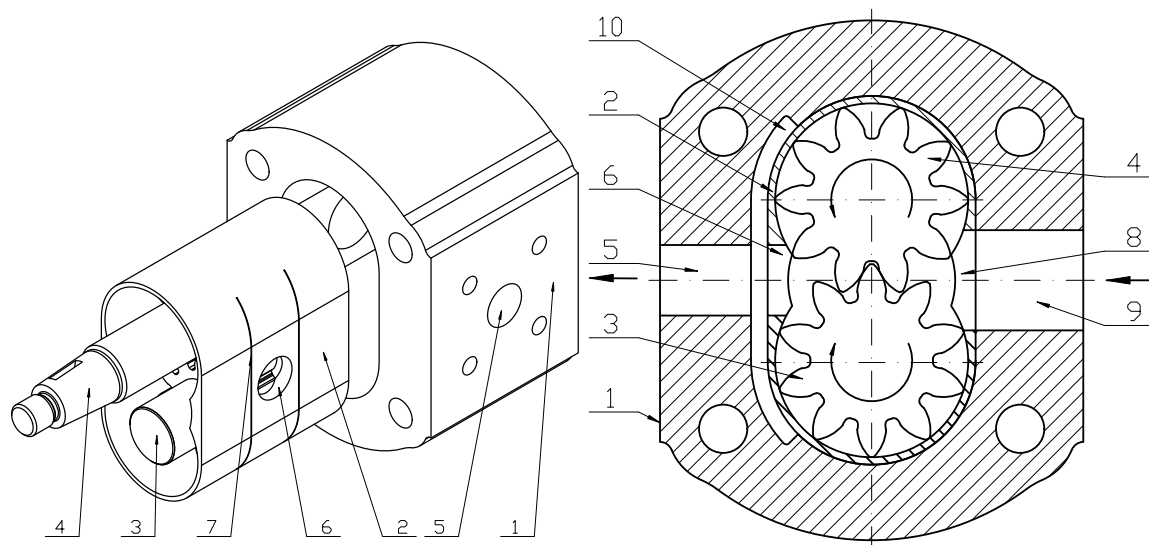
Wkład autora w rozwój pompy WTFD polegał na opracowaniu koncepcji kompensacji obwodowej o budowie zespolonej w formie dwuelementowego korpusu, jego zaprojektowanie i opracowaniem dokumentacji technicznej. Innowacyjne rozwiązanie zgłoszono do Urzędu Patentowego RP i zostało objęte ochroną patentową (patent nr PL230845 (rys. 4.2) [105]).

W stosunku do jednostki konwencjonalnej wprowadzono szereg zmian, które pozwoliły na uzyskanie wysokich ciśnień tłoczenia sięgających 40 MPa. Wysokociśnieniowa pompa zębata typu WTFD charakteryzuje się unikatową budową. Ideę rozwiązania przedstawiono na rys. 4.2. Korpus pompy składa się z tulei 2, umieszczonej w części zewnętrznej 1, której wymiary ograniczają komorę roboczą. W tulei wykonano otwór tłoczny 6 i ssawny 8, które łączą się z odpowiednimi otworami 5 i 9 w zewnętrznej części korpusu. Po stronie tłocznej w tulei wykonano dwa nacięcia 7, których rozstaw odpowiada szerokości kół zębatych. W zewnętrznej części korpusu po stronie tłocznej pompy, wykonane są przestrzenie 10. Ich szerokość również odpowiada szerokości kół zębatych. Po montażu tulei w zewnętrznej części korpusu, przestrzenie oraz obszar tulei pomiędzy nacięciami, tworzą kompensację luzu obwodowego. Ciecz robocza znajdująca się w tych przestrzeniach oddziałuje na fragment tulei pomiędzy nacięciami, który pod wpływem ciśnienia panującego w króćcu tłocznym odkształca się i zmniejsza szczelinę występującą pomiędzy tuleją, a wierzchołkami zębów kół zębatych 3 i 4.

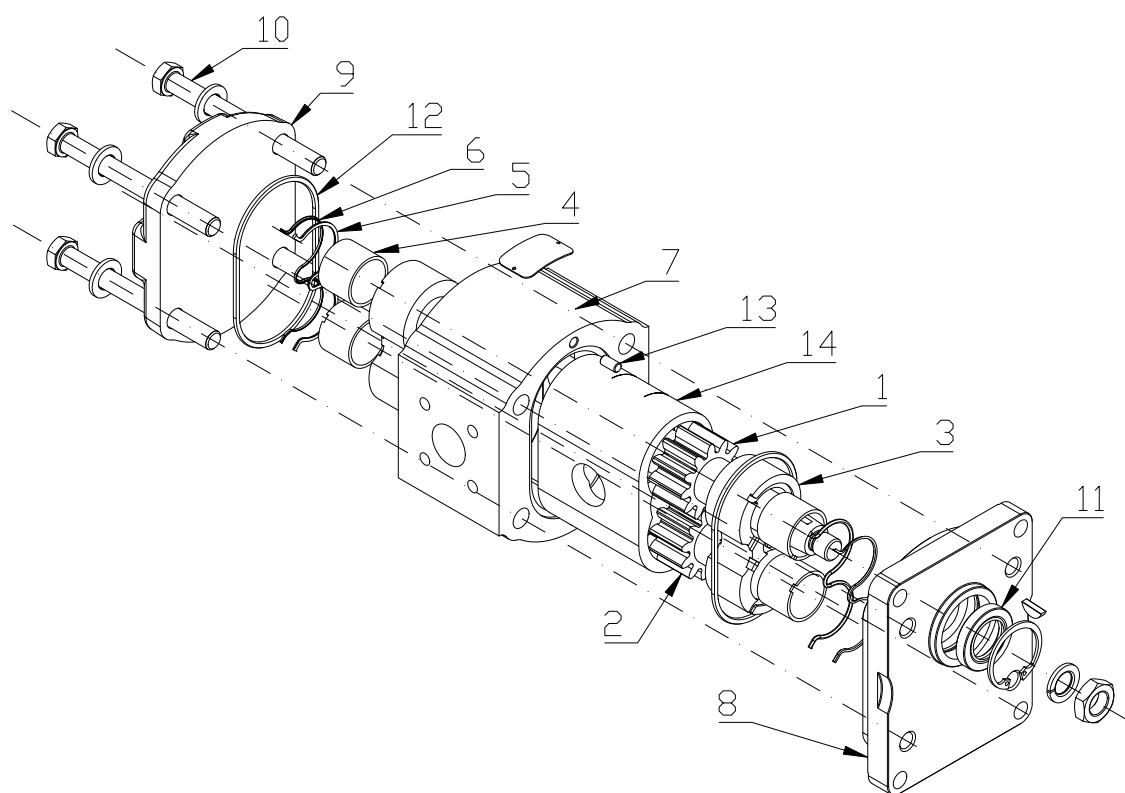
Oprócz unikatowej budowy korpusu pompy WTFD, w porównaniu z bazową pompą 3PZ4, wyróżnia się następującymi zmianami:

- koła zębate – charakteryzują się większą liczbą zębów, mniejszą średnicą wierzchołkową, większą szerokością wierzchołka zęba oraz fazowaniem wierzchołka zęba (wg patentu nr PL230846 [104]),
- korpus – dostosowany do z kowanych kół zębatych, zmieniono rozstaw otworów na śruby łączące elementy pompy,
- korpusy łożysk – dostosowane do z kowanych kół zębatych,
- łożyska ślizgowe – pozwalające przenosić większe obciążenia wynikające z wyższych ciśnień roboczych,
- płyta – dostosowany rozstaw otworów pod śruby łączące elementy korpusu,
- pokrywa – dostosowany rozstaw otworów pod śruby łączące elementy korpusu.

Konstrukcję pompy przedstawiono na rys. 4.3. W stosunku do pompy KPF1, pompa WTFD różni się wyłącznie konstrukcją korpusu i rozstawem śrub łączących elementy pompy. Dzięki temu można bezpośrednio porównać uzyskane wyniki badań parametrów hydraulicznych, a otrzymane dane pozwolą określić skuteczność działania kompensacji szczeliny obwodowej.



Rys. 4.2. Idea kompensacji szczeliny obwodowej wg patentu nr 230845 [105]. Widok rozstrzelony (po lewej) i przekrój poprzeczny (po prawej). 1 – zewnętrzna część korpusu, 2 – tuleja, 3 – bierne koło zębate, 4 – czynne koło zębate, 5 – otwór tłoczny pompy, 6 – otwór tłoczny tulei, 7 – nacięcie wykonane w tulei, 8 – otwór ssawny tulei, 9 – otwór tłoczny, 10 – przestrzeń na olej pod ciśnieniem

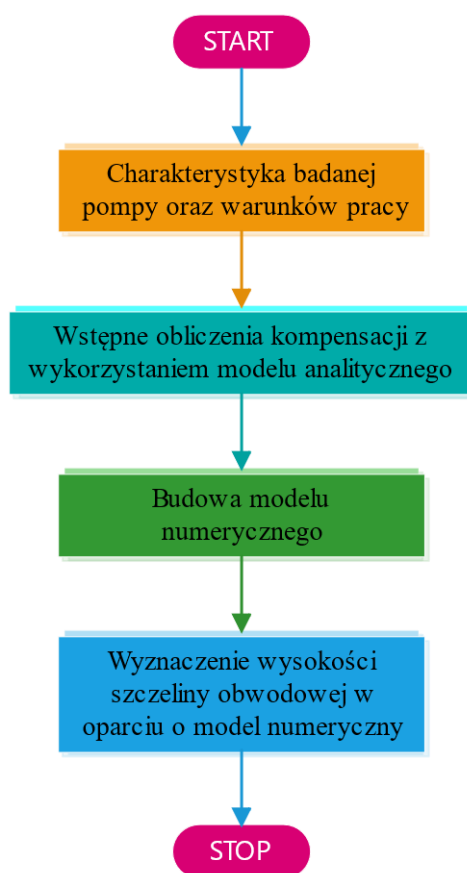


Rys. 4.3. Pompa WTFD: 1 – czynne koło zębate, 2 – bierne koło zębate, 3 – korpus łożyska, 4 – tuleja ślizgowa, 5 – uszczelnienie kompensacji szczeliny osiowej, 6 – pierścień oporowy, 7 – korpus, 8 – płyta przyłączeniowa, 9 – pokrywa, 10 – śruba, 11 – pierścień uszczelniający typu Simmering, 12 – pierścień uszczelniający typu O-ring, 13 – kolek ustalający, 14 – tuleja

5. METODA WYZNACZANIA WYSOKOŚCI SZCELINY OBWODOWEJ W HYDRAULICZNYCH POMPACH ZĘBATYCH O ZAZĘBIENIU ZEWNĘTRZNYM

Wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej z wykorzystaniem metody elementów skończonych wymaga szeregu czynności, które można podzielić na etapy (rys. 5.1):

1. Charakterystyka badanej pompy oraz warunków pracy.
2. Wstępne obliczenia kompensacji z wykorzystaniem modelu analitycznego (dla pomp z kompensacją obwodową).
3. Budowa modelu numerycznego.
4. Wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej w oparciu o model numeryczny.



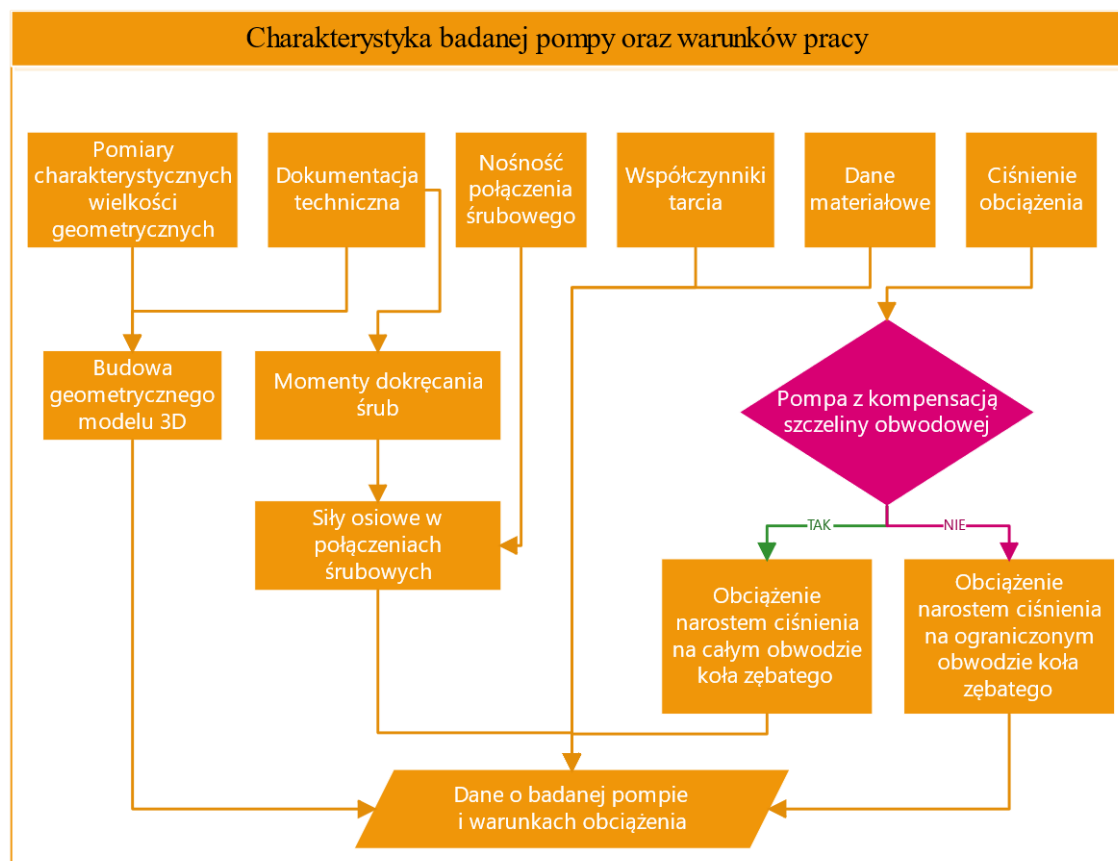
Rys. 5.1. Ogólny schemat metody wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym

Poniżej zamieszczono ogólny opis poszczególnych etapów metody. Szczegółowo przedstawiono je w dalszych rozdziałach na przykładzie badań wykonanych dla jednostek KPF1 i WTFD.

W pierwszym etapie (rys. 5.2) konieczne do ustalenia są następujące dane:

- wymiary geometryczne elementów pompy (np. na podstawie dokumentacji technicznej lub pomiarów),

- właściwości materiałów, z których wykonane są elementy pompy (min. moduł Younga i ułamek Poissona),
- współczynniki tarcia między współpracującymi elementami,
- momenty dokręcania śrub,
- wartość ciśnienia, dla którego będą wykonane obliczenia.



Rys. 5.2. Schemat szczegółowy pierwszego etapu

Podstawowym źródłem informacji o badanej jednostce jest dokumentacja techniczna, która pozwala odtworzyć geometrię jednostki w środowisku numerycznym. Dostarcza ona również informacji o materiałach użytych do wykonania elementów pompy oraz momentów dokręcania śrub mocujących elementy pompy.

Jeśli badania dotyczą pompy, do której dokumentacja jest niedostępna konieczne są dodatkowe czynności w celu określenia wymaganych danych. W przypadku geometrii pompy należy wykonać pomiary wielkości geometrycznych elementów. Można w tym celu zastosować skanowanie 3D, które charakteryzuje się wysoką dokładnością i znacznie przyspiesza budowanie trójwymiarowych modeli geometrycznych. Momenty dokręcania śrub należy wyznaczyć w oparciu o nośność połączenia śrubowego, która opisana jest normą PN-EN 1993-1-8:2006.

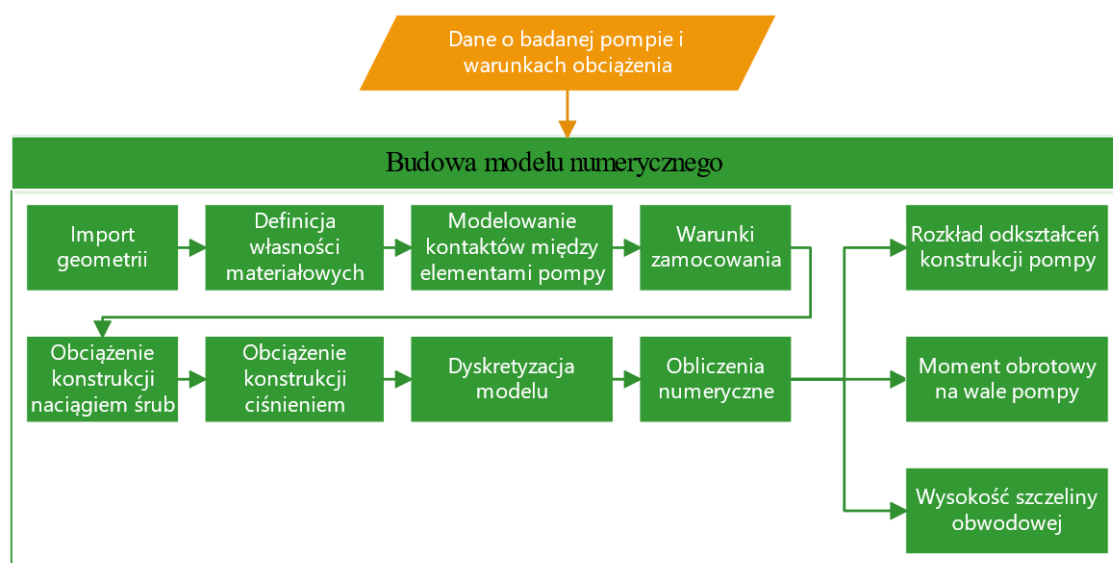
Istotnymi parametrami niezbędnymi przy budowie modeli numerycznych są współczynniki tarcia między współpracującymi elementami pompy. Jako, że analiza obejmuje statyczne obciążenie, w większości miejsc styku elementów można zastosować statyczne

współczynniki tarcia. Ruchome elementy pomp, jak koła zębate, poruszają się w oleju. Zakładając prawidłową pracę pompy, z pominięciem zjawisk występujących w trakcie docierania, można przyjąć, że w tych kontaktach występuje tarcie płynne. Dla tych kontaktów przyjmie się bardzo niskie współczynniki tarcia (0,001—0,005). Analizie należy poddać również miejsca stosowania uszczelnień. Powierzchnie tego typu mogą zawierać niewielkie ilości oleju lub smarów, ponieważ często zaleca się nasmarowanie uszczelnienia przy montażu. Miejsca te cechują się niższym współczynnikiem tarcia niż gdyby były czyste. W takich miejscach przyjmuje się wartość współczynnika tarcia jak dla tarcia mieszanego (0,005—0,1). W przypadku połączenia śrubowego konieczne jest oszacowanie współczynnika tarcia między nakrętką, a podkładką w celu wyznaczenia siły napięcia wstępnego wynikającego z momentu dokręcania śrub. Jest to zazwyczaj wartość między 0,1—0,3.

W zależności od konstrukcji pompy należy również określić rozkład ciśnienia we wnętrzu pompy. W jednostkach z kompensacją szczeliny obwodowej będzie on inny niż w jednostkach konwencjonalnych. Powyższe zagadnienie zostanie szerzej omówione w dalszej części pracy.

Drugi etap metody zakłada wykorzystanie analitycznego modelu kompensacji szczeliny obwodowej, dokładnie omówiony w rozdziale 7. Krok ten należy wykonać w przypadku wykorzystania opisanej metody przy projektowaniu nowych rozwiązań konstrukcyjnych. Jeśli badania dotyczą pompy bez kompensacji obwodowej lub jeśli badana jest istniejąca jednostka, dla której znana jest geometria pompy, krok ten można pominąć.

Trzeci etap (rys. 5.3) stanowi budowa modelu numerycznego w oparciu o dane zgromadzone w pierwszym etapie (oraz drugim dla pomp z kompensacją obwodową), który odwzorowuje rzeczywiste warunki pracy pompy. Kolejność omawianych czynności może być inna w zależności od zastosowanego oprogramowania do obliczeń metodą elementów skończonych.



Rys. 5.3. Schemat szczegółowy drugiego etapu

Rozbudowane modele o wysokim stopniu złożoności wymagają dużych mocy obliczeniowych, by rozwiązać zadanie w akceptowalnym czasie. Na wstępie należy więc rozważyć czy dla badanej pompy możliwe jest rozwiązanie powtarzalnego fragmentu wynikającego z symetrii. Jeśli jednocześnie zachodzi symetria geometrii, obciążenia (lub antysymetria) i warunków brzegowych, można wydzielić fragment pompy i zastosować odpowiednie, symetryczne lub antysymetryczne warunki podparcia. W przypadku pomp zębatych o zazębieniu zewnętrznym ten warunek jest spełniony bardzo rzadko. Przyczyną są np. asymetryczne położenie kół zębatych, różne średnice otworów ssawnego i tłocznego (w pompach o małej wydajności jednostkowej spotyka się równe średnice) czy stosowanie kołków ustalających wyłącznie po stronie płyty przyłączeniowej. Wskazane jest więc odtworzenie całej pompy.

Przy importowaniu geometrii pompy należy zwrócić uwagę na elementy nieistotne w aspekcie wytrzymałościowym, które mogą mieć negatywny wpływ na zniekształcenie siatki elementów skończonych, a przez to na czas obliczeń i dokładność uzyskanych wyników. Należy pominąć tego typu szczegóły (np. drobne fazowania, zaokrąglenia o bardzo małym promieniu).

Istotnym aspektem, który należy uwzględnić odwzorowując geometrię pompy w oparciu o dokumentację techniczną, są tolerancje wykonania elementów takich jak koła zębate, korpus, łożyska ślizgowe, korpusy łożysk ślizgowych i czopy wałów. Jeżeli dokumentacja zawiera informację o kojarzeniu elementów, w celu uzyskania żądanych wielkości nominalnych szczelin, należy uwzględnić to w geometrii elementów. Można również wyznaczyć najbardziej korzystny i niekorzystny przypadek w celu określenia przedziału wysokości szczeliny obwodowej. W sytuacji gdy geometria odwzorowywana jest na podstawie pomiarów jednego egzemplarza, dane te, są niemożliwe do odtworzenia. Wysokość szczeliny obwodowej uzyskana w wyniku takich badań może różnić się, dla poszczególnych jednostek, w granicach kilku setnych milimetra.

De niując geometrię należy zwrócić uwagę na położenie kół zębatych w pompie. Jak powszechnie wiadomo pompy tego typu charakteryzują się nierównomiernością wydajności, wynikającą ze skończonej liczby elementów wyporowych. Wywołuje ona pulsację ciśnienia. Jak wskazują prace opisujące dynamiczne modele pomp zębatych o parametrach skupionych, prowadzi to do mikro ruchów kół zębatych. Obciążenia wprowadzone od oddziaływania ciśnienia na koła zębate są więc zmienne w funkcji kąta obrotu kół zębatych. W związku z powyższym należy wybrać jedno z dwóch podejść. Możliwe jest ustalenie położenia kół zębatych, którego wydajność chwilowa odpowiada średniej wydajności pompy, i wykonanie modelu dla takiego położenia. Otrzymane wyniki będą reprezentować średnią wartość wysokości szczeliny obwodowej. Drugie podejście wymaga wykonania dwóch modeli dla skrajnych położenia kół zębatych, gdzie wydajność pompy, a co za tym idzie ciśnienie wynikające z pulsacji wydajności, przyjmuje skrajne wartości. Takie podejście jest zalecane w przypadku pomp o wysokiej pulsacji wydajności.

W trakcie odwzorowywania geometrii jednostki należy zwrócić uwagę na elementy, które są wymagane do pracy pompy, ale nie są jej częścią. Mowa mianowicie o króćcach ssawnym i tłocznym oraz elementach mocujących jak konsola lub kołnierz. W odróżnieniu

od korpusów pomp są one zazwyczaj wykonane ze stali, która ma wyższy moduł Younga niż stopy aluminium stosowane na korpusy pomp. Najczęściej spotykane są dwa wykonania mocowania króćca do pompy: gwint w otrze tłocznym lub przykręcenie króćca śrubami do powierzchni bocznej pompy. W obu przypadkach króciec powoduje lokalną zmianę sztywności i zmienia odkształcenia korpusu. Uwzględnienie króćców jest więc konieczne.

Bardzo ważnym zadaniem na etapie budowy modelu jest przyjęcie odpowiedniego zamocowania pompy i warunków brzegowych. Jak wskazano w przeglądzie literatury, należy unikać odbierania stopni swobody elementom pompy. Zaleca się umieszczenie w modelu kołnierza i przymocowanie pompy poprzez połączenie śrubowe. Takie zamocowanie nie ogranicza przemieszczeń elementów. Wyjątek stanowią koła zębate, gdzie przynajmniej jedno z nich wymaga częściowego unieruchomienia lub przyłożenia momentu równoważącego. Zastosowanie pierwszej metody poprzez odebranie możliwości obrotu jednego z kół zębatych względem naturalnej osi obrotu pozwala jednocześnie wyznaczyć moment obrotowy generowany od przyjętego rozkładu ciśnienia. Nie należy odbierać pozostałych stopni swobody, ponieważ uniemożliwi to swobodne przemieszczanie się kół zębatych wewnątrz korpusu w wyniku oddziaływania ciśnienia.

Kolejnym krokiem jest określenie sposobu interakcji współpracujących powierzchni. Jest to niezbędne w celu uwzględnienia nieliniowości, wynikających z przemieszczania się elementów pompy, prowadzących do zamykania się i powstawania szczelin wewnętrznych. Oprogramowania stosowane do obliczeń MES posiadają rozbudowane metody odwzorowania interakcji pomiędzy badanymi elementami. Stosowane są różne metody specyficzne dla każdego oprogramowania. Ogólnie można przyjąć, że podstawowy model tarcia Coulomb'a (lub jego pochodne) przy założeniu izotropowości współczynnika tarcia są wystarczające w tego typu analizie. Zakłada się także, że nie dochodzi do penetracji współpracujących powierzchni. W przypadku potrzeby dokładniejszych analiz np. z uwzględnieniem ubytku materiału po stronie ssawnej pompy w wyniku współpracy kół zębatych z korpusem pompy, konieczne jest określenie odpowiedniego modelu kontaktu. Tak złożone obliczenia wymagają jednak znacznie większej mocy obliczeniowej i są bardzo czasochłonne.

Odwzorowanie warunków pracy pompy wymaga zamodelowania obciążeń. W pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym obciążenie pochodzi głównie od ciśnienia. Dochodzą do tego obciążenia wynikające z naciągu śrub łączących elementy pompy i króćców. Obciążenie należy zamodelować więc w dwóch krokach. W pierwszym wprowadza się obciążenie od naciągu śrub, które utrzymuje model w całości. Następnie w drugim kroku należy wprowadzić obciążenie ciśnieniem z odpowiednim krokiem narostu. W obszarze komory ssawnej zazwyczaj występuje bardzo niskie podciśnienie lub niewielkie ciśnienie. W przypadku pomp wporowych pracujących przy wysokim ciśnieniu tłoczenia (rzędu dziesiątek MPa) jest ono pomijalnie małe. Do obciążenia ciśnieniem należy więc wytypować powierzchnie z obszaru przejściowego i tłocznego. Ciśnienie w obszarze ssawnym należy uwzględnić w przypadku pomp pracujących przy bardzo niskim ciśnieniu tł-

czenia, pomp wielostopniowych i pomp pracujących w układzie z pompą wstępnego zasilania. W takich konstrukcjach różnica ciśnień między komorą tłoczną, a ssawną jest znacznie mniejsza, więc ciśnienie w komorze ssawnej może potencjalnie wpływać na wyniki.

Konieczne jest również określenie obszaru, który zajmuje komora ssawna, obszar przejściowy i komora tłoczna. Należy przyjąć, że komora ssawna kończy się na pierwszym zębie, który całą szerokością wierzchołka mija otwór ssawny. W tym miejscu rozpoczyna się również obszar przejściowy. Rozkład ciśnienia w obszarze przejściowym zależy od konstrukcji jednostki. Pompy z kompensacją szczeliny obwodowej charakteryzują się narostem ciśnienia na większym kącie obrotu koła zębatego niż pompy konwencjonalne. W przypadku pomp konwencjonalnych koniec obszaru przejściowego należy przyjąć w płaszczyźnie przechodzącej przez osie obrotu kół zębatach. Za tą płaszczyznę należy przyjąć występowanie ciśnienia tłoczenia. W pompach z kompensacją szczeliny obwodowej obszar przejściowy kończy się na zębie, który jest najbliżej otworu tłocznego, ale jeszcze go nie minął.

Jak zaznaczono w rozpoznaniu literatury na wielkość szczeliny obwodowej wpływa efekt hydrodynamiczny występujący w ruchomych szczelinach pompy. W szczególności w łożysku ślizgowym, gdzie obracający się obciążony czop wału ulega przesunięciu o mimośród. Powstały klin smary generuje siłę nośną. Wysokość unoszenia jest zazwyczaj niewielka i spada wraz ze wzrostem ciśnienia tłoczenia. Przy wysokich ciśnieniach tłoczenia przekraczających 30 MPa, jest to około 5 μm [106]. Czynniki te należy więc rozpatrywać indywidualnie w zależności od badanej jednostki.

Ostatnim etapem budowy modelu numerycznego jest jego dyskretyzacja. Obowiązują tu ogólne zasady doboru elementu skończonego stosowane w obliczeniach MES. Do skomplikowanych elementów o nieregularnych kształtach preferowane są elementy typu TETRAHEDRA, natomiast obiekty proste lub symetryczne łatwo odwzorować elementami typu HEXAHEDRAL. W celu osiągnięcia dokładnych wyników możliwe jest zastosowanie dużej liczby elementów niższego rzędu (bez dodatkowych węzłów na krawędziach elementu) lub mniejszej liczby elementów wyższego rzędu. Preferowane jest raczej pierwsze podejście. Pozwala to zagęścić siatkę elementów w kluczowych obszarach jak wierzchołki zębów kół zębatach czy wewnętrzna powierzchnia korpusu. Dzięki temu zwiększa się rozdzielczość uzyskanych wyników w funkcji kąta obrotu koła zębatego. Obiekty o mniejszej istotności mogą być odwzorowane mniejszą liczbą elementów, co pozytywnie wpływa na czas obliczeń.

Obliczenia przygotowanego modelu dają informację w trzech obszarach: rozkładu odkształceń badanej jednostki, momentu obrotowego na wale pompy oraz wysokości szczeliny obwodowej.

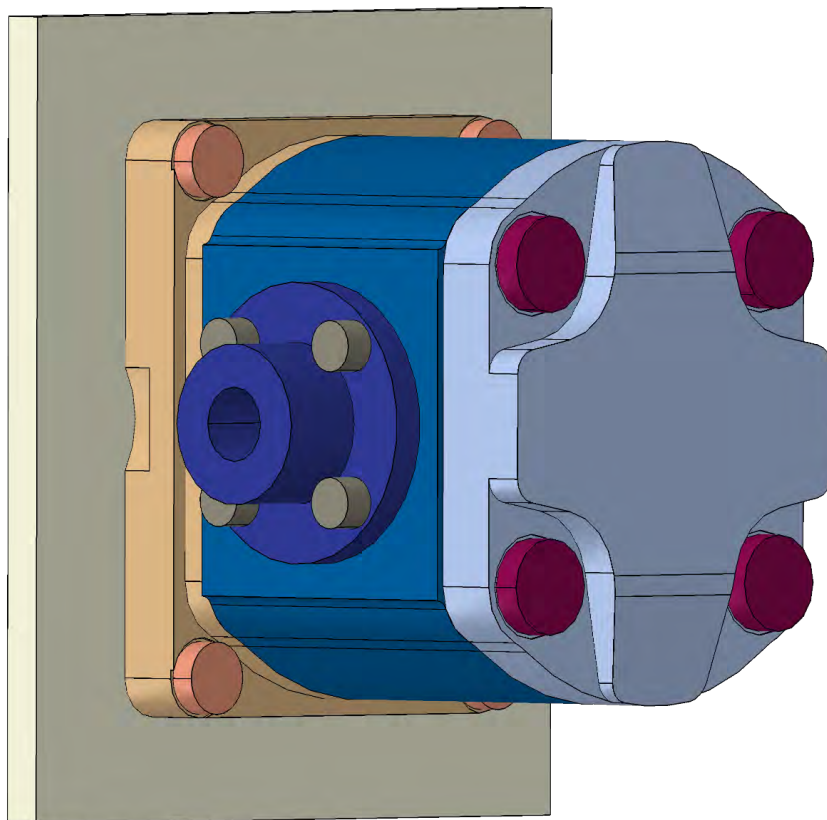
W ostatnim kroku można przystąpić do wyznaczenia wysokości szczeliny obwodowej. Najprostszy sposób opiera się o narzędzia wbudowane w oprogramowanie służące do obliczeń MES. Zazwyczaj dostępny jest parametr opisujący odległość powierzchni, dla których zde niowany jest kontakt. Jeśli oprogramowanie nie posiada takiej funkcji należy wy-

znaczyć wysokość szczeliny jako odległość pomiędzy węzłami na powierzchni wierzchołka koła zębatego, a wewnętrznej powierzchni korpusu, w oparciu o współrzędne węzłów.

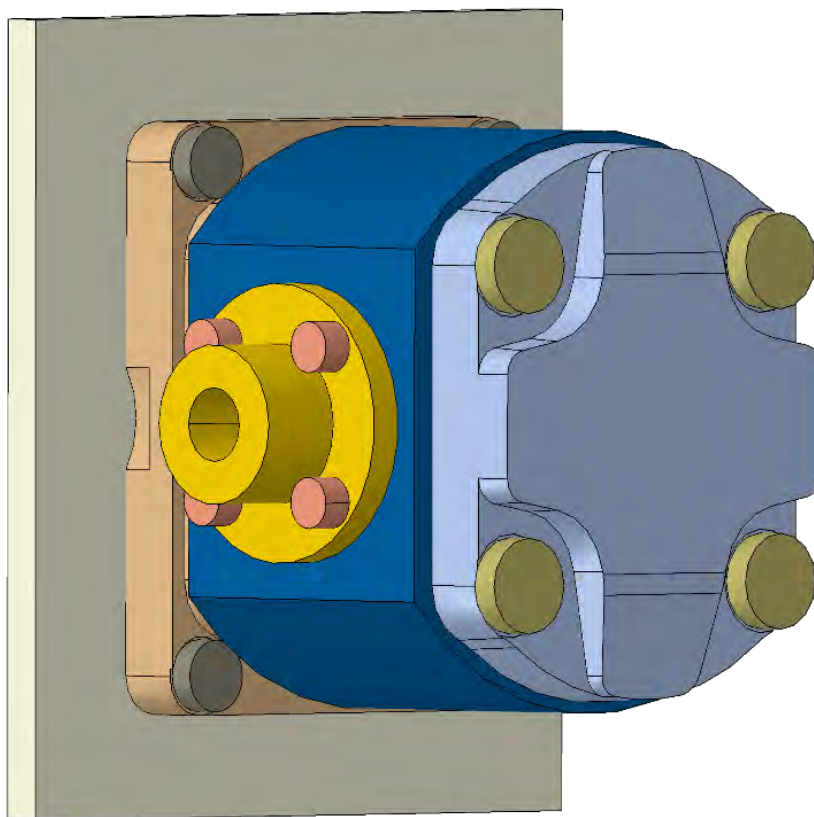
5.1. Modelowanie numeryczne pomp zębatych

Pompy zębate KPF1 (rys. 5.4) i WTFD (rys. 5.5) zostały zamodelowane w środowisku Abaqus. Geometrię pomp odwzorowano w oparciu o dokumentację techniczną. Obliczenia przeprowadzono w warunkach obciążenia statycznego, bez uwzględnienia prędkości obrotowej wału pompy. Opracowany model pozwala na określenie wysokości szczeliny obwodowej w warunkach pracy pompy przy ciśnieniach sięgających do 40 MPa.

W obliczeniach numerycznych z wykorzystaniem MES często wykorzystuje się symetrię badanych obiektów w celu ograniczenia wymaganej mocy obliczeniowej. Niestety badane modele nie posiadają geometrycznej płaszczyzny symetrii. W pompach występują kołki ustalające prawidłowe względne położenie pomiędzy płytą i korpusem. Króćce ssawny i tłoczny również są różne. Położenie kół zębatych wyklucza symetrię zarówno na poziomie geometrii jak i obciążenia. Obszary ssawny, przejściowy i tłoczny, dla koła biernego, są przesunięte o pewien kąt względem osi obrotu kół zębatych. Dodatkowo wcześniejsze prace własne [2], [80], [107] wskazują na dużą zmienność pola odkształceń na korpusie pompy, którego deformacja jest kluczowa dla określenia wysokości szczeliny obwodowej. Z powyższych względów opracowano modele całych pomp z uwzględnieniem króćców i sposobu zamocowania.



Rys. 5.4. Model numeryczny pompy KPF1



Rys. 5.5. Model numeryczny pompy WTFD

W modelach pominięto uszczelnienia. Są to elementy odkształcalne, o niewielkiej sztywności w porównaniu z elementami wykonanymi ze stopów metali, które nie mają wpływu na wytrzymałość konstrukcji. Obliczenia numeryczne nie uwzględniają również zjawisk termicznych. Przytoczone w rozpoznaniu literatury badania wpływu zmiany temperatury na nominalną wysokość szczeliny obwodowej wskazują na niewielką zmianę wysokości szczeliny [66]. Przy wzroście temperatury o ponad 55° wysokość szczeliny obwodowej wzrosła z 70 do 93 μm . Natomiast wzrost wysokości szczeliny wywołany deformacją elementów pompy, a w szczególności korpusów pomp, jest znacznie większy. Przytaczane w rozpoznaniu literatury prace własne w tym obszarze, wskazują na ponad dwukrotny wzrost wysokości szczeliny obwodowej przy wzroście ciśnieniach z 8 do 32 MPa [2]. Analiza zachowania elementów przy tzw. szoku temperaturowym wymagana jest w przypadku układów uruchamianych okresowo, np. stosowanych w przemyśle morskim, gdzie gwałtowna zmiana temperatury elementów i oleju wpływa na sprawność pomp [108]. Nie uwzględniono również sił hydrodynamicznych występujących w łożyskach o czym szerzej w punkcie 5.1.4.

Wał koła czynnego został skrócony o fragment odpowiadający za przeniesienie napędu. Uproszczenie to nie ma wpływu na cel obliczeń, a pozwoliło na redukcję czasu obliczeń.

5.1.1. Własności materiałowe

W modelu numerycznym określono izotropowe własności materiałowe w zakresie sprężystym definiując moduł Young'a i ułamek Poisson'a. Własności materiałów, z których wykonane są elementy pomp przedstawiono w tabeli 5.1. W tabeli 5.2 zamieszczono zestawienie części pompy z przypisanymi im materiałami w modelu numerycznym.

W badanych jednostkach zastosowano kompozytowe łożyska ślizgowe, składające się ze stalowej tulei, na której spiekana jest porowata warstwa cyny lub brązu o niewielkiej grubości na poziomie 0,3 mm. W procesie walcowania pory wypełniane są PTFE. Ponieważ znaczną część grubości łożyska stanowi stalowa tuleja (około 90%), w modelu przyjęto, że z takiego materiału wykonane jest całe łożysko.

Tabela 5.1. Tabela własności materiałowych

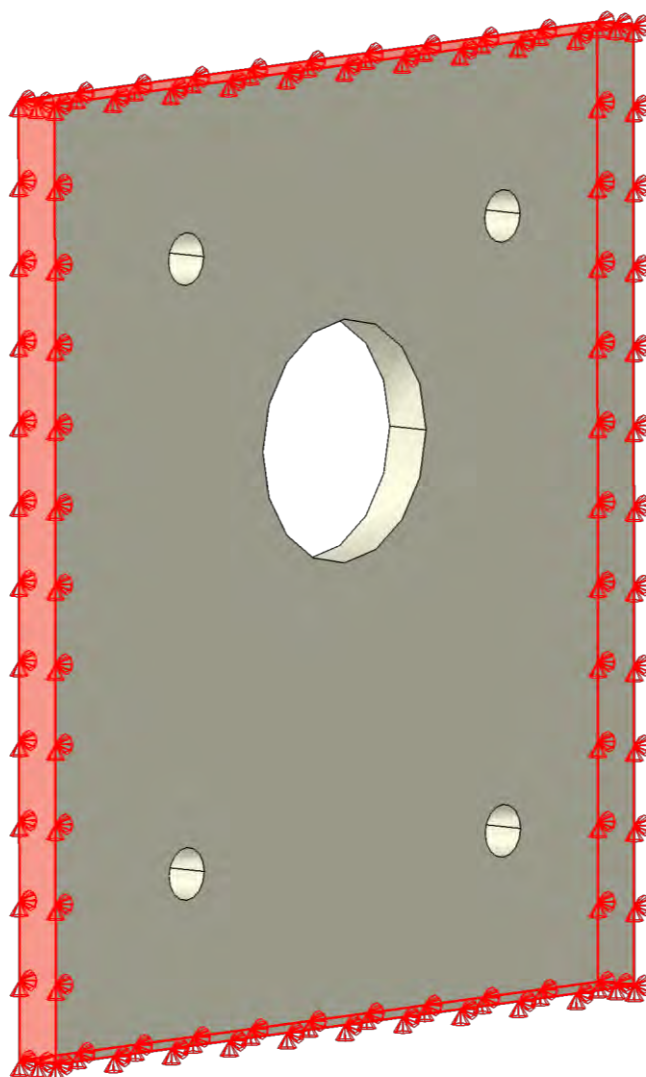
	E [GPa]	ν [-]	R_{min} [MPa]	$R_{0,2min}$ [MPa]
Stal 18CrNiMo7-6	210	0,30	1000	700
Stop aluminium AlZn5,5MgCu	72	0,32	470	400
Stop aluminium AlSn5Ni2Cu1MgSi	72	0,32	120	80
Żeliwo EN-GJs-500-7	160	0,28	500	320

Tabela 5.2. Materiały przypisane częściom modeli numerycznych

Część	Stal	Stop aluminium	Żeliwo
Konsola	•		
Króciec ssawny	•		
Króciec tłoczny	•		
Śruba M8	•		
Śruba M10	•		
Szpilka	•		
Płyta			•
Kołek ustalający	•		
Korpus (KPF1/WTFD)		•	
Pokrywa			•
Tuleja		•	
Korpus łożyska		•	
Łożysko ślizgowe	•		
Koło czynne	•		
Koło bierne	•		

5.1.2. Zamocowanie

Badane pompy zębate są mocowane do konsoli stanowiska badawczego za pomocą połączenia śrubowego. Konsola stanowi element nieruchomy i w modelu została odwzorowana jako płyta o grubości 10 mm. Ścianom zewnętrznym odebrano możliwość przemieszczenia w osiach X, Y i Z (rys. 5.6). Płyty pomp posiadają cztery otwory montażowe, a do ich zamocowania użyto śrub M10 klasy 8.8 z łbem walcowym.

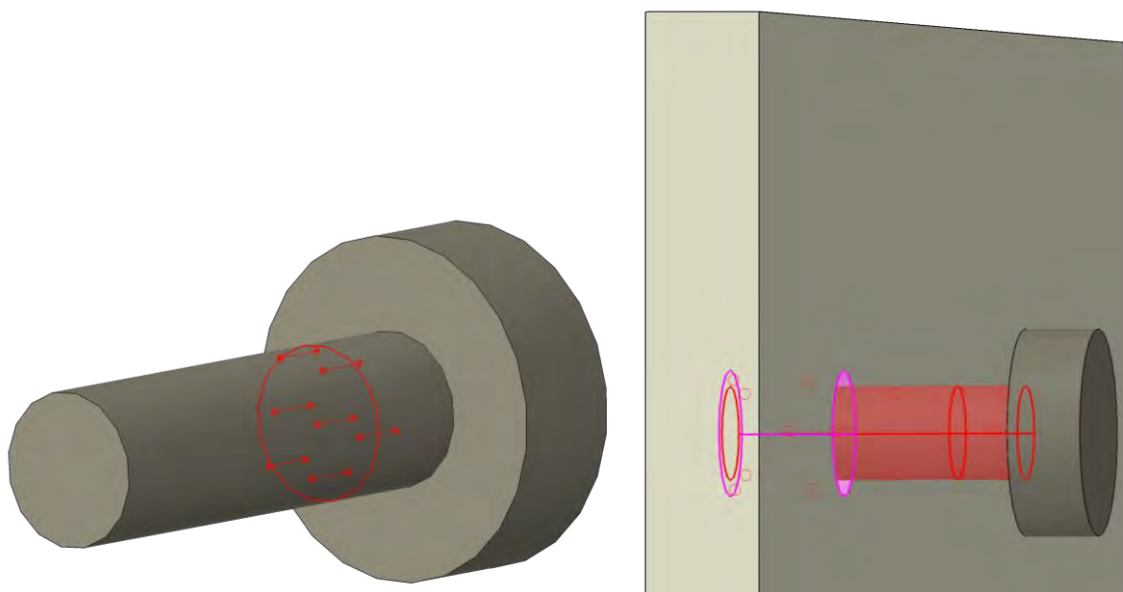


Rys. 5.6. Odwzorowanie konsoli w modelu numerycznym

W modelu odwzorowano uproszczoną geometrię śrub (rys. 5.7), natomiast obciążenie zde niowano jako napięcie wstępnie podając wartość siły osiowej w połączeniu. Ponieważ producent nie podaje momentów dokręcania śrub mocujących pompę do konsoli, wartość tę przyjęto na poziomie 80% nośności połączenia na rozciąganie. Nośność połączenia wyznaczono zgodnie z normą PN-EN 1993-1-8:2006 z zależności:

$$F_{t,Rd} = \frac{a f_{ub} A_s}{\gamma_{M2}} \quad (5.1)$$

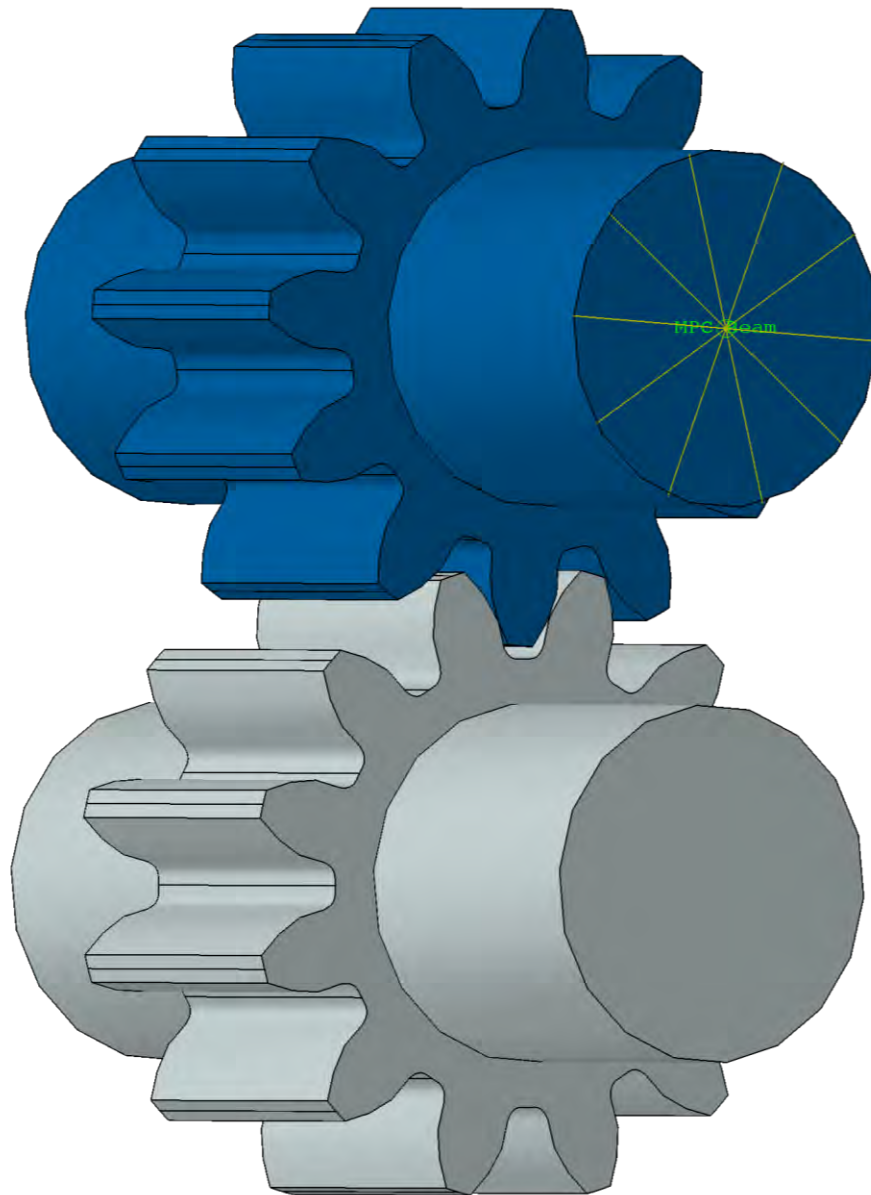
Do obliczeń przyjęto $a = 0,9$ i $\gamma_{M2} = 1,25$. Połączenie gwintu śruby i gwintu otworu konsoli odwzorowano poprzez wiązanie przemieszczeń w części wspólnej gwintu (wiązanie typu „Tie”), co uniemożliwia względne przemieszczenie pomiędzy wskazanymi powierzchniami. Zastosowane ograniczenie łączy węzły powierzchni wewnętrznej otworów w kołnierzu, z węzłami powierzchni zewnętrznej śruby.



Rys. 5.7. Napięcie wstępne śruby (po lewej). Ograniczenie typu „Tie” odwzorowujące połączenie śrubowe

Pomiędzy kołnierzem, płytą pompy, a śrubami zamodelowano zjawiska kontaktowe na styku ciał (interakcji). Ich właściwości opisano w podrozdziale 5.1.4.

Rozkład ciśnienia występujący na kołach zębatych powoduje wygenerowanie momentu obrotowego. Konieczne jest więc unieruchomienie jednego z kół zębatych. W tym celu zazwyczaj stosuje się obciążenie momentem równoważącym [13], [77], [83], [103], który utrzymuje koła zębate w równowadze. W niniejszej pracy zastosowano inne podejście. Poprzez wielopunktowe połączenie kinematyczne MPC typu Beam węzły powierzchni czołowej czopa wału zostały połączone z punktem referencyjnym, któremu odebrano możliwość obrotu wokół osi zgodnej z osią obrotu kół zębatych (rys. 5.8). Przeszaczenia i obrót wału są przenoszone na punkt referencyjny. Ponieważ punkt referencyjny ma odebraną możliwość obrotu to koło czynne również nie może się obracać. Zaletą takiego rozwiązanie jest możliwość uzyskania informacji o momencie obrotowym wygenerowanym na wale pompy (reakcji).

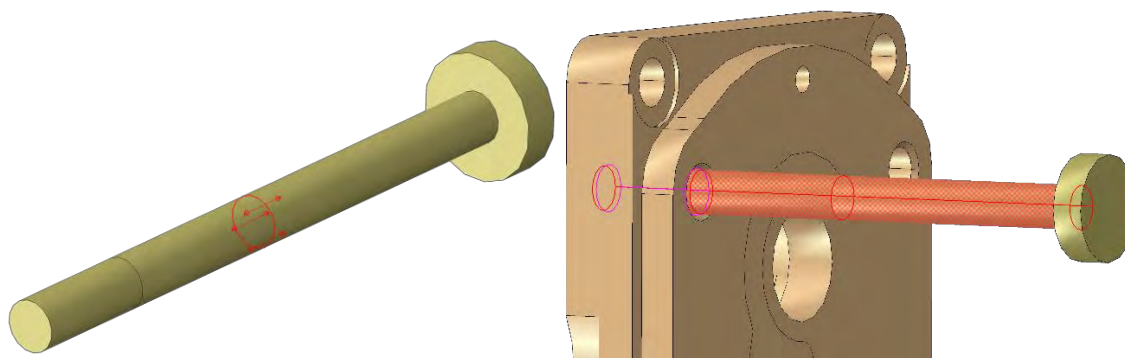


Rys. 5.8. Unieruchomienie czynnego koła zębatego poprzez połączenie MPC z utwierdzonym punktem referencyjnym

5.1.3. Naciąg śrub łączących konstrukcję pompy

Pompy zębate należą do urządzeń, w których połączenia śrubowe są wstępnie napięte. Elementy pompy łączone są w całość śrubami M12 klasy 10.9 (rys. 5.9). Wymagany moment dokręcania jest podany w dokumentacji technicznej pomp. W modelu zostało to odwzorowane analogicznie, czyli poprzez obciążenie siłą osiową w śrubie wywołującą naciąg wstępny oraz poprzez definicję na odpowiednich interakcji. Siłę osiową (napięcie wstępne) wyznaczono z zależności:

$$F = \frac{2M_s}{d_s \tan(\gamma + \alpha_f) + d_{mf}} \quad (5.2)$$



Rys. 5.9. Napięcie wstępne śruby (po lewej). Ograniczenie typu „Tie” odwzorowujące połączenie w gwincie

W powyższym równaniu niewiadomy pozostaje współczynnik tarcia f . Zazwyczaj przyjmuje on wartości między 0,1, a 0,3. W celu ustalenia wartości współczynnika tarcia przeprowadzono szereg symulacji dla różnych wartości siły wynikającej z dokręcenia stałym momentem przy zmiennym współczynniku tarcia. Przyjęte w ten sposób siły napięcia wstępnego zestawiono w (tabela 5.3). Następnie porównano odkształcenia korpusu pompy z wartościami uzyskanymi w wyniku pomiarów tensometrycznych. Najlepszą zbieżność uzyskano dla współczynnika tarcia wynoszącego 0,15 zarówno dla pompy KPF1 jak i WTFD.

Tabela 5.3. Zależność siły osiowej w śruby od współczynnika tarcia

f	[-]	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2	0,25	0,3
F	kN	52,7	48,6	45,2	42,1	39,5	37,1	35,1	33,2	31,5	30,0	28,7	23,3	19,6

Śruby poprzez napięcie wstępne i styk pomiędzy płytą, korpusem, a pokrywą utrzymują elementy pompy.

5.1.4. Interakcje pomiędzy elementami konstrukcji

Wszystkie części pompy zamodelowano jako odkształcalne elementy bryłowe. Pomiedzy stykającymi się elementami zdefiniowano interakcje (kontakt). Wykorzystano definicję kontaktu typu powierzchnia do powierzchni („Surface to Surface”), gdzie wskazane powierzchnie (nadrzędna i podrzędna) oddziałują na siebie (rys. 5.10). Oprogramowanie śledzi wzajemne położenie powierzchni zdefiniowanych jako para kontaktowa. Przyjęty model kontaktu zakłada że:

- powierzchnie przenoszą nacisk tylko wtedy gdy występuje między nimi styk,
- nie jest dozwolone przenikanie się powierzchni,
- nie ma ograniczeń co do wielkości nacisku stykających się powierzchni,
- jest uwzględnione tarcie między powierzchniami w styku.

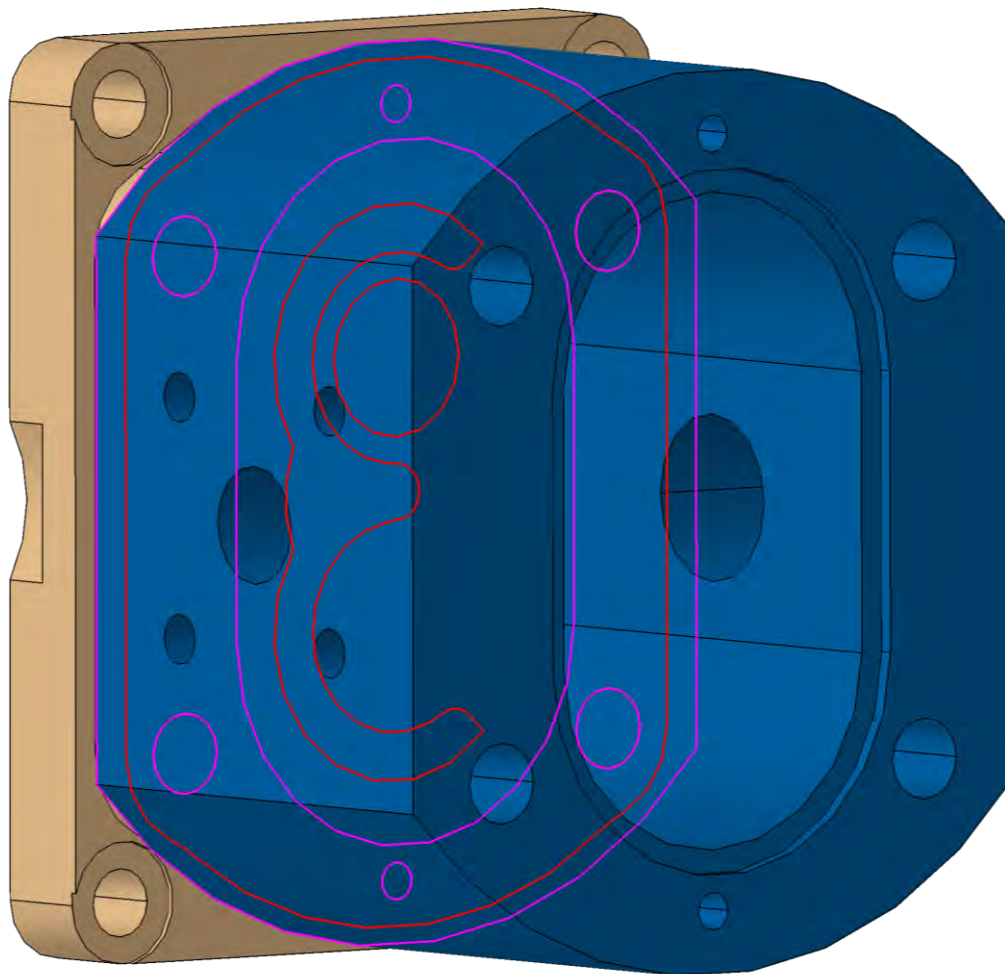
Zdefiniowane kontakty wykorzystują podstawowy model tarcia Coulomb’a zakładając izotropowość współczynnika tarcia. Wartość statycznego współczynnika tarcia dla różnych kontaktów, między elementami o różnych właściwościach przedstawiono w tabeli 5.4, przy czym w definicjach kontaktu uwzględniono obecność oleju między ich powierzchniami.

Wartość współczynnika tarcia w kontaktach, gdzie założono tarcie płynne, dobrano analogicznie jak dla współczynnika tarcia potrzebnego do wyznaczenia siły osiowej wynikającej z naciągu śrub łączących elementy pompy. Przeprowadzono symulacje dla kilku wartości. Następnie porównano moment obrotowy uzyskany w wyniku obliczeń numerycznych z momentem obrotowym zmierzonym w trakcie badań stanowiskowych. Ostatecznie dobrano wartość, dla której uzyskano najmniejsze odchylenie.

Tabela 5.4. Wartości współczynnika tarcia w kontaktach

Rodzaj materiału	Stal - stal	Stal - aluminium	Stal - żeliwo	Olej – tarcie płynne
$f [-]$	0,76	0,47	0,61	0,0035

W modelu nie odwzorowywano efektów hydrodynamicznych występujących np. w łożyskach ślizgowych. Dla par kontaktowych, w których występują efekty hydrodynamiczne (łożysko ślizgowe), lub istnieje wysokie prawdopodobieństwo ich wystąpienia (w kontakcie pomiędzy wierzchołkiem zęba, a korpusem), przyjęto współczynnik tarcia charakterystyczny dla tarcia płynnego.



Rys. 5.10. Przykład interakcji między elementami konstrukcji. Kontakt typu "Surface to surface" pomiędzy płytą, a korpusem w pompie WTFD

5.1.5. Obciążenia wynikające z ciśnienia

W trakcie procesu tłoczenia cieczy pompa obciążona jest rozkładem ciśnienia. Można wyróżnić trzy obszary: niskiego ciśnienia, narostu ciśnienia i wysokiego ciśnienia. Niskie ciśnienie występuje w króćcu ssawnym i w komorze ssawnej. Jego wartość będzie różna w zależności od sposobu doprowadzenia cieczy do pompy, usytuowania zbiornika z cieczą i oporów przepływu w przewodzie ssawnym. Jeżeli pompa znajduje się nad zbiornikiem lub jest zanurzona w cieczy, to w obszarze ssawnym występuje podciśnienie, a pompa samodzielnie zasysa ciecz. Jeżeli pompa umiejscowiona jest poniżej zbiornika to zazwyczaj występuje niewielkie ciśnienie wynikające z wysokości słupa cieczy. Stosuje się również układy doładowujące, gdzie można kontrolować wartość ciśnienia po stronie ssawnej pompy. Z takiego układu korzystano w trakcie badań stanowiskowych utrzymując nadciśnienie na poziomie 0,03 MPa. Przyjęte nadciśnienie jest o trzy rzędy wielkości mniejsze względem maksymalnego ciśnienia tłoczenia, dlatego w modelu nie uwzględniono obciążenia powierzchni otworu ssawnego i komory ssawnej.

Obszar wysokiego ciśnienia obejmuje komorę roboczą, gdzie ciecz wypierana jest z przestrzeni międzyzębnych kolejnych zazębiających się par zębów, oraz króciec tłoczny. W obszarze tym występuje ciśnienie wynikające z obciążenia.

Ze względu na skończoną liczbę elementów wyporowych przepływ generowany przez pompę zębatą charakteryzuje się nierównomiernym przebiegiem. Związana jest z tym pulsacja ciśnienia. Dominująca częstotliwość pulsacji ciśnienia określa zależność:

$$f_c = \frac{nz}{60} \quad (5.3)$$

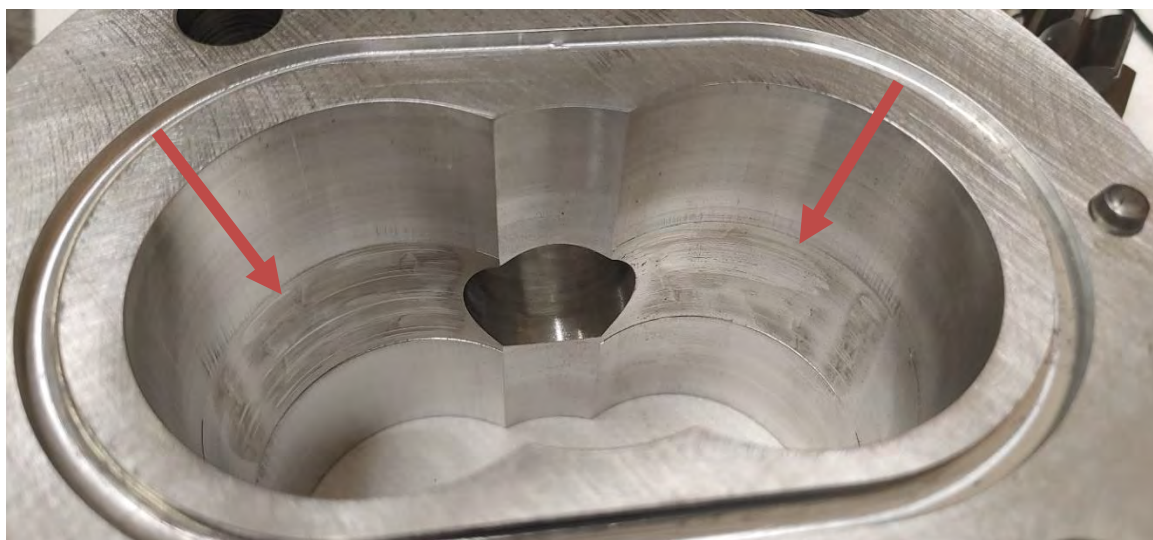
Częstotliwość pulsacji dla badanych pomp waha się pomiędzy 160, a 400 Hz w zależności od prędkości obrotowej. W modelu nie uwzględniono dynamicznych zmian wynikających z pulsacji ciśnienia. Obliczenia wykonano dla stałych wartości ciśnień.

Pomiędzy obszarami niskiego i wysokiego ciśnienia występuje obszar narostu ciśnienia. Część cieczy wypieranej z przestrzeni międzyzębnych przedostaje się z obszaru wysokiego ciśnienia, przez wewnętrzne szczeliny opisane szerzej w podrozdziale 2.3, do obszaru niskiego ciśnienia. Do modelowania numerycznego metodą elementów skończonych przyjmuje się różne rozkłady narostu ciśnienia na obwodzie kół zębatych. Podstawowym założeniem jest liniowy rozkład ciśnienia w funkcji kąta obrotu koła zębatego, przy czym narost ciśnienia rozpoczyna się w punkcie, w którym wierzchołek zęba koła zębatego mija króciec ssawny pompy. Przyjmuje się, że ciśnienie narasta do płaszczyzny wyznaczonej przez osie obrotu kół zębatych (pompy konwencjonalne) [83] lub punktu, w którym krawędź ostatniego zęba znajdującego się pomiędzy obszarem ssawnym a tłocznym mija króciec tłoczny (pompy z kompensacją szczeliny obwodowej) [79]. Drugim zakładanym rozkładem ciśnienia jest skokowy narost ciśnienia, gdzie w każdej kolejnej przestrzeni międzyzębnej ciśnienie rośnie o pewną wartość [1], [38], [48], [109]. Taki rozkład uwzględnia spadek ciśnienia na szczelinie utworzonej przez wierzchołki zębów i korpus pompy. Rozkład ten może być rozwinięty o liniowy narost ciśnienia w szczelinach. Możliwe jest do-

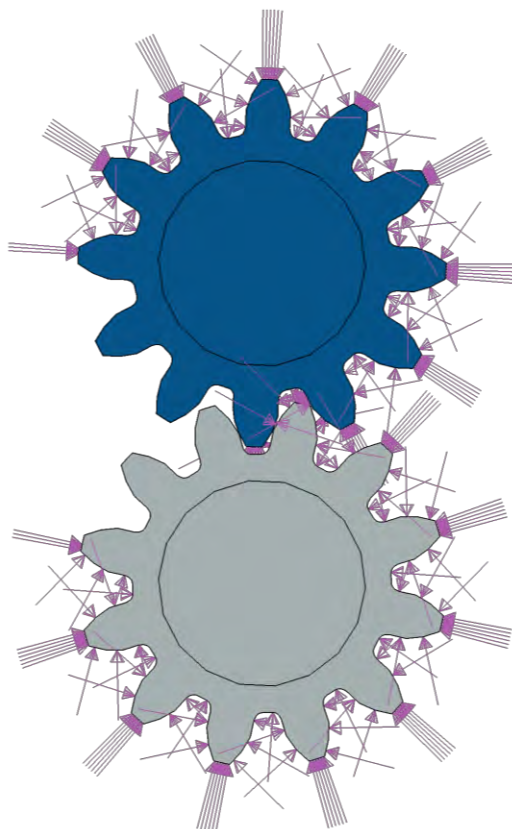
kładne określenie rozkładu ciśnienia w funkcji kąta obrotu koła zębatego i ciśnienia tłoczenia jednak wymaga to wykonania eksperymentalnego wyznaczenia ciśnienia na obwodzie. Może to być konieczne w przypadku konstrukcji z kowanych pomp gdzie korpusy łożysk posiadają rowki, celowo wprowadzające ciecz z obszaru wysokiego ciśnienia do przestrzeni międzyzębnych. Taki zabieg stosuje się by wpływać na wypadkową siłę działającą na koła zębate. Pomiar ciśnienia obwodowego wymaga wprowadzenia przetwornika ciśnienia we wręb międzyzębny jednego z kół zębatych [45], [58] lub wielu przetworników w korpusie pompy [71].

W oparciu o przyjęty rozkład ciśnienia obciąża się elementy pompy metodą bezpośrednią lub mieszaną. Przy metodzie bezpośredniej odpowiednie powierzchnie obciążane są ciśnieniem zgodnie z przyjętym rozkładem. W metodzie mieszanej koła zębate obciąża się siłami wyznaczonymi analitycznie w oparciu o przyjęty rozkład ciśnienia natomiast pozostałe powierzchnie obciążone są ciśnieniem. Metodę bezpośrednią stosuje się gdy w modelu numerycznym odwzorowano rzeczywistą geometrię kół zębatych, co wymaga znacznie większej mocy obliczeniowej ze względu na większą liczbę elementów skończonych, natomiast metoda mieszana pozwala uprościć model.

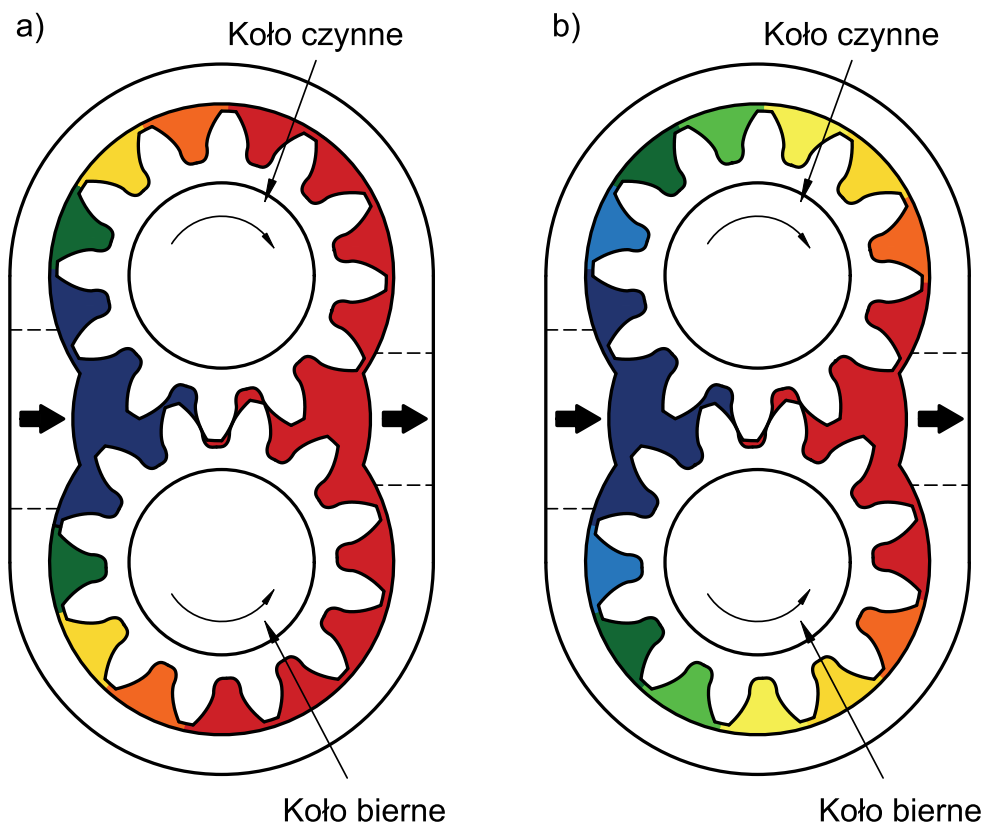
W modelach odzwierciedlono rzeczywistą geometrię kół zębatych i zastosowano bezpośrednie obciążenie powierzchni ciśnieniem (rys. 5.12). W modelu pompy typu KPF1 (rys. 5.13a) przyjęto skokowy narost ciśnienia ograniczony do 3 przestrzeni międzyzębnych występujących za komorą ssawną. Odpowiada to śladom współpracy kół zębatych z wewnętrzną powierzchnią korpusu, po stronie ssawnej, co sugeruje, że to właśnie na tym odcinku dochodzi do uszczelnienia pompy. Zaobserwowano je w trakcie inspekcji pomp po badaniach (rys. 5.11). Dla pompy WTFD (rys. 5.13b) przyjęto narost ciśnienia w 6 kolejnych przestrzeniach międzyzębnych ze względu na spodziewane zmniejszenie szczeliny obwodowej w wyniku działania kompensacji [2], [58], [73].



Rys. 5.11. Ślady współpracy pomiędzy kołami zębatymi a wewnętrzną ścianą korpusu po stronie ssawnej pompy



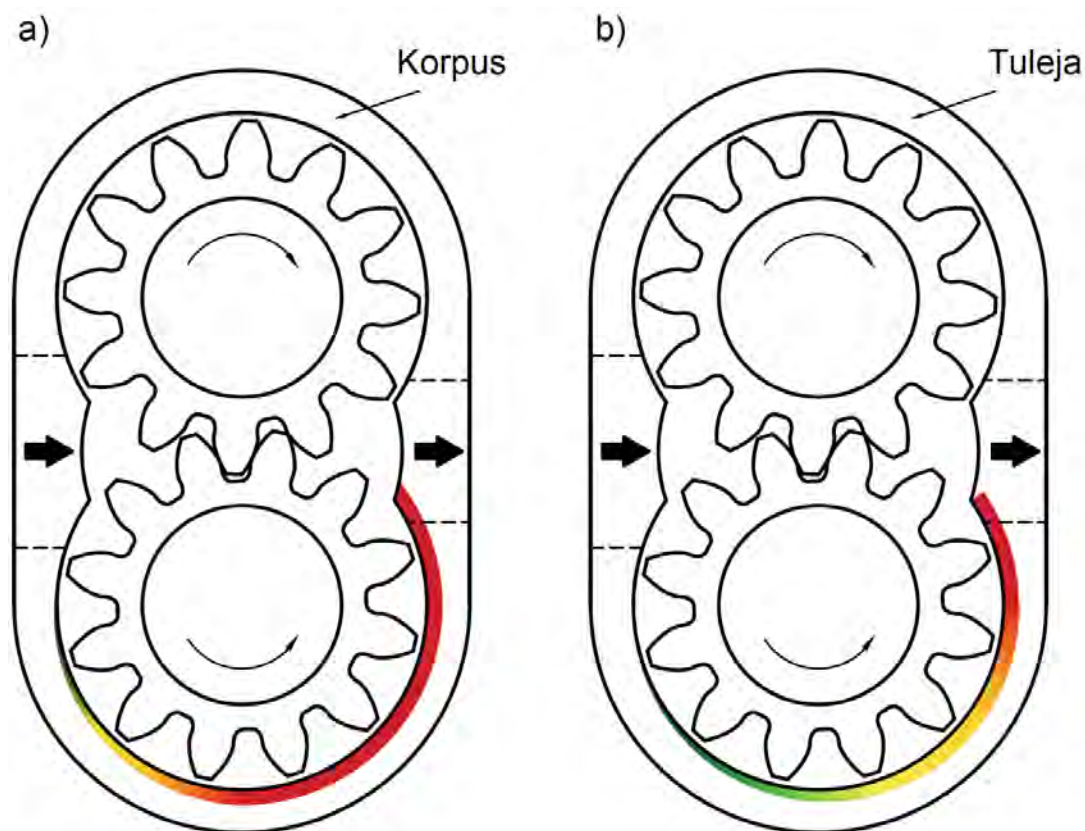
Rys. 5.12. Obciążenie kół zębatach ciśnieniem w modelu numerycznym



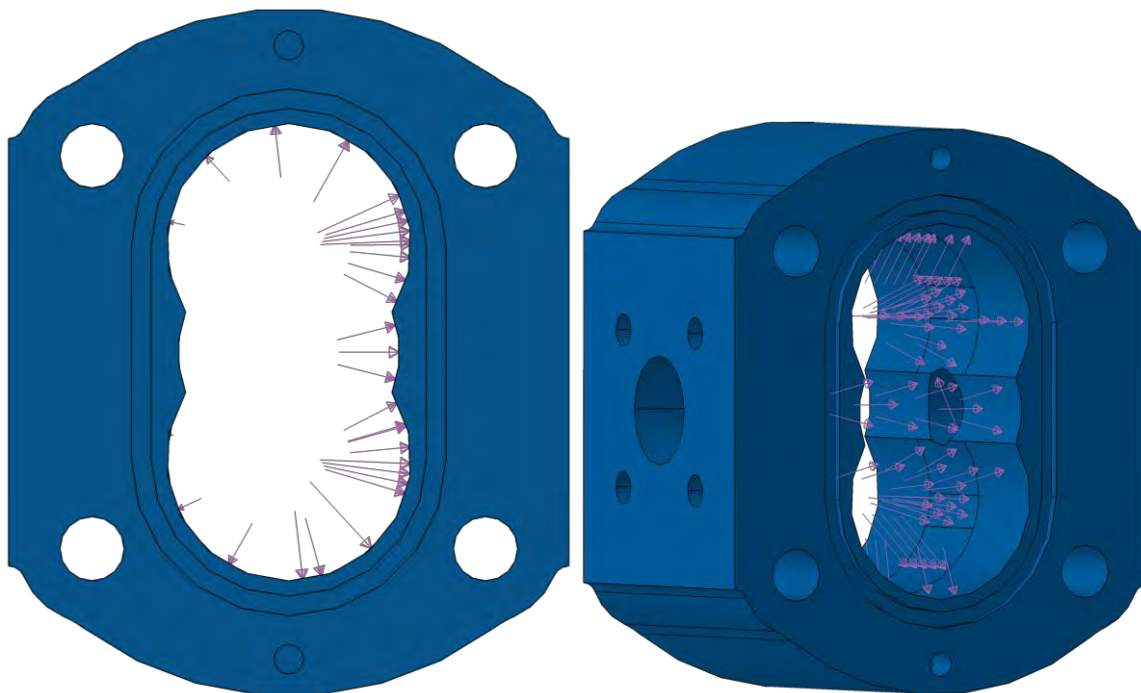
Rys. 5.13. Rozkład ciśnienia na kółach zębatach: a) pompa KPF1, b) pompa WTFD

Na powierzchni czołowej koła zębatego, wyznaczonej przez promień koła stopy zęba i wymiaru wewnętrznego łożyska, przyjęto liniowy rozkład ciśnienia. Obciążenie powierzchni czołowych występuje symetrycznie po obu stronach wieńca. Siły wynikające z tego oddziaływania mają przeciwny zwrot i znoszą się. Dlatego w modelu numerycznym pominięto to obciążenie.

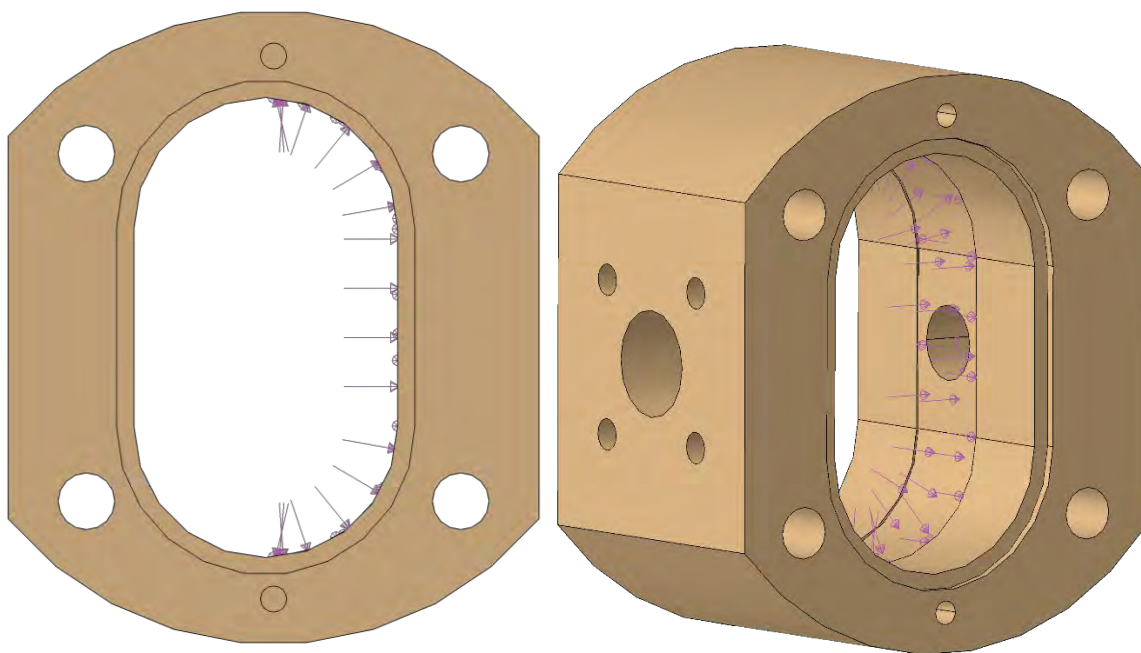
Korpus pompy KPF1 obciążono ciśnieniem w obszarze narostu ciśnienia i komory tłocznej (rys. 5.15). Przyjęto liniowy narost ciśnienia pomiędzy obszarami niskiego i wysokiego ciśnienia. Dla pompy KPF1 przyrost ciśnienia rozpoczyna się za otworem ssawnym i kończy na płaszczyźnie wyznaczonej przez osie obrotu kół zębatych (rys. 5.14a). W modelu pompy WTFD korpus składa się z dwóch elementów. Część zewnętrzną obciążono ciśnieniem w króćcu tłocznym i kanale doprowadzającym olej z króćca tłocznego nad kompensację obwodową (rys. 5.16). Tuleja obciążona jest narastającym ciśnieniem na obszarze o tej samej powierzchni co w pompie bez kompensacji, natomiast przyrost ciśnienia następuje na dłuższym kącie opasania, w związku z zastosowaniem kompensacji szczeliny obwodowej (rys. 5.14b). Zewnętrzna powierzchnia kompensacji obciążona jest ciśnieniem tłoczenia. Obciążone powierzchnie tulei przedstawiono na rysunku 5.17.



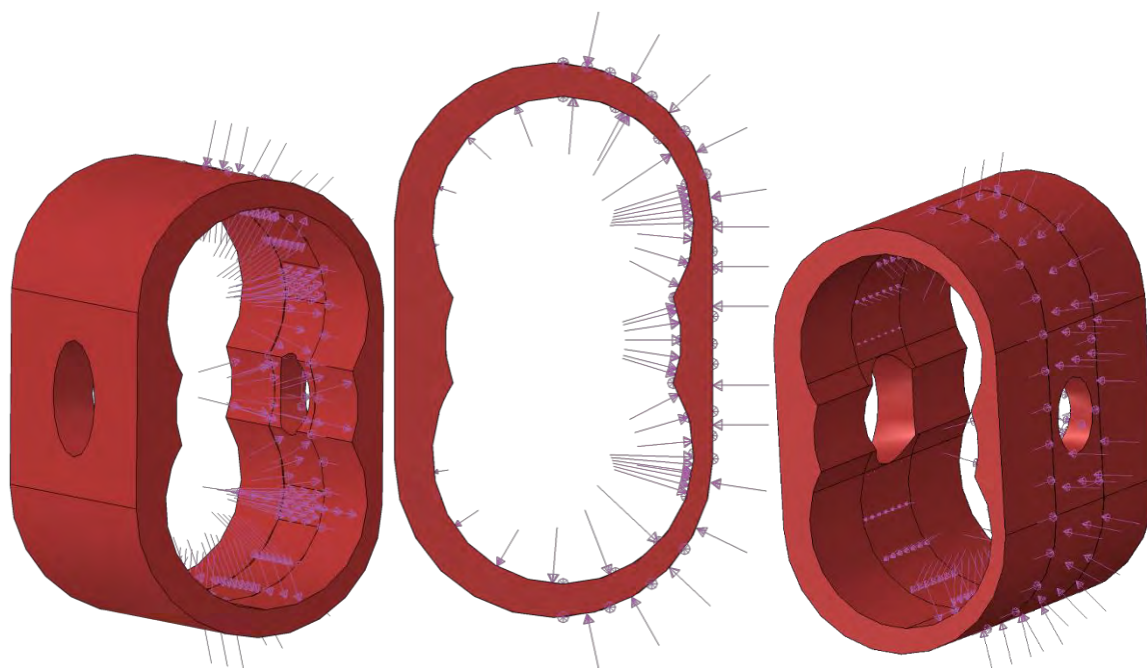
Rys. 5.14. Rozkład ciśnienia na wewnętrznej powierzchni: a) korpusu pompy KPF1, b) tulei pompy WTFD



Rys. 5.15. Obciążenie ciśnieniem korpusu pompy KPF1 w modelu numerycznym

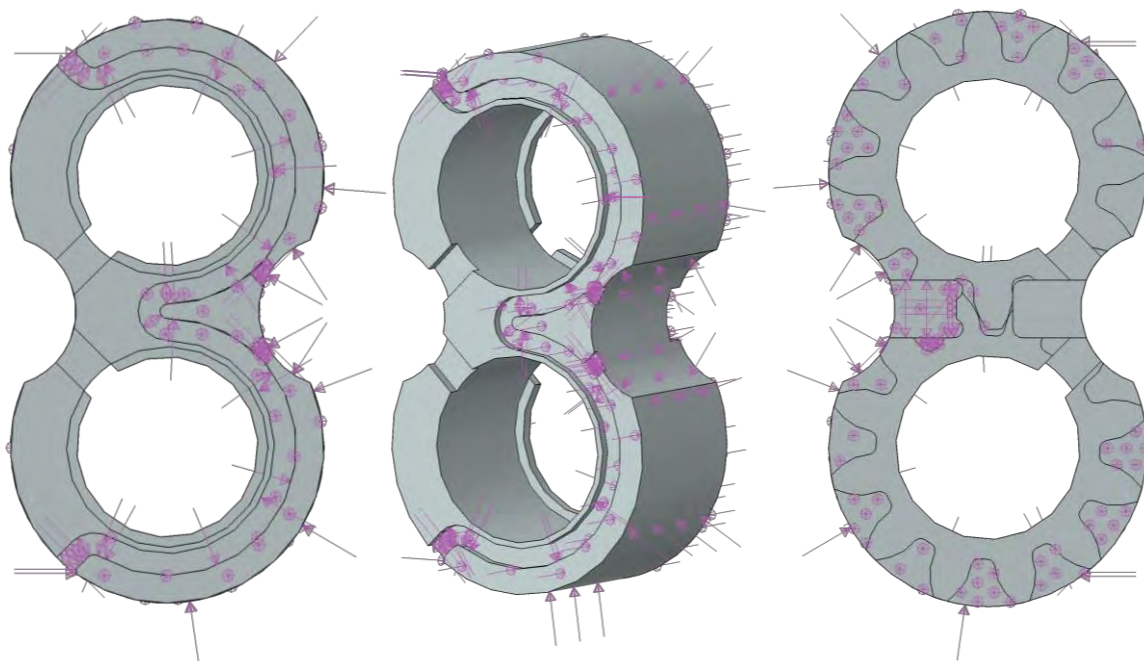


Rys. 5.16. Obciążenie ciśnieniem zewnętrznej części korpusu pompy WTFD w modelu numerycznym



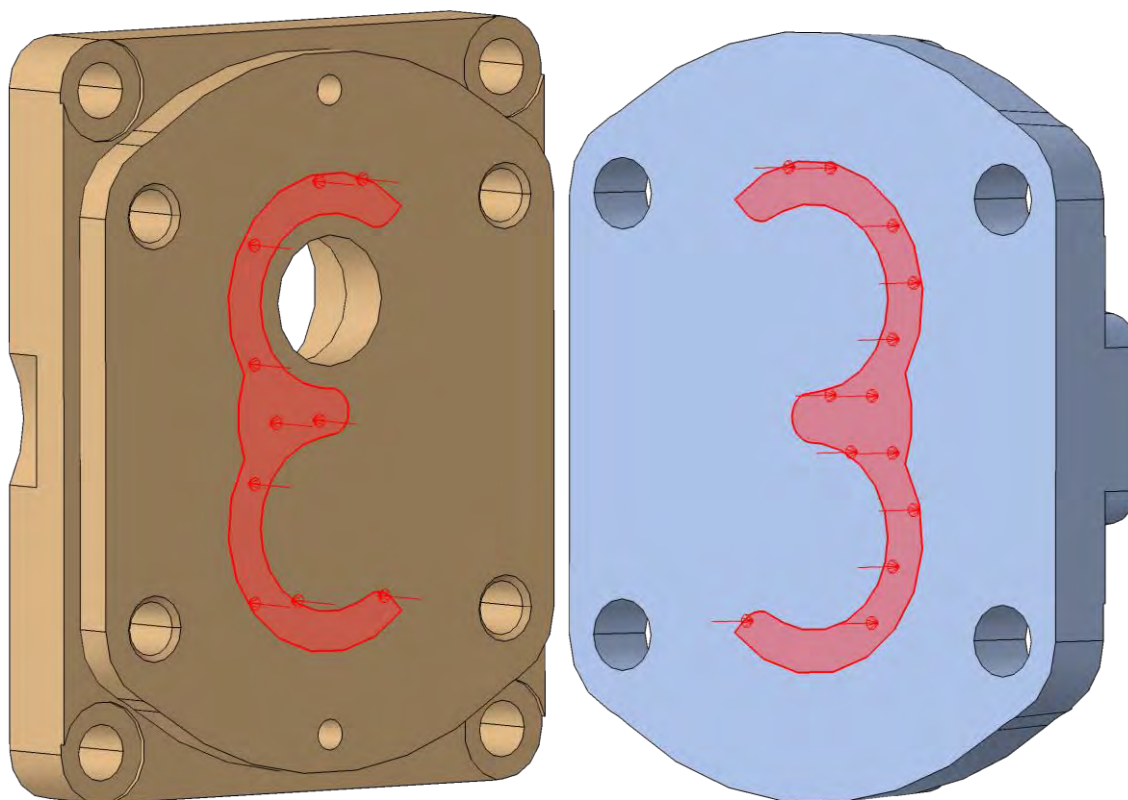
Rys. 5.17. Obciążenie ciśnieniem tulei korpusu pompy WTFD w modelu numerycznym

Korpusy łożysk ślizgowych można podzielić na trzy obszary: powierzchnia czołowa współpracująca z kołami zębatymi, powierzchnia obwodowa współpracująca z korpusem (KPF1) lub tuleją (WTFD) i obszar kompensacji szczeliny osiowej. Każdy z tych obszarów obciążony jest ciśnieniem. Na powierzchni czołowej przyjmuje się rozkład ciśnienia taki jak na obwodzie koła zębatego. W miejscu występowania szczeliny osiowej zazwyczaj zakłada się liniowy spadek ciśnienia w kierunku osi obrotu kół zębatych. Powierzchnia obwodowa dzieli się na stronę połączoną z komorą ssawną, gdzie przyjmuje się, że ciśnienie jest pomijalnie małe, i stronę połączoną z komorą tłoczną, gdzie występuje ciśnienie tłoczenia. Powierzchnia kompensacji szczeliny osiowej również obciążona jest ciśnieniem tłoczenia. Rozkład ciśnienia na korpusach łożysk badanych pomp przedstawiono na rysunku 5.18. W modelach pominięto obciążenie powierzchni czołowych korpusu łożysk i kół zębatych liniowym rozkładem ciśnienia w szczelinie osiowej. Jest on istotny przy określaniu wysokości tej szczeliny, ponieważ decyduje o położeniu korpusów łożysk względem kół zębatych, jednak praca nie obejmuje tego zagadnienia swoim zakresem. W efekcie pominięcia tego rozkładu, docisk korpusów łożysk do powierzchni czołowych kół zębatych będzie większy niż w warunkach rzeczywistych. Wpływ zwiększonej siły docisku na możliwość przemieszczania kół zębatych będzie niewielki, ponieważ na tych powierzchniach założono tarcie płynne, więc siły tarcia będą tylko nieznacznie większe.



Rys. 5.18. Obciążenie korpusów łożysk ciśnieniem w modelu numerycznym

Płytę i pokrywę obciążono ciśnieniem tłoczenia na obszarze kompensacji szczeliny osiowej (rys. 5.19).



Rys. 5.19. Płyta (po lewej) i pokrywa (po prawej) obciążone ciśnieniem w modelu numerycznym

Obliczenia wykonano dla ciśnień tłoczenia wynoszących: 4, 8, 16, 24, 32 i 40 MPa.

5.1.6. Dyskretyzacja

Złożoność modelu pod względem geometrii i liczby modelowanych części wymagała zastosowania elementów skończonych niższego rzędu w celu ograniczenia wymagań, co do mocy obliczeniowej. Do odwzorowania części o prostej geometrii (np. śruby) wykorzystano liniowe elementy typu HEXA o zredukowanym całkowaniu C3D8R natomiast do części zawierających złożony kształt, szczególnie jeżeli posiadają otwory (np. korpus), liniowe elementy typu TETRA C3D4. W przypadku obszarów istotnych do wyznaczenia wysokości szczeliny obwodowej, takich jak wewnętrzna powierzchnia korpusu w pompie KPF1 i tulei w pompie WTFD, lokalnie zwiększono gęstość siatki. Zagęszczenie siatki zastosowano również na powierzchni, na której wykonano pomiary tensometryczne. Model pompy KPF1 składa się z 355589 elementów C3D8R i 1609374 elementów typu C3D4, natomiast dla pompy WTFD jest to odpowiednio 418318 elementów C3D8R i 2935501 elementów typu C3D4. W tabelach 5.5 i 5.6 przedstawiono zestawienie z informacjami dla poszczególnych części odpowiednio modelu pompy KPF1 i WTFD.

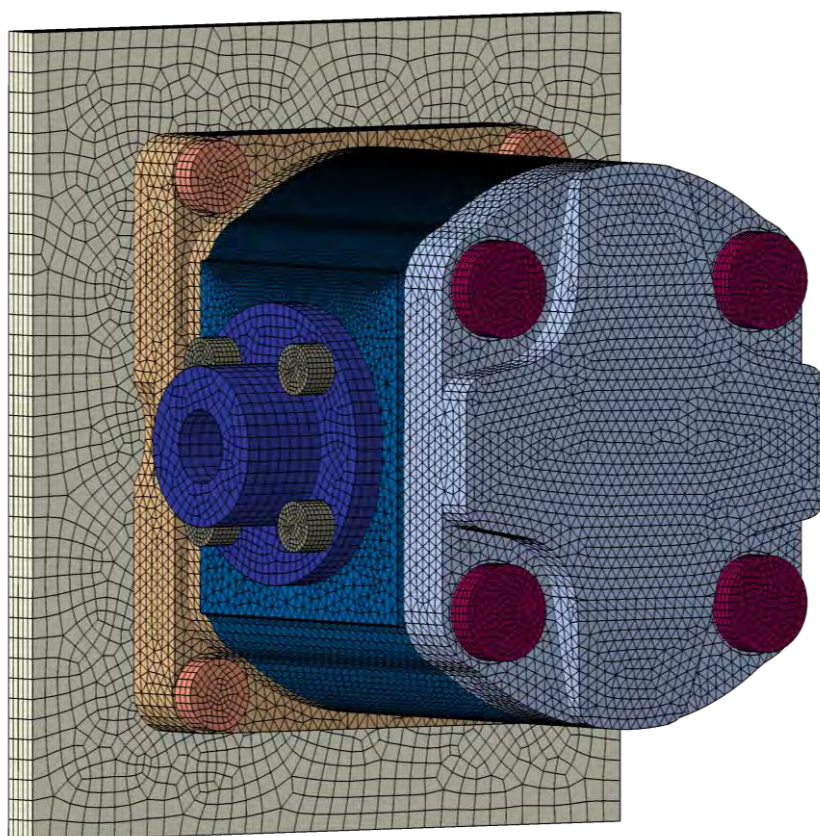
Tabela 5.5. Informacje o typie i liczbie elementów skończonych w modelu numerycznym pompy KPF1

Część	Ilość	Typ elementu	Liczba elementów
Konsola	1	C3D8R	17160
Króciec ssawny	1	C3D8R	5675
Króciec tłoczny	1	C3D8R	2638
Śruba M8	4	C3D8R	1242
Śruba M10	4	C3D8R	623
Szpilka	4	C3D8R	2414
Płyta	1	C3D4	121263
Kółek ustalający	2	C3D8R	480
Korpus	1	C3D4	1218611
Pokrywa	1	C3D4	88589
Korpus łożyska	2	C3D4	90885
Łożysko ślizgowe	4	C3D8R	10292
Koło czynne	1	C3D8R	132210
Koło bierne	1	C3D8R	133694

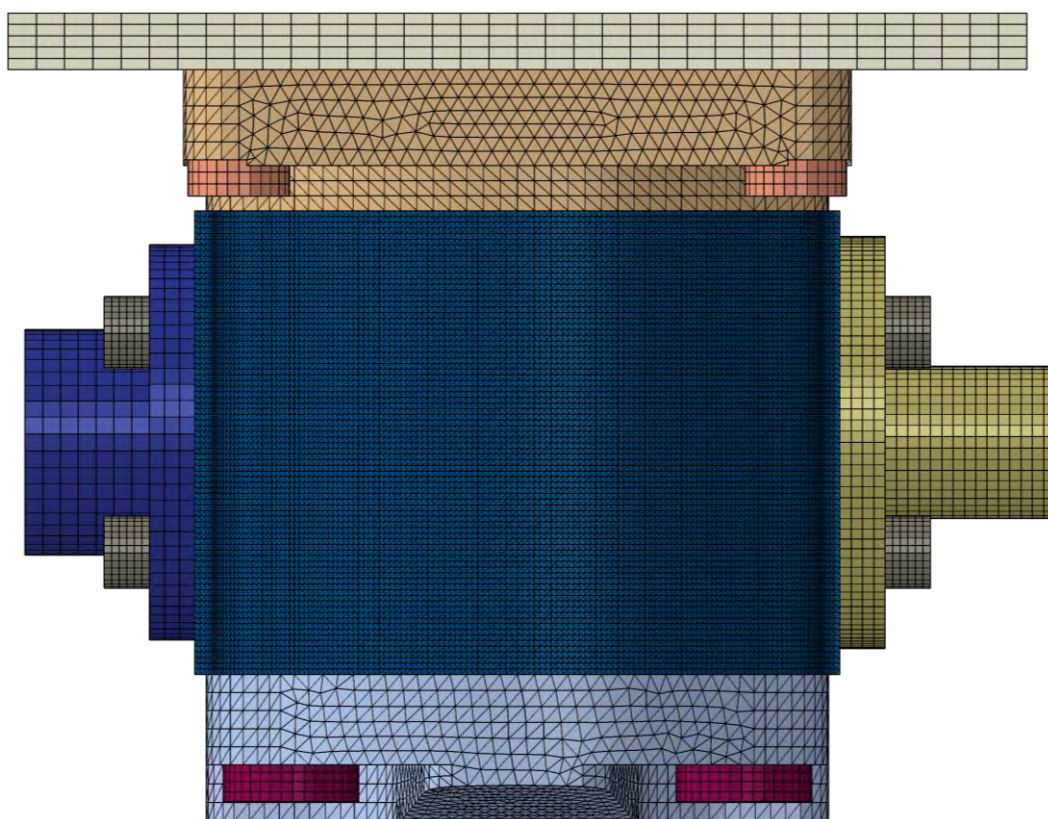
Tabela 5.6. Informacje o typie i liczbie elementów skończonych w modelu numerycznym pompy WTFD

Część	Ilość	Typ elementu	Liczba elementów
Konsola	1	C3D8R	17160
Króciec ssawny	1	C3D8R	5638
Króciec tłoczny	1	C3D8R	7776
Śruba M8	4	C3D8R	1250
Śruba M10	4	C3D8R	591
Szpilka	4	C3D8R	2255
Płyta	1	C3D4	304532
Kółek ustalający	2	C3D8R	480
Korpus	1	C3D4	1076073
Pokrywa	1	C3D4	224159
Tuleja	1	C3D4	1089669
Korpus łożyska	2	C3D4	121039
Łożysko ślizgowe	4	C3D8R	10292
Koło czynne	1	C3D8R	157784
Koło bierne	1	C3D8R	166448

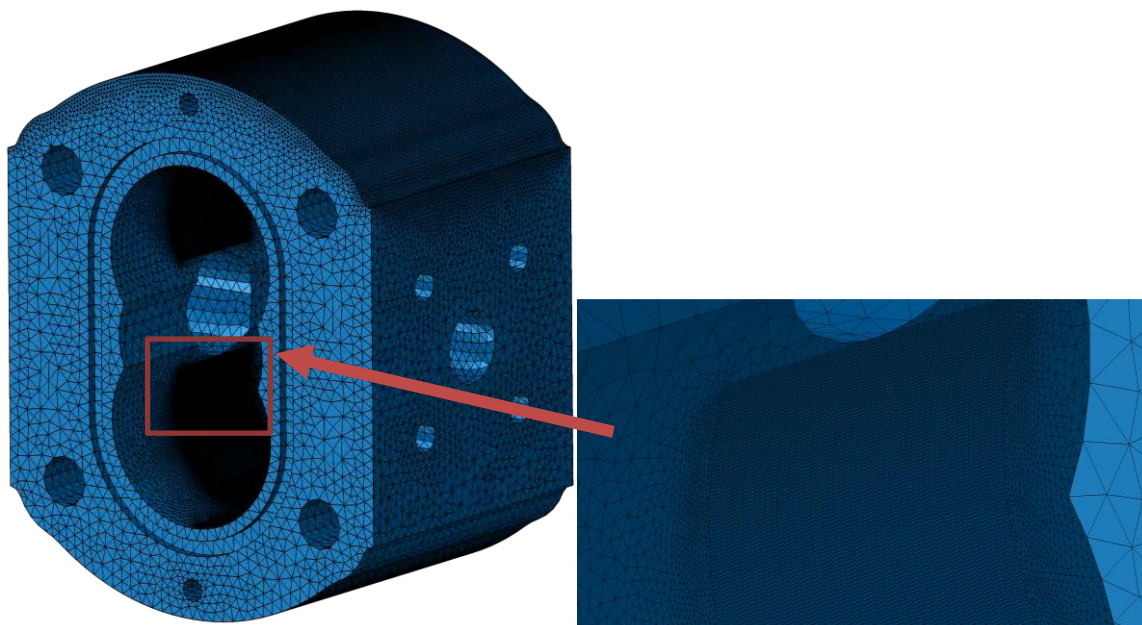
Rysunki 5.20 i 5.21 przedstawiają model dyskretny pompy KPF1. Na rysunku 5.22 zamieszczono korpus pompy KPF1 z widoczną wewnętrzną powierzchnią.



Rys. 5.20. Model dyskretny pompy KPF1

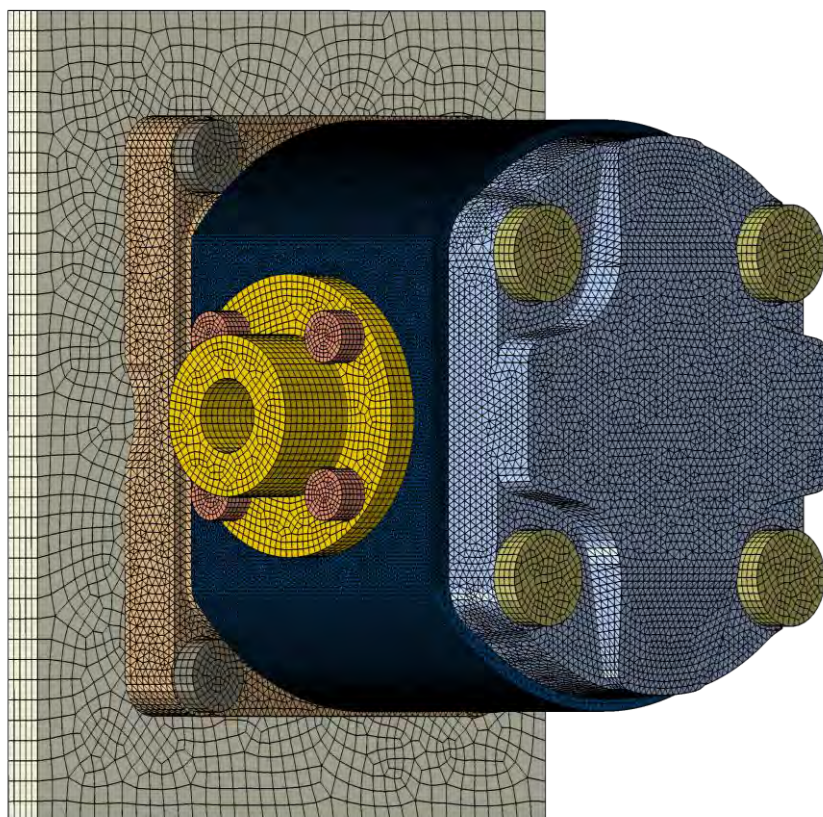


Rys. 5.21. Model dyskretny pompy KPF1

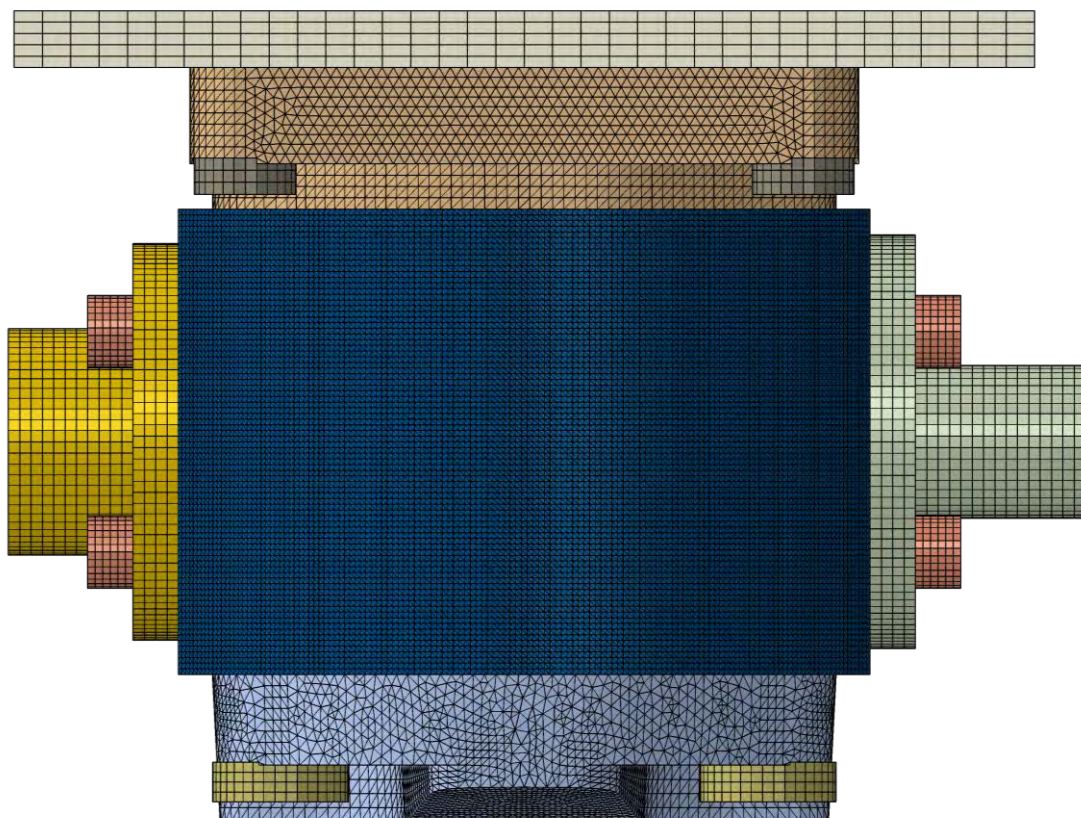


Rys. 5.22. Model dyskretny korpusu pompy KPF1

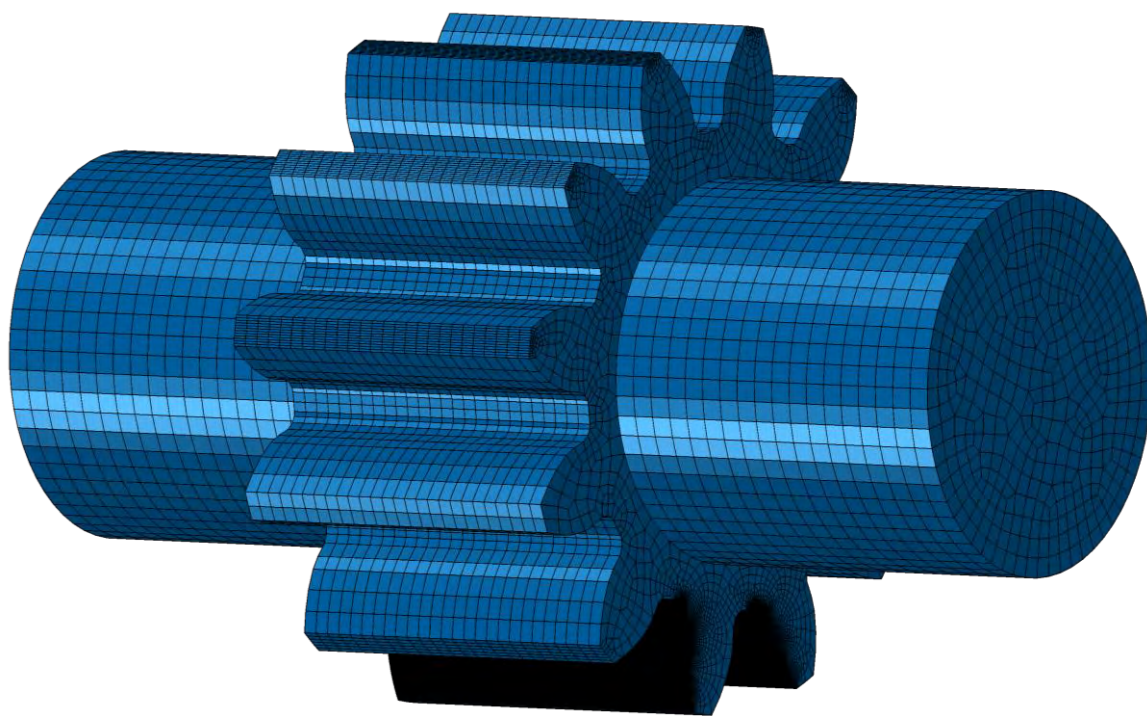
Rysunki 5.23 i 5.24 prezentują widok całego modelu dyskretnego pompy WTFD. Na rysunkach 5.25 i 5.26 przedstawiono koło czynne i tuleję, które znajdują się wewnątrz pompy.



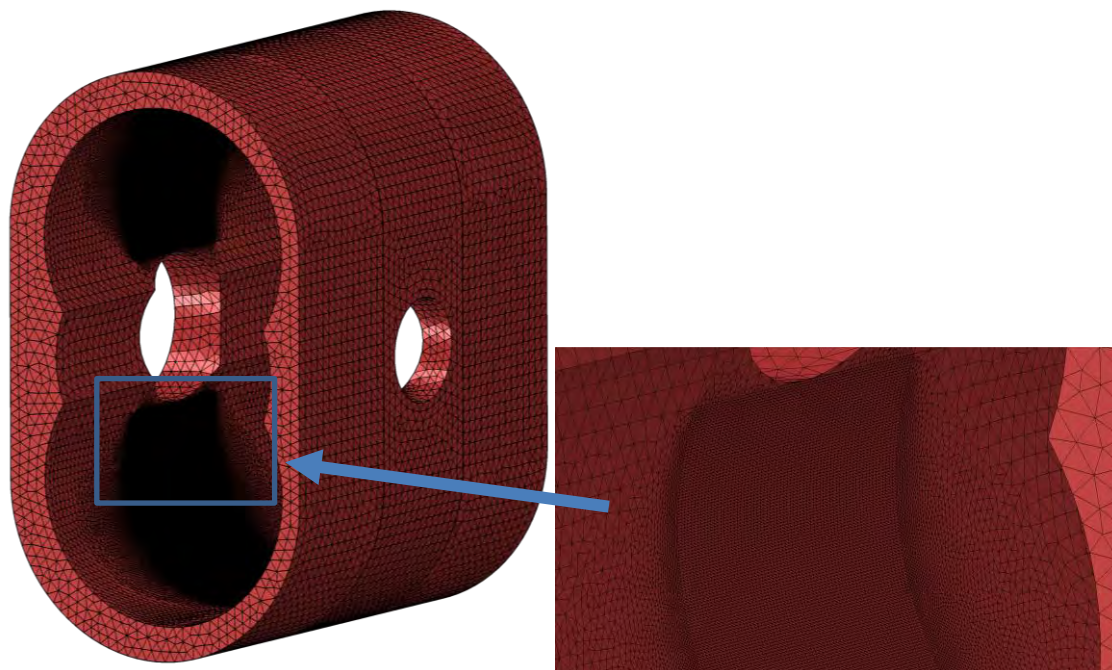
Rys. 5.23. Model dyskretny pompy WTFD



Rys. 5.24. Model dyskretny pompy WTFD



Rys. 5.25. Model dyskretny koła czynnego w pompie

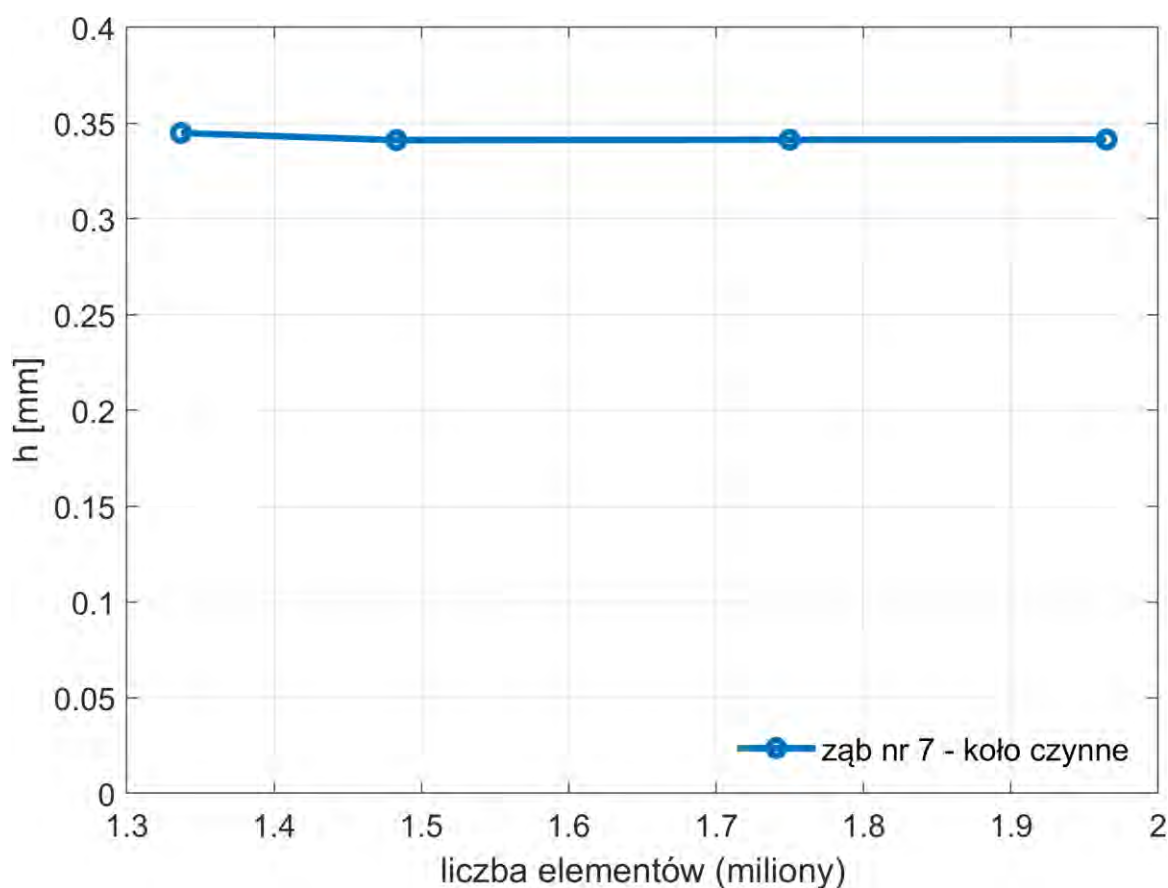


Rys. 5.26. Model dyskrety tulei w pompie WTFD

Dla pompy KPF1 przeprowadzono test czułości siatki (rys. 5.27). Wykonując serię czterech symulacji dla różnej liczby elementów z zakresu od 1,3 do 2 milionów elementów. W celu oceny siatki śledzono wysokość szczeliny obwodowej pomiędzy korpusem pompy, a zębem znajdującym się najbliżej otworu tłocznego pompy dla czynnego koła zębatego. Analizę przeprowadzono dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub i ciśnienia 40 MPa.

Nie odnotowano istotnego wpływu liczby elementów skończonych na wartość wysokości szczeliny obwodowej przy rozpatrywanym obciążeniu. W celu uzyskania wyższej rozdzielczości wyników wysokości szczeliny na całym odcinku od otworu ssawnego do otworu tłocznego ostatecznie zastosowano najgęstszą siatkę.

Ponieważ model pompy WTFD zawiera ponad 3,3 miliona elementów, czyli o ponad 70% więcej niż w pompie KPF1, zaniechano podobnej analizy.

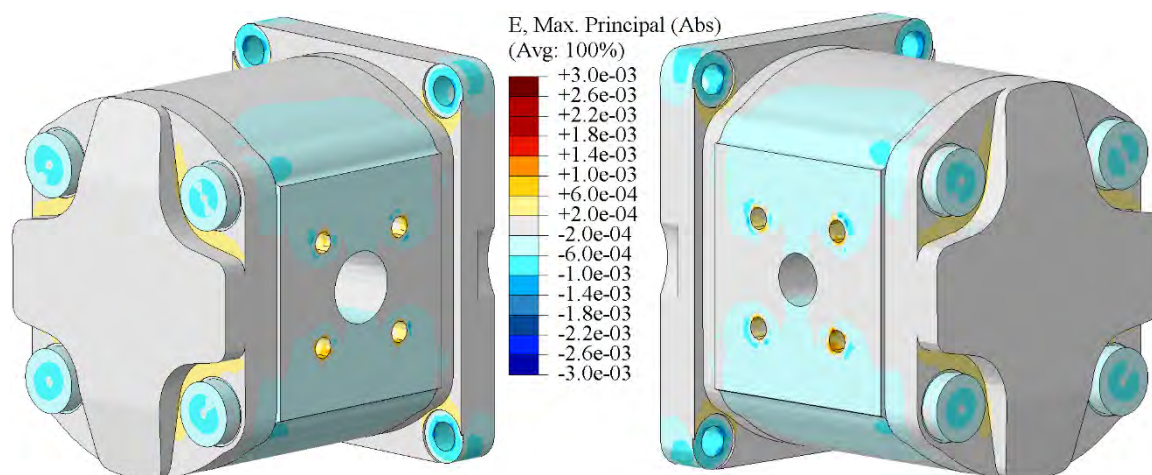


Rys. 5.27. Test czułości siatki dla pompy KPF1

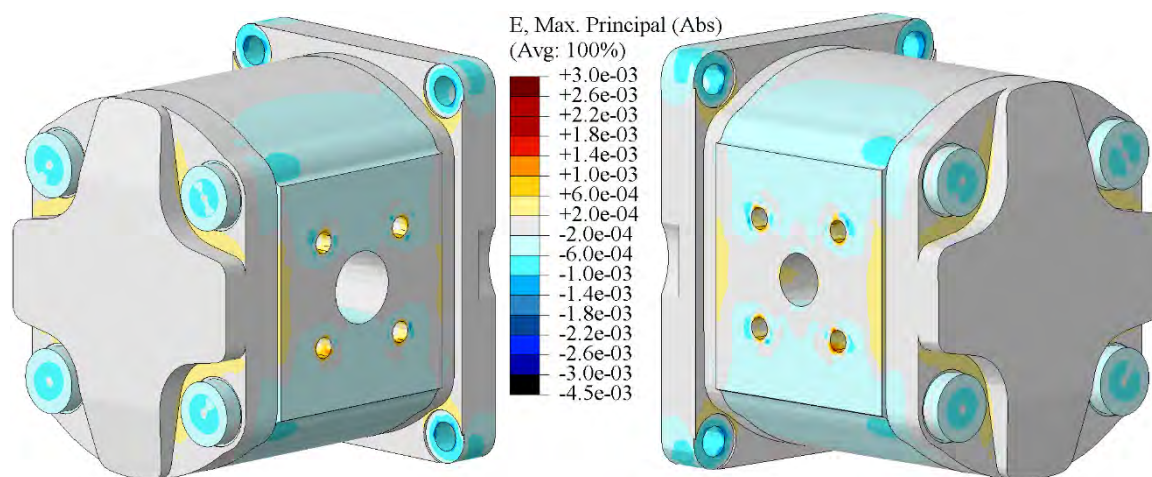
5.2. Rozkład odkształceń w pompach KPF1 i WTFD

We ja modeli numerycznych w oparciu o pomiar odkształceń pompy metodą tensometrii rezystancyjnej wymaga zde niowania punktów pomiarowych. W celu minimalizacji względnego odchylenia między pomiarami, a wynikami uzyskanymi z modeli numerycznych korzystne jest wyznaczenie położenia tensometrów w miejscach charakteryzujących się wysokimi wartościami odkształceń. Ide kacja takich miejsc wymaga analizy rozkładu odkształceń na zewnętrznych powierzchniach pompy. Deformacja korpusu pompy bezpośrednio wpływa na wielkość szczeliny obwodowej, dlatego punkty pomiarowe powinny znaleźć się na jego powierzchni. W analizie nie brano pod uwagę odkształceń w otworach oraz ich okolicy, gdzie widoczny jest wysoki gradient odkształceń. Na wartość odkształceń w tym obszarze wpływa naciąg śrub mocujących elementy, który nie zawsze jest znany (np. dla śrub mocujących króćce). Przyjęto, że zjawisko to ma charakter lokalny i nie opisuje globalnego odkształcenia korpusu pod wpływem obciążenia ciśnieniem roboczym. Zamieszczone rysunki prezentują warstwy odkształceń elementów badanych pomp. Zawarto również szczegółową analizę powierzchni wytypowanej do umieszczenia tensometrów. Z widoku usunięto kołnierz, śruby mocujące pompę do kołnierza, króćce oraz śruby mocujące króćce do pompy. Są to obiekty niezwiązane z konstrukcją pompy i nie są przedmiotem pracy. Na zamieszczonych poniżej rysunkach dobrano skalę

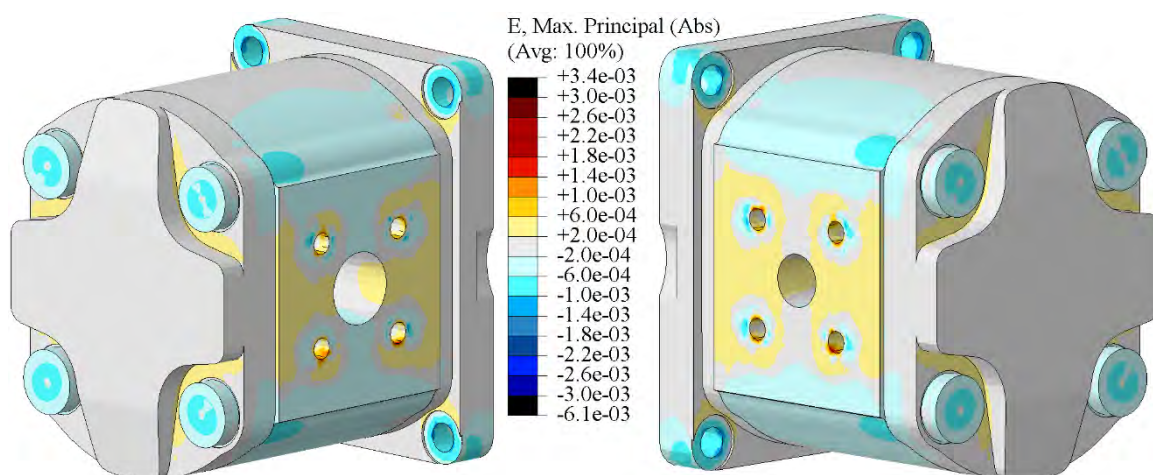
symetryczną w celu wyeksponowania obszarów gdzie materiał ulega ściskaniu lub rozciąganiu, a odkształcenia przyjmują ekstremalne wartości. Obszary w odcieniach koloru niebieskiego ulegają ściskaniu natomiast przeciwne spektrum skali reprezentuje obszary rozciągane. Rysunek 5.28 przedstawia warstwy ekstremalnych odkształceń głównych dla pompy KPF1 dla obciążenia naciągiem śrub łączących elementy pompy. Rysunki 5.29 do 5.34 prezentują rozkład odkształceń głównych przy równoczesnym obciążeniu naciągiem śrub i ciśnieniem. Analizę przeprowadzono dla następujących obciążeń ciśnieniem: 4, 8, 16, 24, 32 i 40 MPa.



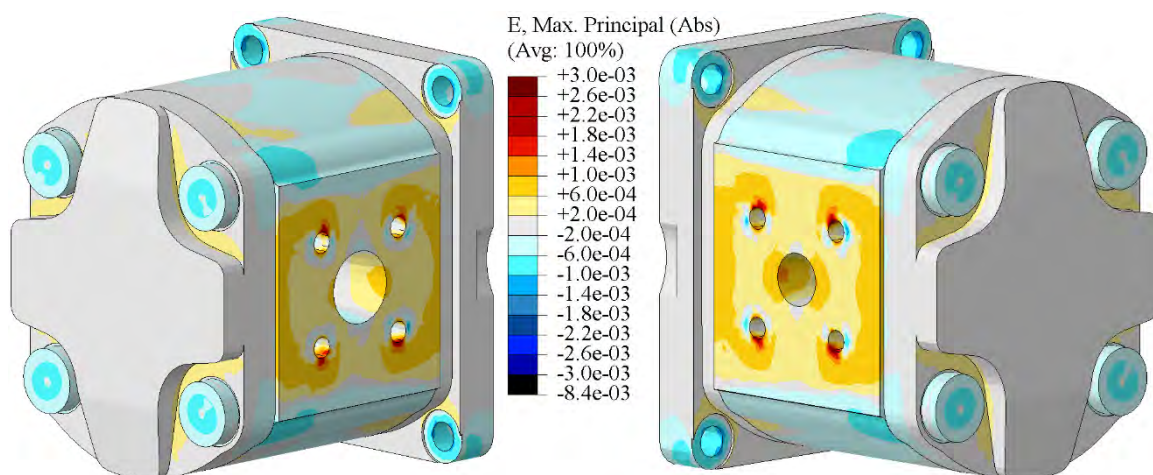
Rys. 5.28. Warstwy odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem śrub łączących elementy pompy



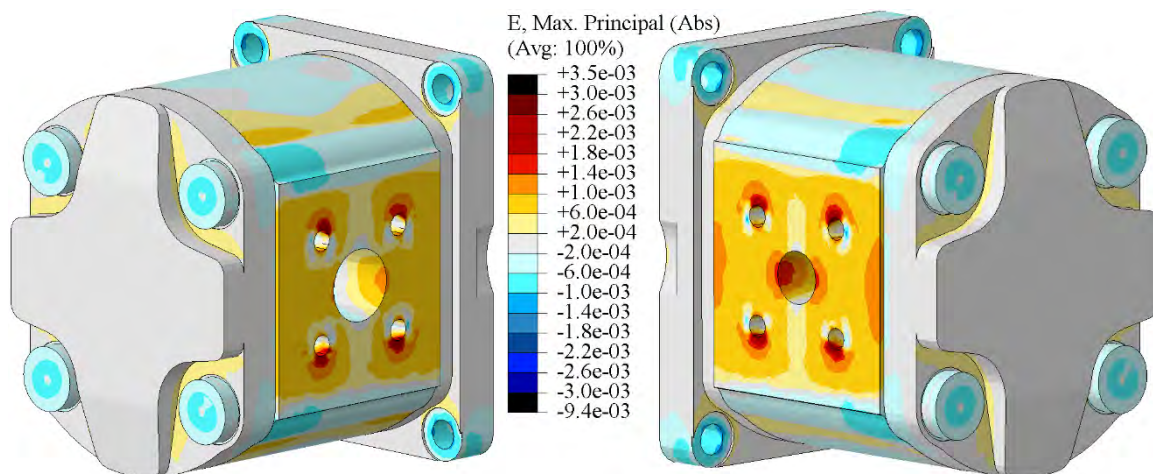
Rys. 5.29. Warstwy odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 4 MPa



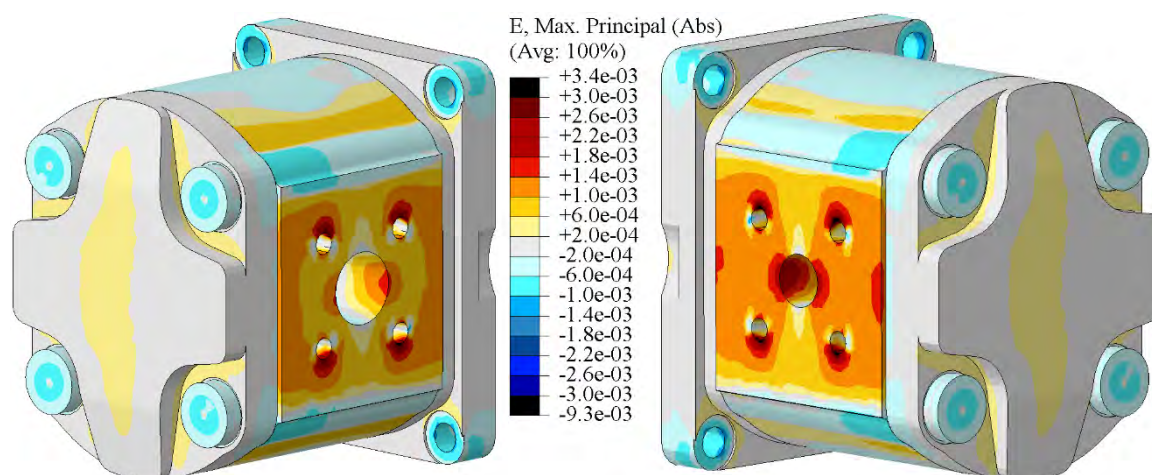
Rys. 5.30. Warstwice odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 8 MPa



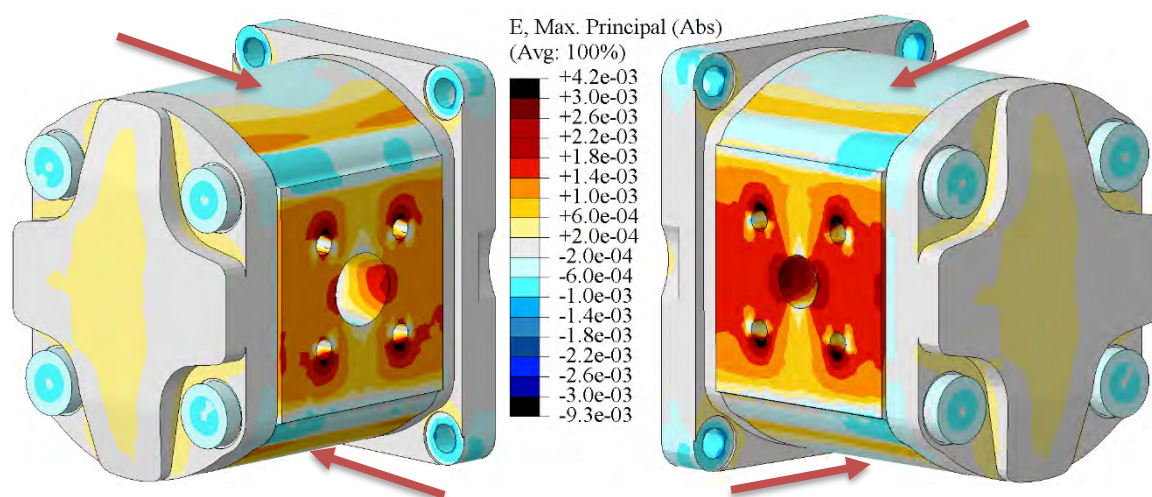
Rys. 5.31. Warstwice odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 16 MPa



Rys. 5.32. Warstwice odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 24 MPa



Rys. 5.33. Warstwie odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 32 MPa

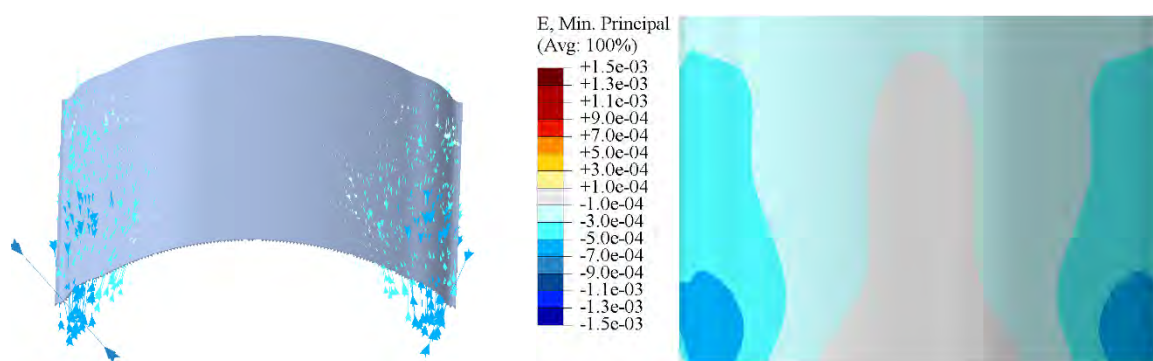


Rys. 5.34. Warstwie odkształceń w pompie KPF1 w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 40 MPa

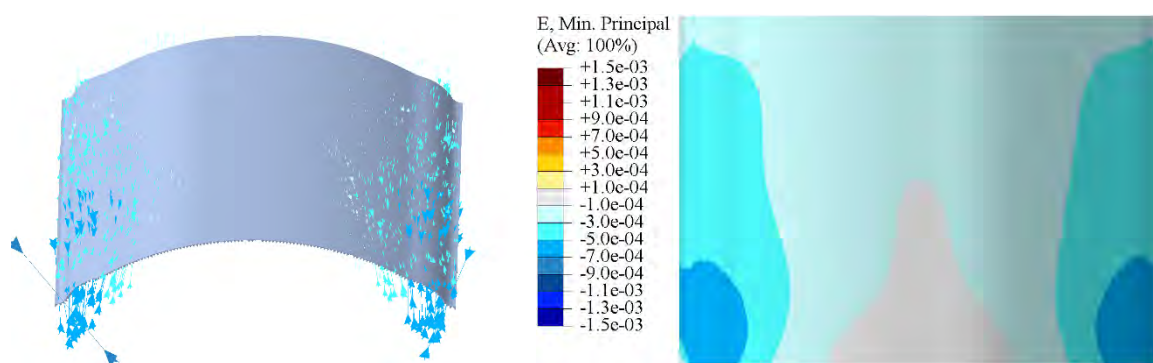
W wyniku obciążenia naciągiem na korpusie pompy dominują odkształcenia od ściskania. Maksymalne odkształcenia występują wzdłuż śrub, szczególnie w pobliżu pokrywy pompy. Obciążenie pompy ciśnieniem zmienia postać odkształceń. W okolicy otworów ssawnego i tłocznego dominują odkształcenia od rozciągania. Wysokie wartości odkształceń widoczne są w okolicach otworów śrub mocujących króćce oraz przy króćcu tłocznym. Odkształcenia rozciągające pojawiają się również na zaokrąglonej części korpusu. Co istotne ich wartość jest większa po stronie ssawnej pompy (do 1400 $\mu\text{m}/\text{m}$) niż po stronie tłocznej (do 1000 $\mu\text{m}/\text{m}$). Widoczna jest nieliniowość modelu. Ze względu na wartości odkształceń tensometry należałoby umieścić na zaokrąglonej powierzchni korpusu, wzdłuż śrub łączących elementy pompy oraz na powierzchni bocznej w pewnej odległości od otworów, w celu uniknięcia wpływu karbu. Pierwsza grupa tensometrów pozwoliłaby zważyć odkształcenia wynikające z naciągu śrub, natomiast druga grupa odkształceń po wprowadzeniu ciśnienia. Jednak umieszczenie tensometrów w okolicach króćca tłocznego nie jest pożądane. Pierścień uszczelniający typu o-ring, występujący między powierzchnią pompy, a króćcem, wymaga by powierzchnia ta była gładka i płaska. Wprowadzenie przewodów do tensometrów spowodowałoby potencjalną drogę wycieku zewnętrznego, co mogłoby utrudnić lub w skrajnych przypadkach uniemożliwić generowanie

ciśnienia przez pompę. Dodatkowo króciec naciskałby na tensometry, co mogłoby utrudniać ich prawidłowe swobodne odkształcenie wraz ze ścianą korpusu i spowodować niewłaściwe wskazania. Z powyższych względów zrezygnowano z umieszczenia tensometrów w tym obszarze. Większą uwagę poświęcono powierzchniom korpusu znajdującym się pomiędzy króćcami (zaznaczona strzałkami na rysunku 5.34), które są łatwo dostępne. Odkształcenie wskazanych powierzchni jest bardzo podobne. Ze względu na lepszą dostępność wybrano powierzchnię znajdującą się na górze pompy. Dla wybranej powierzchni przeprowadzono dalszą analizę odkształceń minimalnych, maksymalnych oraz kierunku ich występowania przy obciążeniu naciągiem i wybranymi ciśnieniami.

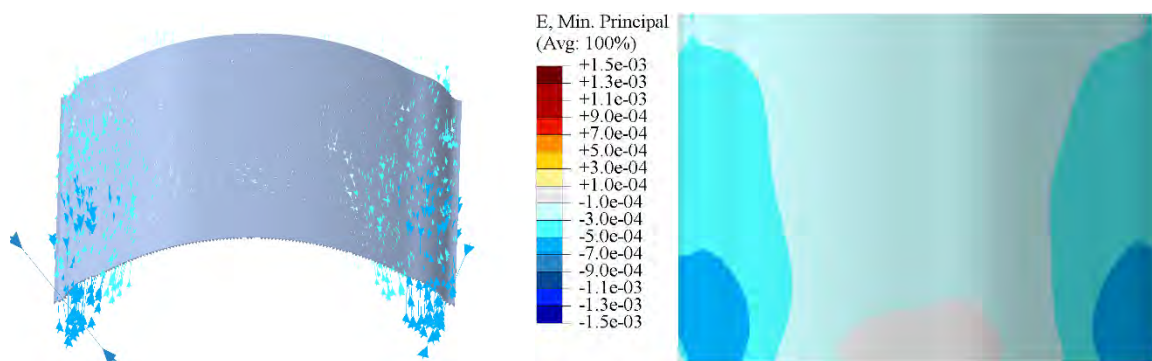
Minimalne odkształcenia główne oraz graficzną prezentację ich kierunku, na wytypowanej powierzchni korpusu pompy KPF1, przedstawiają rysunki 5.35 do 5.41. Analizę przeprowadzono dla obciążenia naciągiem śrub łączących elementy pompy i wybranych ciśnień tłoczenia. Naciąg śrub generuje największe odkształcenia w kierunku, który w przybliżeniu jest równoległy do kierunku działania siły w połączeniu śrubowym. Ekstremalne wartości odkształceń wynikających ze ściskania odnotowano w dwóch obszarach w pobliżu pokrywy pompy. Wzrost ciśnienia powoduje, że wartości odkształceń również wzrastają. Zmianie ulega jednak postać. W centrum omawianej powierzchni, na całej szerokości korpusu, pojawiają się odkształcenia ściskające o kierunku prostopadłym do odkształceń wynikających z naciągu śrub.



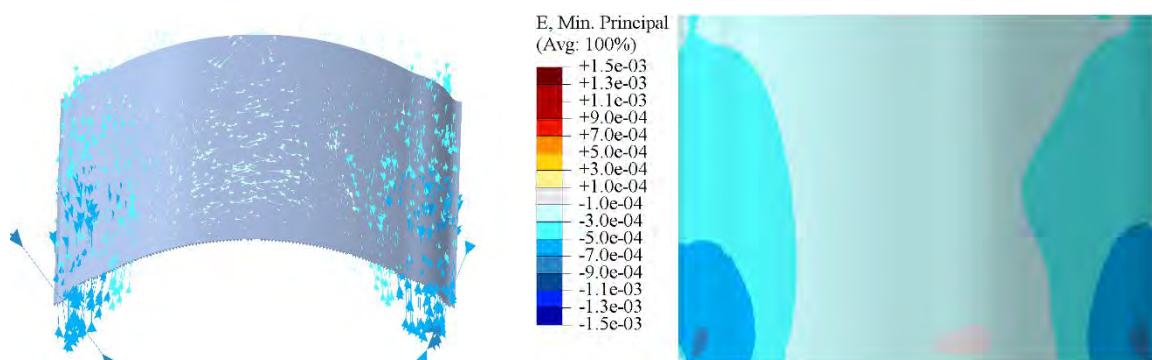
Rys. 5.35. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem śrub łączących elementy pompy. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



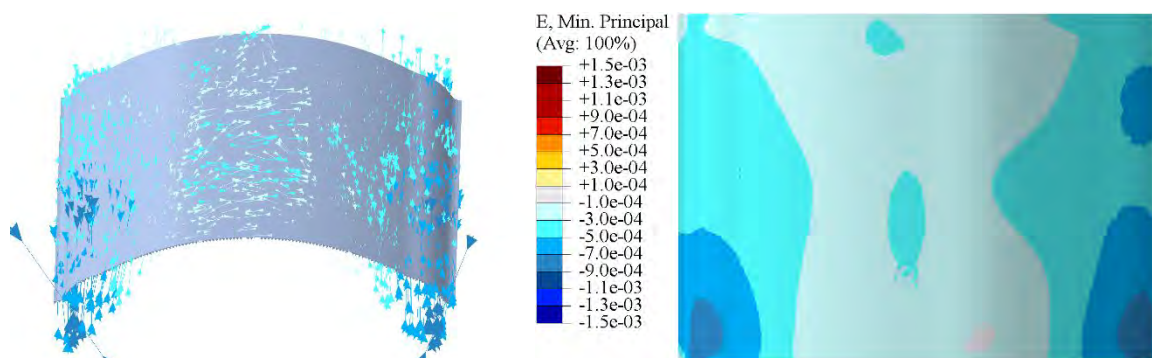
Rys. 5.36. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 4 MPa. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



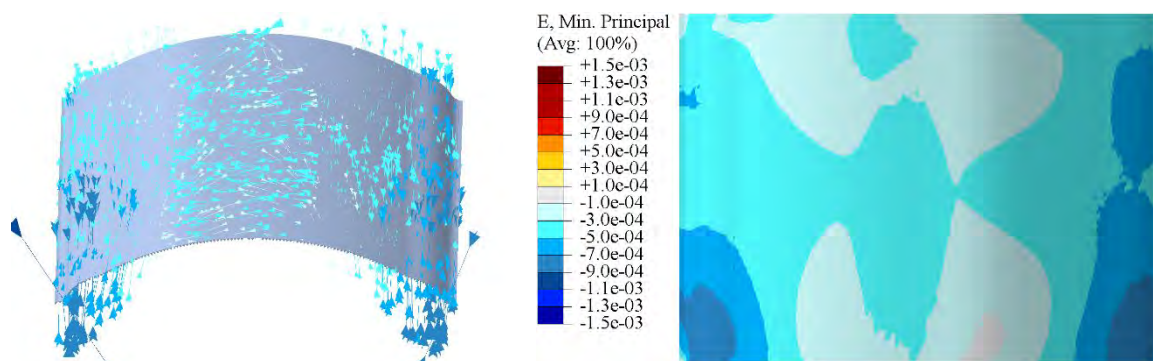
Rys. 5.37. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 8 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



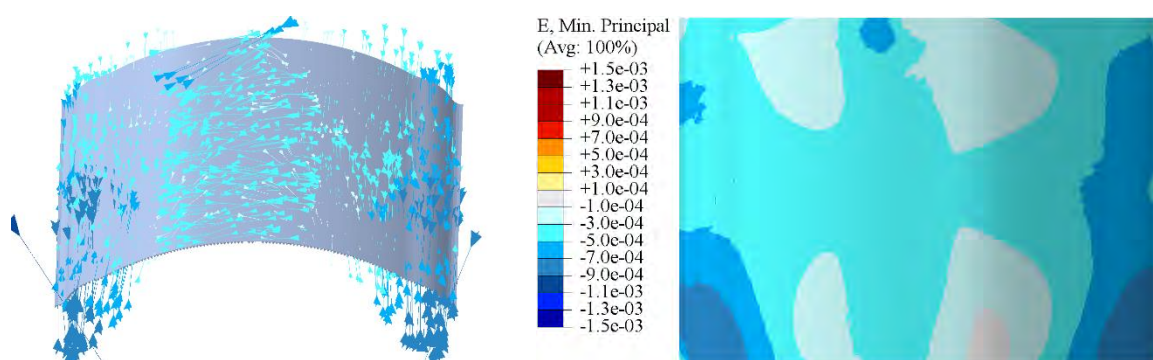
Rys. 5.38. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 16 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.39. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 24 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

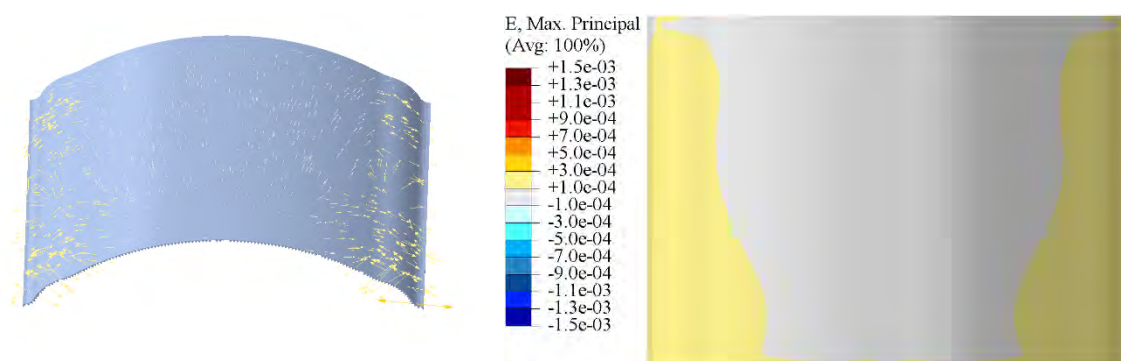


Rys. 5.40. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 32 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

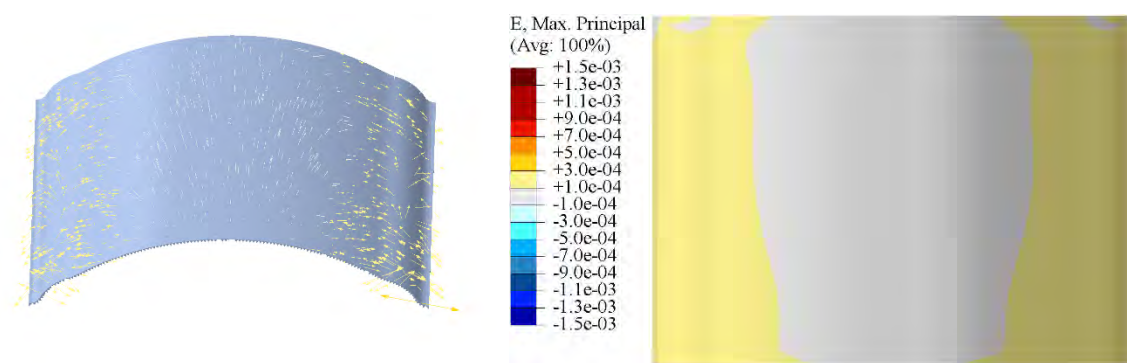


Rys. 5.41. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 40 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

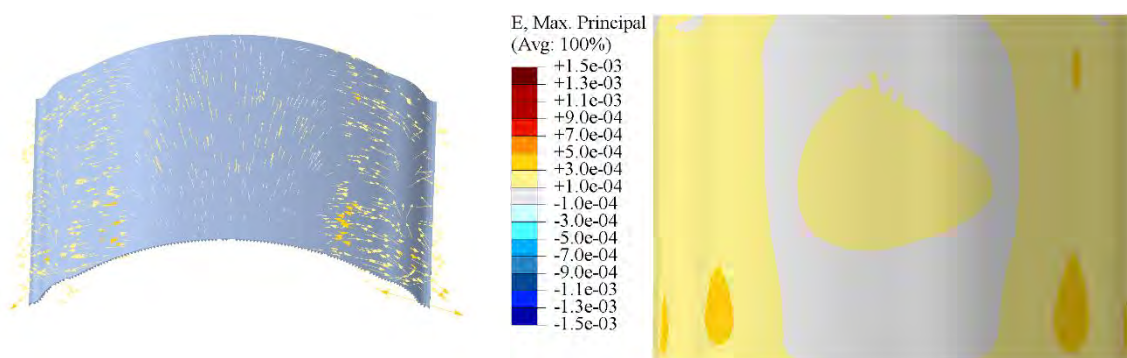
Maksymalne odkształcenia główne występujące na wytypowanej powierzchni korpusu pompy KPF1 przedstawiają rysunki 5.42 do 5.48. Naciąg śrub generuje niewielkie odkształcenia o znaku dodatnim. Wprowadzenie ciśnienia powoduje znaczny wzrost odkształceń w wyniku rozciągania. Co istotne zanotowano wyższe wartości odkształceń w obszarze korpusu zbliżonej do króćca ssawnego.



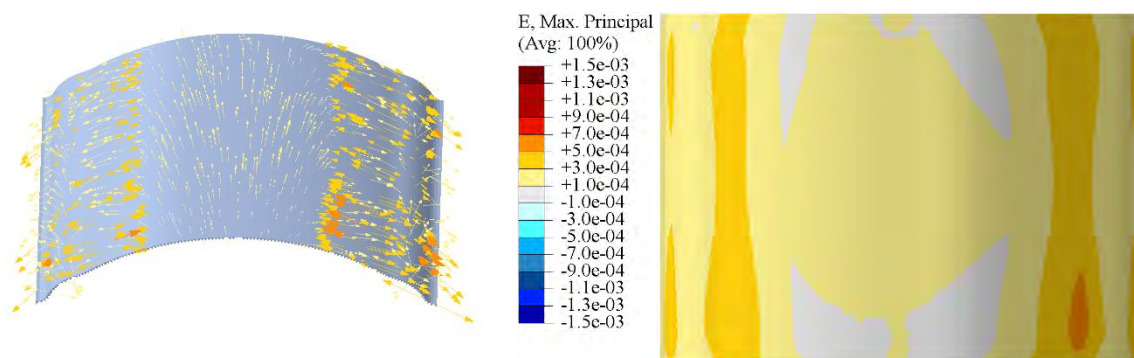
Rys. 5.42. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem śrub łączących elementy pompy. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



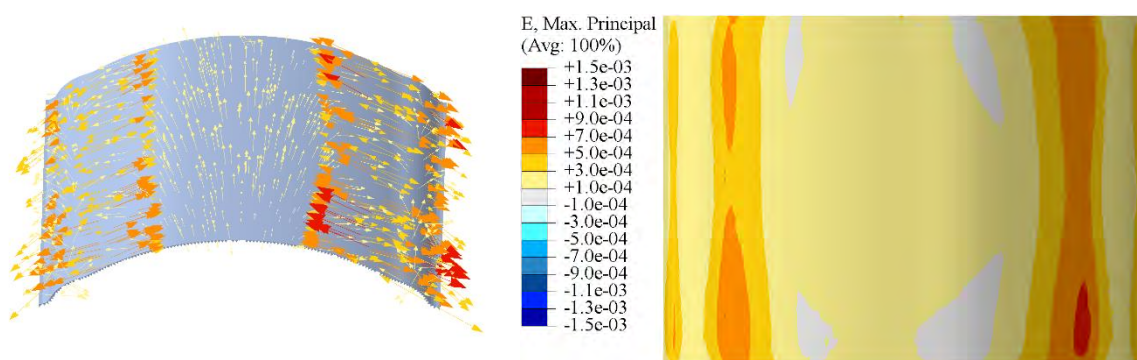
Rys. 5.43. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 4 MPa. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



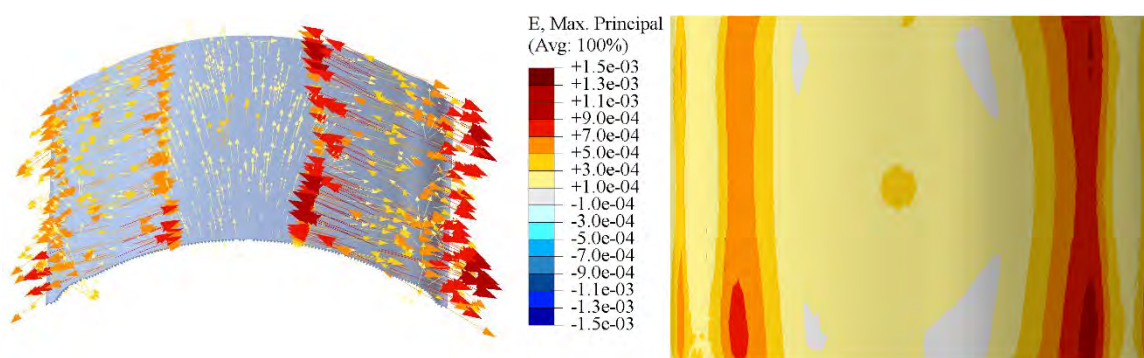
Rys. 5.44. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 8 MPa. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



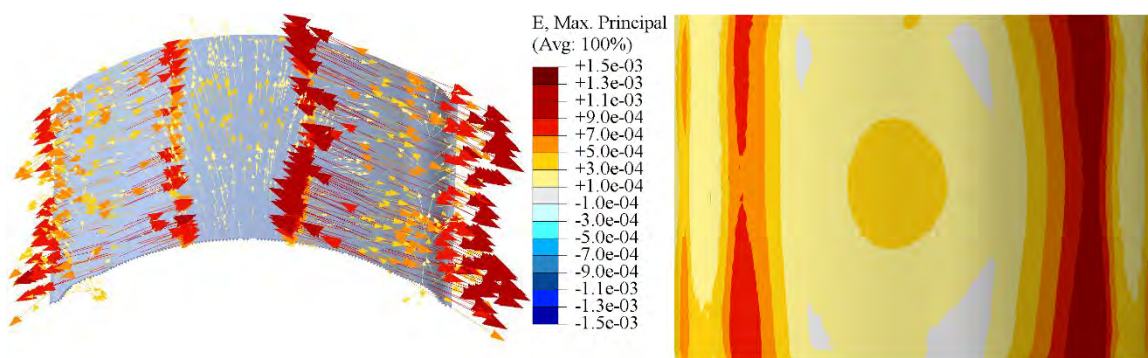
Rys. 5.45. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 16 MPa. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.46. Warstwice maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 24 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

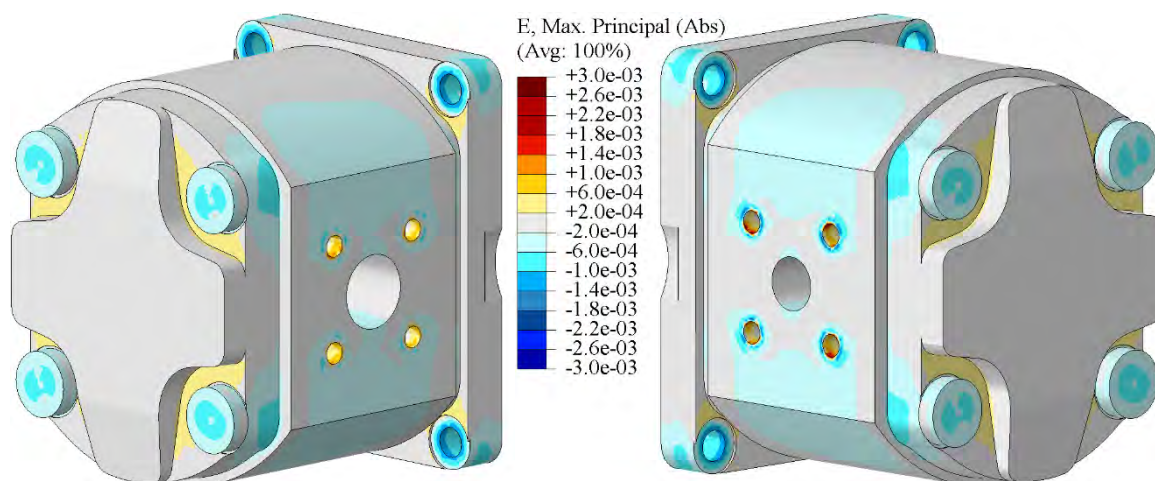


Rys. 5.47. Warstwice maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 32 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

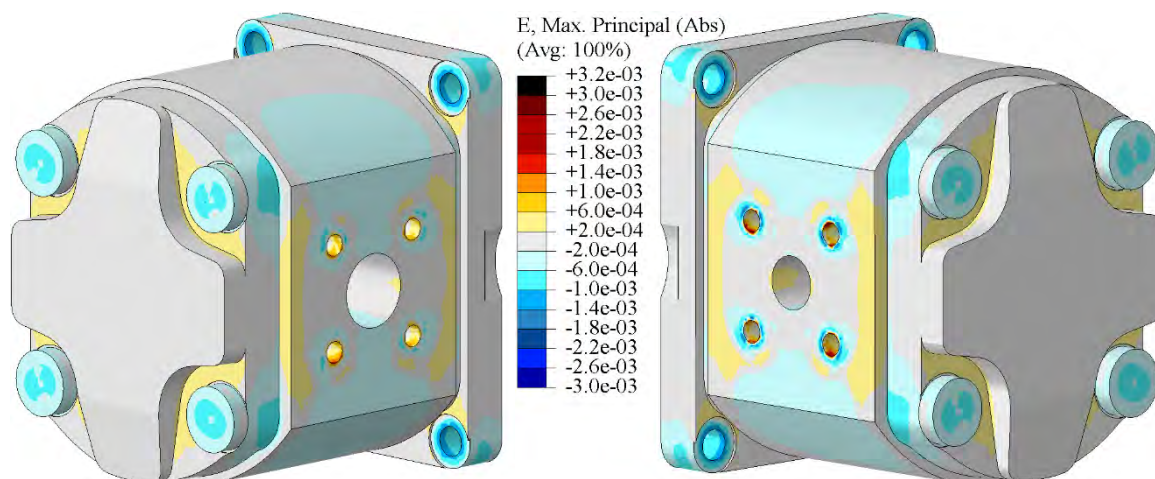


Rys. 5.48. Warstwice maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy KPF1 (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 40 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

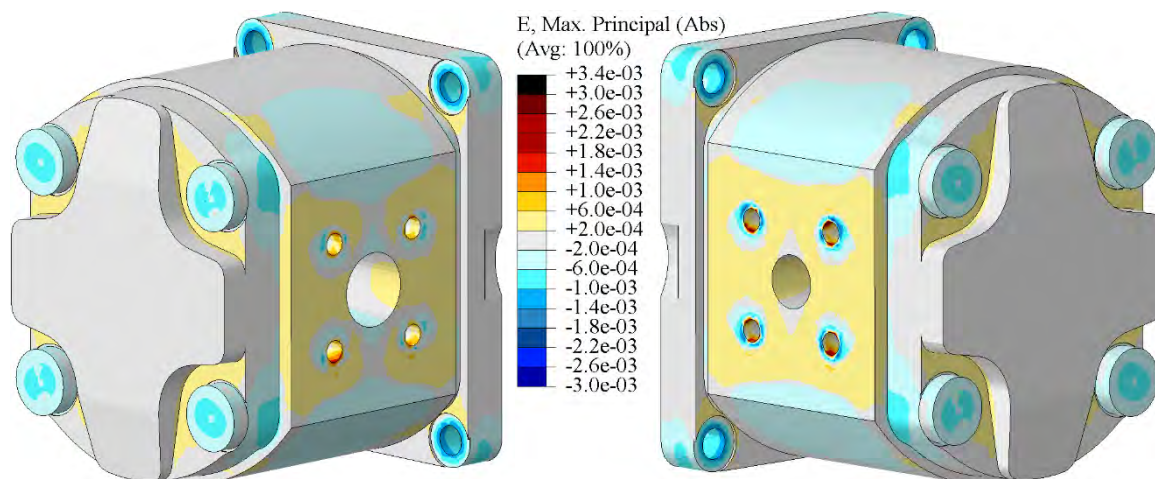
Rysunek 5.49 przedstawia odkształcenia zewnętrznych powierzchni pompy WTFD pod wpływem oddziaływania naciągu śrub łączących elementy pompy. Rysunki 5.50 do 5.55 przedstawiają odkształcenia po dodaniu obciążenia ciśnieniem dla kolejnych ciśnień z przyjętego zakresu.



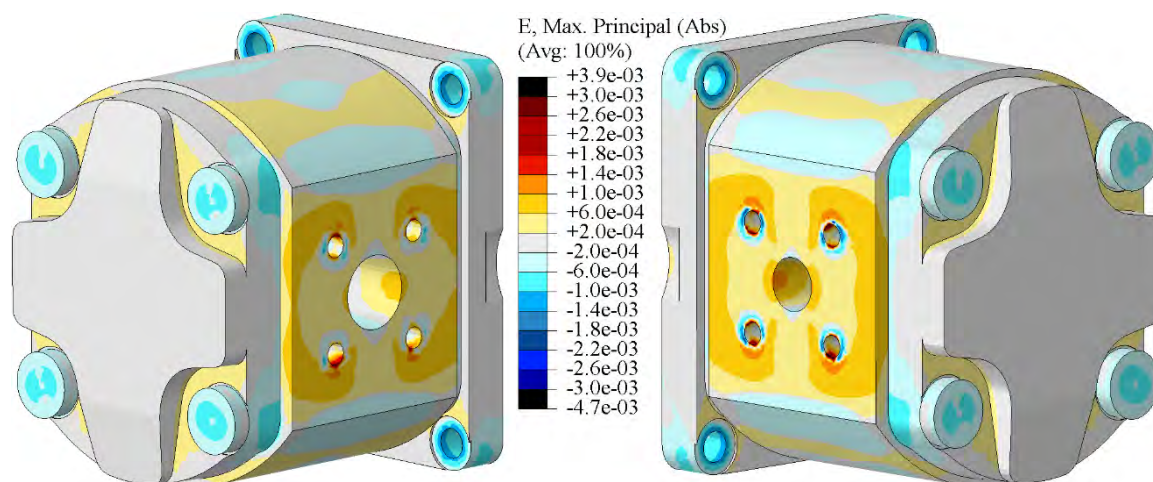
Rys. 5.49. Warstwie odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem śrub łączących elementy pompy



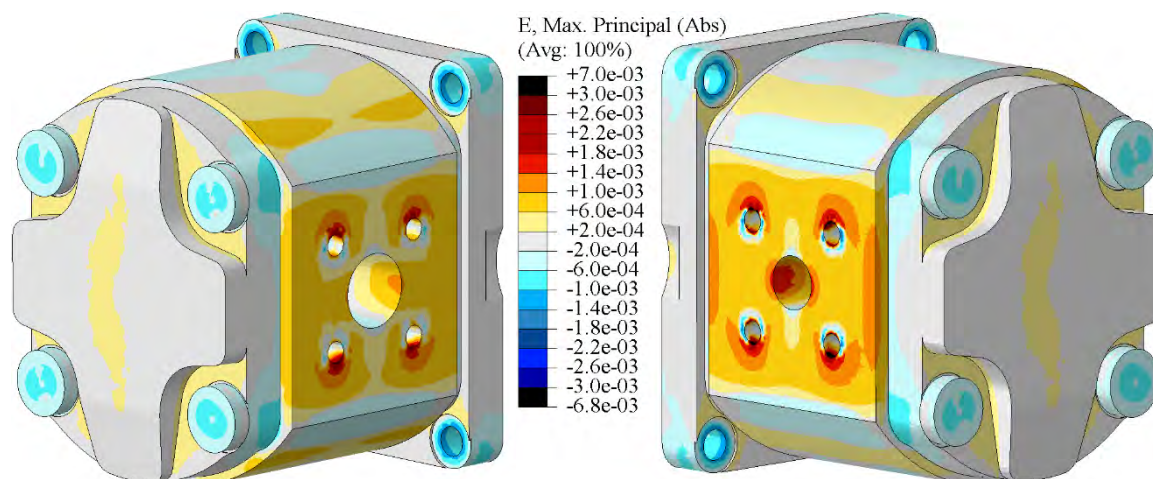
Rys. 5.50. Warstwie odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 4 MPa



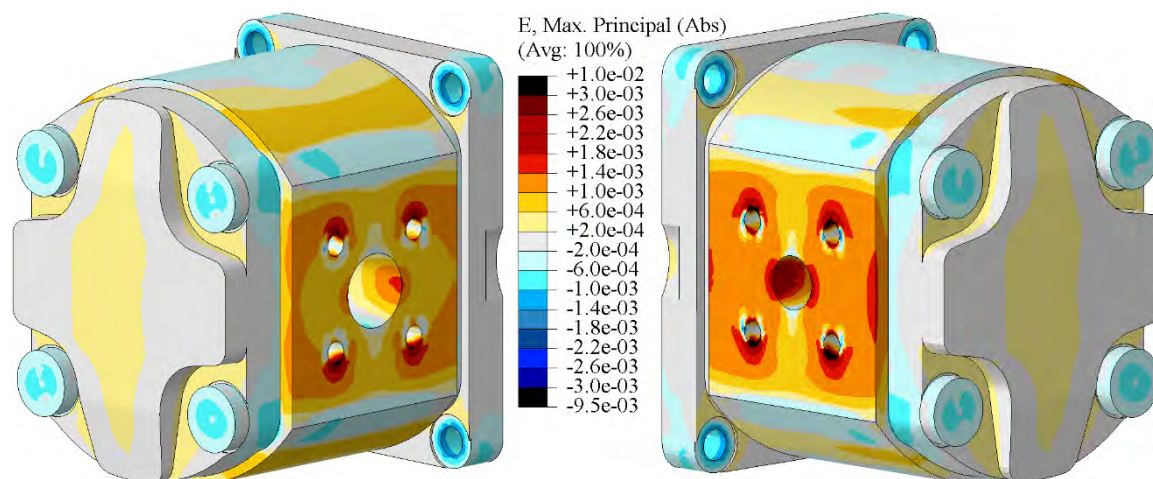
Rys. 5.51. Warstwie odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 8 MPa



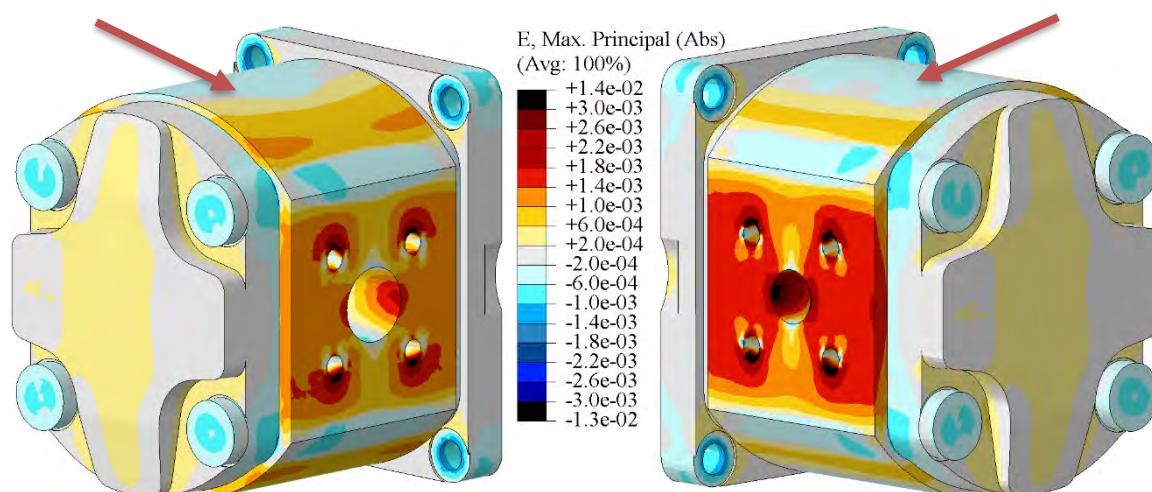
Rys. 5.52. Warstwy odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 16 MPa



Rys. 5.53. Warstwy odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 24 MPa



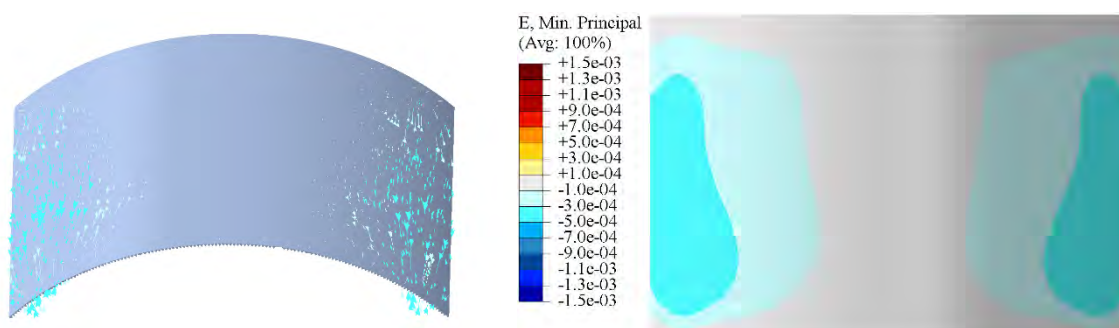
Rys. 5.54. Warstwy odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 32 MPa



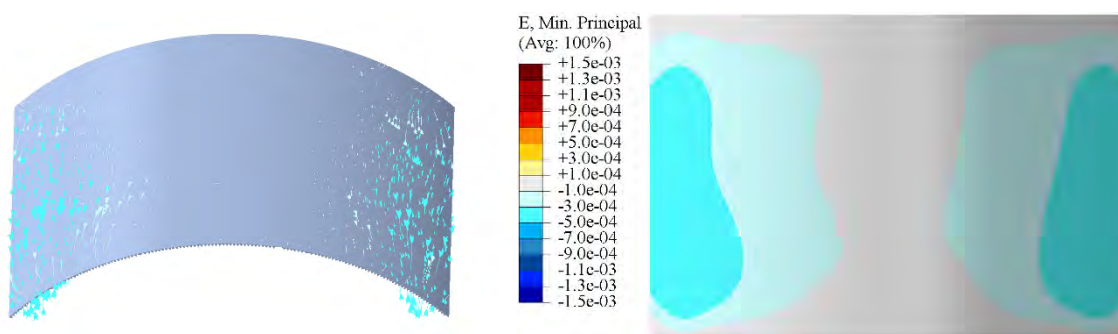
Rys. 5.55. Warstwy odkształceń w pompie WTFD w wyniku obciążenia naciągiem i ciśnieniem 40 MPa. Strzałkami wskazano powierzchnię wytypowaną do dalszych analiz

Charakter odkształceń w przypadku pompy WTFD jest bardzo zbliżony do uzyskanego dla pompy KPF1. Wzrost ciśnienia powoduje wystąpienie wysokich wartości odkształceń na większym obszarze niż w przypadku pompy KPF1. Mimo tego w dalszym ciągu to powierzchnia w okolicach otworu tłocznego charakteryzuje się największymi odkształceniami. Jak już wspomniano pomiar odkształceń na tej powierzchni niesie za sobą szereg problemów dlatego ponownie główną uwagę skupiono na górnej powierzchni korpusu pompy (zaznaczona strzałkami na rysunku 5.55). Dla pompy WTFD również przeprowadzono szerszą analizę odkształceń na wytypowanej powierzchni.

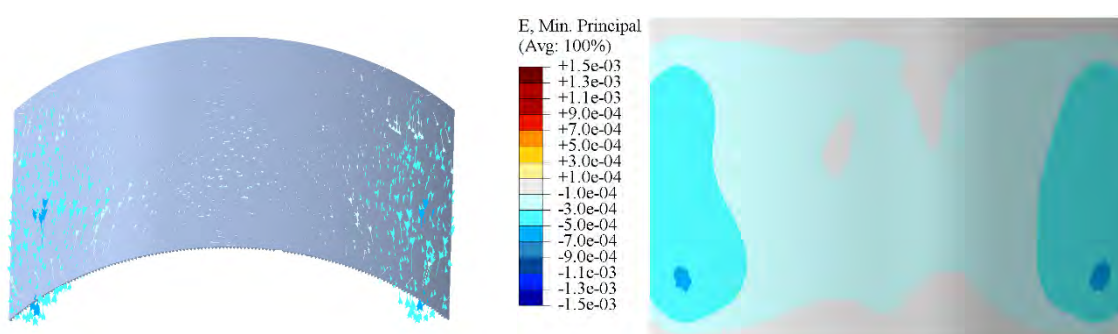
Rysunki 5.56 do 5.62 przedstawiają minimalne odkształcenia główne oraz graficzną prezentację kierunku występowania dla pompy WTFD przy wybranych obciążeniach. Wartości odkształceń wynikających ze ściskania pompy śrubami, wzrasta pod wpływem dodatkowego obciążenia ciśnieniem. Jego kierunek jest w przybliżeniu równoległy do śrub. Obciążenie pompy ciśnieniem powoduje wystąpienie drugiego obszaru, w centralnej części omawianej powierzchni, gdzie pojawiają się odkształcenia wynikające ze ściskania. Kierunek odkształceń jest w przybliżeniu prostopadły do kierunku odkształceń wynikających z naciągu śrub.



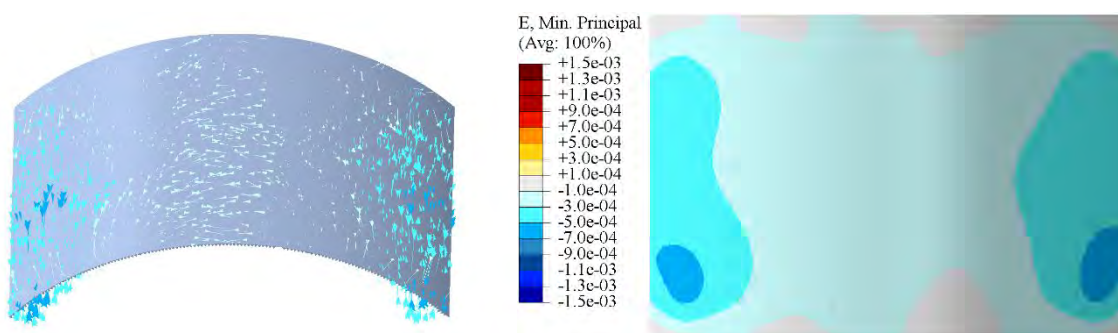
Rys. 5.56. Warstwy minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem śrub łączących elementy pompy. Graficzna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



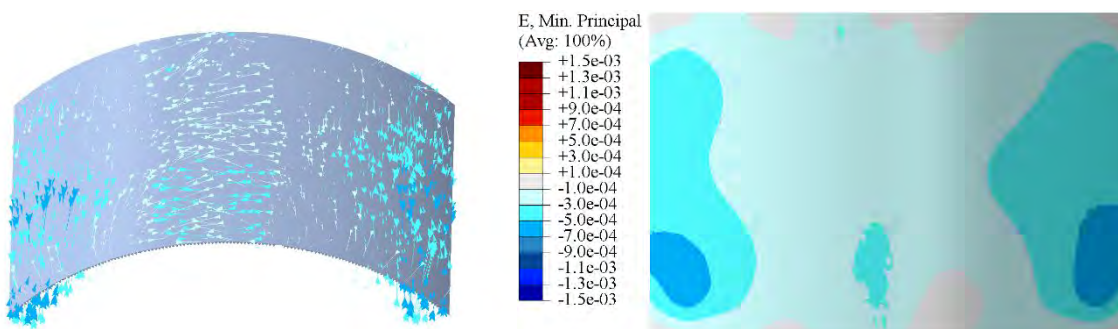
Rys. 5.57. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 4 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



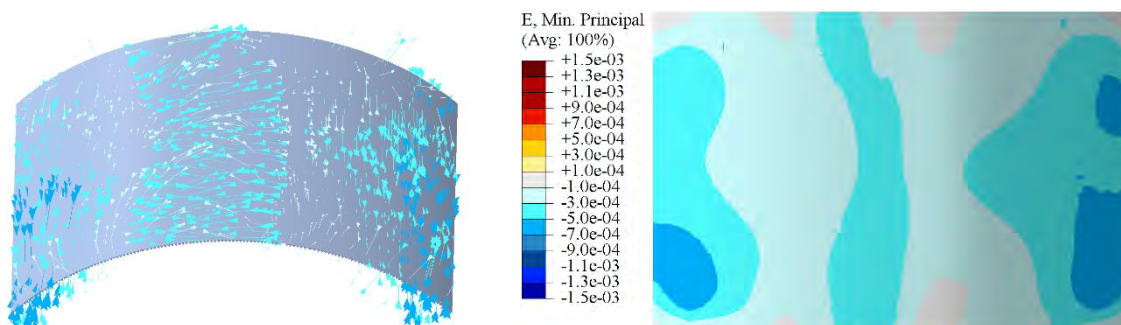
Rys. 5.58. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 8 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



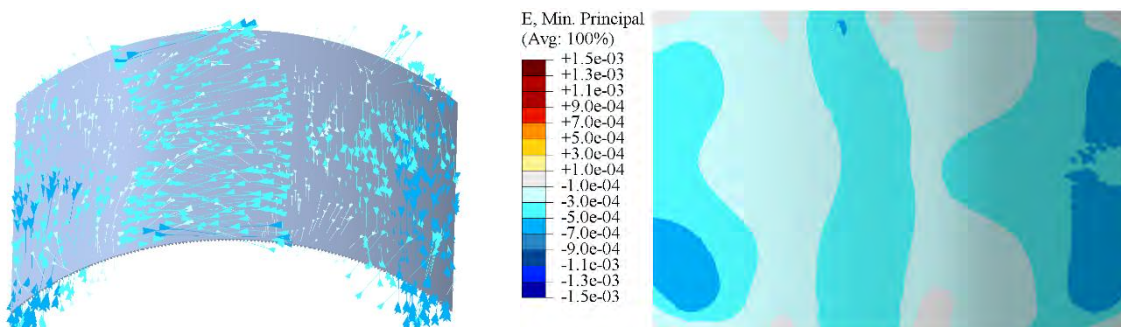
Rys. 5.59. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 16 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.60. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na dolnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 24 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

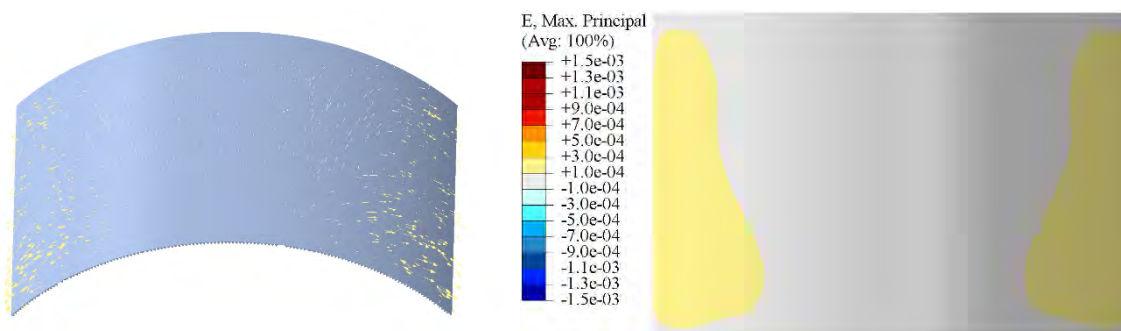


Rys. 5.61. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na dolnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 32 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

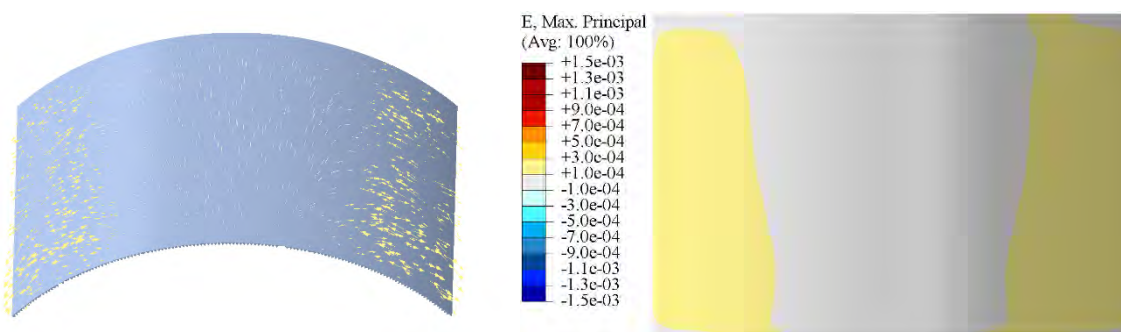


Rys. 5.62. Warstwie minimalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 40 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

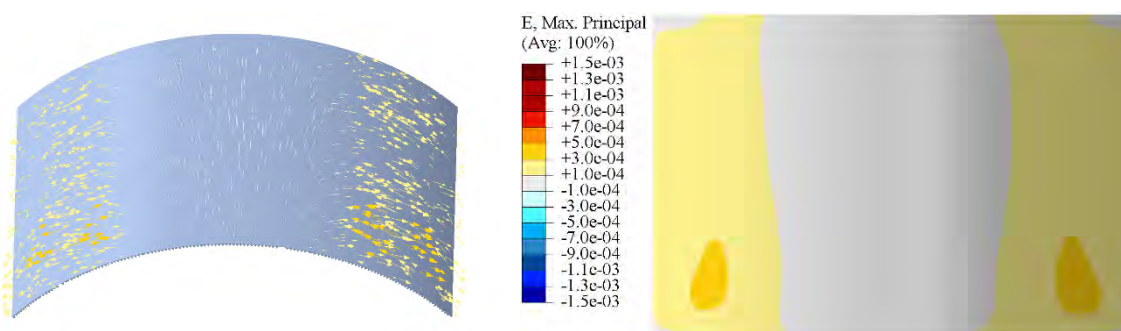
Rysunki 5.63 do 5.69 przedstawiają maksymalne odkształcenia główne oraz graficzną prezentację kierunku ich występowania na wybranej powierzchni pompy WTFD dla wybranych obciążeń. Pole odkształceń powstałe w wyniku naciągu śrubami jest zbliżone do zaobserwowanego w pompie KPF1. Obciążenie ciśnieniem generuje maksymalne odkształcenia na większym obszarze. Ponownie bliżej strony ssawnej pompy odnotowano maksymalne wartości odkształceń. Kierunek odkształceń maksymalnych jest zgodny dla obu pomp.



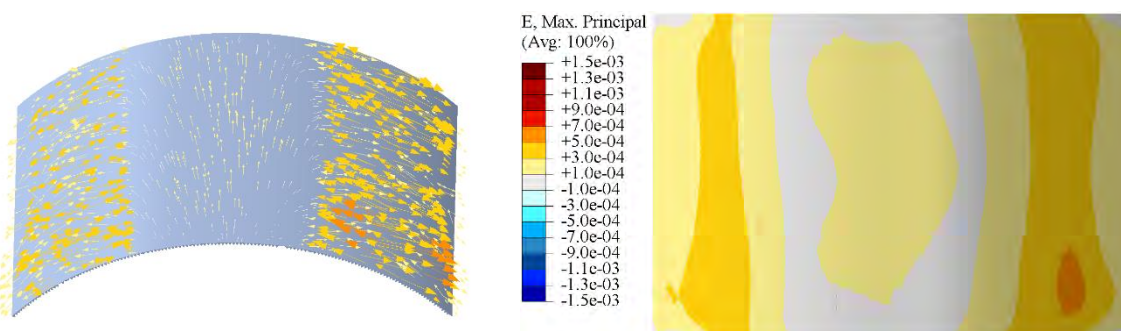
Rys. 5.63. Warstwie maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem śrub łączących elementy pompy. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



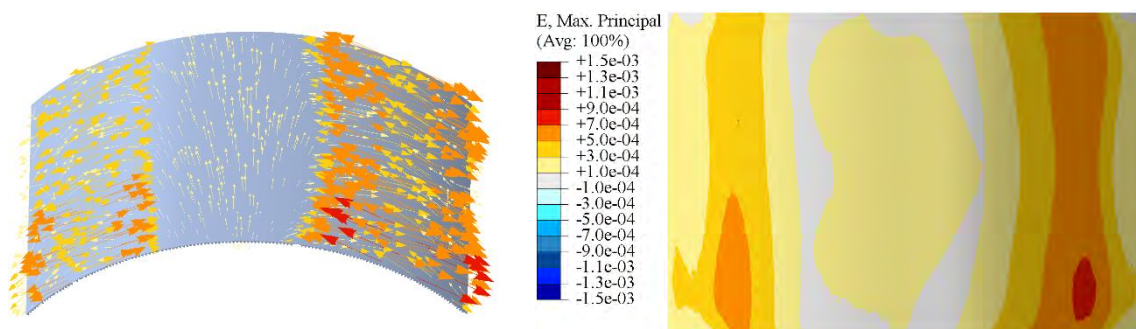
Rys. 5.64. Warstwie maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 4 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej).



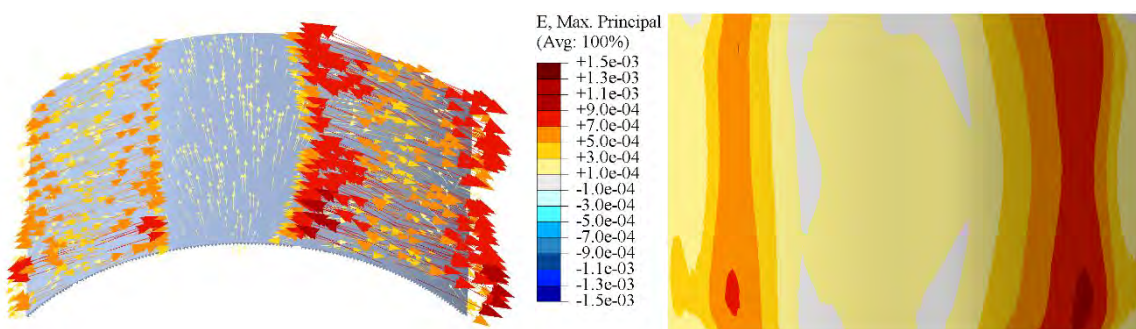
Rys. 5.65. Warstwie maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 8 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



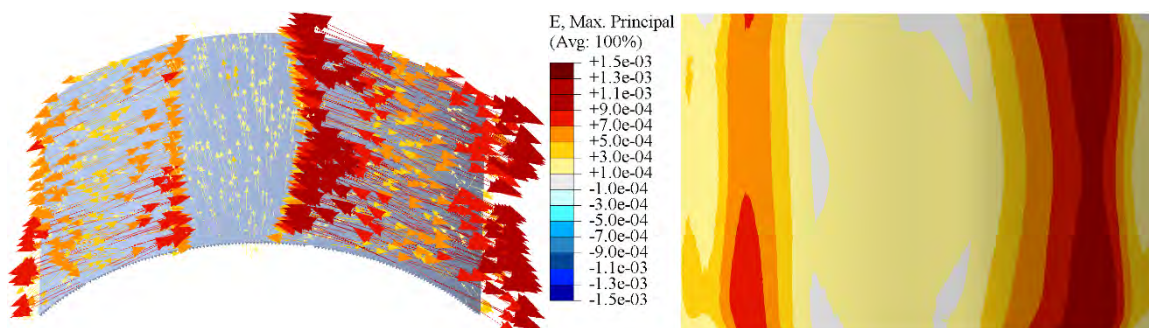
Rys. 5.66. Warstwie maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 16 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.67. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 24 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.68. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 32 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)



Rys. 5.69. Warstwy maksymalnych odkształceń głównych na górnej powierzchni korpusu pompy WTFD (po prawej) przy obciążeniu naciągiem i ciśnieniem 40 MPa. Graiczna prezentacja kierunku odkształcenia (po lewej)

Na podstawie powyższej analizy wybrano punkty gdzie przyklejono tensometry zgodnie z kierunkiem występujących odkształceń.

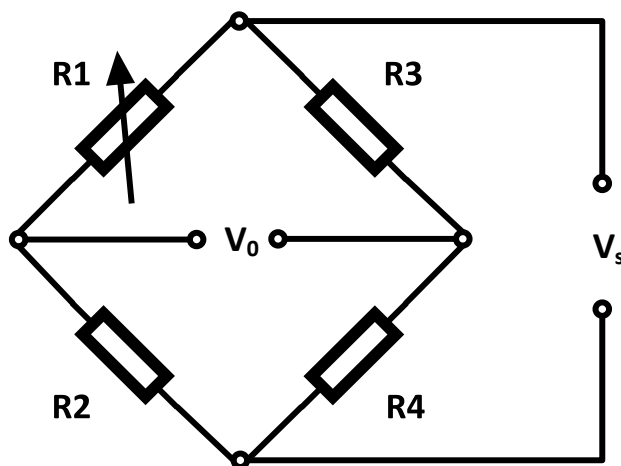
5.3. Badania tensometryczne pomp KPF1 i WTFD

Pomiar odkształceń korpusów pomp w trakcie badań eksperymentalnych przeprowadzono z wykorzystaniem tensometrów oporowych. Metoda ta opiera się o wykorzystanie zjawiska zmiany rezystancji opornika ΔR wynikającej ze zmiany długości Δl pod wpływem odkształcenia:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l} \quad (5.4)$$

Uwzględniając, że względna zmiana długości to odkształcenie, wtedy zależność (5.4) przyjmuje postać:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \varepsilon \quad (5.5)$$



Rys. 5.70. Schemat ćwierć mostka Wheatstone'a

Do pomiarów zastosowano tensometry samokompensujące, których współczynnik rozszerzalności temperaturowej odpowiada aluminium (materiał korpusów pomp). Pozwala to niemal całkowicie wyeliminować występowanie pozornego odkształcenia, występującego w przypadku gdy współczynnik rozszerzalności tensometru jest inny niż badanego obiektu. Całkowita kompensacja wymaga skorygowania zmierzonych odkształceń ze względu na występowanie resztkowego błędu wynikającego z odpowiedzi temperaturowej tensometru. Wykonując pomiar temperatury badanego obiektu równocześnie z pomiarami odkształceń możliwe jest skorygowanie tego efektu. Producent tensometrów dostarcza kartę danych zawierającą wielomian korekcyjny, wyznaczony w kontrolowanych warunkach. Wielomian wraz z niepewnością przyjmuje postać:

$$\varepsilon_s = a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3 \pm \varepsilon_u \quad (5.6)$$

Ponieważ wielomian wyznaczany jest dla $k = 2$, należy go skorygować do rzeczywistej wartości podanej w karcie dostarczonej przez producenta wraz z tensometrami:

$$\varepsilon_s = (a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3) \cdot \frac{2}{k_r} \pm \varepsilon_u \quad (5.7)$$

Temperatura wpływa również na stałą tensometru, którą można skorygować korzystając z równania:

$$k_T = k_r (1 + \alpha_k (T - T_R)) \quad (5.8)$$

Nakładając odkształcenie wynikające ze zmiany temperatury i zmierzone odkształcenie, przy uwzględnieniu wpływu temperatury na stałą tensometru, otrzymuje się zależność na odkształcenie wynikające wyłącznie z obciążenia:

$$\varepsilon_T = \varepsilon \cdot \frac{k_r}{k_T} - (a_0 + a_1 \cdot T + a_2 \cdot T^2 + a_3 \cdot T^3) \cdot \frac{2}{k_r} \pm \varepsilon_u \quad (5.9)$$

Innym czynnikiem wpływającym na pomiar odkształcenia jest rezystancja przewodów, która wpływa na rezystancję tensometrów przy znacznych długościach przewodów. Aby skompensować ten efekt tensometry podłączono do mostka w konfiguracji czteroprzewodowej.

Tensometry przytwierdzono do badanego obiektu z wykorzystaniem dedykowanego kleju, co zapewnia prawidłowe przenoszenie odkształceń obiektu badanego na tensometr.

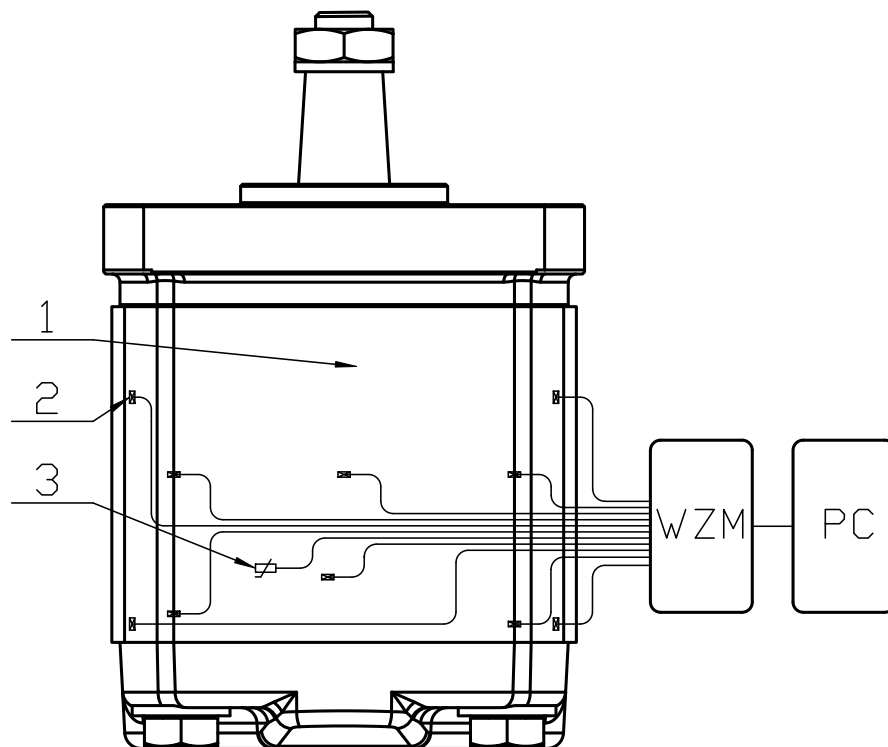
Przed wpływem zmiany wilgotności powietrza na pomiar odkształcenia uniezależniono się przez pokrycie tensometrów lakierem ochronnym. Tensometry przyklejono klejem dedykowanym do tensometrów.

Pomiary tensometryczne prowadzono jednocześnie z pomiarami hydraulicznymi. Dla każdego ciśnienia obciążenia wykonano pięciosekundowy pomiar odkształceń wraz z pomiarem temperatury korpusu pompy. Częstotliwość próbkowania wynosiła 600 Hz.

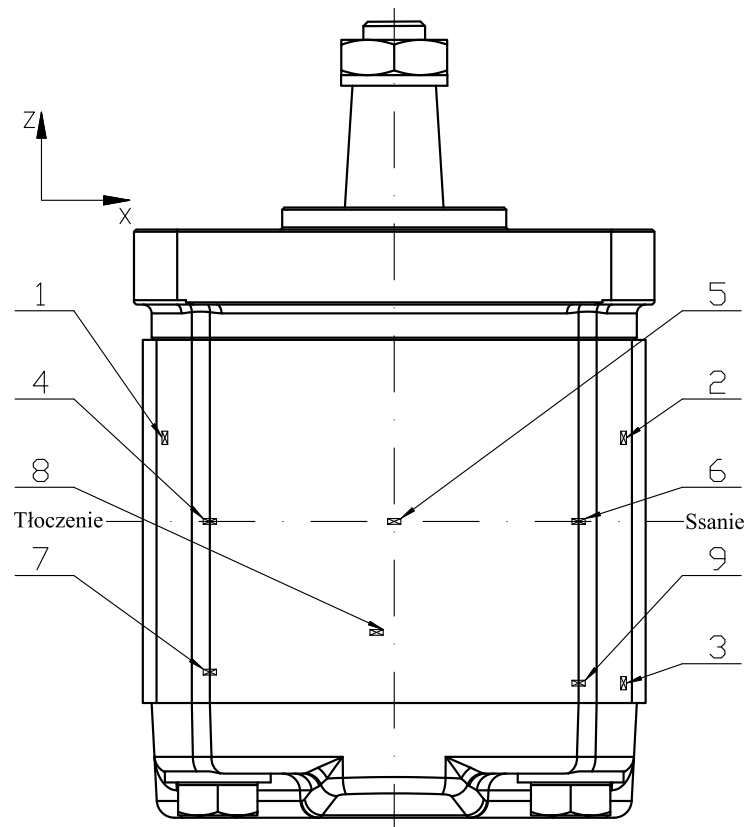
Zestaw aparatury do pomiarów odkształceń korpusu pompy zębatej przedstawiono na rysunku 5.71. Do pomiaru odkształceń wykorzystano liniowe tensometry ($k = 2,07$, $a = 3$ mm, $R = 120$ Ω) produkcji HBK. Każdy z tensometrów był tensometrem czynnym w układzie ćwierć mostka (rys. 5.70). Pozostała część mostka była realizowana poprzez wzmacniacz QuantumX MX1615 produkcji HBK. Pomiar temperatury wykonano przetwornikiem PT-1000. Wzmacniacz połączono z komputerem klasy PC poprzez interfejs RJ-45. Do obsługi wzmacniacza użyto oprogramowania Catman firmy HBK.

Rysunki 5.72 i 5.73 przedstawiają rozmieszczenie tensometrów na korpusach pompy KPF1 oraz WTFD. Punkty pomiarowe dobrano na podstawie analizy odkształceń przedstawionej w poprzednim podrozdziale. Dla pompy KPF1 wybrano 10 punktów pomiarowych natomiast dla pompy WTFD 12. Punkty od 1 do 4 przyklejono w kierunku osi Z natomiast pozostałe tensometry mierzyły odkształcenie w kierunku X. Orientacja układu współrzędnych jest zgodna z modelem numerycznym.

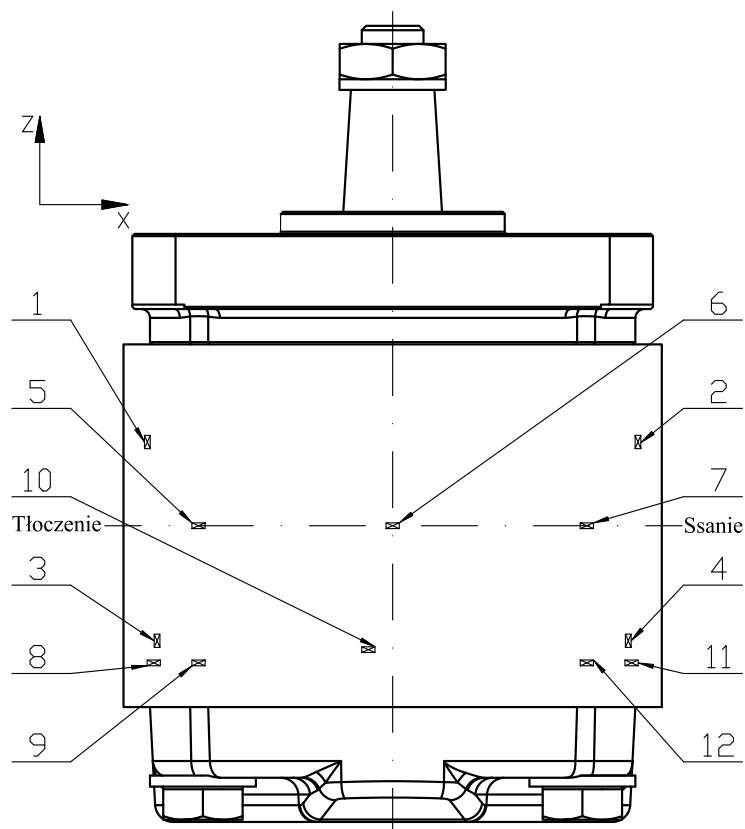
W trakcie badań odnotowano uszkodzenie jednego z tensometrów mierzących odkształcenie pompy KPF1. Dane z tego punktu zostały odrzucone, a liczba punktów pomiarowych dla tej jednostki wyniosła ostatecznie 9.



Rys. 5.71. Schemat układu pomiarowego do badań tensometrycznych na przykładzie pompy typu KPF1.
1 – pompa hydrauliczna, 2- tensometr, 3 – czujnik temperatury, WZM – wzmacniacz pomiarowy,
PC – komputer pomiarowy

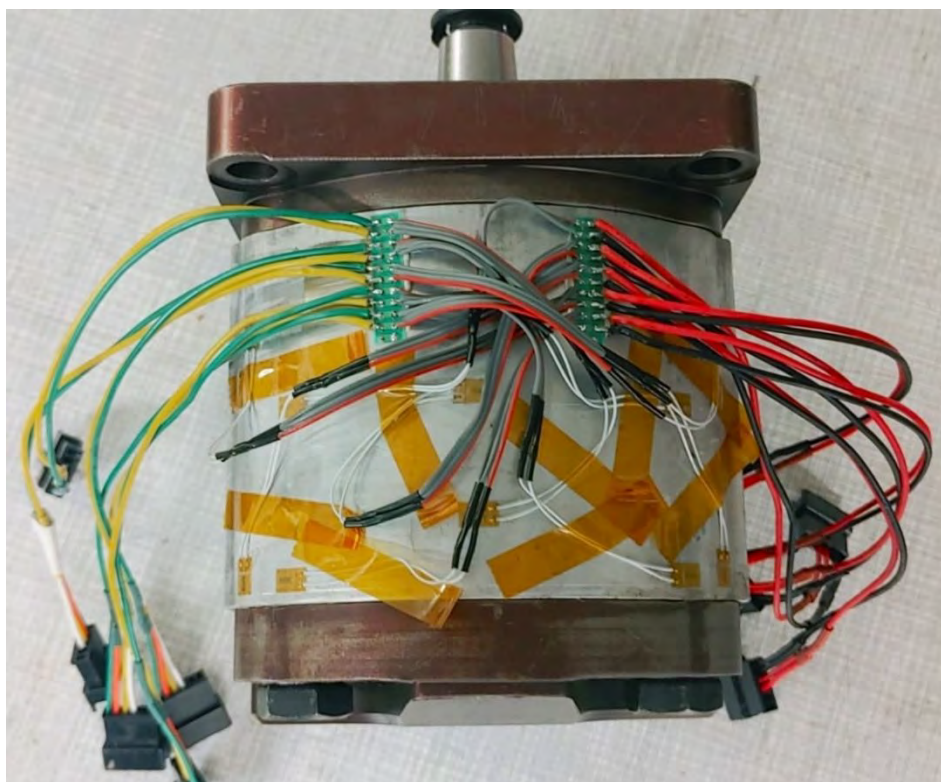


Rys. 5.72. Rozmieszczenie i oznaczenie tensometrów – pompa KPF1

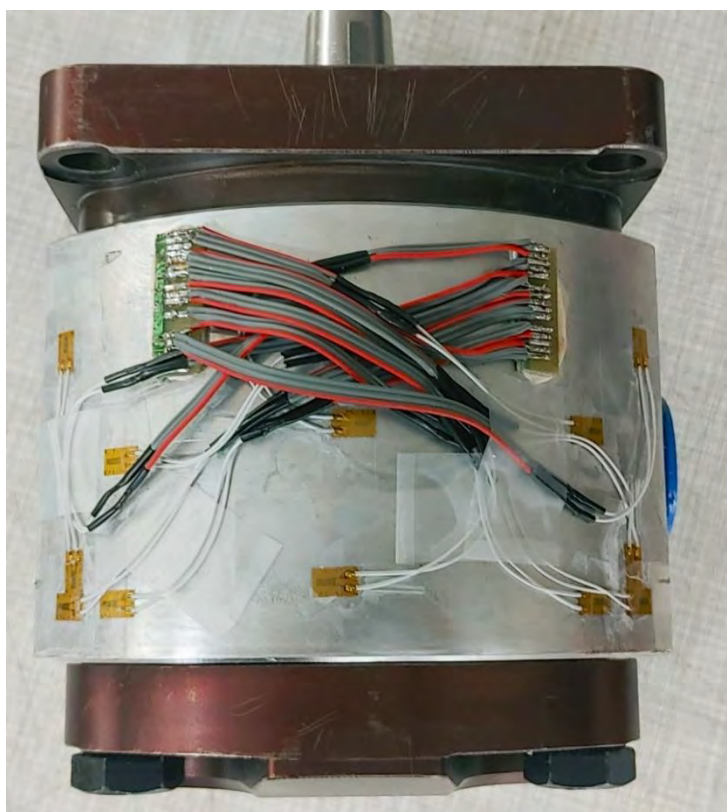


Rys. 5.73. Rozmieszczenie i oznaczenie tensometrów – pompa WTFD

Rysunki 5.74 i 5.75 przedstawiają zdjęcia pomp KPF1 i WTFD z przyklejonymi tensometrami.



Rys. 5.74. Pompa KPF1 przygotowana do pomiarów hydraulicznych i tensometrycznych

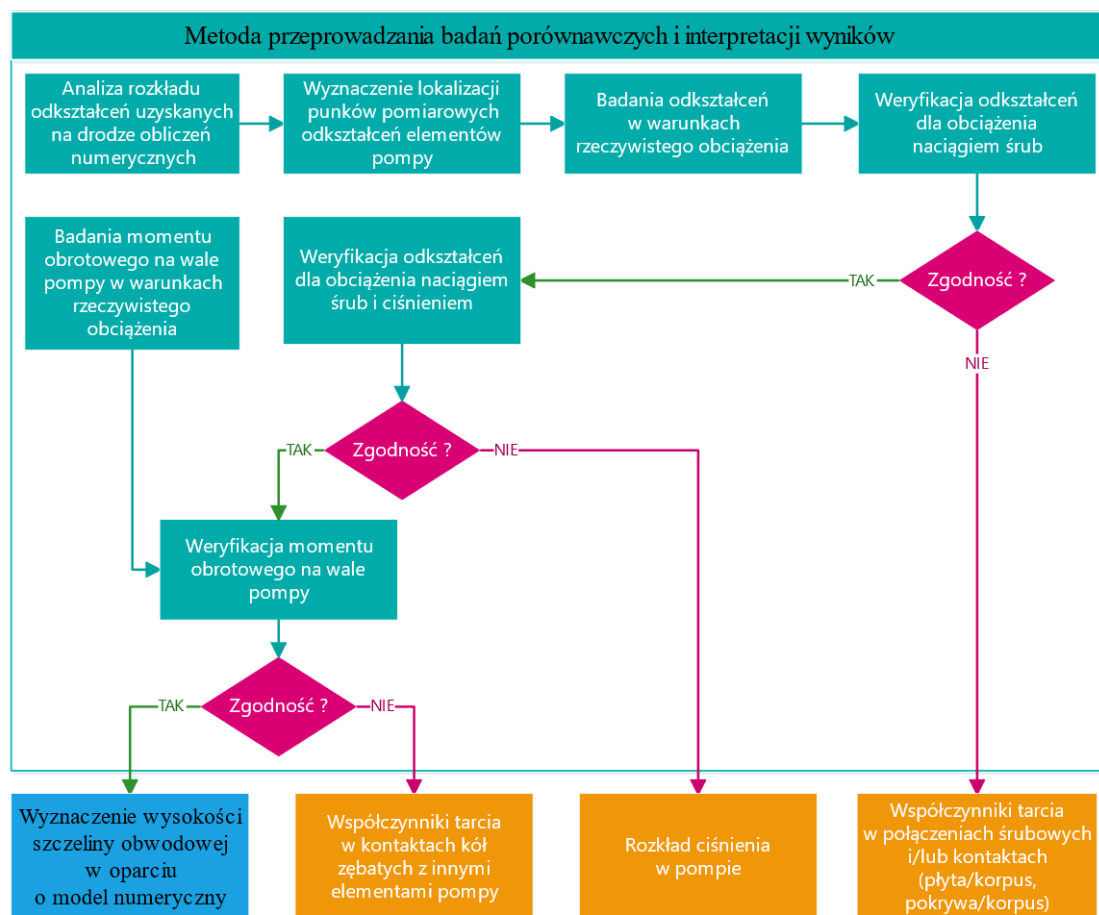


Rys. 5.75. Pompa WTFD przygotowana do pomiarów hydraulicznych i tensometrycznych

6. OPIS WYNIKÓW BADAŃ

6.1. Metoda we ji badań numerycznych

Modele numeryczne opracowane według przedstawionej w pracy metody poddano ocenie poprzez porównawcze badania odkształceń korpusów pomp zębatych opisanych w rozdziale 4. Jak wskazano we wcześniejszych rozdziałach bezpośredni pomiar wysokości szczeliny obwodowej stanowi duże wyzwanie. Zastosowano więc metodę pośrednią, której schemat przedstawia rysunek 6.1. Wielkość szczeliny obwodowej zależy w głównej mierze od deformacji korpusu pompy i przemieszczeń kół zębatych. W celu oceny modelu numerycznego przeprowadzono pomiary deformacji korpusu pompy w trakcie pracy w warunkach rzeczywistych metodą tensometrii rezystancyjnej. Badania stanowiskowe pozwoliły ustalić czy rozkład przemieszczeń na powierzchni korpusu odpowiada danym uzyskanym na drodze obliczeń z wykorzystaniem MES.



Rys. 6.1. Metoda przeprowadzania badań porównawczych i interpretacji wyników

Ocenę przyjętego w modelach rozkładu ciśnienia przeprowadzono poprzez porównanie teoretycznego momentu obrotowego na wale pompy uzyskanego w wyniku obliczeń numerycznych i teoretycznego momentu wyznaczonego z zależności (2.4). Ocenę współ-

czynnika tarcia w kontaktach, gdzie przyjęto tarcie płynne, wykonano w oparciu o całkowity moment obrotowy wyznaczony z obliczenia numeryczne oraz momentu obrotowego zmierzonego w trakcie badań stanowiskowych na obiekcie rzeczywistym.

Na podstawie doświadczenia zebranego w trakcie dotychczas przeprowadzonych badań ustalono, że liczba punktów pomiarowych w badaniach odkształceń korpusu nie powinna być mniejsza niż 2 punkty w kierunku działania siły od obciążenia połączeniem śrubowym i 5 w kierunku spodziewanych odkształceń wynikających z obciążenia ciśnieniem. Położenie punktów pomiarowych wyznaczono na podstawie odkształceń uzyskanych w wyniku obliczeń numerycznych. Poszukiwano miejsc o wysokich wartościach odkształceń, które jednocześnie są łatwo dostępne. Pomiary przeprowadzono w dwóch etapach. Pierwszy, wykonany wyłącznie dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub łączących elementy pompy. W drugim etapie, pompa pracowała na stanowisku badawczym pod równoczesnym obciążeniem siłami wynikającymi z naciągu śrub i ciśnieniem tłoczenia przyjętym w modelu. Takie podejście umożliwia uzyskać dane, które pozwolą zważyć oba kroki obliczeń numerycznych.

Jako kryterium oceny ilościowej, dla wszystkich etapów oceny, wybrano współczynnik korelacji pomiędzy danymi uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych. Należy dążyć do uzyskania bardzo silnej korelacji ($r_p > 0.9$).

Do ilościowej oceny deformacji korpusu pompy wykorzystano względne odchylenie między wynikami eksperymentu, a obliczeniami numerycznymi:

$$\delta_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{SG} - \varepsilon_{MES}}{\varepsilon_{SG}} \quad (6.1)$$

Rozkład odkształceń na powierzchni korpusu opisuje skończona liczba punktów pomiarowych, co komplikuje ocenę. Przykładowo, większe odchylenie w jednym punkcie nie dyskwalifikuje całego modelu, a jedynie wskazuje na wystąpienie lokalnych zjawisk, które prawdopodobnie pominięto w związku z przyjętymi uproszczeniami. W celu uproszczenia procesu oceny przyjęto, że dla każdego kroku obciążenia należy wyznaczyć średnią z wartości bezwzględnych odchyleń względnych wyrażoną w procentach, która reprezentuje wszystkie punkty pomiarowe:

$$|\overline{\delta_\varepsilon}| = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{\varepsilon_{iSG} - \varepsilon_{iMES}}{\varepsilon_{iSG}} \right|}{n} \cdot 100\% \quad (6.2)$$

Liczba punktów pomiarowych n , którą należy wziąć pod uwagę przy wyznaczaniu tego parametru zależy od ocenianego kroku obliczeń. Przy obciążeniu siłami wynikającymi z naciągu śrub, do wyznaczania średniego odchylenia należy wybrać wyłącznie punkty gdzie mierzono odkształcenie w kierunku zgodnym z działem obciążenia. Odkształcenia w pozostałych kierunkach będą znikome i może to doprowadzić do niewłaściwej oceny danych uzyskanych z modelu numerycznego. Przy ocenie wyników obliczeń dla jednoczesnego obciążenia naciągiem śrub i ciśnienia należy brać pod uwagę wszystkie punkty pomiarowe, chyba że, wartość zmierzonych odkształceń jest znikoma. W takiej sytuacji nawet niewielkie odchylenia bezwzględne spowodują znaczny wzrost średniego względnego

odchylenia, co wcale nie musi oznaczać. Tego typu punkty można wykluczyć z analizy dla danego obciążenia.

Biorąc pod uwagę założenia i uproszczenia przyjęte w modelowaniu zjawisk występujących w pompach zębatych, oraz ogólnie przyjętą praktykę, uznano, że średnia z wartości bezwzględnych względnego odchylenia, przy zadanym obciążeniu, dla wybranych w danym kroku punktów pomiarowych, nie powinna przekraczać 20%. Przy spełnieniu tego warunku ocenia się, że model dostarcza dokładnych informacji o deformacji pompy. Jeśli średnia będzie mieścić się w przedziale między 20, a 50% należy traktować dane uzyskane w oparciu o model jako orientacyjne. Jeśli średnie odchylenie przekroczy 50% przyjęto, że nie uzyskano żądanej zbieżności.

W przypadku oceny zgodność momentu obrotowego na wale pompy jako kryterium oceny ilościowej przyjęto odchylenie średniokwadratowe. Założono, że nie powinno przekraczać 10% maksymalnej wartości zmierzonej.

Istotne jest, by w pierwszej kolejności uzyskać żądany poziom odchylenia dla obciążenia naciągiem, a dopiero w drugim kroku przejść do oceny kroku obliczeniowego dla jednoczesnego obciążeniem śrubami i ciśnieniem. Jeżeli odchylenie pomiędzy danymi uzyskanymi na drodze eksperymentu i modelu numerycznego przekraczają przyjęte progi, należy przeprowadzić analizę mającą na celu wykrycie przyczyny rozbieżności, jej skorygowanie i powtórzenie obliczeń numerycznych.

Jeżeli rozbieżność wykryto na etapie obciążenia naciągiem, przyczyny należy upatrywać w niewłaściwych współczynnikach tarcia przy wyznaczaniu siły osiowej w połączeniu gwintowym lub w kontakcie pomiędzy płytą/korpusem i pokrywą/korpusem. W pierwszym kroku należy wykonać serię symulacji dla różnych współczynników tarcia (pomiędzy nakrętką, a podkładką), w okolicy pierwotnie przyjętej wartości, w poszukiwaniu odpowiedniego współczynnika tarcia. Jeżeli odchylenie pomiędzy wynikami eksperymentu i obliczeniami numerycznymi w dalszym ciągu nie jest zadowalające, należy dla współczynnika tarcia, dla którego uzyskano najlepszą zgodność odkształceń korpusu, wykonać ponowną analizę, w poszukiwaniu optymalnego współczynnika tarcia w kontakcie płyta/korpus i korpus/pokrywa. Skorygowanie tych współczynników powinno doprowadzić do zbieżności modelu z obliczeniami numerycznymi.

Jeśli wprowadzenie obciążenia ciśnieniem powoduje wzrost średniego odchylenia względnego, przyczyny należy szukać w rozkładzie ciśnienia w pompie. Należy zwrócić szczególną uwagę, czy w pompie pojawiły się dodatkowe szczeliny, które wyeksponowałyby nowe powierzchnie na działanie wysokiego ciśnienia. Taka sytuacja może mieć miejsce dla korpusów łożysk ślizgowych. Ulegają one przemieszczeniu w kierunku strony ssawnej. Po stronie tłocznej oddalają się od korpusu (korpus pod wpływem oddziaływania ciśnienia również oddala się od korpusów łożysk). Należy więc obciążyć wspomniane powierzchnie odpowiednim ciśnieniem.

Ostatnią metodą we [1] modelu stanowi pomiar momentu obrotowego na wale pompy. Pomiar ten pozwala zweryfikować przyjęty rozkład ciśnienia na obwodzie kół zębatych oraz współczynniki tarcia w kontaktach gdzie przyjęto tarcie płynne. W przypadku

znaczących odchyśleń, należy wykonać szereg symulacji dla różnych współczynników tarcia w celu skorygowania jego wartości.

6.2. ja modeli numerycznych

We ja modeli numerycznych pomp KPF1 i WTFD przeprowadzono w oparciu o badania odkształceń korpusów pomp metodą tensometrii rezystancyjnej oraz pomiary momentu obrotowego na wale napędowym pomp.

W badaniach tensometrycznych wykorzystano tensometry liniowe. Zmierzone odkształcenie stanowi średnią wartość na odcinku o długości bazy pomiarowej tensometru. Aby to uwzględnić, do wyznaczania odkształceń uzyskanych poprzez obliczenia MES wykorzystano następującą metodą. Dla każdego punktu pomiarowego wyznaczono dwa węzły znajdujące się w miejscu przyklejenia tensometru, w odległości odpowiadającej długości bazy pomiarowej tensometru. Następnie w oparciu o współrzędne tych węzłów wyznaczono odkształcenie zgodnie z równaniem:

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (6.3)$$

gdzie l to odległość pomiędzy wyznaczonymi węzłami w stanie obciążenia, natomiast l_0 to odległość między tymi węzłami w stanie nieobciążonym. Długość odcinka wyznaczono równaniem:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (6.4)$$

gdzie x i y to współrzędne wyznaczonych węzłów w płaszczyźnie prostopadłej do tensometru i wspólnej z kierunkiem mierzonych odkształceń.

Badane pompy są jednostkami prototypowymi dlatego przedstawione badania eksperymentalne wykonano dla jednej pompy KPF1 i jednej WTFD.

Obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych wykonano w warunkach statycznych, co oznacza, że nie uwzględniono wpływu prędkości obrotowej na rozkład ciśnienia w pompie. Ponieważ badania deformacji korpusu pompy zostały przeprowadzone jednocześnie z badaniami charakterystyk statycznych, dlatego zebrano dane dla czterech prędkości obrotowych zgodnie z planem badań opisanym w podrozdziale 6.5.1. Zgodnie z równaniem (2.17) prędkość obrotowa wpływa na natężenie przepływu przez szczelinę obwodową, co przekłada się na zmianę rozkładu ciśnienia w pompie, na co wskazują również niektóre prace [38], [41], [45]. Należy jednak zwrócić uwagę, że zmiany rozkładu ciśnienia w przypadku pomp stosowanych w układach hydrostatycznych są niewielkie. Znacznie większe zmiany widoczne są dla pomp tłoczących ciecze o niskiej lepkości przy wysokich prędkościach obrotowych, np. w pompach paliwowych, których prędkości obrotowe dochodzą do 10 000 obr./min [24], [110].

Do oceny wpływu prędkości obrotowej wału pompy na odkształcenia korpusów badanych pomp wyznaczono współczynniki korelacji Pearsona, pomiędzy odkształceniami korpusów uzyskanymi w wyniku eksperymentu i obliczeń numerycznych (tabele 6.1 i 6.2).

Współczynnik korelacji nie spada poniżej 0,968 (dla pompy KPF1) i 0,966 (dla pompy WTFD), co oznacza bardzo silną korelację między pomiarami, a obliczeniami numerycznymi w całym zakresie obciążeń, niezależnie od prędkości obrotowej.

Tabela 6.1 Współczynniki korelacji pomiędzy wynikami obliczeń numerycznych i badań deformacji korpusu pompy, przy różnych obciążeniach i prędkościach obrotowych dla pompy KPF1

n_p [obr./min]	Naciąg	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
800	0,981	0,971	0,982	0,989	0,993	0,990	-
1000		0,970	0,981	0,990	0,993	0,991	0,986
1500		0,975	0,989	0,994	0,989	0,988	0,985
2000		0,968	0,980	0,989	0,992	0,990	0,985

Tabela 6.2. Współczynniki korelacji pomiędzy wynikami obliczeń numerycznych i badań deformacji korpusu pompy, przy różnych obciążeniach i prędkościach obrotowych dla pompy WTFD

n_p [obr./min]	Naciąg	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
800	0,986	0,970	0,975	0,976	0,984	0,982	0,976
1000		0,969	0,976	0,976	0,983	0,983	0,976
1500		0,967	0,975	0,977	0,983	0,981	0,976
2000		0,966	0,972	0,979	0,982	0,980	0,978

W celu określenia wpływu prędkości obrotowej na wartości zmierzonych odkształceń wyznaczono odchylenie standardowe dla każdego punktu pomiarowego. Odchylenie odniesiono do średniej wartości odkształcenia korpusu. Średnią wyznaczono dla każdego punktu pomiarowego, na podstawie pomiarów dla czterech badanych prędkości obrotowych, z zakresu od 800 do 2000 obr./min. Wyniki przedstawiono w tabelach 6.3 i 6.4.

Tabela 6.3. Względne odchylenie standardowe (w procentach) dla pompy KPF1

Punkt pomiarowy	Obciążenie					
	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
1	9,22	10,72	9,61	5,21	4,20	1,13
2	5,66	6,50	5,53	2,42	2,10	0,59
3	8,60	9,22	9,99	0,81	1,41	1,37
4	4,03	2,59	0,96	0,77	0,66	1,06

5	3,52	5,17	5,99	2,06	2,65	0,37
6	6,02	4,26	3,05	3,34	1,92	0,96
7	11,88	11,64	10,52	4,88	1,79	1,65
8	2,73	3,88	6,92	2,97	2,68	0,57
9	12,48	12,68	8,65	2,07	1,78	1,39

Tabela 6.4. Względne odchylenie standardowe (w procentach) dla pompy WTFD

Punkt pomiarowy	Obciążenie					
	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
1	7,51	10,23	4,00	10,15	6,46	2,61
2	5,37	7,58	2,73	13,56	2,33	1,77
3	4,85	5,90	8,45	14,38	5,74	1,54
4	5,25	6,26	8,63	16,59	4,02	1,50
5	3,82	3,64	1,71	3,90	1,19	1,10
6	5,68	6,57	1,04	15,60	5,27	1,93
7	5,52	4,63	1,73	6,00	0,94	1,19
8	4,78	5,62	13,46	33,12	6,69	5,36
9	7,46	7,33	5,00	13,90	0,78	1,24
10	4,27	5,43	0,51	13,03	3,14	1,22
11	6,68	7,32	4,74	14,43	1,49	0,88
12	4,31	5,07	9,61	22,18	1,98	2,31

Dla pompy KPF1 średnia wartość względnego odchylenia standardowego wynosi 4,53%. Dla pompy WTFD jest to 6,14%. Prędkość obrotowa wału pompy (w badanym zakresie) ma więc niewielki wpływ na wartości zmierzonych odkształceń korpusów pomp KPF1 i WTFD.

Rozkład ciśnienia w pompie ma również wpływ na wartość momentu obrotowego na wale pompy. Wyznaczono więc współczynniki korelacji pomiędzy momentem obrotowym na wale pompy, w funkcji ciśnienia tłoczenia, uzyskanym w wyniku badań stanowiskowych i obliczeń numerycznych (tabele 6.5 i 6.6).

Tabela 6.5. Współczynniki korelacji między momentem obrotowym uzyskanym na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych dla pompy KPF1

n_p [obr./min]	800	1000	1500	2000
r_p	0,9967	0,9979	0,9985	0,9981

Tabela 6.6. Współczynniki korelacji między momentem obrotowym uzyskanym na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych dla pompy WTFD

n_p [obr./min]	800	1000	1500	2000
r_p	0,9991	0,9991	0,9992	0,9995

Następnie określono odchylenie standardowe względem wartości średniej momentu, wyznaczonej dla czterech badanych prędkości obrotowych, przy zadanym ciśnieniu (tabela 6.7).

Tabela 6.7. Względne odchylenie standardowe zmierzonego momentu obrotowego (w procentach) dla pompy KPF1 i WTFD

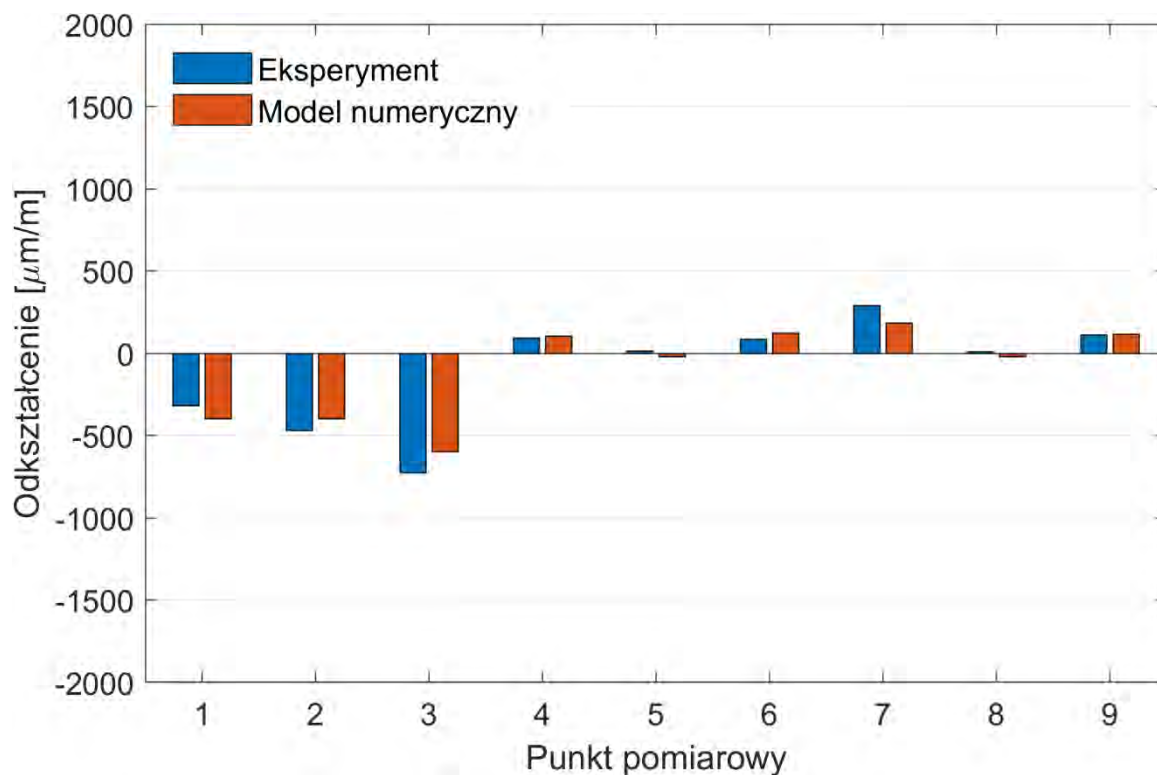
Typ pompy	Obciążenie					
	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
KPF1	4,37	1,75	1,63	2,06	2,23	1,25
WTFD	7,43	6,51	3,48	1,91	2,66	1,81

W badanym zakresie prędkości obrotowych względne odchylenie standardowe przyjmuje niewielkie wartości (poniżej 8%).

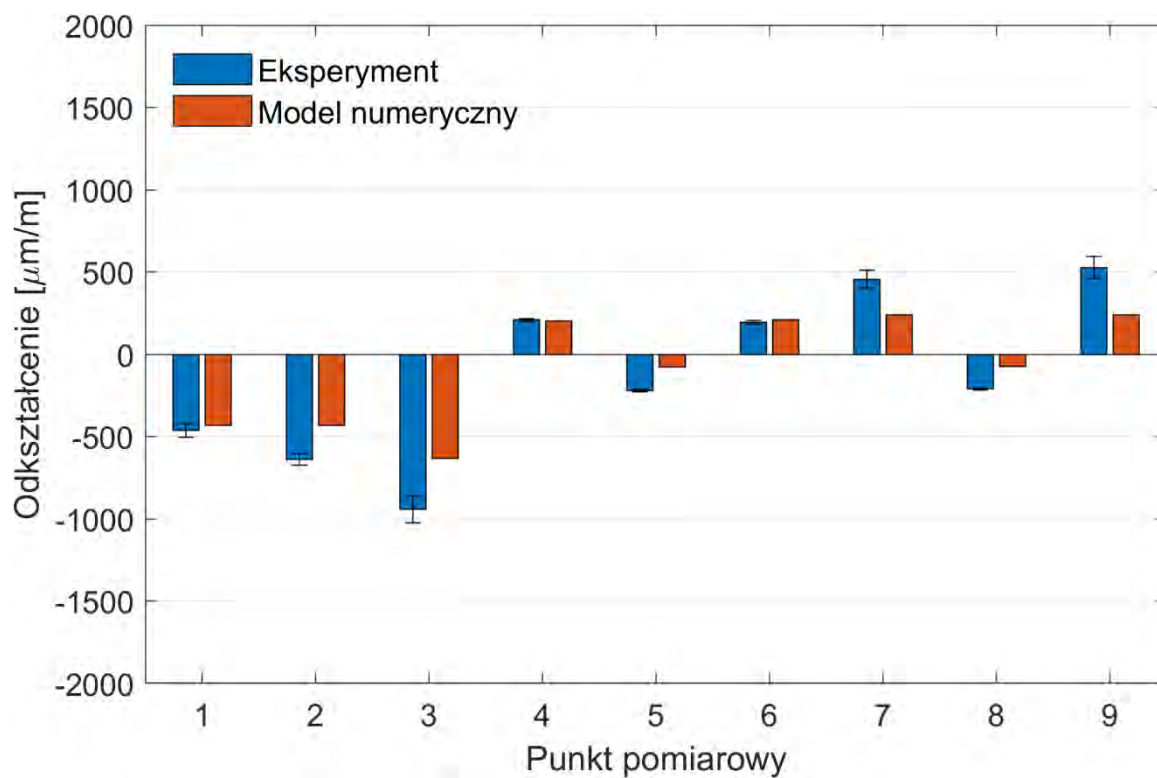
Powyższa analiza wykazała bardzo silną korelację między wynikami obliczeń numerycznych oraz wynikami eksperymentu. Różnice między ekstremalnymi wartościami współczynnika korelacji dla poszczególnych prędkości obrotowych, przy tym samym obciążeniu, mieszczą się poniżej 0,028 dla odkształceń i 0,0028 dla momentu obrotowego. Nie można też wskazać jednej prędkości obrotowej, dla której współczynniki korelacji są najwyższe, co sugerowałoby, że obciążenia panujące przy tej prędkości obrotowej, najlepiej odzwierciedlają warunki założone w modelu. Średnia wartość względnego odchylenia standardowego dla odkształceń i względne odchylenie standardowe dla momentów obrotowych są niskie co oznacza, że wartości nie odbiegają znacznie od średniej. W związku z powyższym porównanie wyników obliczeń numerycznych i badań eksperymentalnych przeprowadzono uśredniając wyniki eksperymentu dla wszystkich prędkości obrotowych.

Rysunek 6.2 przedstawia odkształcenia badanej powierzchni korpusu dla pompy KPF1 uzyskanych w wyniku eksperymentu i obliczeń numerycznych dla obciążenia naciągiem śrub, natomiast rysunki od 6.3 do 6.8 wykonano dla jednoczesnego obciążenia naciągiem i ciśnień tłoczenia (4, 8, 16, 24, 32, 40 MPa). Na wykresach od 6.3 do 6.8 zamieszczono

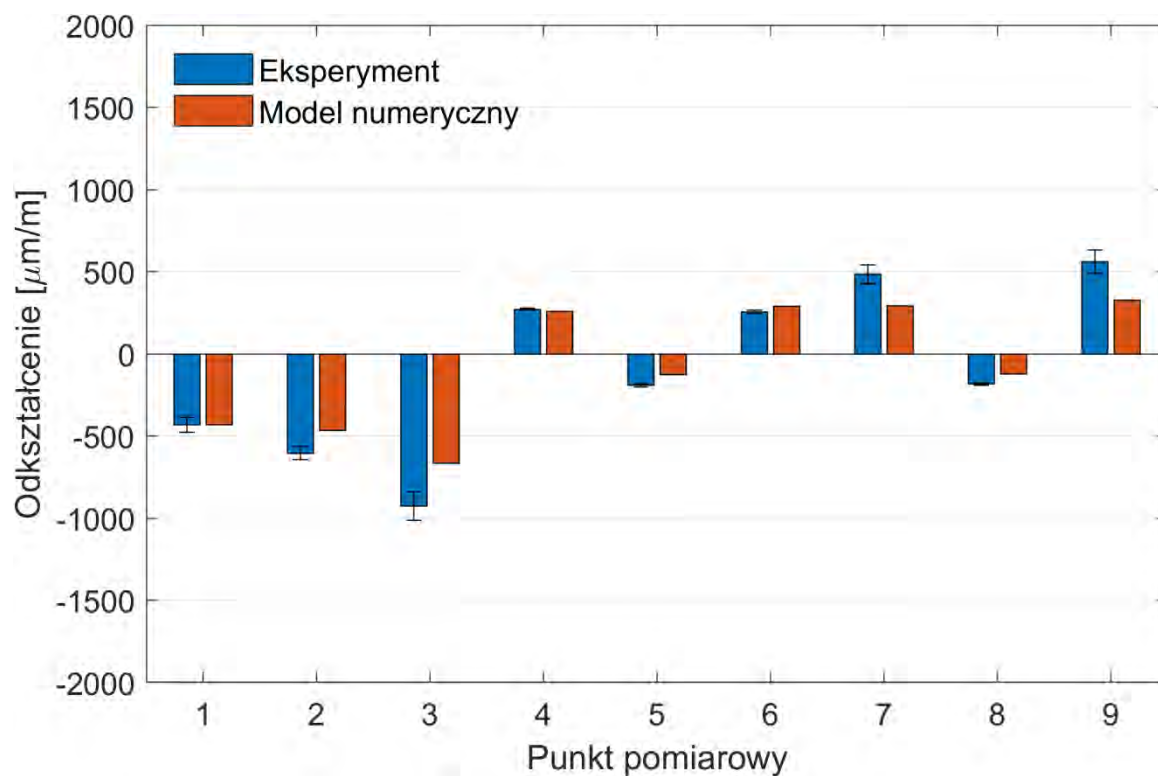
odchylenie standardowe, obliczone dla odkształceń uzyskanych w wyniku eksperymentu w oparciu o dane dla czterech prędkości obrotowych.



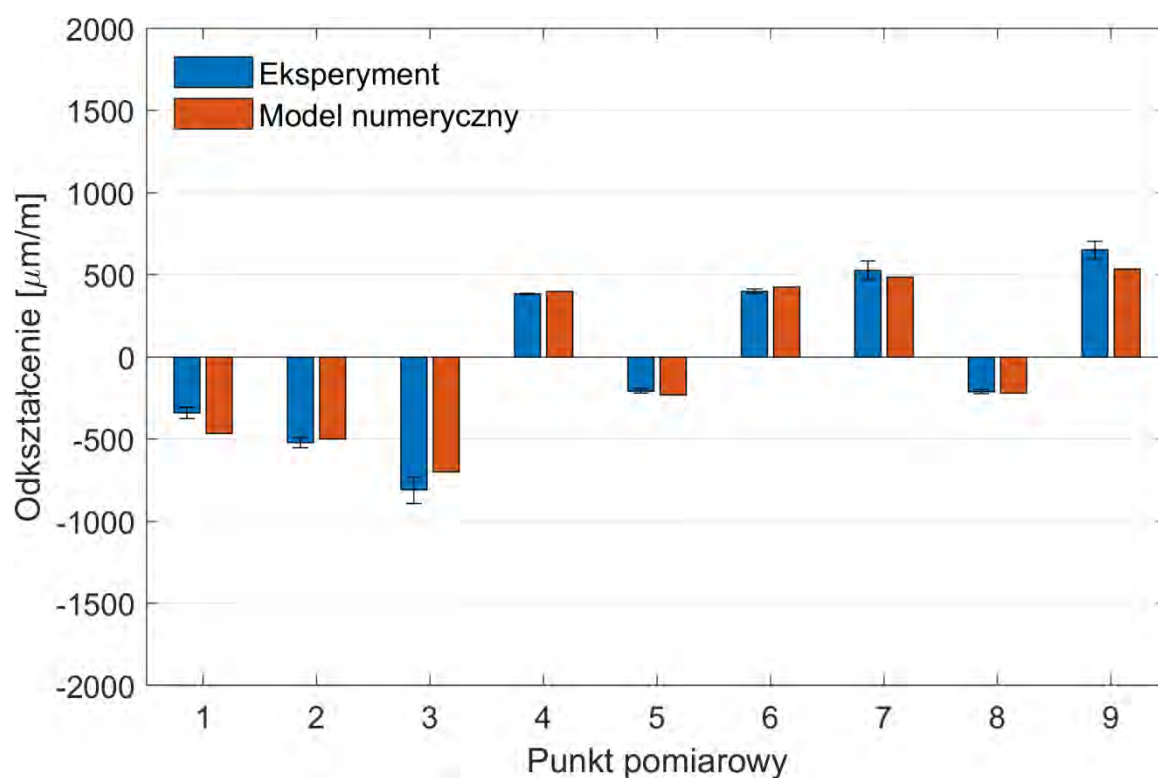
Rys. 6.2. Odkształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągami śrub – eksperyment i model numeryczny



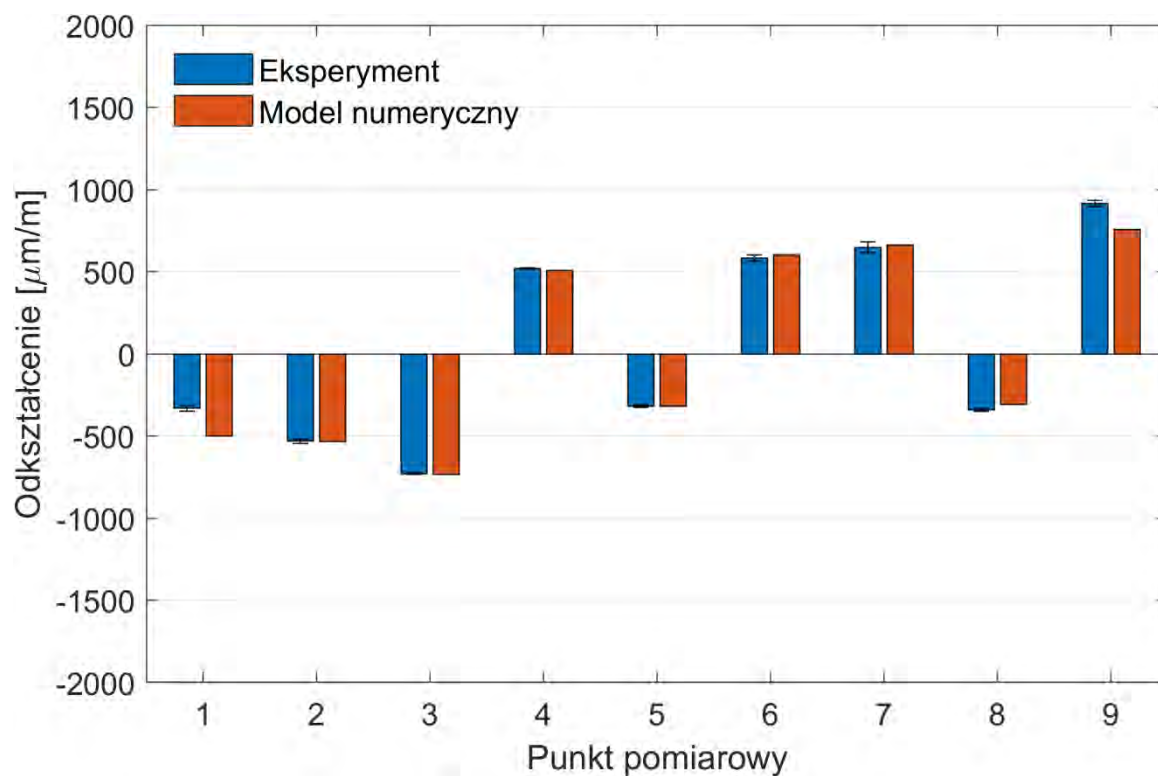
Rys. 6.3. Odkształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 4 MPa – eksperyment i model numeryczny



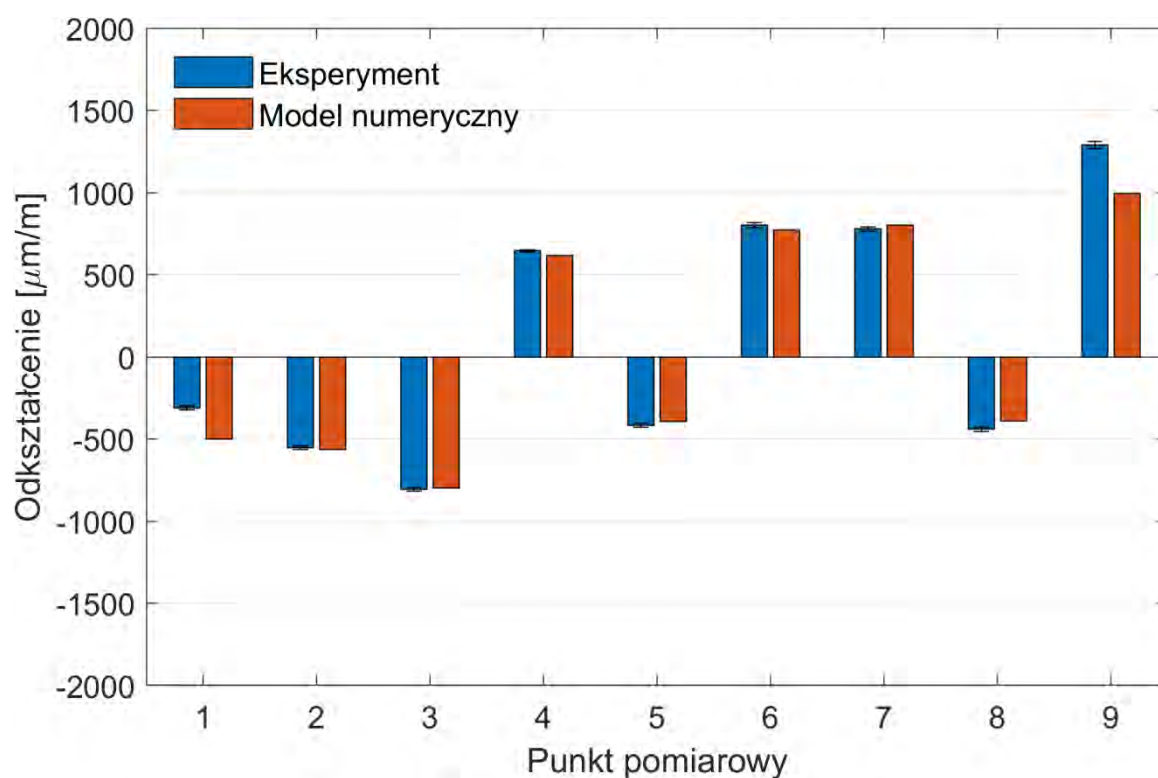
Rys. 6.4. Odształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 8 MPa – eksperyment i model numeryczny



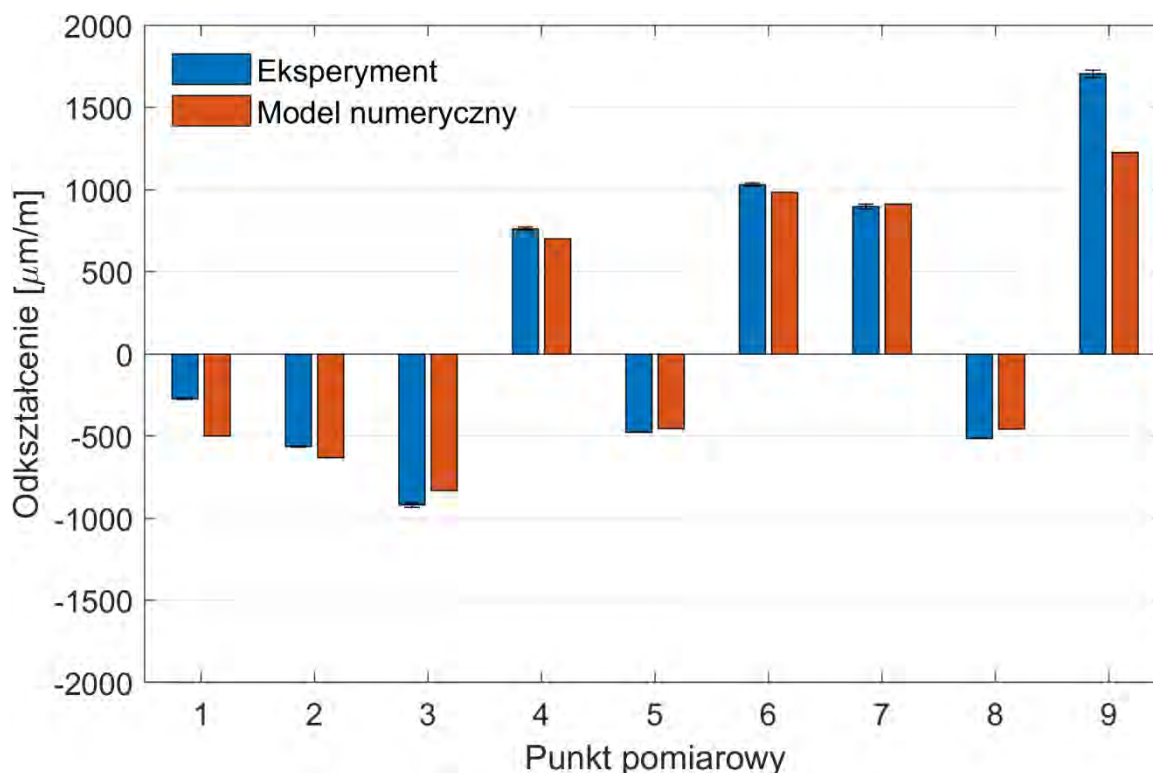
Rys. 6.5. Odształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 16 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.6. Odształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 24 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.7. Odształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 32 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.8. Odształcenie korpusu pompy KPF1 obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 40 MPa – eksperyment i model numeryczny

Pomiędzy średnimi wartościami zmierzonych odkształceń, a obliczeniami numerycznymi wyznaczono współczynniki korelacji Pearsona. Dla otrzymanych współczynników przeprowadzono nieparametryczny test istotności statystycznej. Statystykę obliczono z równania:

$$t = \frac{r}{\sqrt{1 - r_p^2}} \sqrt{n - 2} \quad (6.5)$$

Wartości współczynników korelacji wraz z wynikami statystyki zawarto w tabeli 6.8. Wartość krytyczna (rozkład t-Studenta dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz $n - 2$ stopni swobody) wynosi $t_{kr} = 4,3027$. W analizie pominięto obciążenie naciągiem śrub oraz naciągiem śrub i ciśnieniem 40 MPa ze względu na niską wielkość próby. Otrzymane wartości statystyki należą do obszaru krytycznego, co wskazuje na statystyczną istotność korelacji danych eksperymentalnych i obliczeń numerycznych.

Tabela 6.8. Współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy odkształceniami uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych wraz z wynikami testu istotności statystycznej dla pompy KPF1

	Naciąg	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 Mpa	40 MPa
r_p	-	0,971	0,983	0,991	0,992	0,990	-
n	1	4	4	4	4	4	3
t	-	5,7939	7,6459	10,4563	11,2085	9,8412	-

Dla każdego punktu pomiarowego i obciążenia obliczono również względne odchylenie, wyrażone w procentach, obliczone zgodnie z równaniem (6.1). Dane przedstawiono w tabeli 6.9. Największe odchylenie występuje przy niskich obciążeniach gdzie wartości odkształceń są najmniejsze. Dotyczy to piątego i ósmego punktu pomiarowego, gdzie mierzone odkształcenie to zaledwie kilkadziesiąt $\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$. W kontekście celu pracy nie ma to istotnego znaczenia, ponieważ przy niskich obciążeniach pompa ma wysoką sprawność objętościowa, a więc problem przecieków wewnętrznych jest znacznie ograniczony. Co istotne wraz ze wzrostem obciążenia dla większości badanych punktów względne odchylenia maleją. Wyjątek stanowi pierwszy i dziewiąty punkt pomiarowy, dla których odchylenie względne znacząco wzrasta. W pierwszym punkcie wartości uzyskane w wyniku obliczeń są prawie 83% większe niż zmierzone przy maksymalnym ciśnieniu tłoczenia wynoszącym 40 MPa. W dziewiątym punkcie odchylenie przy maksymalnym ciśnieniu jest znacznie mniejsze i stanowi niespełna 29%. Przyczyną takiego stanu jest bardzo duża zmienność pola odkształceń na powierzchni korpusu oraz przemieszczanie się lokalnych maksimów w zależności od ciśnienia tłoczenia pompy, co zaobserwowano w trakcie analizy odkształceń na wytypowanej powierzchni. Przy zastosowaniu tensometrów o małej bazie pomiarowej średnia wartość odkształcenia będzie znacznie się różnić jeśli obszar o wysokich odkształceniach przemieści się choćby o milimetr. W związku z powyższym przy poniższej analizie nie uwzględniono punktu nr 1.

Tabela 6.9. Względne odchylenie (w procentach) pomiędzy odkształceniami uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych dla pompy KPF1

Punkt pomiarowy	Obciążenie						
	Naciąg śrub	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
1	-25,72	6,31	0,29	-36,40	-50,99	-60,65	-82,41
2	14,81	32,27	-29,57	4,38	-0,37	-2,46	-12,25
3	17,36	32,89	-39,13	13,74	-0,54	0,72	9,59
4	-11,71	3,31	-4,31	-3,75	1,85	4,10	7,94
5	236,84	65,79	-50,74	-10,77	-0,40	5,53	4,13
6	-45,18	-8,54	11,57	-6,50	-3,56	3,38	4,45
7	36,88	47,29	-66,17	8,20	-2,26	-2,99	-1,80
8	303,54	65,85	-49,05	-3,50	9,68	11,76	10,48
9	-2,42	54,39	-71,48	18,01	17,30	22,78	28,16

Na podstawie danych z tabeli 6.9 wyznaczono średnią z wartości bezwzględnych odchyłeń względnych zgodnie z równaniem (6.2). Dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub wykorzystano punkty pomiarowe nr 2 i 3, które mierzą odkształcenia zgodne z kierunkiem obciążenia. Przy dodatkowym obciążeniu ciśnieniem średnią wyznaczono w oparciu o odchylenia dla punktów od 2 do 9.

Tabela 6.10. Średnia z wartości bezwzględnej odchyłeń względnych (w procentach) ze wszystkich punktów pomiarowych przy danym obciążeniu dla pompy KPF1

	Naciąg śrub	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
$\overline{ \delta_\varepsilon } [\%]$	16,08	34,48	35,78	7,65	3,99	5,97	8,76

Wartość średniej dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub oraz naciągu i ciśnienia w zakresie od 16 do 40 MPa są wyraźnie niższe niż 20%. Oznacza to bardzo dobrą zgodność pomiędzy modelem, a wynikami eksperymentu przy wskazanych obciążeniach. Przy ciśnieniach 4 i 8 MPa średnie odchylenie sięga prawie 36%. Jest to wartość wyraźnie większa, jednak należy mieć na uwadze, że są to relatywnie niskie obciążenia, gdzie odkształcenia wynikające z obciążenia ciśnieniem są niskie, co niewątpliwie przyczynia się do zwiększenia różnic między modelem, a eksperymentem.

Zastosowana metoda modelowania umożliwia uzyskanie wartości momentu obrotowego wygenerowanego na wale w związku z rozkładem ciśnienia działającym na powierzchnie kół zębatach. Wartość ta powinna odpowiadać teoretycznemu momentowi, wynikającemu z obciążenia kół zębatach ciśnieniem, co można zapisać równaniem:

$$M_{MES} = M_T \quad (6.6)$$

Taka sytuacja miałaby miejsce gdyby nie siły tarcia występujące w kontaktach pomiędzy kołami zębatymi, a pozostałymi współpracującymi z nimi elementami. Obliczony moment obrotowy jest więc pomniejszony o moment strat tarcia w kontaktach. Równanie (6.6) przyjmuje więc postać:

$$M_{MES} = M_T - M_{ST} \quad (6.7)$$

Moment teoretyczny uzyskany w wyniku obliczeń numerycznych otrzymano przekształcając równanie (6.7) do postaci:

$$M_T = M_{MES} + M_{ST} \quad (6.8)$$

Jest to odwrotna sytuacja w stosunku do badań stanowiskowych, gdzie zmierzony moment zawiera nie tylko składową wynikającą z obciążenia ciśnieniem, ale i strat występujących w trakcie procesu tłoczenia. Są to zarówno straty związane z tarciami jak i straty hydrauliczne. Ponieważ model numeryczny nie uwzględnia oporów przepływu cieczy, to równanie na moment rzeczywisty można opisać równaniem:

$$M_{rz(MES)} = M_T + M_{ST} \quad (6.9)$$

Podstawiając równanie (6.8) do (6.9) otrzymano zależność na rzeczywisty moment obrotowy wyznaczony metodą numeryczną:

$$M_{rz(MES)} = M_{MES} + 2M_{ST} \quad (6.10)$$

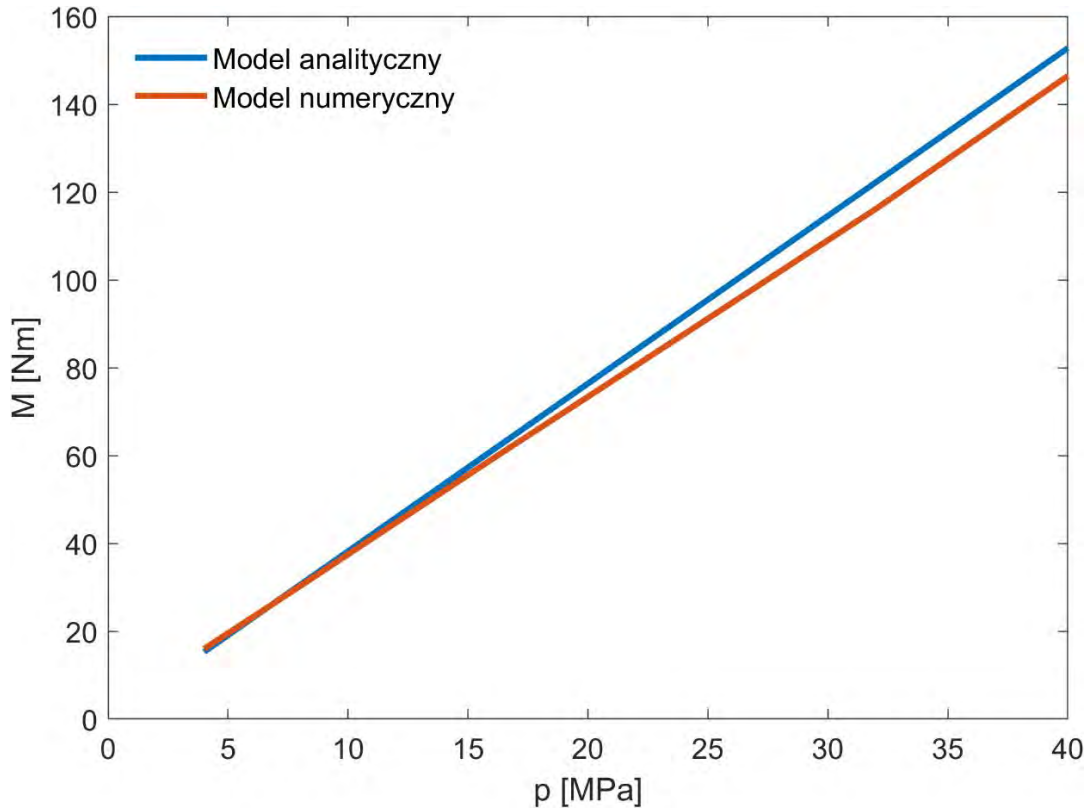
Z powyższego równania wynika, że w celu wyznaczenia rzeczywistego momentu obrotowego na wale pompy metodą numeryczną, należy zsumować dwukrotność momentu strat tarcia i momentu obrotowego wygenerowanego na wale czynnego koła zębatego pompy. Moment rzeczywisty wyznaczony metodą numeryczną, w opisany sposób, będzie niedoszacowany, ponieważ nie uwzględnia momentu strat wynikającego z oporów przepływu. Moment strat tarcia wyznaczono jako sumę momentów tarcia występującego w kontaktach pomiędzy współpracującymi częściami:

$$M_{ST} = \sum_{k=1}^n M_{ST_k} \quad (6.11)$$

Moment tarcia w poszczególnych kontaktach wyznaczono jako sumę iloczynów siły normalnej występującej w węzłach tworzących współpracujące powierzchnie, współczynnika tarcia kontaktu i odległości od osi obrotu koła zębatego:

$$M_{ST_k} = \sum_{i=1}^m F_{n_i} f_k r_i \quad (6.12)$$

Rysunek 6.9 przedstawia teoretyczny moment obrotowy dla pompy KPF1 obliczony analitycznie z równania (2.5) i wyznaczony na podstawie obliczeń numerycznych równaniem (6.8). Obliczono współczynnik korelacji, którego wartość wyniosła 0,99991 co oznacza bardzo silną korelację.



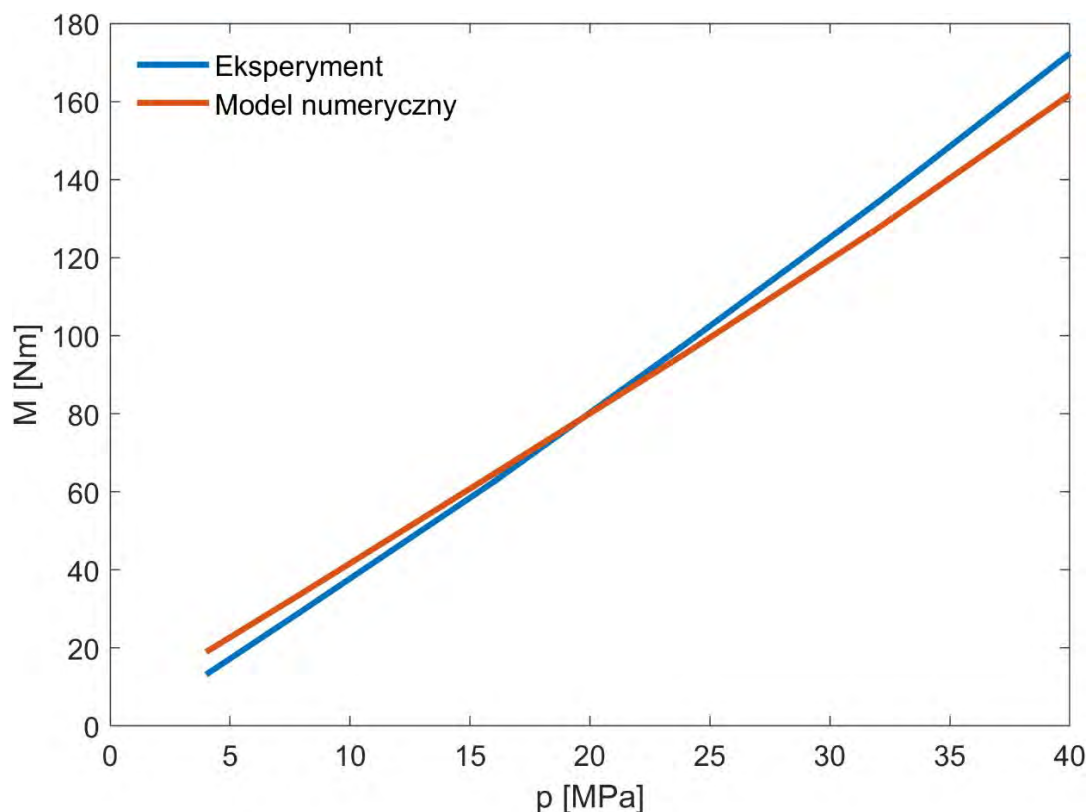
Rys. 6.9. Teoretyczny moment obrotowy na wale pompy KPF1 w funkcji ciśnienia wyznaczony analitycznie i poprzez model numeryczny

Odchylenie średniokwadratowe pomiędzy obliczeniami analitycznymi, a numerycznymi wynosi 4,03 Nm. Obliczone odchylenie w odniesieniu do maksymalnej wartości teoretycznego momentu wyznaczonego analitycznie (przy ciśnieniu 40 MPa) wynosi 2,64%.

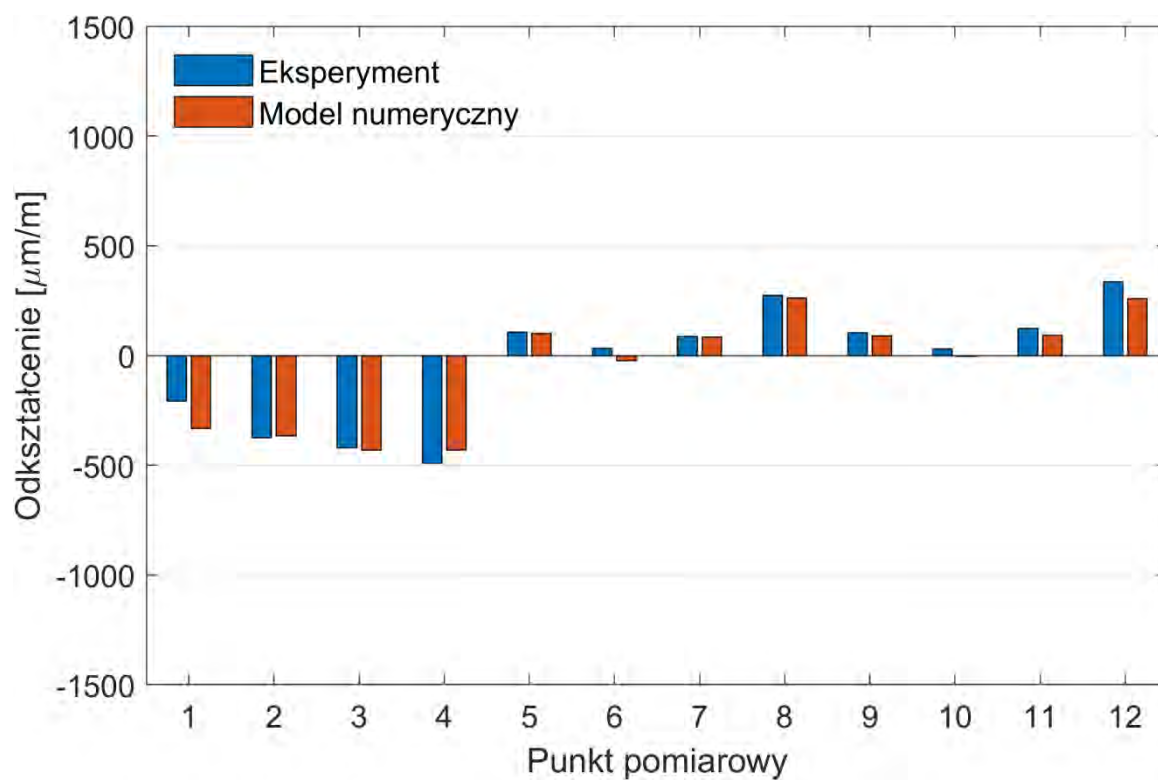
Rysunek 6.10 przedstawia moment obrotowy zmierzony w badaniach stanowiskowych oraz moment całkowity uzyskany na podstawie obliczeń numerycznych. Dane uzyskane w wyniku badań stanowią średnią arytmetyczną dla wszystkich badanych prędkości obrotowych. Wyznaczony współczynnik korelacji wyniósł 0,99992, co oznacza bardzo silną korelację, tak jak dla pomiarów tensometrycznych. Dla uzyskanego współczynnika korelacji przeprowadzono test statystycznej istotności. Wartość statystyki obliczonej z równania (6.5) wyniosła 111,5977. Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz liczby prób $n = 4$, wartość krytyczna wynosi $t_{kr} = 4,3027$. Otrzymana wartość statystyki należy do obszaru krytycznego. Wynik wskazuje na statystyczną istotność korelacji danych eksperymentalnych i obliczeń numerycznych

Odchylenie średniokwadratowe pomiędzy eksperymentem, a obliczeniami wynosi 6,05 Nm. Obliczone odchylenie w odniesieniu do maksymalnej wartości rzeczywistego momentu zmierzonego w trakcie eksperymentu (przy ciśnieniu 40 MPa) wynosi 3,51%.

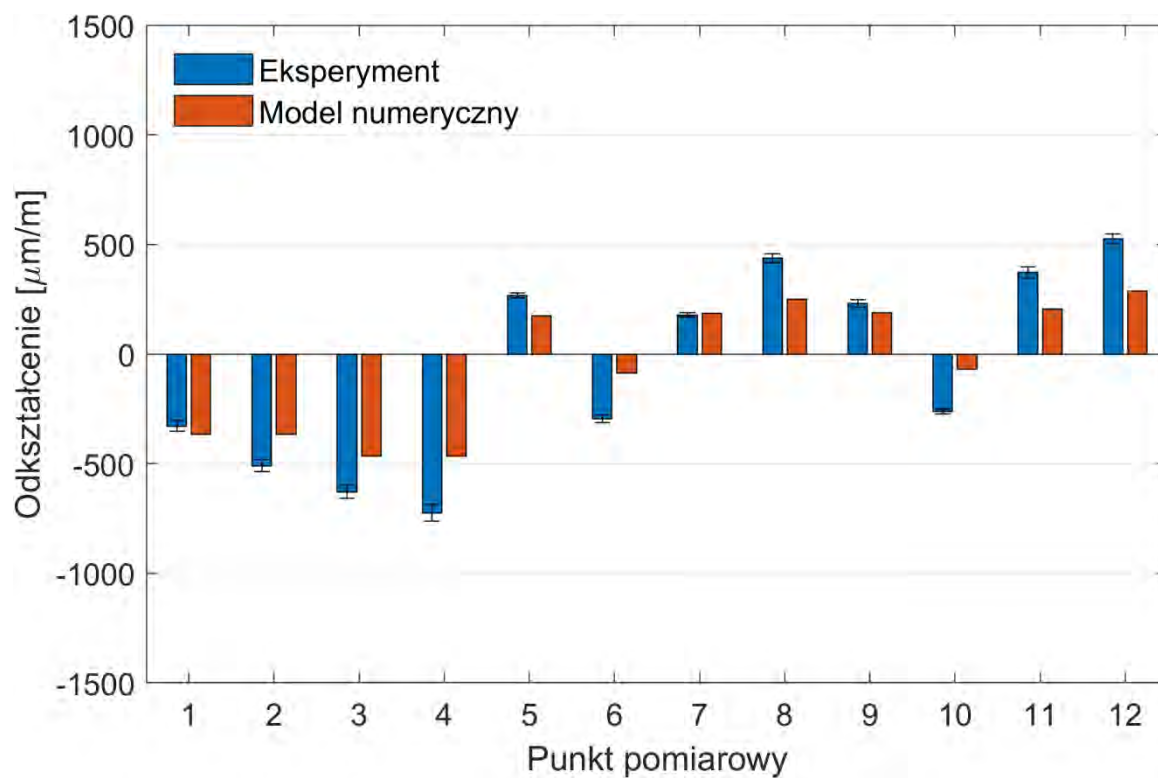
Rysunki 6.11 do 6.17 przedstawiają odkształcenia badanej powierzchni korpusu pompy WTFD. Zakres badanych obciążeń jest identyczny jak dla pompy KPF1. Na wykresach od 6.12 do 6.17 zamieszczono odchylenie standardowe, obliczone dla odkształceń uzyskanych w wyniku eksperymentu, w oparciu o dane dla czterech prędkości obrotowych.



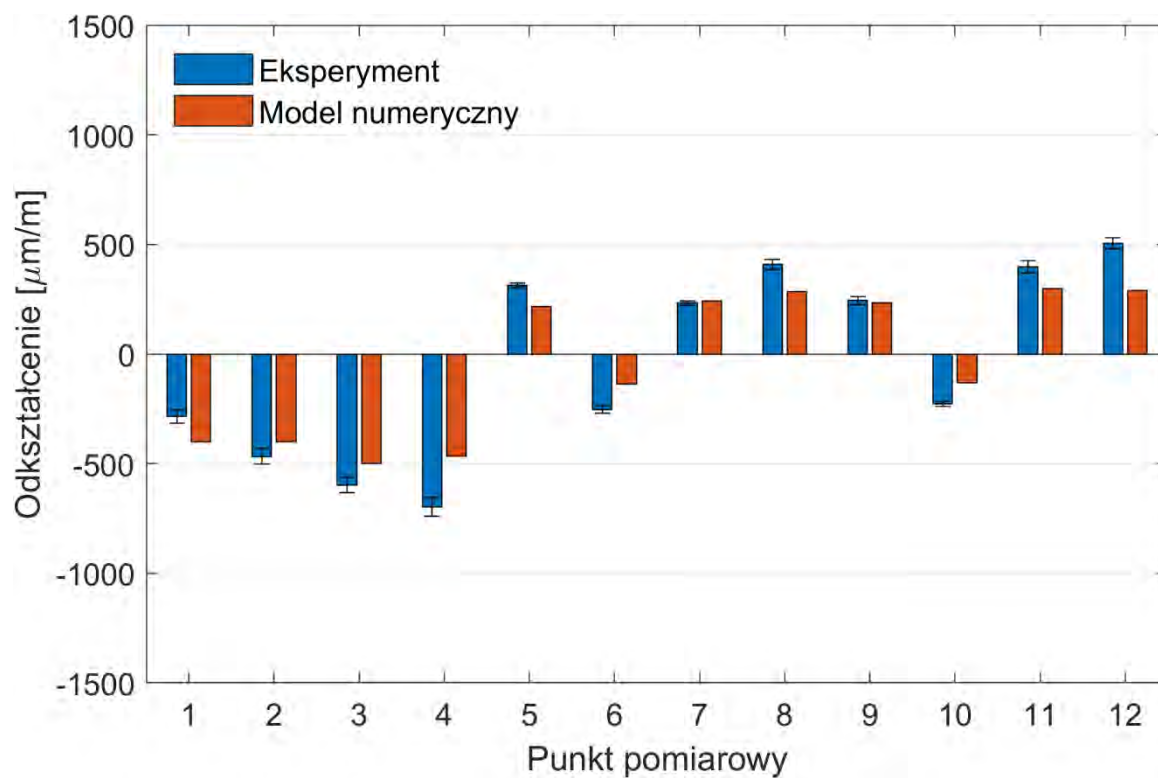
Rys. 6.10. Całkowity moment obrotowy na wale pompy KPF1 w funkcji ciśnienia – eksperyment i model numeryczny



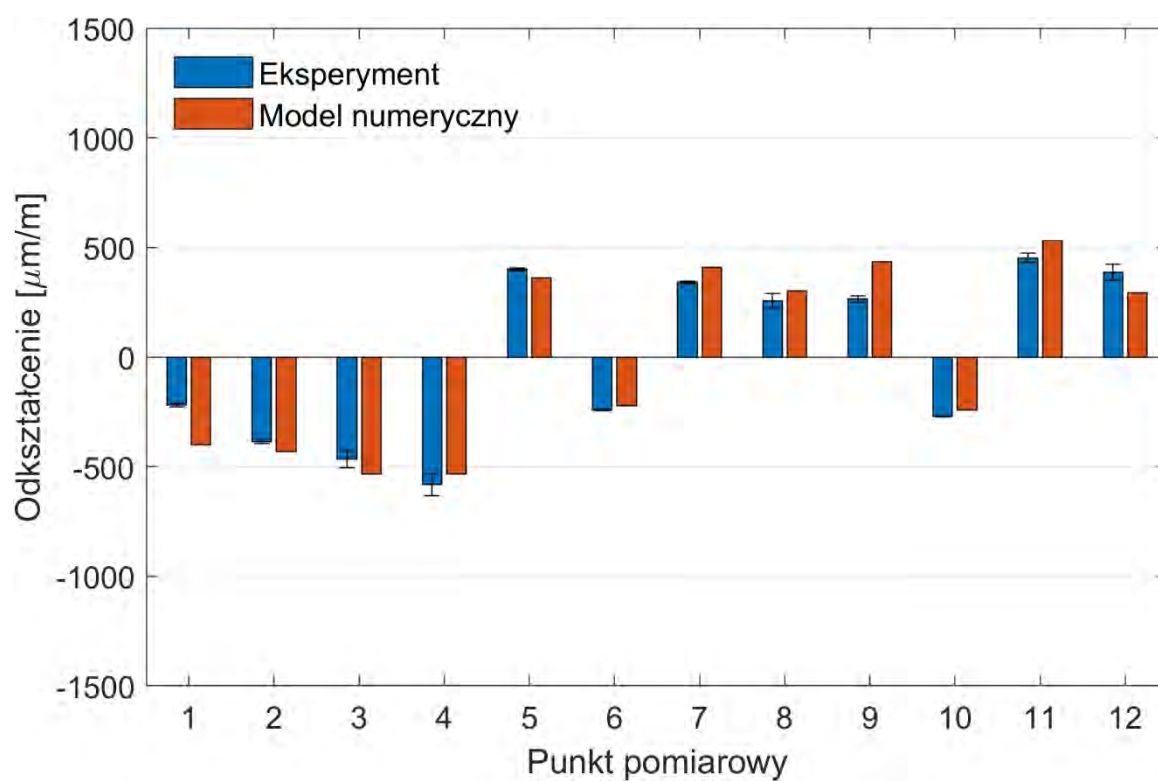
Rys. 6.11. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągiem śrub – eksperyment i model numeryczny



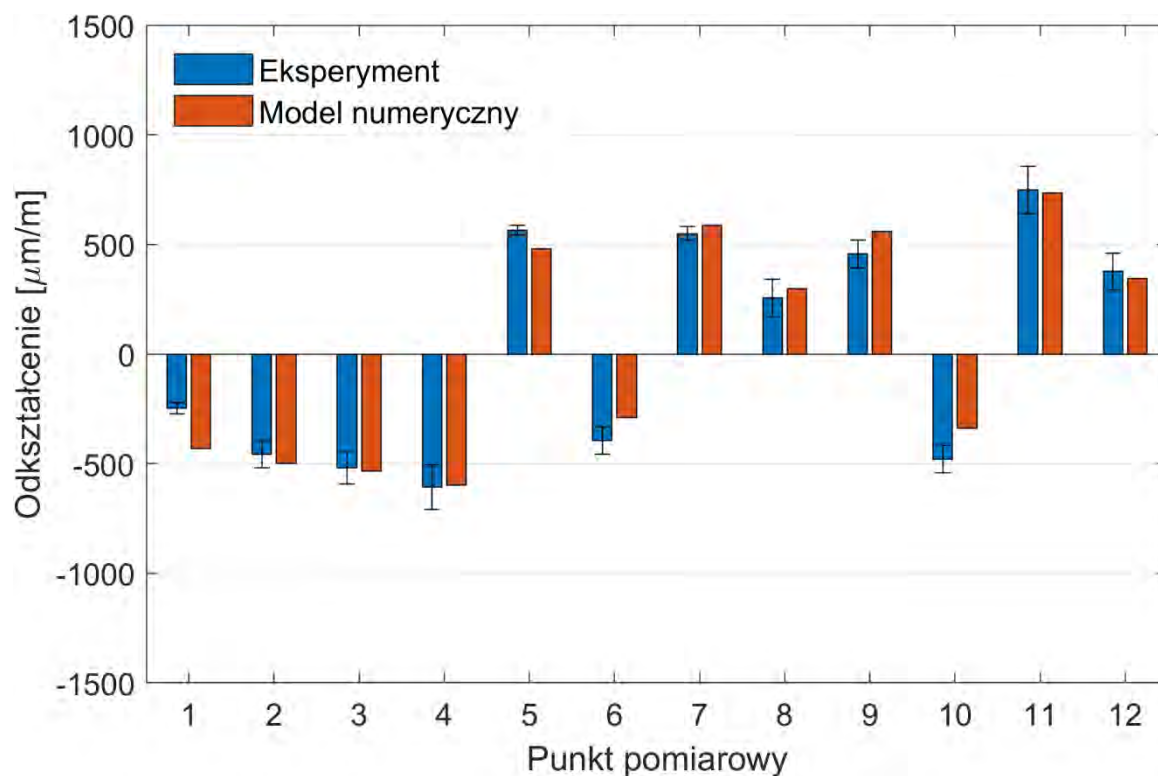
Rys. 6.12. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 4 MPa – eksperyment i model numeryczny



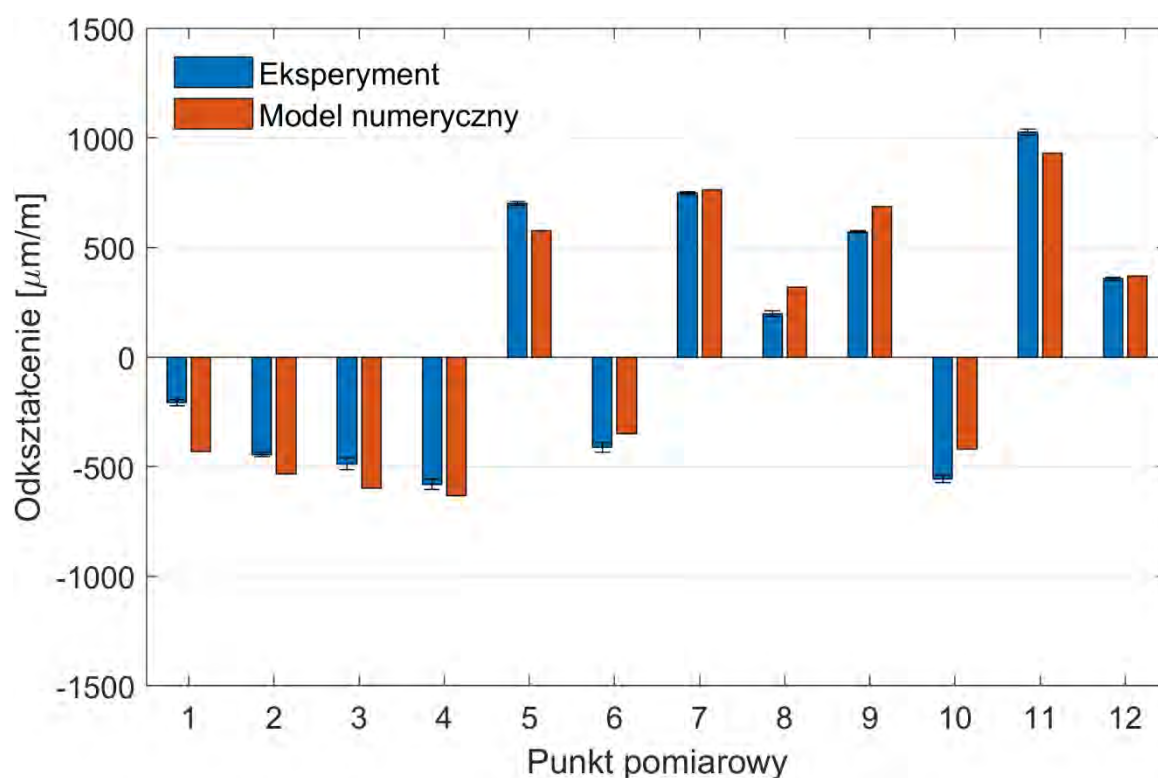
Rys. 6.13. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 8 MPa – eksperyment i model numeryczny



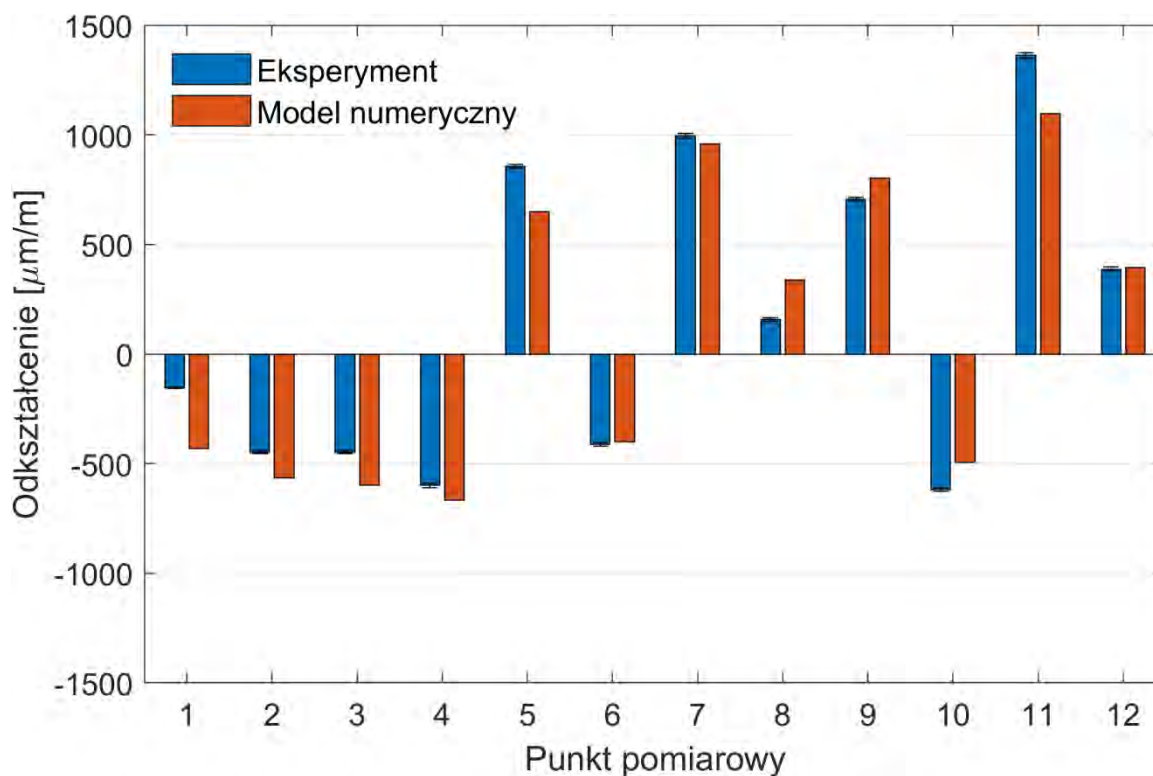
Rys. 6.14 Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągiem śrub i ciśnieniem 16 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.15. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 24 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.16. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 32 MPa – eksperyment i model numeryczny



Rys. 6.17. Odształcenie korpusu pompy WTFD obciążonej naciągami śrub i ciśnieniem 40 MPa – eksperyment i model numeryczny

Dla pompy WTFD również wyznaczono współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy średnimi wartościami zmierzonych odkształceń, a obliczeniami numerycznymi (tabela 6.11) oraz wykonano test istotności statystycznej współczynników korelacji. Wartości statystyki należą do obszaru krytycznego ($t_{kr} = 4,3027$ przy $\alpha = 0,05$ oraz $n - 2$ stopni swobody). Wyniki wskazują na statystyczną istotność korelacji danych eksperymentalnych i obliczeń numerycznych.

Tabela 6.11. Współczynniki korelacji Pearsona pomiędzy odkształceniami uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych wraz z wynikami testu istotności statystycznej dla pompy WTFD

	Naciąg	4 MPa	8 MPa	16 Mpa	24 Mpa	32 Mpa	40 Mpa
r_P	0,986	0,968	0,975	0,978	0,984	0,982	0,976
n	1	4	4	4	4	4	4
t	-	5,4851	6,1512	6,5920	7,9372	7,2913	6,36588

W tabeli 6.12 zestawiono względne odchylenie pomiędzy odkształceniami otrzymanymi w wyniku pomiarów i obliczeń dla pompy WTFD.

Względne odchylenie w przypadku pompy WTFD przyjmują podobny rozkład jak dla pompy KPF1. Ponownie przy niskich obciążeniach odnotowano wysokie odchylenie w związku z niskimi mierzonymi wartościami odkształceń. Tak jak dla pompy KPF1 wzrost obciążenia prowadzi do mniejszych odchyłeń. Wyjątek ponownie stanowi pierwszy

punkt pomiarowy, który znajduje się w zbliżonym miejscu, co dla pompy KPF1. Przyczyny wysokiego odchylenia dla punktu nr 1 są prawdopodobnie takie same jak w pompie KPF1. Odształcenia zmierzone w punkcie nr 8 przyjmują maksymalnie około 465 $\mu\text{m/m}$ (dla obciążenia naciągiem i ciśnieniem 4 MPa). Wartość ta stanowi w przybliżeniu 34% maksymalnych zmierzonych odształceń we wszystkich punktach pomiarowych dla pompy WTFD. Jest to więc stosunkowo nieduża wartość. Co więcej, wzrost obciążenia powoduje zmniejszenie odształcenia w tym punkcie. Dla obciążenia naciągiem i ciśnieniem 40 MPa wartość odształcenia spada do 155 $\mu\text{m/m}$, co jest wartością trzykrotnie mniejszą niż przy ciśnieniu 4 MPa. Z powyższych powodów uznano, że ósmy punkt charakteryzuje się niewielkimi odształceniami. Przy niskich odształceniach względne odchylenia mają tendencję wzrostową, podobnie jak dla pompy KPF1. Należy dodać, że punkt ten znajduje się w pobliżu dwóch krawędzi, z czego jedna z nich jest w pobliżu powierzchni styku pokrywy z korpusem pompy. Kontakt wprowadza nieliniowość do modelu numerycznego, co może mieć wpływ na uzyskane wyniki. W związku z powyższym punkty nr 1 i 8 wyłączono z oceny.

Tabela 6.12. Względne odchylenie (w procentach) pomiędzy odształceniami uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych dla pompy WTFD

Punkt pomiarowy	Obciążenie						
	Naciąg śrub	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
1	-60,50	-11,46	28,60	-81,53	-74,67	-108,39	-180,45
2	2,48	28,20	-17,08	-12,30	-9,23	-19,63	-26,45
3	-3,10	25,85	-19,73	-14,19	-2,85	-23,08	-33,85
4	12,04	35,73	-49,69	8,53	1,26	-8,93	-11,05
5	5,74	35,32	-44,26	9,71	15,13	17,72	24,21
6	178,86	71,10	-83,80	8,06	26,86	15,11	2,96
7	3,87	-4,43	4,10	-20,51	-6,87	-2,03	3,65
8	4,49	42,71	-44,18	-18,05	-16,55	-61,22	-113,38
9	13,60	17,85	-4,44	-63,89	-22,72	-20,18	-13,87
10	113,81	72,97	-72,12	10,90	29,44	24,49	20,28
11	23,87	44,91	-33,45	-17,22	1,92	9,35	19,42
12	22,55	45,57	-74,78	23,96	8,98	-3,43	-2,24

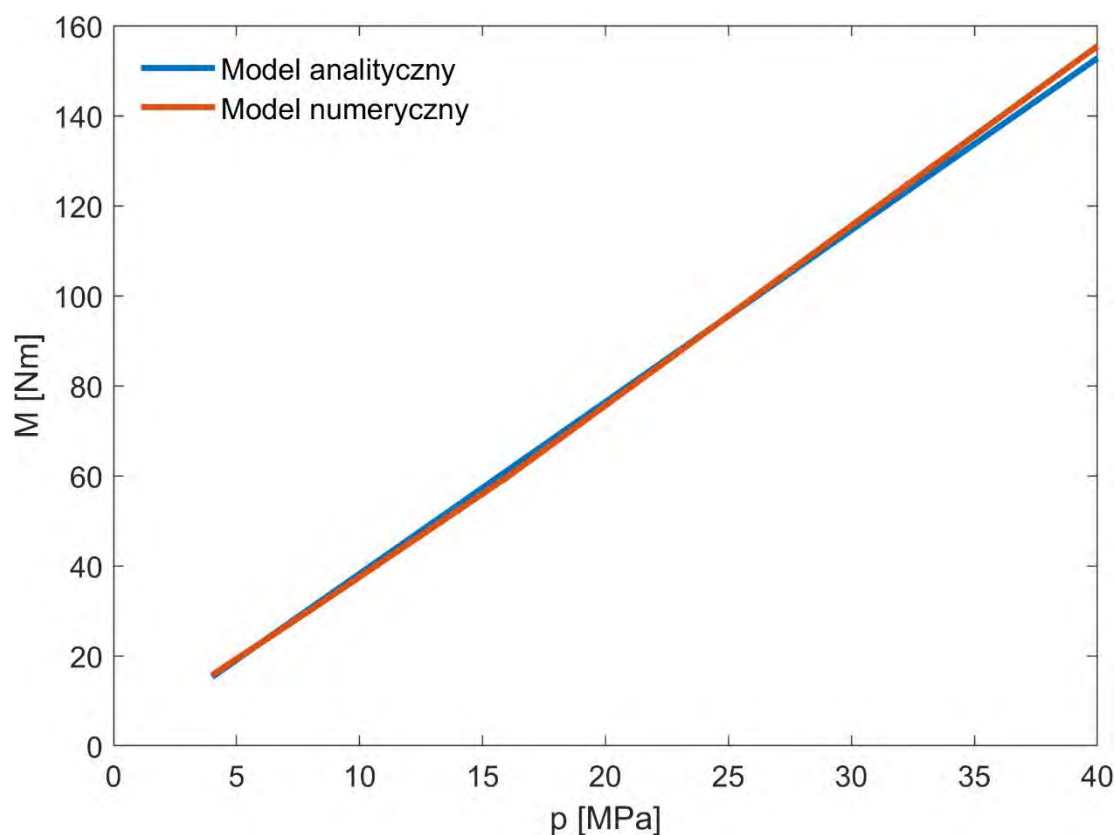
Na podstawie danych z tabeli 6.12 wyznaczono średnią z wartości bezwzględnych odchyleń względnych zgodnie z równaniem (6.2). Dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub wykorzystano punkty pomiarowe od 2 do 4, które mierzą odkształcenia zgodne z kierunkiem obciążenia. Przy dodatkowym obciążeniu ciśnieniem średnią wyznaczono w oparciu o odchylenia dla punktów od 2 do 12 z pominięciem punktu nr 8.

Tabela 6.13. Średnia z wartości bezwzględnej odchyleń względnych (w procentach) ze wszystkich punktów pomiarowych dla pompy WTFD po odrzuceniu punktów pomiarowych nr 1 i 8

	Naciąg śrub	4 MPa	8 MPa	16 MPa	24 MPa	32 MPa	40 MPa
$\overline{ \delta_\varepsilon } [\%]$	5,87	31,83	33,62	15,77	10,44	12,00	13,17

Dla pompy WTFD wartość średniej dla obciążenia siłami wynikającymi z naciągu śrub oraz naciągu i ciśnienia w zakresie od 16 do 40 MPa ponownie są wyraźnie niższe niż 20%. Oznacza to bardzo dobrą zgodność pomiędzy modelem, a wynikami eksperymentu przy wskazanych obciążeniach. Przy ciśnieniach 4 i 8 MPa również odnotowano wyższe średnie odchylenie, które sięga prawie 34%.

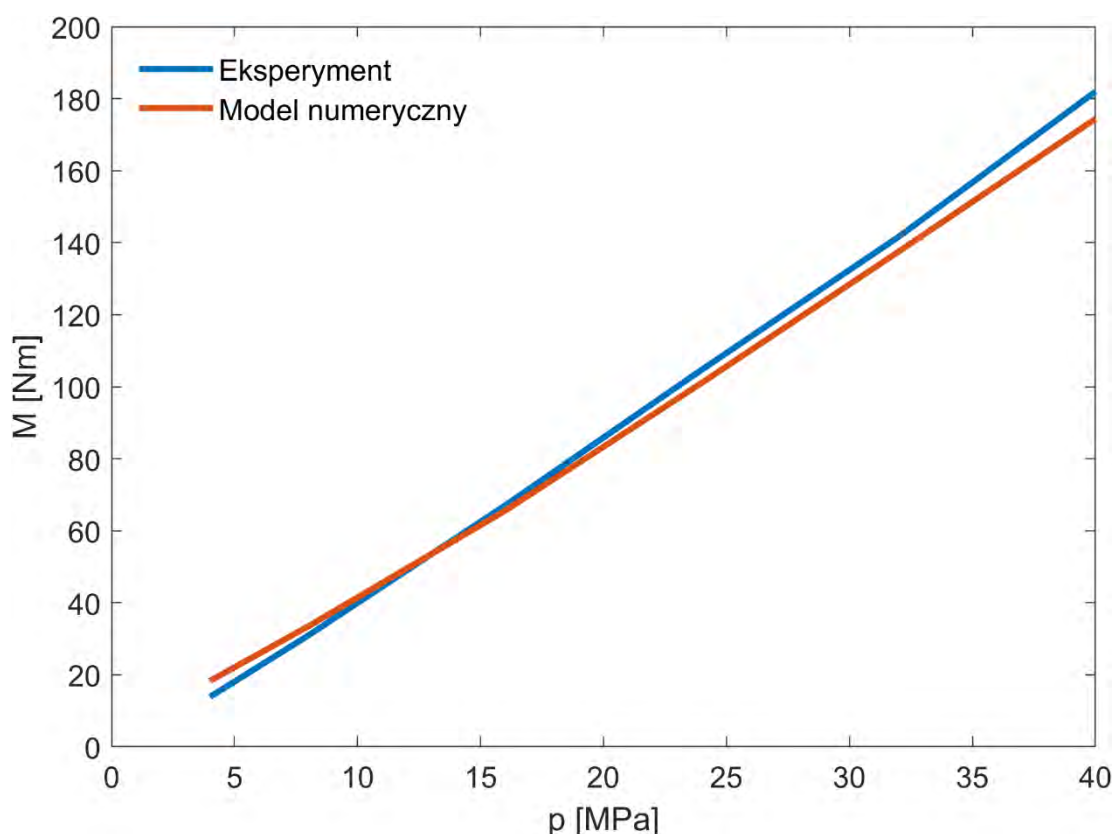
Rysunek 6.18 przedstawia teoretyczny moment obrotowy dla pompy WTFD obliczony analitycznie i wyznaczony na podstawie obliczeń numerycznych analogicznie jak dla pompy KPF1. Obliczono współczynnik korelacji, którego wartość wyniosła 0,9997 co oznacza bardzo silną korelację.



Rys. 6.18. Teoretyczny moment obrotowy na wale pompy WTFD w funkcji ciśnienia wyznaczony analitycznie i poprzez model numeryczny

Odchylenie średniokwadratowe pomiędzy obliczeniami analitycznymi, a numerycznymi wynosi 1,38 Nm. Obliczone odchylenie w odniesieniu do maksymalnej wartości teoretycznego momentu wyznaczonego analitycznie (przy ciśnieniu 40 MPa) wynosi 0,90%.

Rysunek 6.19 przedstawia moment obrotowy na wale pompy WTFD uzyskany w wyniku pomiarów i obliczeń numerycznych. Obliczono współczynnik korelacji, którego wartość wyniosła 0,9997 co wskazuje bardzo silną korelację. Dla uzyskanego współczynnika korelacji przeprowadzono test statystycznej istotności. Wartość statystyki obliczonej z równania (6.5) wyniosła 61,0234. Dla poziomu istotności $\alpha = 0,05$ oraz liczby prób $n = 4$, wartość krytyczna wynosi $t_{kr} = 4,3027$. Otrzymana wartość statystyki należy do obszaru krytycznego. Wynik wskazuje na statystyczną istotność korelacji danych eksperymentalnych i obliczeń numerycznych. Odchylenie średniokwadratowe wynosi 4,39 Nm.



Rys. 6.19. Całkowity moment obrotowy na wale pompy WTFD w funkcji ciśnienia – eksperyment i model numeryczny

Przedstawione badania porównawcze odkształceń korpusów badanych pomp, jak i momentów obrotowych na wałach napędowych, wykazują, że modele opracowane według zaprezentowanej w pracy metody bardzo dobrze opisują charakter zjawisk zachodzących w badanych pompach zębatych (współczynniki korelacji bardzo bliskie wartości 1). Zbieżność wyników obliczeń i badań eksperymentalnych przy ciśnieniach tłoczenia z zakresu od 16 do 40 MPa jest bardzo dobra oraz zadowalająca w zakresie niskich ciśnień tłoczenia.

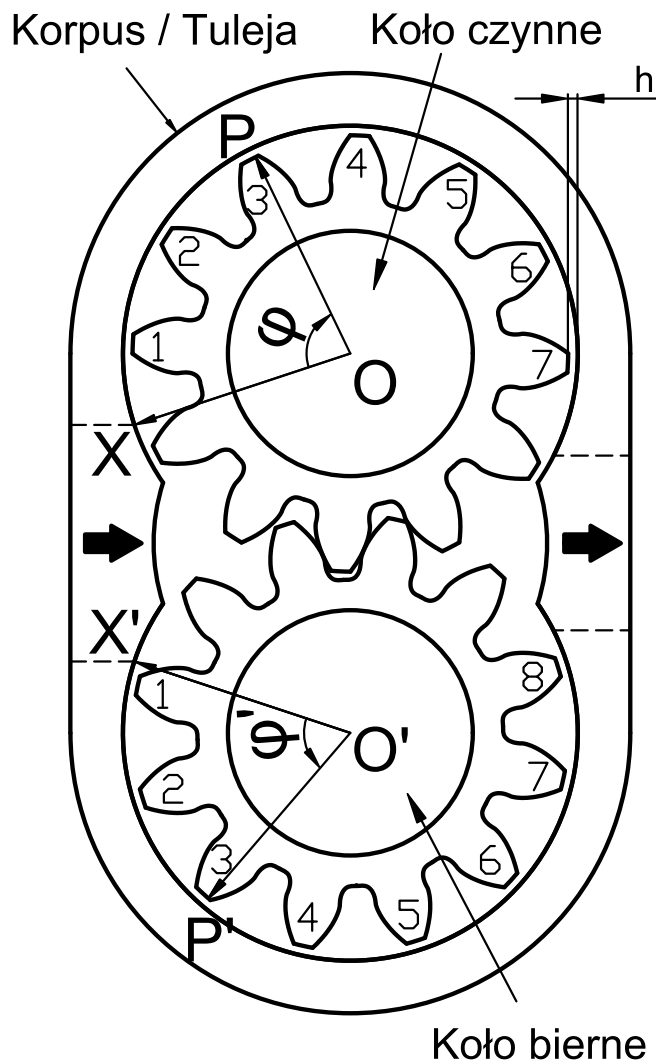
6.3. Deformacja pomp KPF1 i WTFD

Opracowany model numeryczny pozwala uzyskać informację o deformacji konstrukcji pompy, a w szczególności kompensacji obwodowej w pompie typu WTFD, w całym zakresie obciążeń. Deformacja elementów pompy bezpośrednio wpływa na wielkość szczelin wewnętrznych.

Rysunek 6.20 stanowi objaśnienie do dalszej części. W celu zilustrowania deformacji pompy zde niowano następujące odległości. Punkt X ilustruje węzeł elementu skończonego tworzącego ścianę korpusu (dla pompy KPF1) lub tulei (dla pompy WTFD), znajdującego się na wewnętrznej powierzchni tej ściany. Punkt P ilustruje węzeł elementu skończonego tworzącego wierzchołek zęba koła zębatego znajdujący się na szczytowej powierzchni wierzchołka. Punkt O znajduje się w osi obrotu koła zębatego dla modelu nieobciążonego (niezdeformowanego). Długość odcinka OX stanowi odległość wewnętrznej ściany korpusu od osi obrotu koła zębatego. Długość odcinka OP stanowi odległość wierzchołka zęba od osi obrotu koła zębatego.

Kolejne zęby kół zębatych oznaczono numerami od 1 do 7 dla koła czynnego i od 1 do 8 dla koła biernego. Pod uwagę brane są tylko zęby znajdujące się za portem ssawnym, ale przed portem tłocznym. Powyżej zde niowane punkty i odcinki odnoszą się do koła czynnego, natomiast odpowiadające im punkty oznaczone jako „prim” odnoszą się do koła biernego.

Zde niowane odległości można wyznaczyć dla każdego węzła na szerokości wieńca koła zębatego. Wieniec posiada określoną szerokość, co powoduje, że istnieje skończona liczba N węzłów dla danego φ , dla których można określić zde niowane odległości. Na zamieszczonych poniżej charakterystykach przedstawiono średnie wartości dla N węzłów. Liczba węzłów dla koła czynnego i biernego jest taka sama. Symetryczny kształt kół zębatych powoduje, że dla każdego zęba N jest stałe. W przypadku korpusu (KPF1) i tulei (WTFD) niesymetryczny kształt powoduje, że siatka elementów skończonych również nie jest symetryczna. W związku z tym liczba węzłów uwzględniana przy wyliczaniu średniej jest zmienna.



Rys. 6.20. Objaśnienia oznaczeń

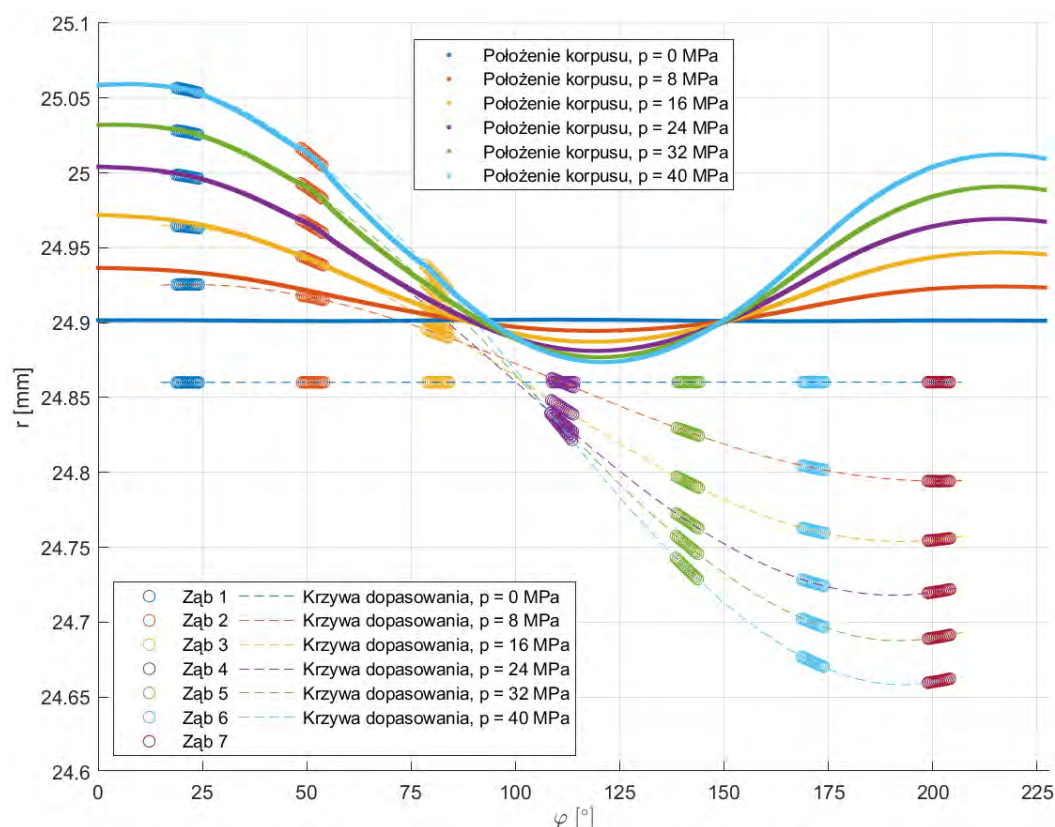
Rysunek 6.21 przedstawia wartości $|\overline{OX}|$ i $|\overline{OP}|$ dla czynnego koła zębatego w pompie KPF1 w funkcji kąta obrotu dla obciążenia naciągami śrub i wybranych ciśnień tłoczenia. Omawiane odległości zorientowane są w kierunku promieniowym koła zębatego, dlatego na rysunku odniesiono się do tych długości jako r . Rysunek 6.22 przedstawia analogiczną zależność dla koła biernego. Zagęszczenie siatki elementów skończonych na wewnętrznej powierzchni korpusu pozwala na uzyskanie na tyle dużej ilości danych, że po naniesieniu na wykres punktów odpowiadających pojedynczym węzłom tworzą one linię. Ciśnienie $p = 0$ MPa przedstawia nominalne położenie kół zębatych i korpusu pompy bez obciążenia.

Na podstawie uzyskanych danych stwierdzono minimalne różnice pomiędzy kołem czynnym i biernym na poziomie kilku setnych milimetra. Należy pamiętać, że koła znajdują się w różnej fazie kąta obrotu, więc siła generowana przez ciśnienie oddziałujące na koło czynne różni się względem koła biernego.

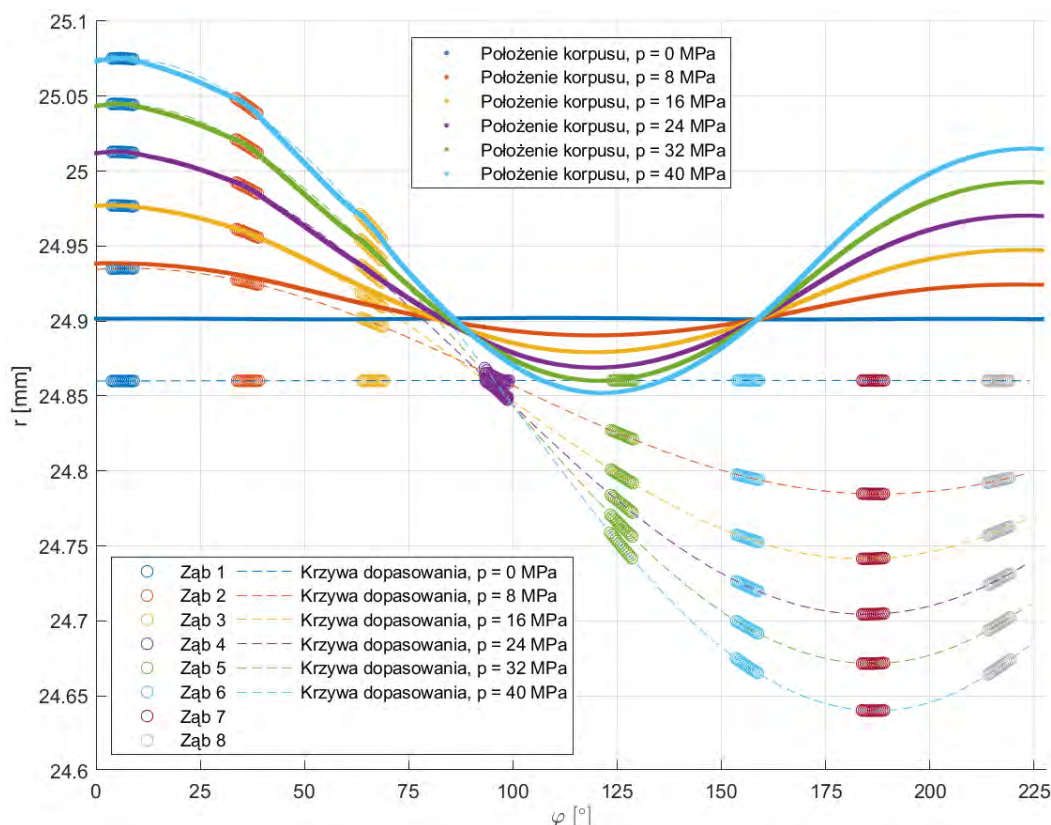
Wewnętrzna powierzchnia korpusu ulega znacznej deformacji. Obszar znajdujący się za otworem ssawnym ($0^\circ < \varphi < 60^\circ$) odsuwa się od osi obrotu kół zębatych. Wartości

$|\overline{OX}|$ i $|\overline{O'X'}|$ wzrastają wraz z ciśnieniem tłoczenia osiągając maksymalnie około 25,08 mm w okolicy pierwszego zęba przy maksymalnym obciążeniu. Przesuwając się w kierunku płaszczyzny przechodzącej przez osie obrotu kół zębatych ($\varphi \cong 109^\circ$) widoczna jest zmiana kierunku deformacji. Wartości $|\overline{OX}|$ i $|\overline{O'X'}|$ przyjmują coraz mniejsze wartości osiągając swoje minimum w okolicy 24,84 mm dla koła biernego przy maksymalnym obciążeniu. Zbliżając się do otworu tłocznego $175^\circ < \varphi < 228^\circ$ ściana korpusu ponownie oddala się od osi obrotu kół zębatych. Przesunięcie jest mniejsze niż w okolicy przewodu tłocznego. Maksymalna odnotowana wartość wynosi około 25,02 mm dla $\varphi = 210^\circ$.

W wyniku oddziaływania ciśnienia koła zębate przemieszczają się, w ramach luzów występujących w łożyskach ślizgowych, w kierunku strony ssawnej. Przy ciśnieniach 24 MPa i wyższych punkty odpowiadające wierzchołkom zębów pokrywają się z punktami odpowiadającymi korpusowi w zakresie kątów odpowiadających obszarowi bezpośrednio za komorą ssawną ($0^\circ < \varphi < 60^\circ$). Jednocześnie, przesunięcie kół w kierunku strony ssawnej, skutkuje oddaleniem się wierzchołków kół od korpusu po stronie tłocznej ($\varphi > 109^\circ$).



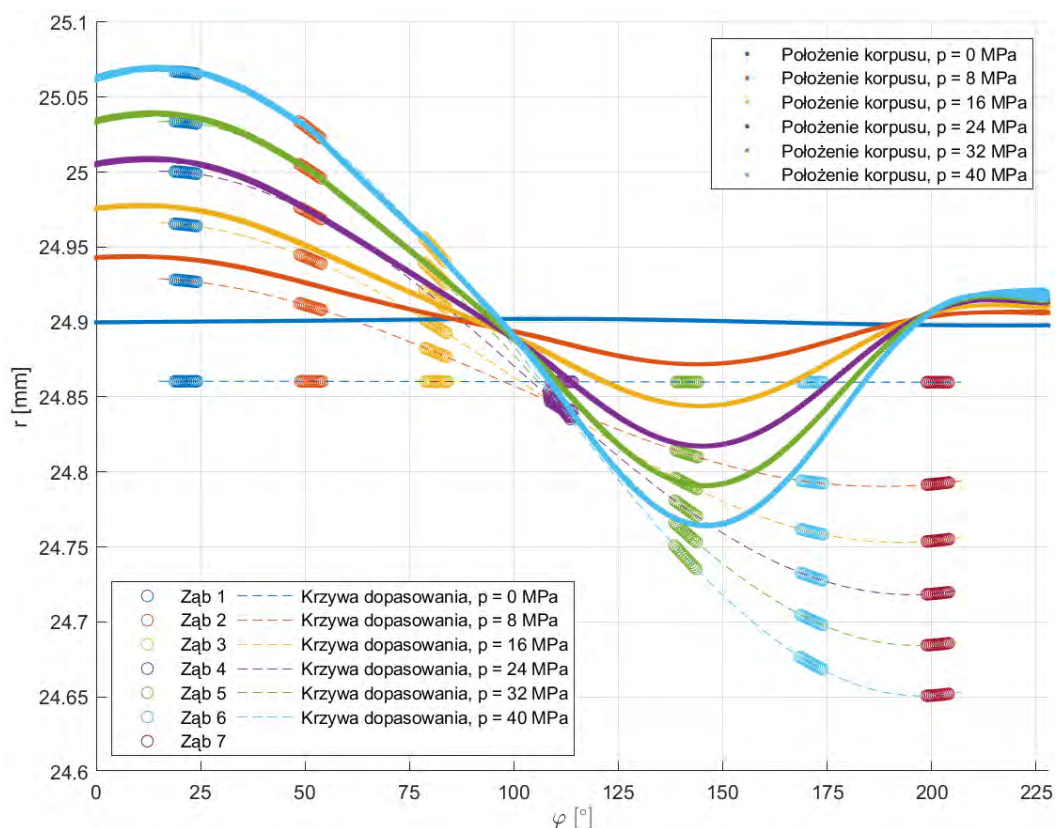
Rys. 6.21. Odległość wewnętrznej ściany korpusu pompy KPF1 oraz wierzchołków zębów koła czynnego od osi obrotu koła zębatego (nieobciążonego) w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień



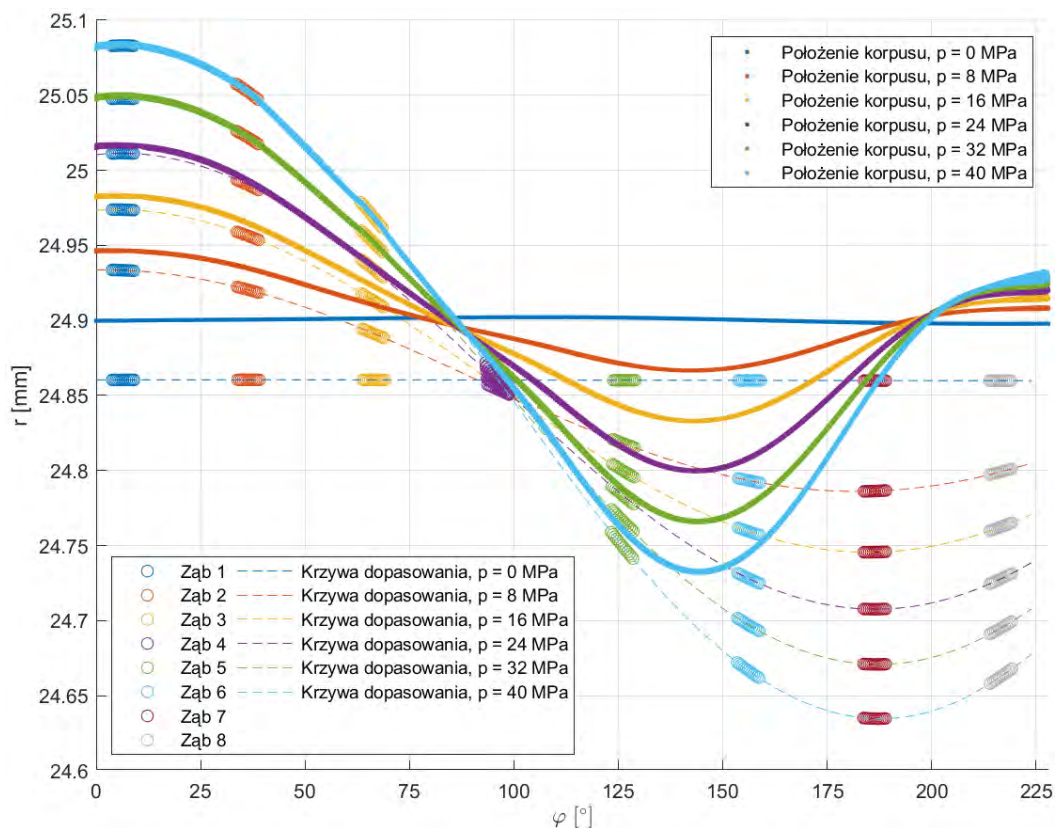
Rys. 6.22. Odległość wewnętrznej ściany korpusu pompy KPF1 oraz wierzchołków zębów koła biernego od osi obrotu koła zębatego (nieobciążonego) w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień

Rysunki 6.23 i 6.24 przedstawiają zależność $|\overline{OX}|$ i $|\overline{OP}|$ oraz $|\overline{O'X'}|$ i $|\overline{O'P'}|$ w pompie WTFD dla odpowiednio koła czynnego i biernego. W obszarze za otworem ssawnym ($0^\circ < \varphi < 60^\circ$) występuje bardzo zbliżone przemieszczenie wewnętrznej ściany tulei korpusu jak dla korpusu pompy KPF1. Przeszczając się w kierunku strony tłocznej ponownie widoczna jest zmiana kierunku deformacji. Dla $\varphi \cong 109^\circ$ rozpoczyna się obszar działania kompensacji obwodowej. Wartość przemieszczenia tulei korpusu w kierunku osi obrotu koła zębatego jest znacznie większa niż dla korpusu pompy KPF1. Minimalne wartości $|\overline{OX}|$ i $|\overline{O'X'}|$ uległy przesunięciu w kierunku strony tłocznej ($\varphi \cong 143^\circ$) wynoszą pomiędzy 24,73, a 24,77 mm przy maksymalnym obciążeniu. Działanie kompensacji szczeliny obwodowej powoduje, że w pobliżu obszaru komory tłocznej odległości $|\overline{OX}|$ i $|\overline{O'X'}|$ są tylko kilka setnych milimetra większe, niż nominalna odległość występująca bez obciążenia.

Podobnie jak dla pompy KPF1 w pompie WTFD koła zębate zostają przesunięte w kierunku strony ssanej pompy w wyniku występującego rozkładu ciśnienia. Można jednak zauważyć, że dopiero dla wysokich ciśnień tłoczenia (32 i 40 MPa) punkty odpowiadające wierzchołkom zębów pokrywają się z punktami wewnętrznej powierzchni tulei w obszarze za komorą ssawną ($0^\circ < \varphi < 60^\circ$).



Rys. 6.23. Odległość wewnętrznej ściany korpusu pompy WTFD oraz wierzchołków zębów koła czynnego od osi obrotu koła zębatego (nieobciążonego) w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień



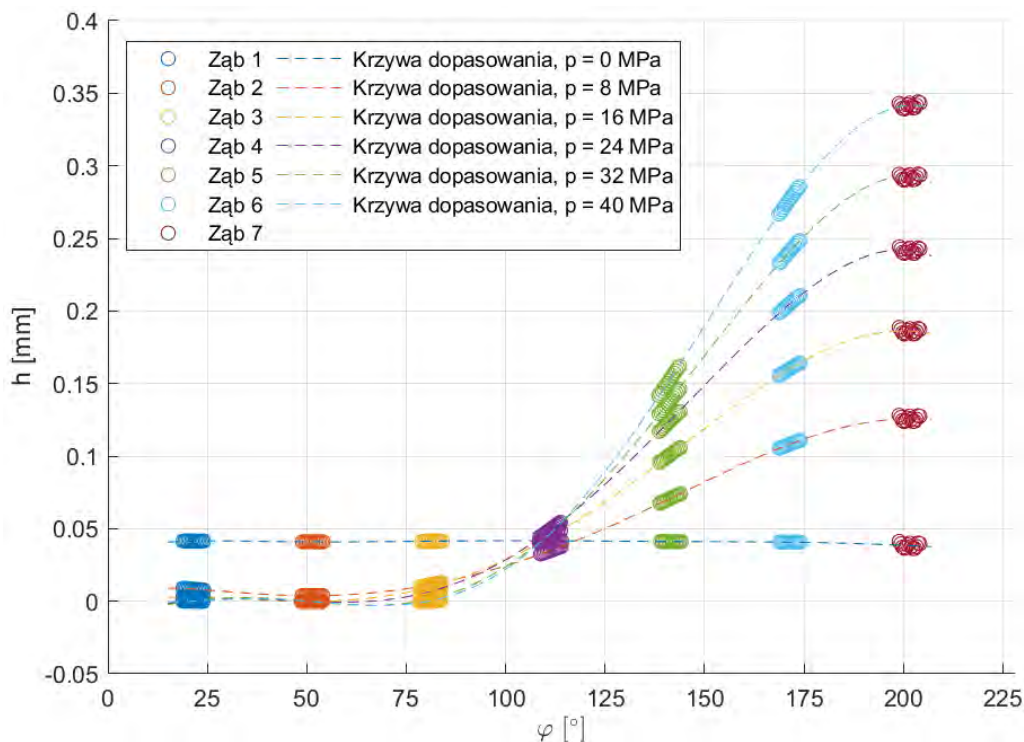
Rys. 6.24. Odległość wewnętrznej ściany korpusu pompy KPF1 oraz wierzchołków zębów koła biernego od osi obrotu koła zębatego (nieobciążonego) w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień

6.4. Wysokość szczeliny obwodowej w pompach KPF1 i WTFD

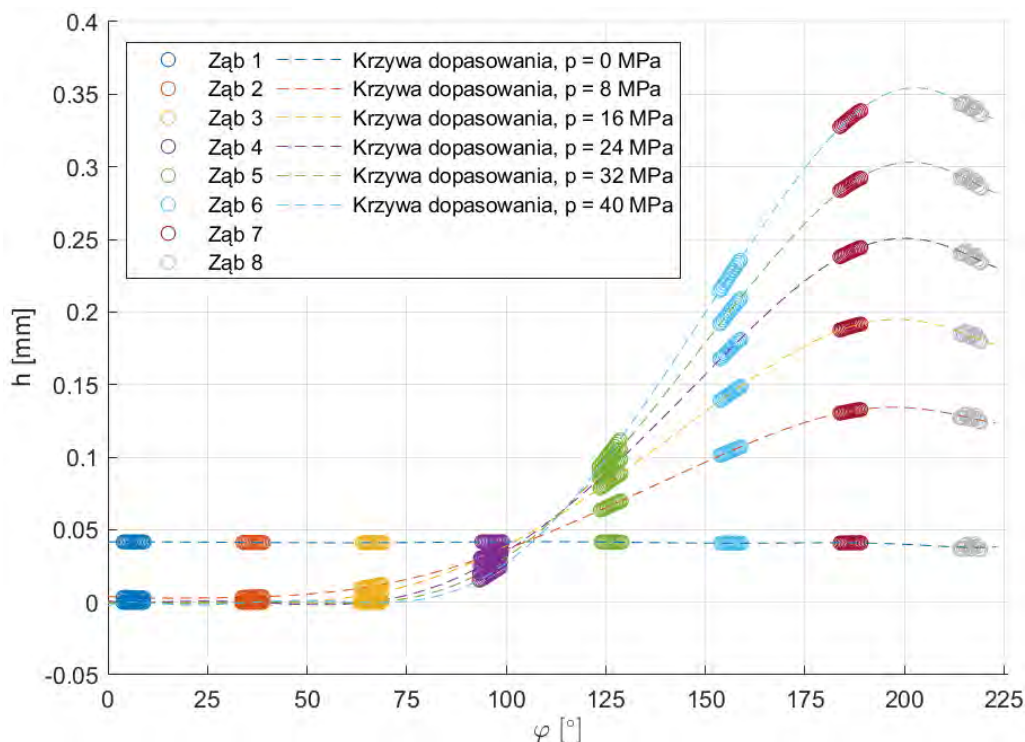
Oprogramowanie wykorzystane do obliczeń numerycznych pozwala śledzić odległość między powierzchniami tworzącymi kontakt. Znacznie ułatwia to wyznaczanie wysokości szczeliny obwodowej. Rysunki 6.25 i 6.26 przedstawiają średnią wysokość szczeliny obwodowej w funkcji kąta obrotu koła zębatego odpowiednio koła czynnego i biernego pompy KPF1. Wartość średnia została wyznaczona z N węzłów znajdujących się na szerokości wieńca koła zębatego dla danego φ .

W wyniku przesunięcia kół zębatych widoczne jest zmniejszenie szczeliny dla pierwszych trzech zębów ($\varphi < 90^\circ$). To na tym obszarze utrzymywana jest szczelność pomiędzy stroną ssawną i tłoczną pompy. Dla niskich ciśnień ($\leq 8 \text{ MPa}$) wysokość szczeliny w tym obszarze nie przekracza $0,03 \text{ mm}$. Dla ciśnień powyżej 8 MPa szczelina nie występuje ponieważ wierzchołki zębów znajdują się w kontakcie z wewnętrzną powierzchnią korpusu.

Przemierzając się po obwodzie koła zębatego ($\varphi > 90^\circ$) odnotowano wzrost wysokości szczeliny, aż do maksimum występującego w okolicach przewodu tłocznego ($\varphi = 205^\circ$). Przy obciążeniu pompy ciśnieniem tłoczenia wynoszącym 40 MPa wysokość szczeliny we wspomnianym obszarze sięga niemal $0,35 \text{ mm}$.



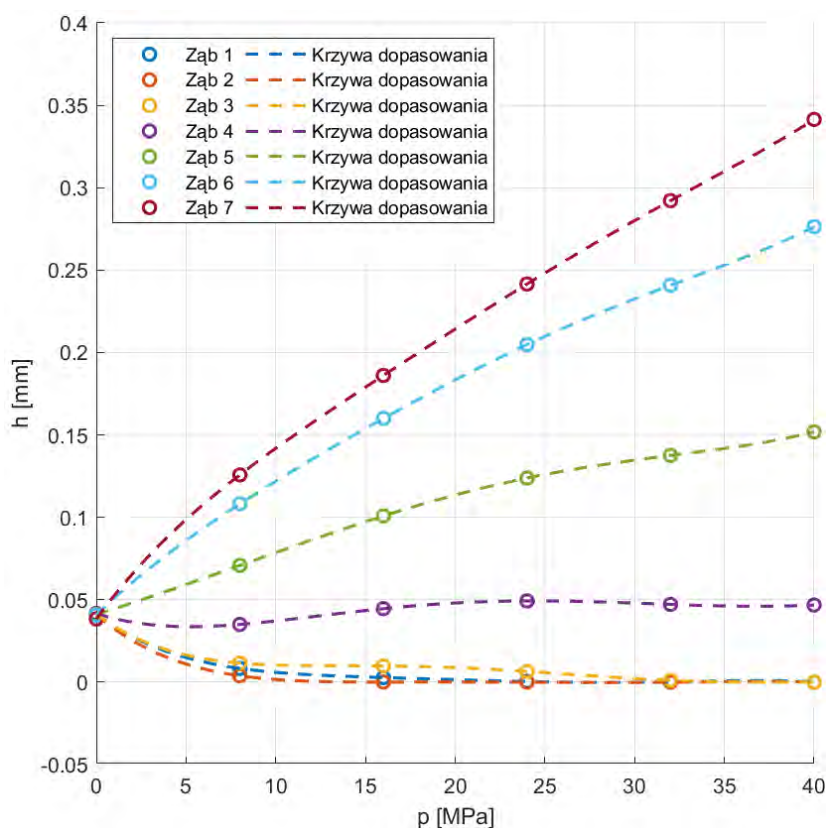
Rys. 6.25. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie KPF1 dla koła czynnego w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień



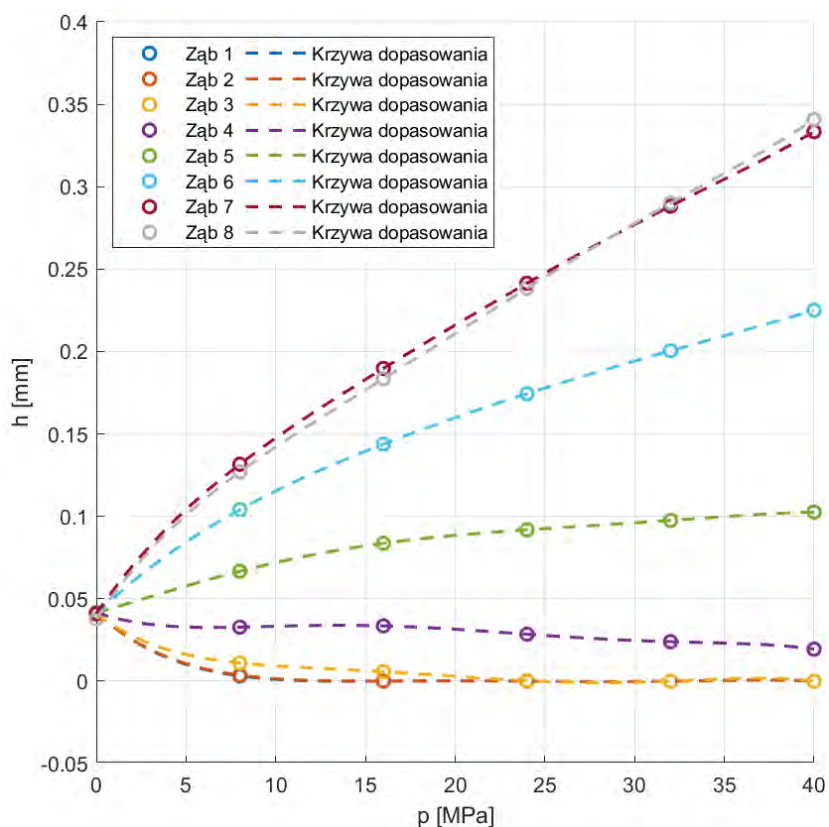
Rys. 6.26. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie KPF1 dla koła biernego w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień

Przebieg wysokości szczeliny obwodowej w funkcji kąta obrotu koła zębatego dla pompy konwencjonalnej jest zbliżony do danych spotykanych w literaturze uzyskanych z wykorzystaniem narzędzia HYGESim [68].

Niektóre z omówionych zależności trudno zauważyć przy prezentacji wysokości szczeliny w funkcji kąta obrotu koła zębatego. Na rysunkach 6.27 i 6.28 zamieszczono więc tę wielkość w funkcji ciśnienia tłoczenia dla poszczególnych zębów kół zębatach. Wysokość szczeliny została wyznaczona jako średnia dla wszystkich węzłów tworzących powierzchnię wierzchołka danego zęba. Prezentacja wyników w takiej formie uwydatnia wpływ ciśnienia tłoczenia na wysokość szczeliny w poszczególnych obszarach. Dla zębów od 1 do 3 widoczny jest spadek wysokości wraz ze wzrostem ciśnienia. Odległość zęba nr 4 od wewnętrznej ściany korpusu waha się w okolicy 0,03 do 0,05 mm wraz ze wzrostem ciśnienia tłoczenia. Zęby nr 5 do 7 (8 dla koła biernego) notują wyraźny wzrost wysokości szczeliny w funkcji ciśnienia tłoczenia.

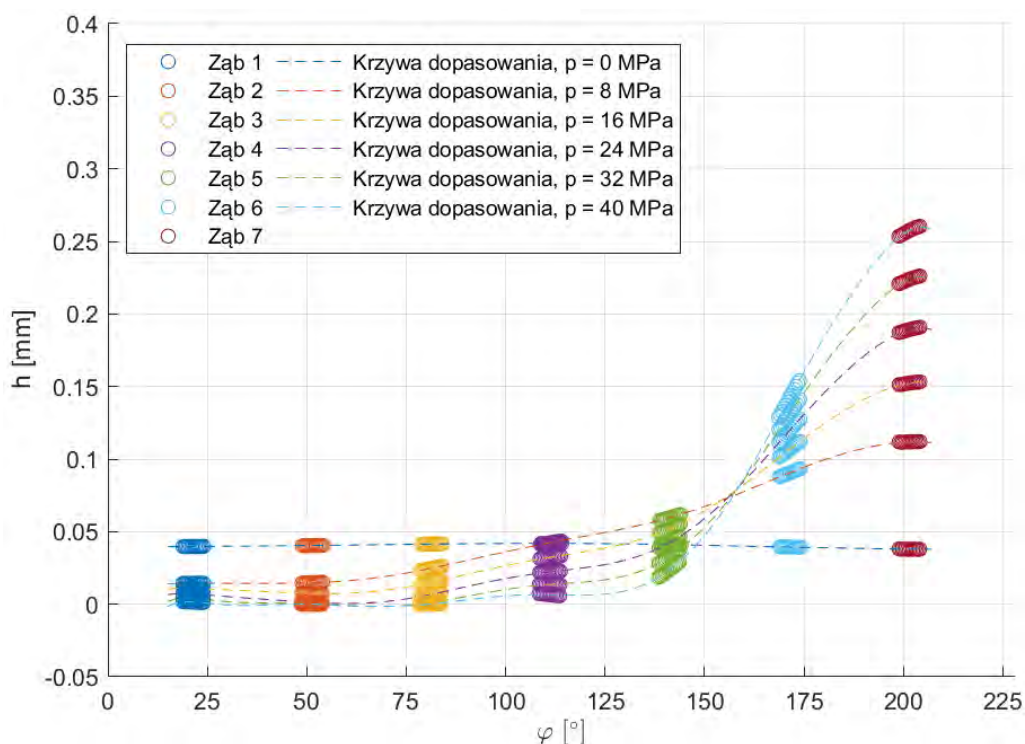


Rys. 6.27. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie KPF1 w funkcji ciśnienia tłoczenia dla kolejnych zębów koła czynnego

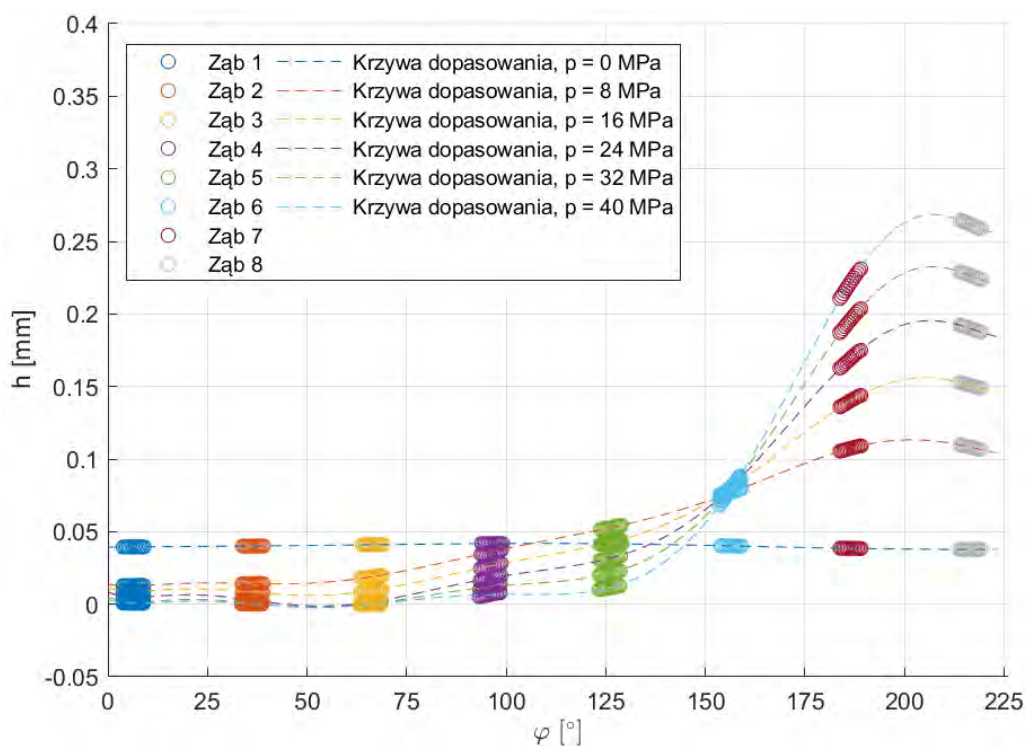


Rys. 6.28. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie KPF1 w funkcji ciśnienia tłoczenia dla kolejnych zębów koła biernego

Rysunki 6.29 i 6.30 przedstawiają wysokość szczeliny obwodowej w funkcji kąta obrotu koła zębatego odpowiednio koła czynnego i biernego dla pompy WTFD z kompensacją szczeliny obwodowej.



Rys. 6.29. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie WTFD dla koła czynnego w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień

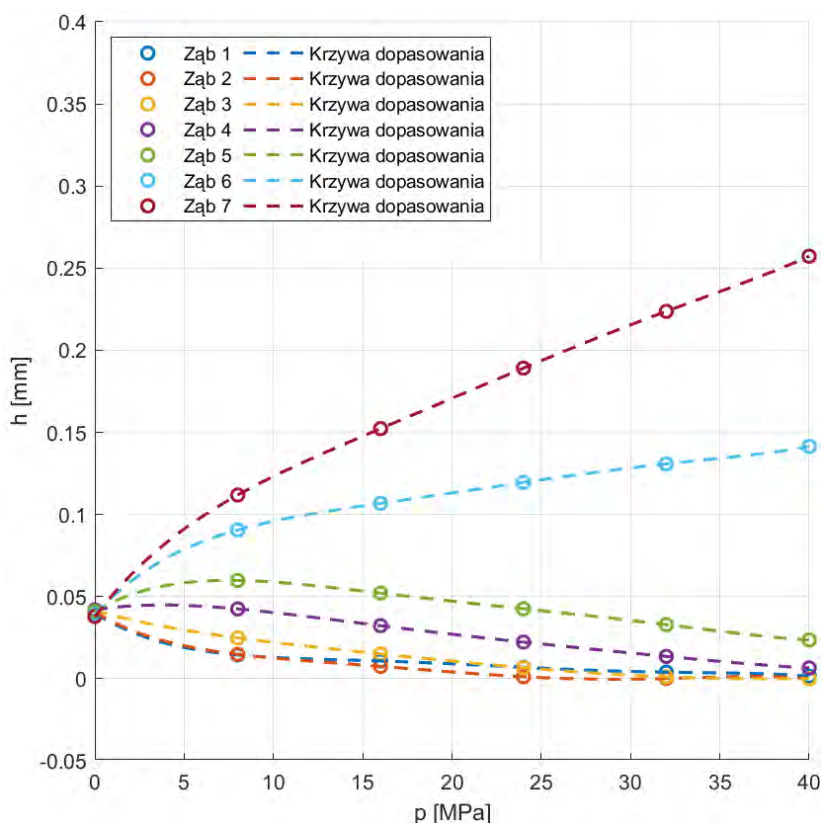


Rys. 6.30. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie WTFD dla koła biernego w biegunowym układzie współrzędnych dla wybranych ciśnień

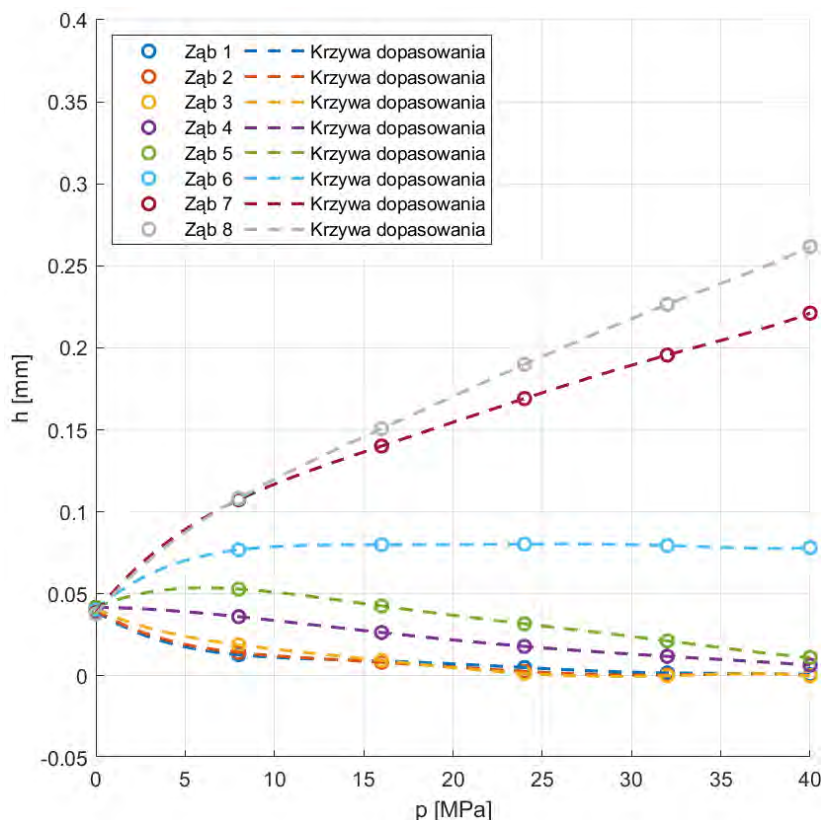
W stosunku do pompy KPF1 obszar gdzie szczelina ma mniejszą wysokość niż nominalna zwiększył się z około 100° do około 115° . Przemieszczając się w kierunku strony tłocznej widoczny jest wzrost wysokości szczeliny. Maksymalną wartość ($h \cong 0,26$ mm) odnotowano przy ciśnieniu tłoczenia $p = 40$ MPa dla $\varphi \cong 205^\circ$.

Średnią wysokość szczeliny obwodowej w funkcji ciśnienia tłoczenia dla pompy WTFD przedstawiono na rysunkach 6.31 i 6.32. Wzrost ciśnienia powoduje zmniejszenie wysokości szczeliny obwodowej dla pierwszych trzech zębów tak jak w pompie KPF1. Piąty i szósty ząb notują minimalnie wyższą szczelinę przy obciążeniu ciśnieniem 8 MPa. Wzrost ciśnienia prowadzi do zmniejszenia wysokości poniżej wartości nominalnej dla pierwszych pięciu zębów.

Wysokość szczeliny pomiędzy tuleją, a szóstym i siódmym zębem koła biernego, wzrasta wraz z ciśnieniem, osiągając maksymalną wartość w przybliżeniu 0,26 mm dla ciśnienia 40 MPa. Dla koła biernego w obszarze pomiędzy komorą ssawną, a tłoczną znajduje się osiem zębów, ponieważ koła znajdują się w różnej fazie obrotu. Różnice widoczne są dla zębów zbliżonych do komory tłocznej. Pomiedzy szóstym zębem, a tuleją szczelina początkowo rośnie, a następnie stabilizuje się osiągając wartość w przybliżeniu 0,08 mm. Dla zębów 7 i 8 wysokość szczeliny rośnie wraz ze wzrostem ciśnienia osiągając maksymalną wartość w przybliżeniu równą 0,27 mm przy maksymalnym ciśnieniu tłoczenia.



Rys. 6.31. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie WTFD w funkcji ciśnienia tłoczenia dla kolejnych zębów koła czynnego



Rys. 6.32. Wysokość szczeliny obwodowej w pompie WTFD w funkcji ciśnienia tłoczenia dla kolejnych zębów koła biernego

Na podstawie danych uzyskanych w wyniku obliczeń numerycznych z wykorzystaniem MES ustalono wysokość szczeliny obwodowej zarówno w pompie o konwencjonalnej konstrukcji jak i z kompensacją szczeliny obwodowej. Obliczenia potwierdzają znaczny wpływ deformacji korpusu pompy na wysokość szczeliny w pompie KPF1. Deformacja korpusu po stronie ssawnej jest większa niż po stronie tłocznej. Oddziaływanie ciśnienia na koła zębate przemieszcza je w kierunku strony ssawnej niwelując szczelinę po tej stronie pompy. W konsekwencji wysokość szczeliny wzrasta po stronie tłocznej.

W pompie WTFD deformacja korpusu i tulei po stronie ssawnej jest na zbliżonym poziomie do pompy KPF1. Kompensacja szczeliny obwodowej zastosowana w pompie WTFD powoduje zmniejszenie wysokości szczeliny po stronie tłocznej. Maksymalna odnotowana wysokość szczeliny w pompie WTFD jest o 22,86% mniejsza niż w pompie KPF1. Szczelina obwodowa po stronie tłocznej wynosi maksymalnie 0,27 mm, co wskazuje na dalsze możliwości zmniejszenia wysokości szczeliny obwodowej.

6.5. Badania hydrauliczne

W celu określenia wpływu opracowanej konstrukcji kompensacji obwodowej na wydajność i sprawności pompy przeprowadzono stanowiskowe badania wielkości hydraulicznych. Poniżej zamieszczono plan badań wraz z opisem stanowiska i aparatury badawczej. W oparciu o wykonane badania wyznaczono charakterystyki statyczne dla badanych jednostek.

6.5.1. Plan badań

Badania hydrauliczne jednostek KPF1 i WTFD poprzedzał cykl docierania przeprowadzony zgodnie z procedurą opisaną w pracy [64]. Celem badań było zmierzenie:

- wydajności rzeczywistej pomp zębatych $Q_{rz} = f(p_t)$,
- momentu obrotowego $M = f(p_t)$,

Na podstawie wyników pomiarów obliczono sprawności: objętościową, hydrauliczno-mechaniczną i całkowitą. Obliczenia wykonano zgodnie z równaniami zawartymi w podrozdziale 2.1.

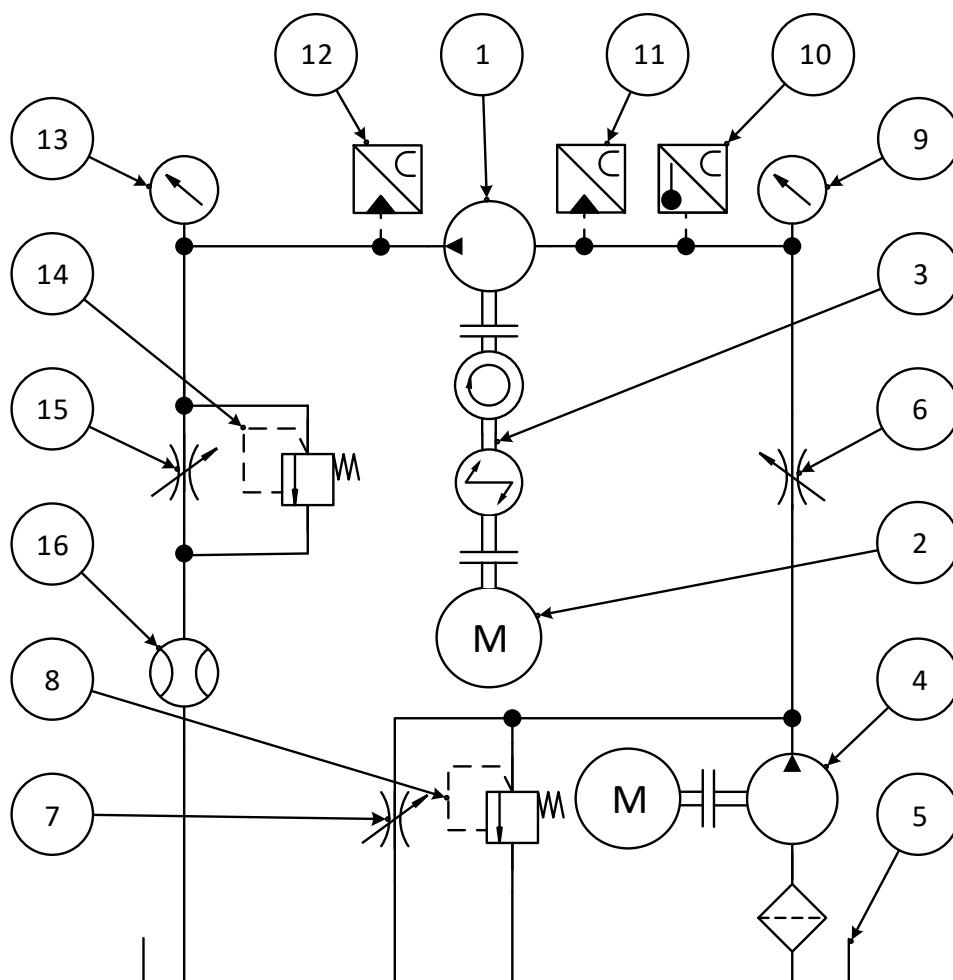
Badania hydrauliczne prowadzono w następujących warunkach:

- ciecz robocza – olej hydrauliczny HL68,
- temperatura cieczy roboczej w zbiorniku $T = 50 \pm 2$ °C,
- ciśnienie ssania $p_s = 0,03 \pm 0,01$ MPa,
- ciśnienia tłoczenia przyjmowano kolejno $p_t = 0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40$ MPa,
- pomiary hydrauliczne wykonano dla prędkości obrotowych $n = 800, 1000; 1500; 2000$ obr./min.

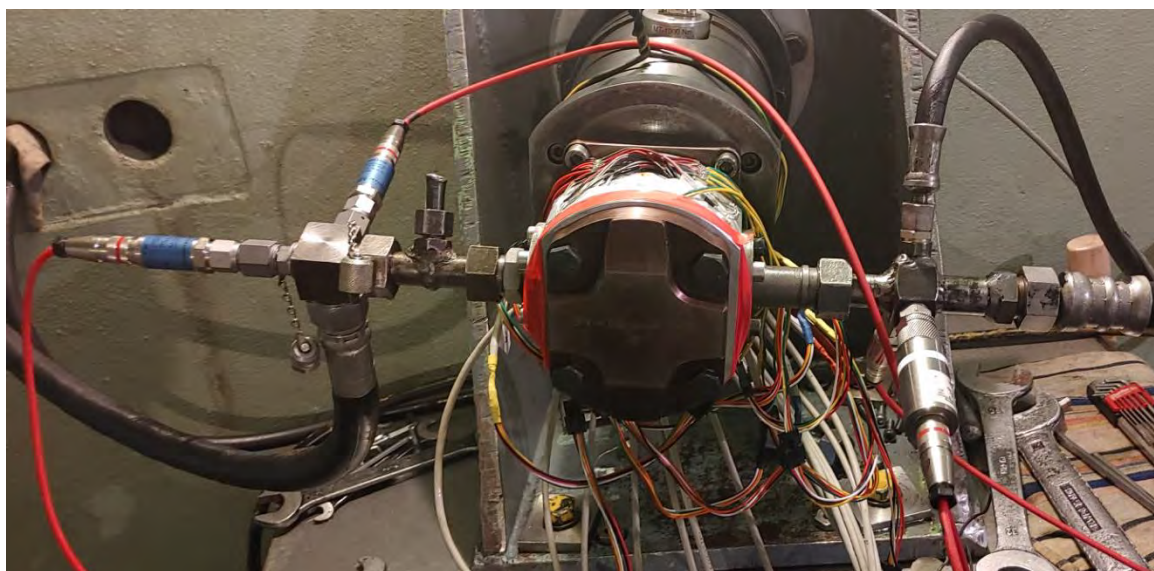
Układ hydrauliczny (rys. 6.33) zapewnia ciągłą nastawę ciśnień po stronie ssawnej i tłocznej. Badaną pompę 1 napędzano silnikiem elektrycznym 2. Króciec ssawny badanej jednostki zasilany jest pompą doładowującą 4. Nastawę ciśnienia po stronie ssawnej umożliwiającą nastawialne zawory dławiące 6 i 7. Układ po stronie ssawnej zabezpieczony jest zaworem bezpieczeństwa 8. Obciążenie pompy uzyskuje się poprzez zawór dławiący 15. Zawór bezpieczeństwa 14 zabezpiecza badaną pompę przed zbyt wysokim ciśnieniem tłoczenia. Do kontroli ciśnienia ssania służy manowakuometr 9, natomiast ciśnienia tłoczenia manometr 13. Rysunek 6.34 przedstawia pompę przygotowaną do badań stanowiskowych.

Pomiar momentu obrotowego wykonano momentomierzem 3 SENSOR AT MT 1000, który umożliwia również pomiar prędkości obrotowej wału napędowego. Do pomiaru ciśnienia użyto przetworników ciśnienia Hydrotechnik serii HySense PR 100. Do pomiaru ciśnienia ssania zastosowano przetwornik 11 o zakresie pomiaru od -0,1 do 0,6 MPa, natomiast ciśnienie tłoczenia 12 o zakresie od 0 do 40 MPa. Pomiar temperatury oleju w przewodzie ssącym wykonano przetwornikiem Hydrotechnik serii Hysense TE 100 o zakresie pomiarowym -50 do 200 °C. Pomiar natężenia przepływu generowanego przez badaną jednostkę wykonano przepływomierzem zębatym Hydrotechnik HySense QG 100 o zakresie pomiarowym od 0,7 do 70 l/min. Aparatura wykorzystana do pomiaru ciśnienia charakteryzuje się dokładnością pomiaru na poziomie $\pm 0,25\%$ wartości mierzonej. Dla pomiaru natężenia przepływu dokładność wynosi 0,4% wartości mierzonej.

Momentomierz, przetworniki ciśnienia i temperatury oraz przepływomierz podłączono do wielokanałowego systemu pomiarowego Hydrotechnik MultiSystem 8050.



Rys. 6.33. Schemat układu hydraulicznego do generowania obciążenia na badanej pompie



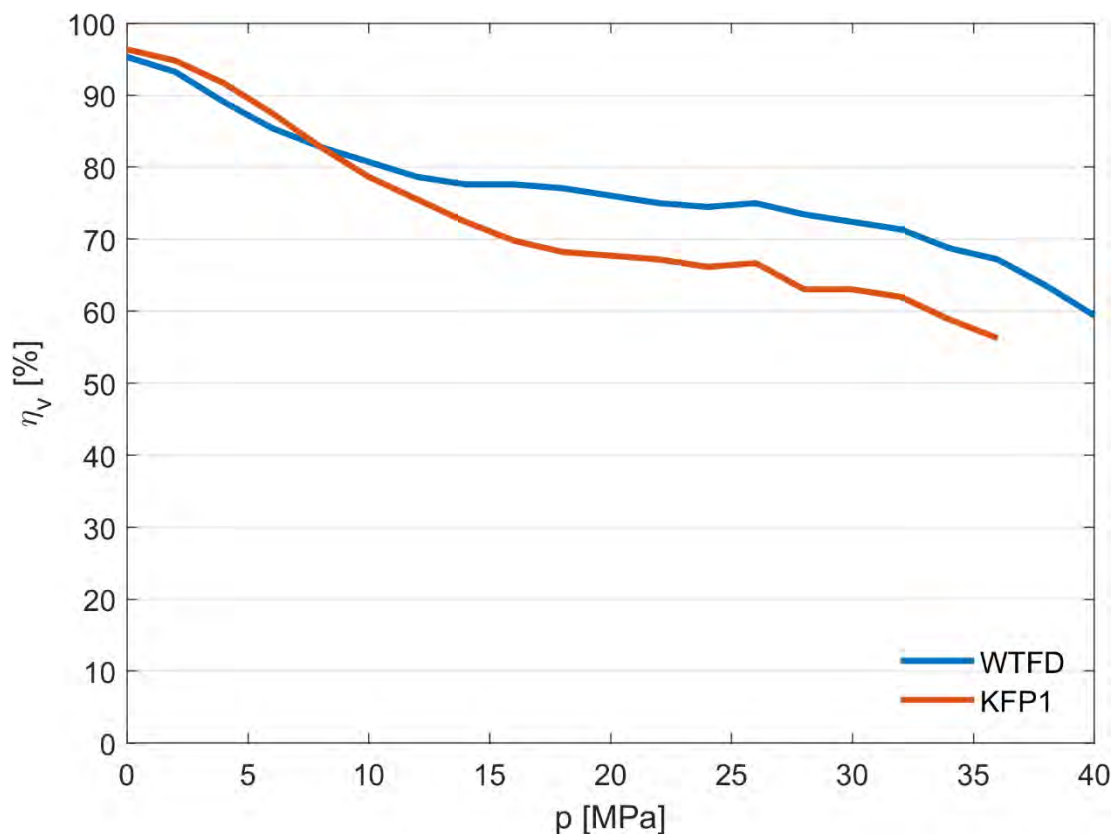
Rys. 6.34. Pompa WTFD w trakcie badań stanowiskowych

6.5.2. Charakterystyki statyczne pomp KPF1 i WTFD

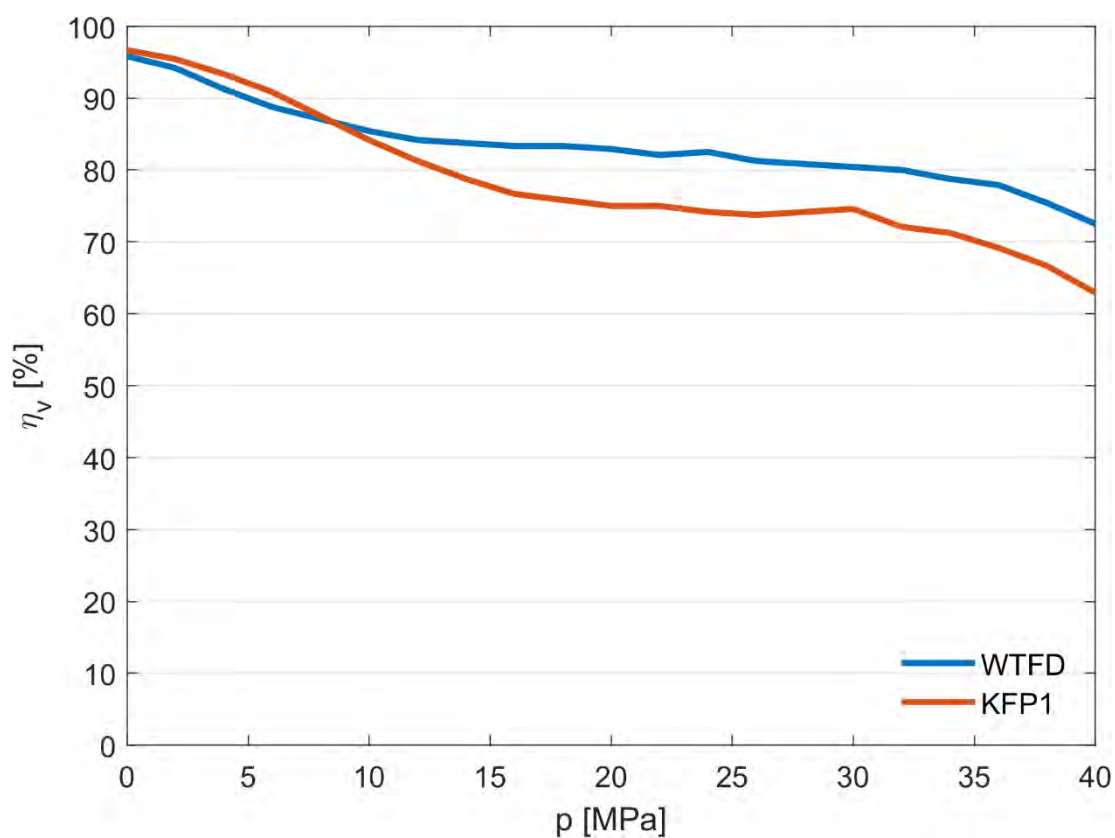
Charakterystyki statyczne zostały opracowane w oparciu o badania stanowiskowe. Rysunki od 6.35 do 6.38 przedstawiają sprawność objętościową pomp KPF1 i WTFD dla wybranych prędkości obrotowych w przyjętym zakresie ciśnień tłoczenia.

Dla niskich prędkości obrotowych (800 i 1000 obr./min) sprawność objętościowa pomp wyraźnie spada wraz ze wzrostem ciśnienia tłoczenia. Dla pompy KPF1 spadek sprawności objętościowej, powyżej ciśnienia tłoczenia wynoszącego 36 MPa, był na tyle duży, że zaniechano pomiaru. Przy 36 MPa wynosi poniżej 60 %. Pompa WTFD przy niskich ciśnieniach tłoczenia uzyskuje zbliżoną sprawność do pompy KPF1. Wzrost obciążenia powoduje spadek sprawności objętościowej do około 60% przy maksymalnym obciążeniu.

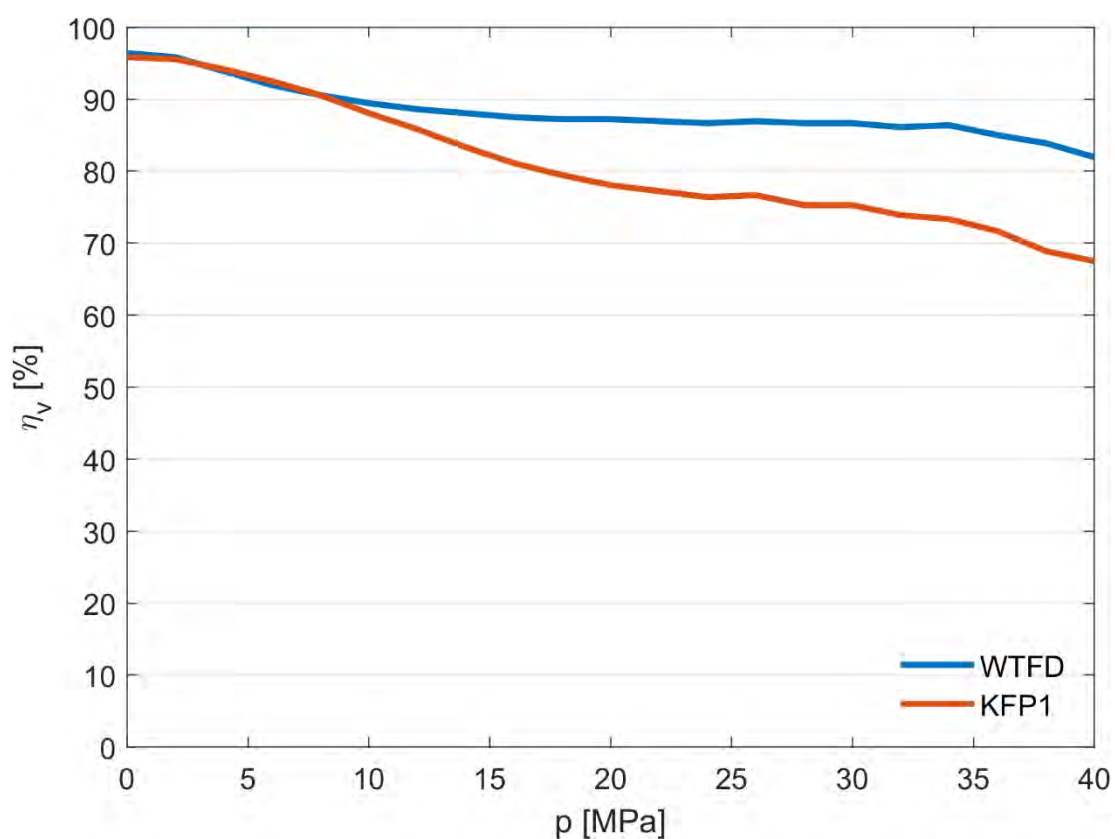
Wzrost prędkości obrotowej wyraźniej przyczynia się do wzrostu sprawności objętościowej, szczególnie dla pompy WTFD. Przy maksymalnym obciążeniu ciśnieniem 40 MPa i prędkości obrotowej 1000 obr./min sprawność objętościowa pompy WTFD, względem niższej prędkości, jest większa o ponad 13% i osiąga 72,5%. Jest ona niemal o 10% większa niż dla pompy KPF1. Przy prędkości obrotowej 1500 obr./min dysproporcja między badanymi jednostkami rośnie do 14,44% na korzyść jednostki WTFD. Przy najwyższej badanej prędkości obrotowej pompa WTFD, po początkowym spadku sprawności do 92,29% przy 16 MPa, wykazuje wzrost sprawności objętościowej do 94,58% przy 32 MPa. Następnie sprawność spada do 90,21% przy maksymalnym obciążeniu. Takiego przebiegu charakterystyki nie odnotowano dla pompy KPF1.



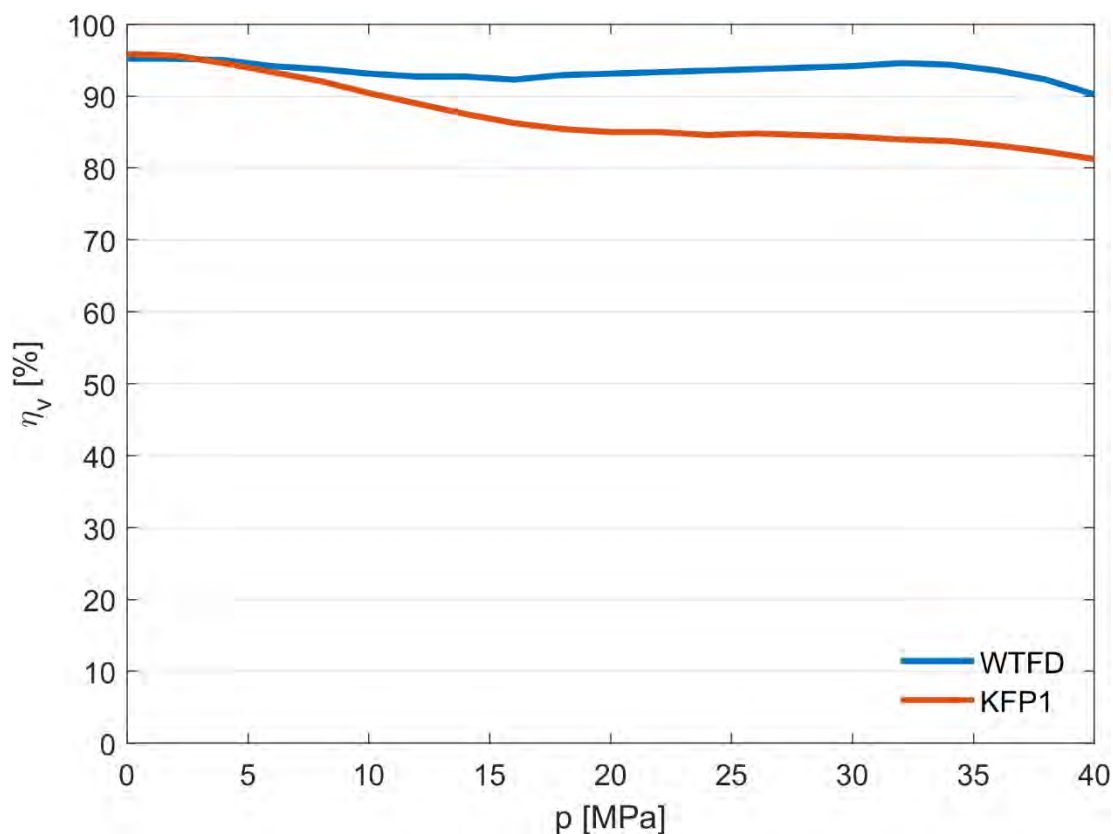
Rys. 6.35. Sprawność objętościowa pomp KPF1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 800$ obr./min



Rys. 6.36. Sprawność objętościowa pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1000$ obr/min

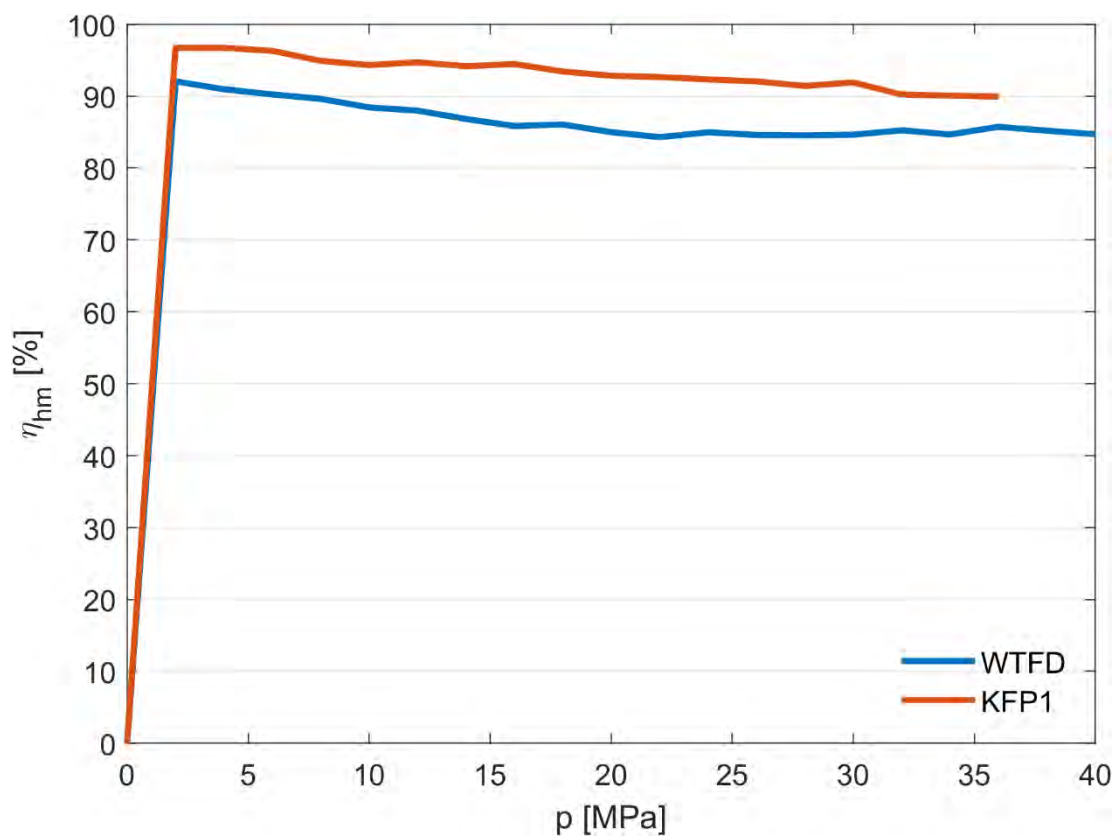


Rys. 6.37. Sprawność objętościowa pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1500$ obr/min

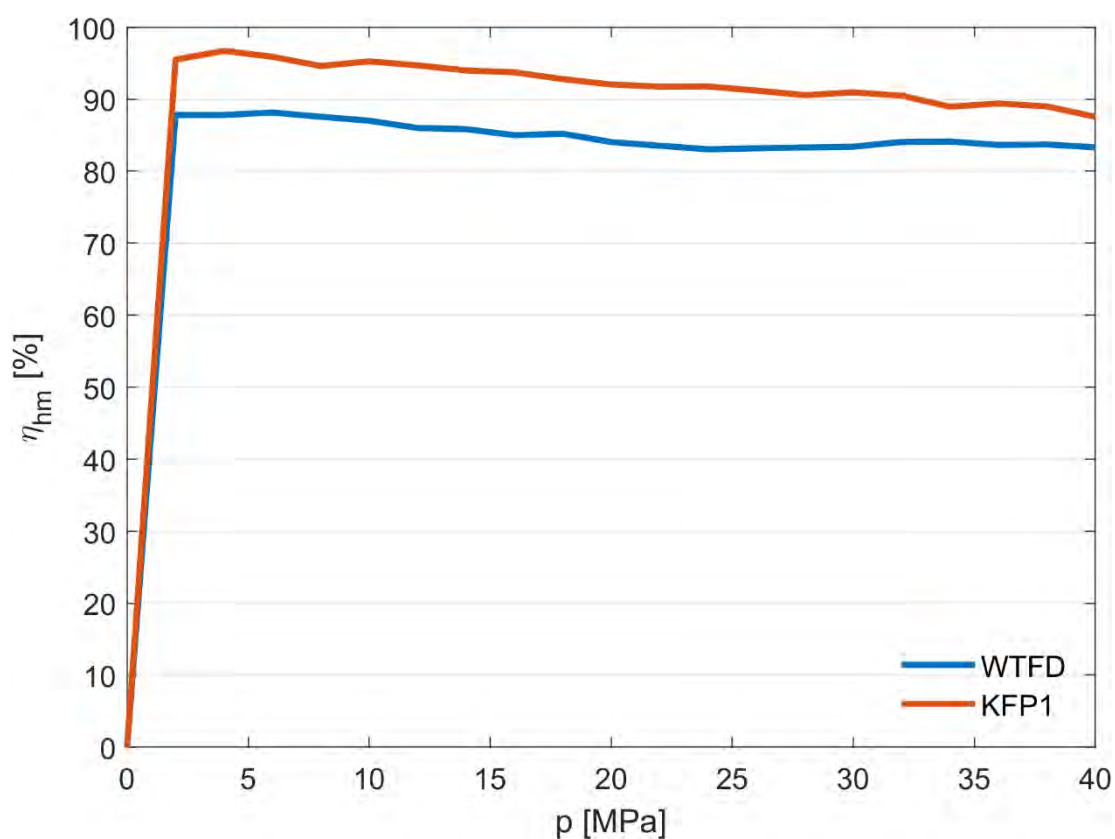


Rys. 6.38. Sprawność objętościowa pomp KPF1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 2000$ obr./min

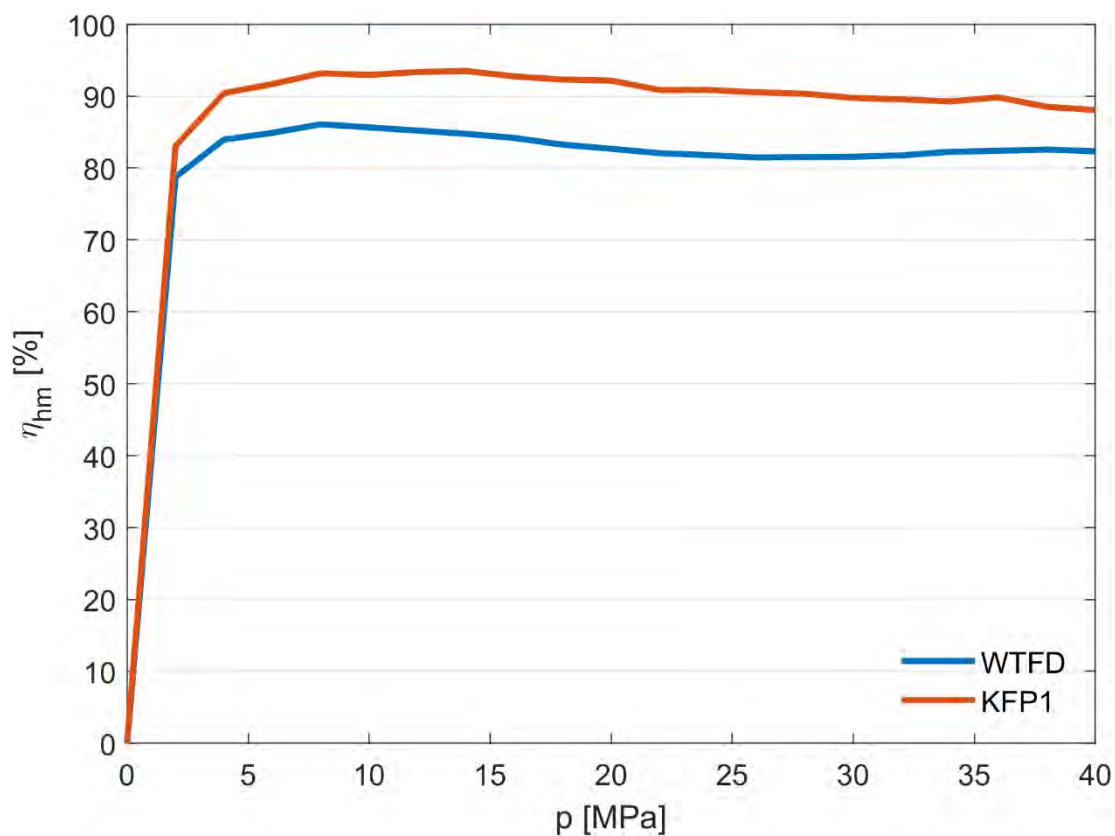
Charakterystyki sprawności hydrauliczno-mechanicznej zamieszczono na rysunkach 6.39 do 6.42. Pompa KPF1 charakteryzuje się wyższą sprawnością w całym zakresie badanych prędkości obrotowych. W przypadku obydwu pomp sprawność maleje wraz ze wzrostem prędkości obrotowej. Ponownie, dla pompy WTFD, można zaobserwować wzrost sprawności przy ciśnieniach tłoczenia w okolicy 32 MPa. Dla maksymalnego obciążenia różnica wynosi 4,25, 5,74 i 4,93% na korzyść pompy KPF1 przy prędkościach obrotowych kolejno 1000, 1500 i 2000 obr./min.



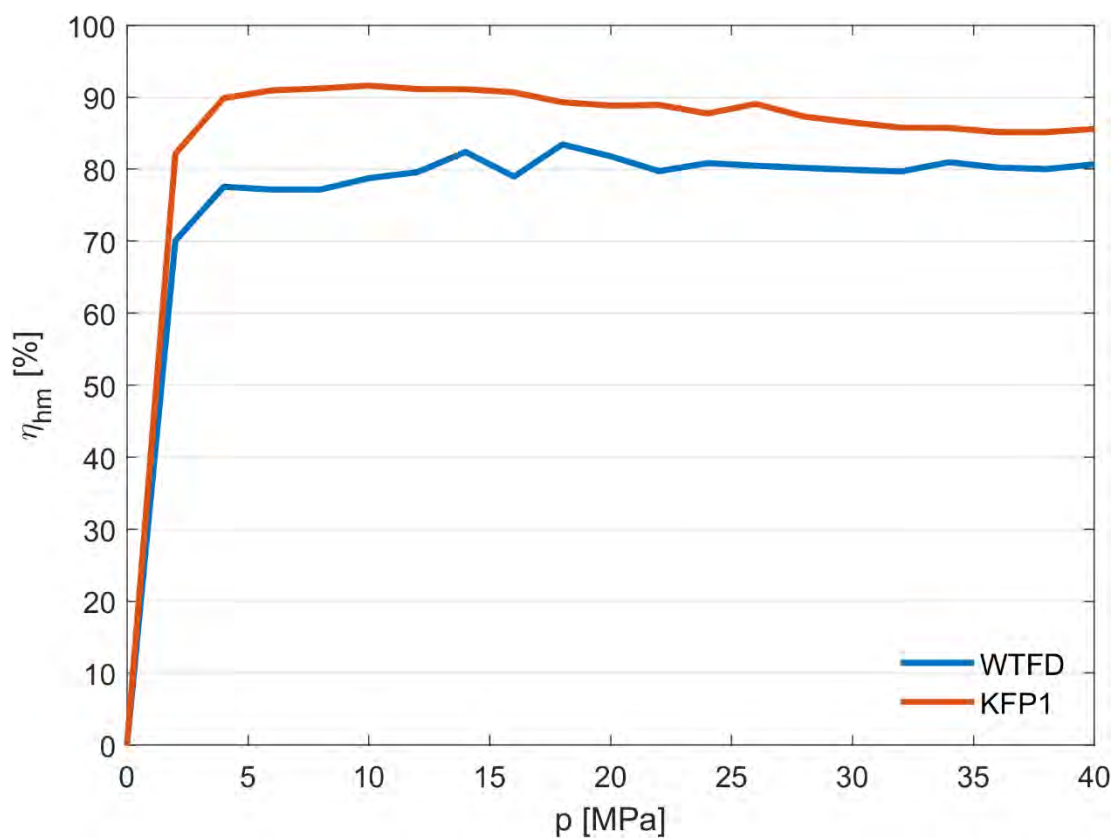
Rys. 6.39. Sprawność hydrauliczno-mechaniczna pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 800$ obr/min



Rys. 6.40. Sprawność hydrauliczno-mechaniczna pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1000$ obr/min

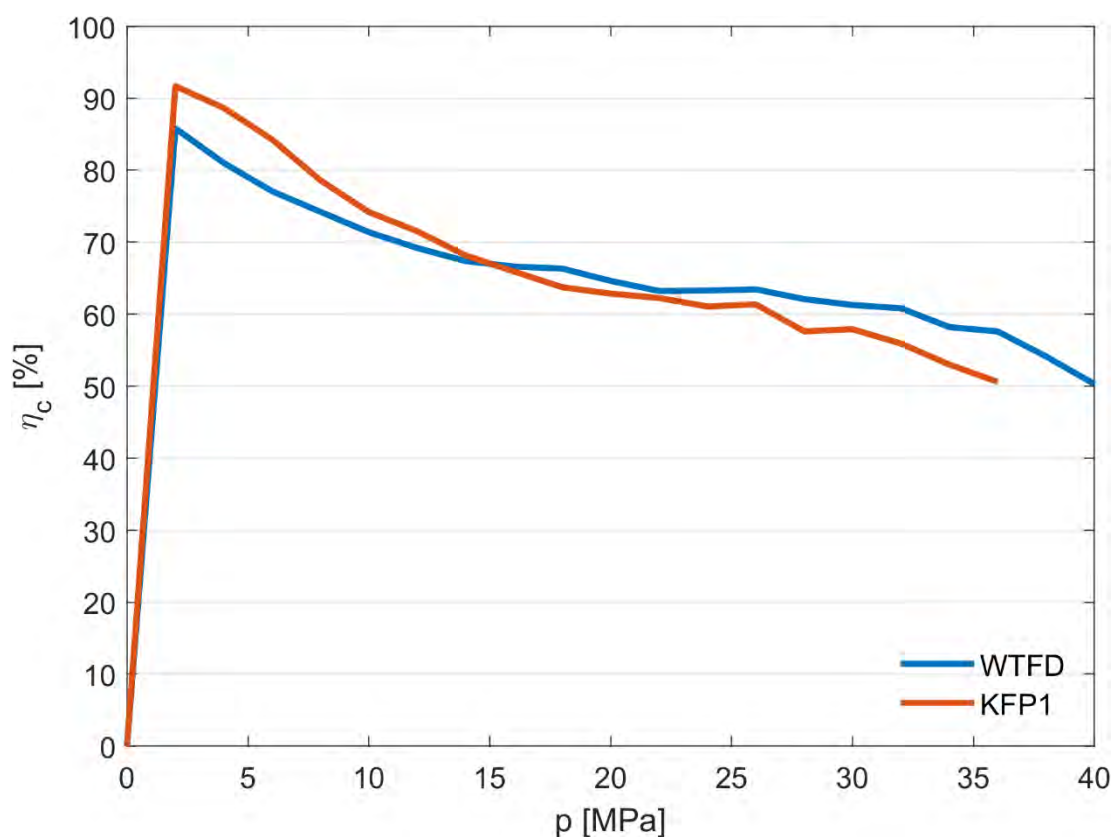


Rys. 6.41. Sprawność hydrauliczno-mechaniczna pomp KPF1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1500$ obr/min

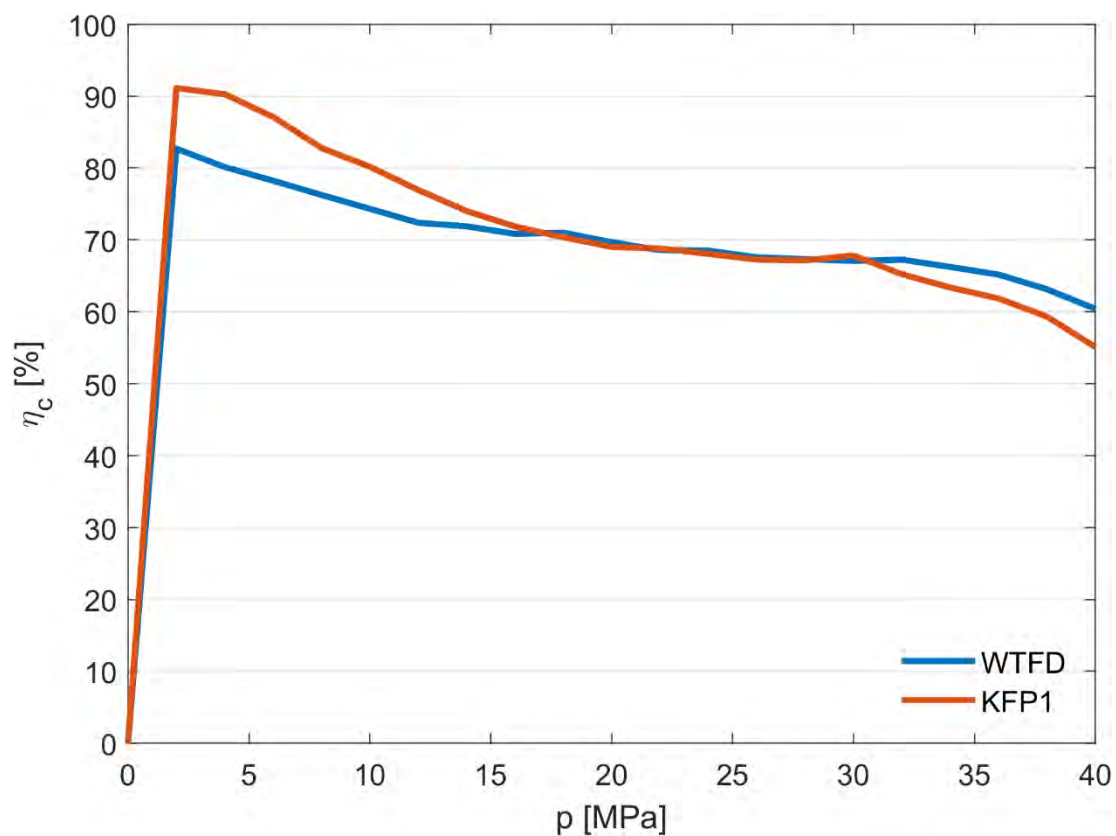


Rys. 6.42. Sprawność hydrauliczno-mechaniczna pomp KPF1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 2000$ obr/min

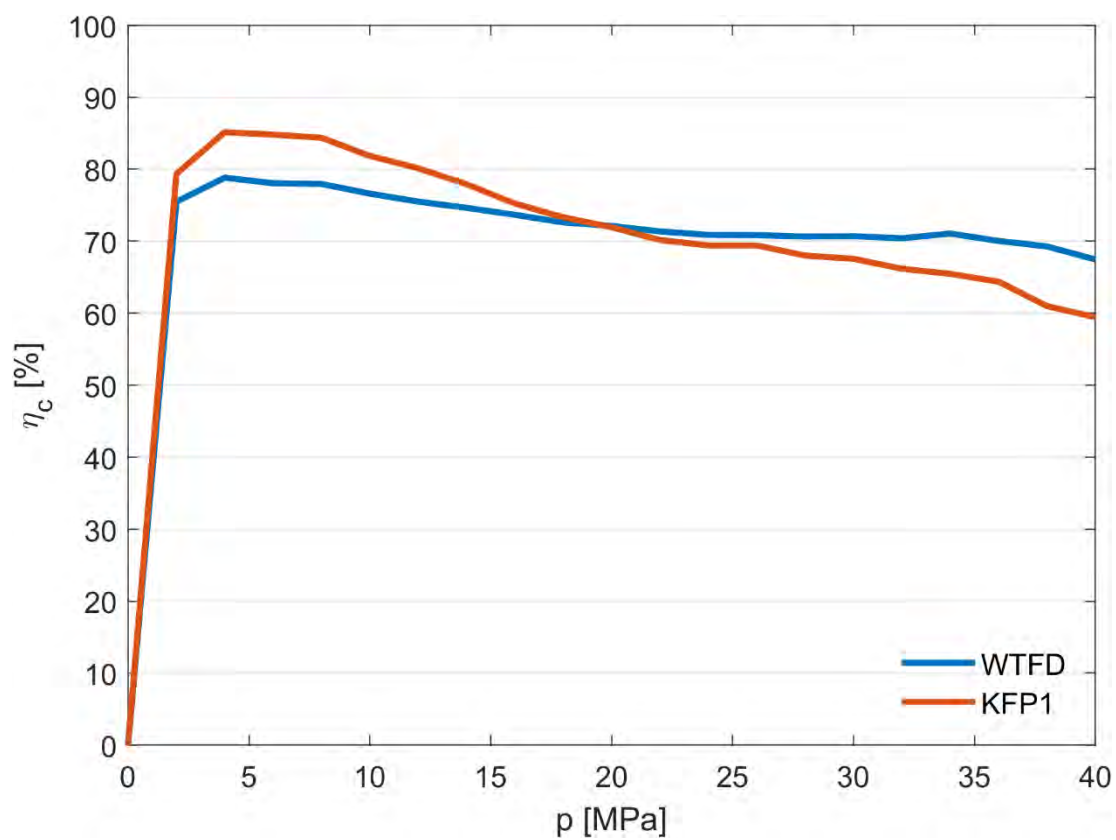
Charakterystyki sprawności całkowitej zamieszczono na rysunkach 6.43 do 6.46. Maksymalna sprawność całkowita pomp KPF1 i WTFD wyniosła odpowiednio 91,67% i 85,81 i została odnotowana dla obciążenia 2 MPa przy 800 obr/min. Wzrost obciążenia powoduje wyraźny spadek sprawności. Jedynie dla maksymalnej prędkości obrotowej pompa WTFD notuje wzrost z 66,73 do 72,77% pod maksymalnym obciążeniem. Wzrost prędkości obrotowej powoduje wzrost sprawności dla obydwu jednostek. Przy maksymalnym obciążeniu i prędkości obrotowej 1000 obr./min sprawność całkowita pompy WTFD wynosi 60,40 % i jest o 5,31% wyższa niż dla pompy KPF1. Przy 1500 obr./min różnica ta wynosi 8,02%, natomiast przy 2000 obr./min 3,22%.



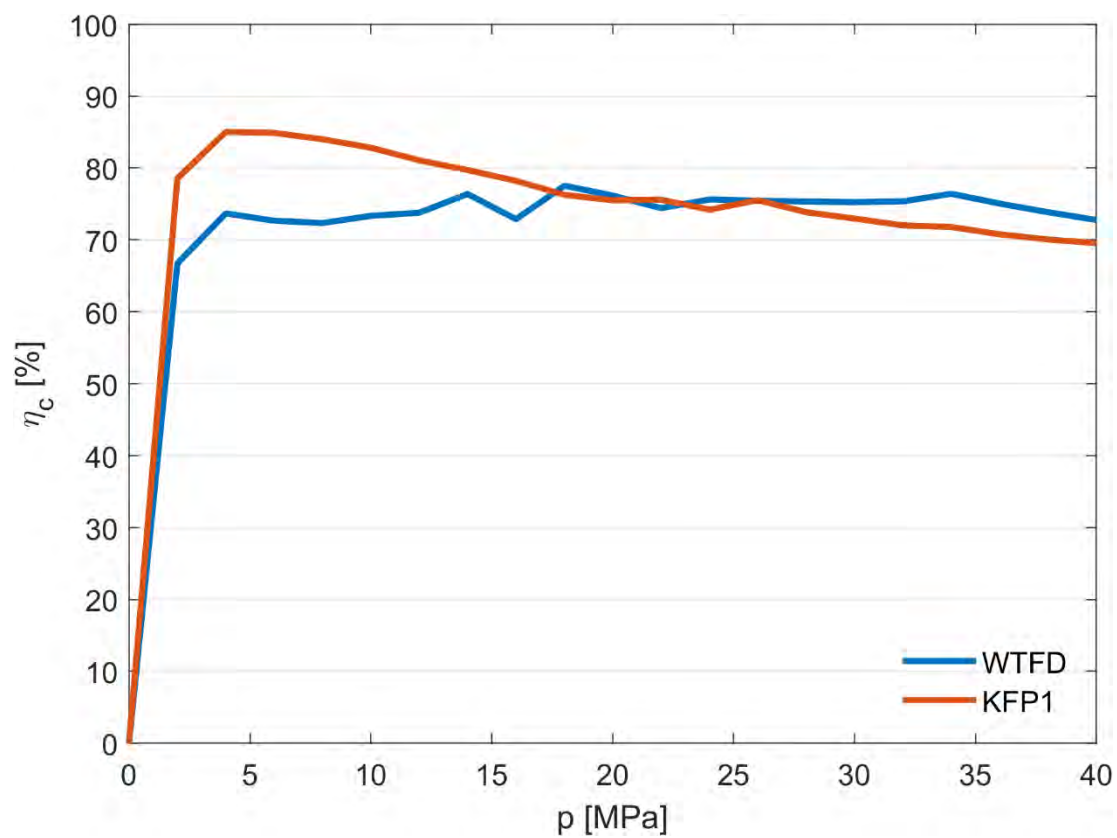
Rys. 6.43. Sprawność całkowita pomp KPF1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 800$ obr/min



Rys. 6.44. Sprawność całkowita pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1000$ obr/min



Rys. 6.45. Sprawność całkowita pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 1500$ obr/min



Rys. 6.46. Sprawność całkowita pomp KFP1 i WTFD dla prędkości obrotowej $n = 2000$ obr/min

7. ANALITYCZNY MODEL KOMPENSACJI OBWODOWEJ O BUDOWIE ZESPOLONEJ

Kompensacja szczeliny obwodowej zastosowana w pompie WTFD, która jest przedmiotem badań niniejszej pracy, została zaprojektowana w oparciu o istniejące modele analityczne i kryteria wytrzymałościowe. Jak wykazały badania przeprowadzone dla pompy WTFD, pomimo zastosowania kompensacji szczeliny obwodowej zanotowano wzrost wysokości szczeliny po stronie tłocznej do 0,27 mm przy maksymalnym obciążeniu. Redukcja wysokości szczeliny wyniosła maksymalnie niespełna 23%, co przyczyniło się do wzrostu sprawności objętościowej o ponad 14%. Wysokość szczeliny po zastosowaniu kompensacji jest w dalszym ciągu wielokrotnie większa, niż nominalny rozmiar szczeliny w najbardziej korzystnym wariancie tolerancji wykonania (0,04 mm). Przeprowadzona analiza wskazuje, że zaproponowane innowacyjne rozwiązanie ma znaczny potencjał rozwoju, jednak w celu dalszej poprawy skuteczności kompensacji konieczna jest zmiana metodyki projektowania kompensacji szczeliny obwodowej. W związku z powyższym opracowano autorski model kompensacji obwodowej o budowie zespolonej oraz kryterium wyznaczania minimalnej wysokości przekroju kompensacji.

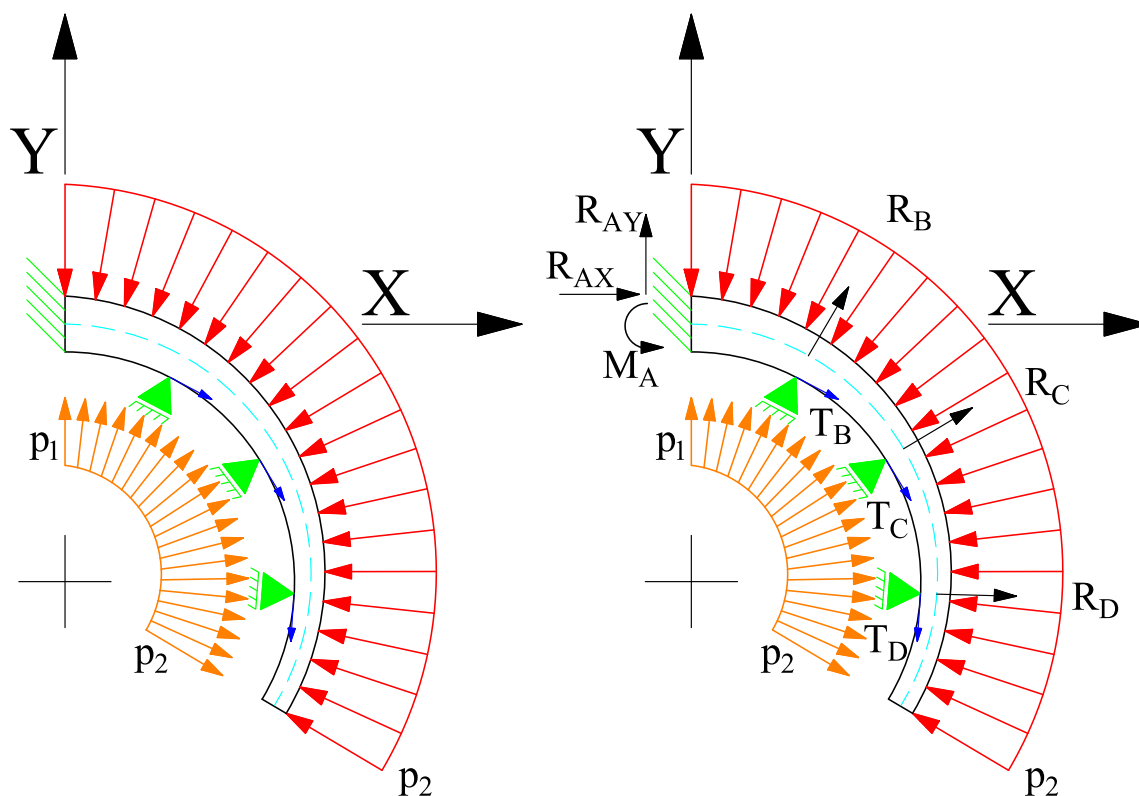
7.1. Istniejące modele kompensacji szczeliny obwodowej i kryteria wyznaczania wysokości przekroju kompensacji.

Przeprowadzona analiza patentów wykazała istnienie licznych rozwiązań kompensacji promieniowej i obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym. Badania nad tego typu rozwiązaniami prowadzone są jednak od niespełna 15 lat. Pierwsze szerokie opracowania obejmujące prace konstrukcyjne, obliczeniowe i badania stanowiskowe parametrów hydraulicznych pomp zębatych, posiadających kompensację obwodową, zawarto w pracach [58], [111]. Badania prowadzono na pompie o konstrukcji kompensacji obwodowej wg patentu PL221099 [91] (rys. 2.24). Przy czym w pracy [58] rozważano kompensację podpartą w trzech punktach przy założeniu, że ząb nie znajduje się w miejscu utwierdzenia kompensacji. Natomiast w pracy [111] analizowano kompensację podpartą odpowiednio w trzech i czterech punktach oraz założono, że jedno z podparć znajduje się w miejscu utwierdzenia. Przedstawione badania wykazały współpracę wierzchołka koła zębatego z powierzchnią elementu tworzącego kompensację. Następowo skrawanie ostrej krawędzi głowy zęba po kompensacji, co prowadziło do jej zużycia. W celu uzyskania odpowiedniej wytrzymałości zaproponowano wytyczne do obliczeń wytrzymałościowych kompensacji obwodowej. Ideę zaproponowanego modelu obciążenia przedstawia rysunek 7.1a. Kompensację o przekroju prostokątnym odwzorowano jako pręt zakrzywiony i obciążono liniowym narostem ciśnienia po stronie koła zębatego oraz ciśnieniem tłoczenia po przeciwnej stronie. Przyjęto, że kompensacja opiera się o zęby obracającego się koła zębatego, co generuje siły tarcia. W modelu analitycznym (rys. 7.1b) oparcie kompensacji o wierzchołek zęba przedstawiono jako podporę ruchomą, a siły tarcia jako siły styczne do powierzchni kompensacji w punkcie styku podpory. Miejsce łączenia kompensacji z kor-

puszem odwzorowano jako utwierdzenie. Przeprowadzona analiza wykazała, że dla rozpatrywanych promieni krzywizn kompensacji ($\frac{r}{h} > 5$), moment bezwładności przekroju względem osi obojętnej można zastąpić momentem bezwładności dla prętów prostych. Wyznaczenie maksymalnych naprężeń w przekroju belki, jak dla prętów prostych, obarczone jest błędem -7,8% dla naprężeń ściskających oraz 5,8% dla naprężeń rozciągających. Nieduże rozbieżności pozwoliły na uproszczenie obliczeń analitycznych. W pracy przedstawiono dwa warunki wytrzymałościowe, które powinna spełniać kompensacja obwodowa. Dotyczą one maksymalnych naprężeń tnących oraz rozciągających i ściskających w skrajnych włóknach rozpatrywanego przekroju. W oparciu o te warunki można wyznaczyć minimalną wysokość kompensacji:

$$h_{\min(\tau)} = \frac{3 |R_{Ay}|}{2 b k_t} \quad (7.1)$$

$$h_{\min(\sigma)} = \frac{|R_{Ax}| + \sqrt{R_{Ax}^2 + 24 |M_A| b k_r}}{2 b k_r} \quad (7.2)$$

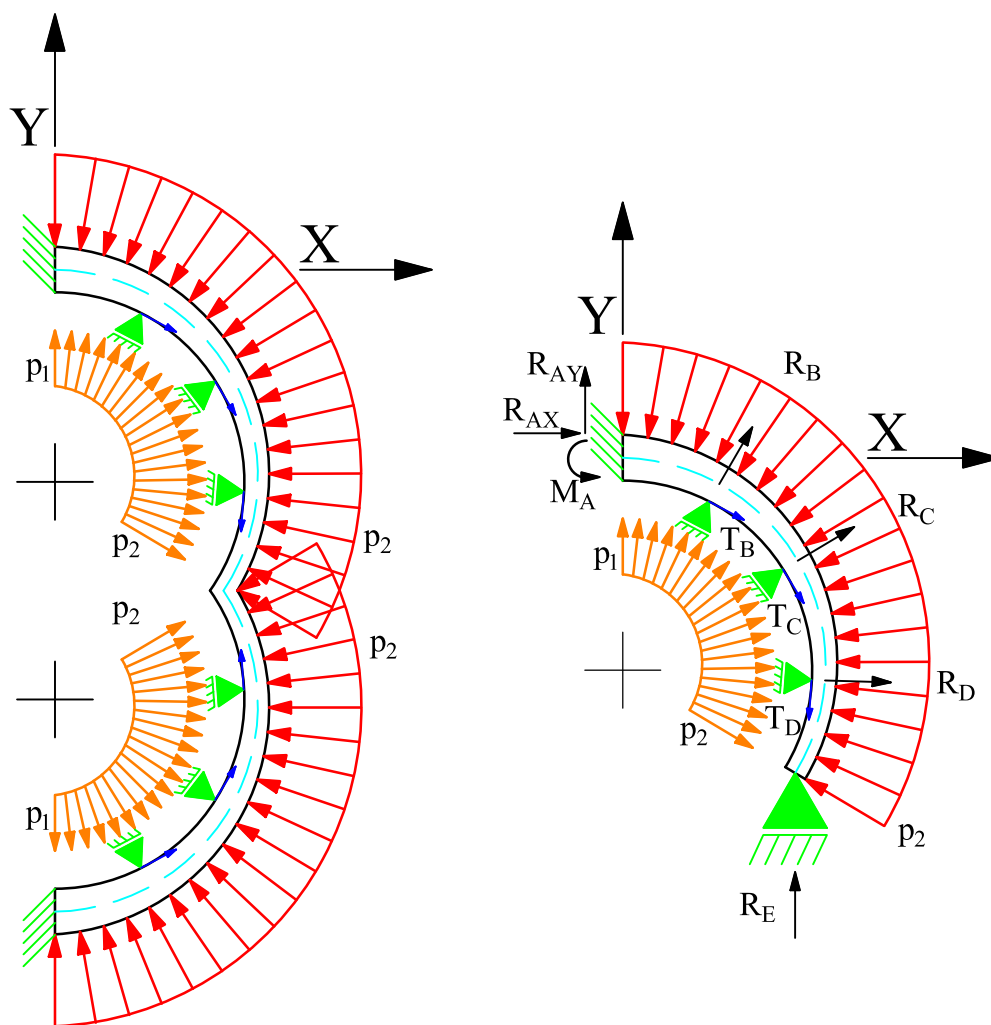


Rys. 7.1. Model kompensacji obwodowej o konstrukcji dzielonej [58], [111]

W dalszych pracach [112] przeprowadzono obliczenia i badania zmęczeniowe kompensacji obwodowej. Minimalna wysokość kompensacji, uwzględniająca maksymalne dopuszczalne naprężenia w przekroju wynikające z pulsacyjnego zginania (k_j), opisana jest równaniem:

$$h_{min} = \sqrt{\frac{6M_g}{bk_j}} \quad (7.3)$$

Dotychczas badane konstrukcje posiadały kompensację składającą się z dwóch niezależnych elementów. Każdy współpracował z jednym z kół zębatach. Ze względu na występujące zużycie kompensacji zaproponowano nowe rozwiązania konstrukcyjne, m.in. kompensację o budowie zespolonej (rozwiązanie wg patentu PL223649 [93]). Takie rozwiązanie ma na celu ograniczenie przemieszczenia kompensacji w celu uniknięcia kontaktu z wierzchołkami zębów. W pracach [85], [113] przedstawiono model analityczny dla tego typu rozwiązania (rys. 7.2). Ponownie rozpatrywano różne warianty podparcia. W Pozycji [85] opisano kompensację z podparciem w czterech punktach, natomiast w pozycji [113] analizowano konstrukcje o mniejszym kącie opasania stąd element kompensujący podparty był w trzech punktach. Model obciążenia w każdym z wymienionych przypadków jest analogiczny jak w przypadku kompensacji dwuelementowej. Ze względu na występującą symetrię, zastąpiono połowę belki podporą ruchomą. Rozwiązanie modelu pozwala wyznaczyć wartości reakcji podporowych. Warunki (7.1) i (7.2) pozwalają określić minimalną wysokość przekroju kompensacji obwodowej.



Rys. 7.2. Model kompensacji o budowie zespolonej [85], [113]

7.2. Wytyczne do projektowania kompensacji szczeliny obwodowej w oparciu o zaproponowany model analityczny i kryteria doboru wysokości przekroju kompensacji

Obecnie stosowane kryteria do wyznaczania wysokości przekroju kompensacji obwodowej biorą pod uwagę warunki wytrzymałościowe. W cytowanych pracach wskazano na znaczący wzrost obciążenia belki (a w związku z tym z koniecznością zwiększenia jej wysokości) ze względu na współpracę wierzchołków zębów kół zębatych z wewnętrzną powierzchnią kompensacji. W niniejszej pracy przedstawiono nowe podejście do tego zagadnienia, które wywodzi się z idei kompensacji obwodowej. Zadaniem kompensacji obwodowej jest minimalizacja wysokości szczeliny obwodowej w celu ograniczenia przecieków wewnętrznych pomiędzy komorą tłoczną, a ssawną pompy. Należy więc poszukiwać takiej wysokości przekroju kompensacji, aby kompensacja spełniła swoją funkcję, jednocześnie uniemożliwiając jej kontakt z wierzchołkami zębów kół zębatych. Zapobiegnie to jej zużyciu i uniemożliwi uszkodzenie. Konieczne jest więc opracowanie kryterium związanego z przemieszczeniem kompensacji.

Kompensację obwodową można rozważyć jako belkę zginaną poprzecznie. W takim przypadku istnieje związek między linią ugięcia, a momentem gnącym (przy założeniu małych przemieszczeń):

$$w''(x) = -\frac{M(x)}{EI_z} \quad (7.4)$$

Wyrażenie (7.4) jest niejednorodnym liniowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu o stałych współczynnikach, którego rozwiązanie wymaga dwukrotnego całkowania:

$$w(x) = -\frac{1}{EI_z} \iint M(x) dx^2 \quad (7.5)$$

Stałe całkowania wyznacza się w oparciu o warunki brzegowe wynikające z podparcia belki. Przyjmując prostokątny przekrój kompensacji o stałej wysokości moment bezwładności względem osi obojętnej wynosi:

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \quad (7.6)$$

Po podstawieniu do równania (7.5) i rozwiązaniu względem h otrzymujemy:

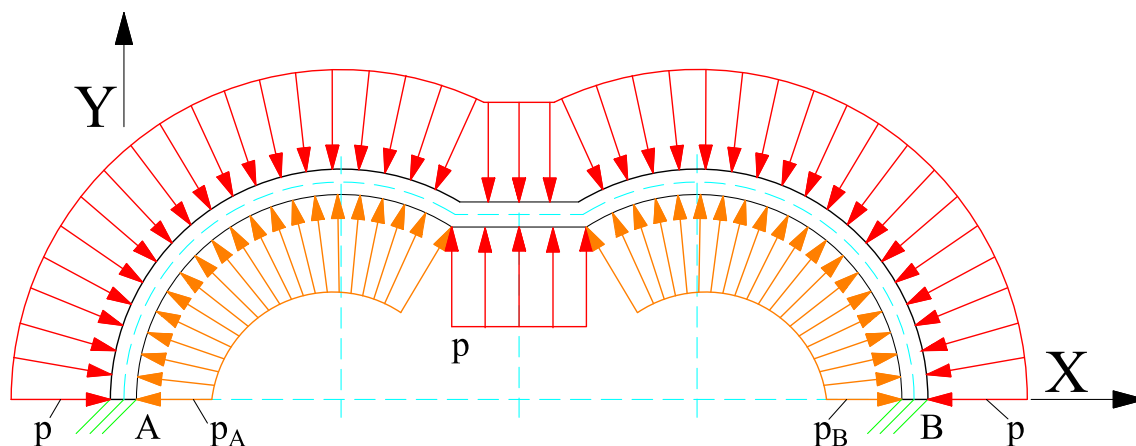
$$h = \sqrt[3]{-\frac{12}{w(x)Eb} \iint M(x) dx^2} \quad (7.7)$$

Z powyższej zależności można wyznaczyć jaka powinna być wysokość kompensacji h , aby w punkcie oddalonym o x od przyjętego początku układu współrzędnych, uzyskać żądane ugięcie belki w . Potrzebna jest do tego znajomość momentów gnących w poszczególnych przedziałach. W dalszej części zaproponowano analityczny model kompensacji obwodowej i przedstawiono jego rozwiązanie.

Pierwszym zagadnieniem wymagającym rozważenia przy projektowaniu kompensacji obwodowej jest zakres oraz typ konstrukcji. Na podstawie dostępnej literatury [58], [73], [85], [111], [112], [113] zdecydowano, że kompensacja o budowie zespolonej pozwoli kontrolować przemieszczenie bez znacznego wzrostu wysokości przekroju. W wymienionych pracach autorzy rozważają różne kąty opasania kompensacji. Większy kąt powoduje większy wzrost sprawności objętościowej jednocześnie zmniejsza sprawność hydrauliczno-mechaniczną. Ze względu na przesunięcie kół zębatach w kierunku stronnicy ssawnej pompy, spodziewana szczelina na tym obszarze będzie minimalna, a więc kompensacja jest wymagana. Z powyższych względów kompensacja rozpoczyna się w płaszczyźnie przechodzącej przez osie obrotu kół zębatach. Kąt opasania wynosi $\varphi_0 = 109,11^\circ$. Szerokość kompensacji b jest równa szerokości wieńca koła zębatego. Promień kompensacji r jest równy promieniowi wierzchołkowemu koła zębatego.

Kompensacja utwierdzona jest w punktach A i B. W modelu założono, że nie dochodzi do kontaktu kół zębatach z wewnętrzną powierzchnią kompensacji, więc nie występują inne podpory. Dla rozpatrywanego przypadku $r/h = 5$ moment bezwładności I_z jak dla belki prostej [58]. Rozpatrywana kompensacja charakteryzuje się symetrią. W modelu nie uwzględniono otworu łączącego przestrzeń roboczą z króćcem tłocznym znajdującego się w osi symetrii kompensacji. Poniższa analiza dotyczy całej belki.

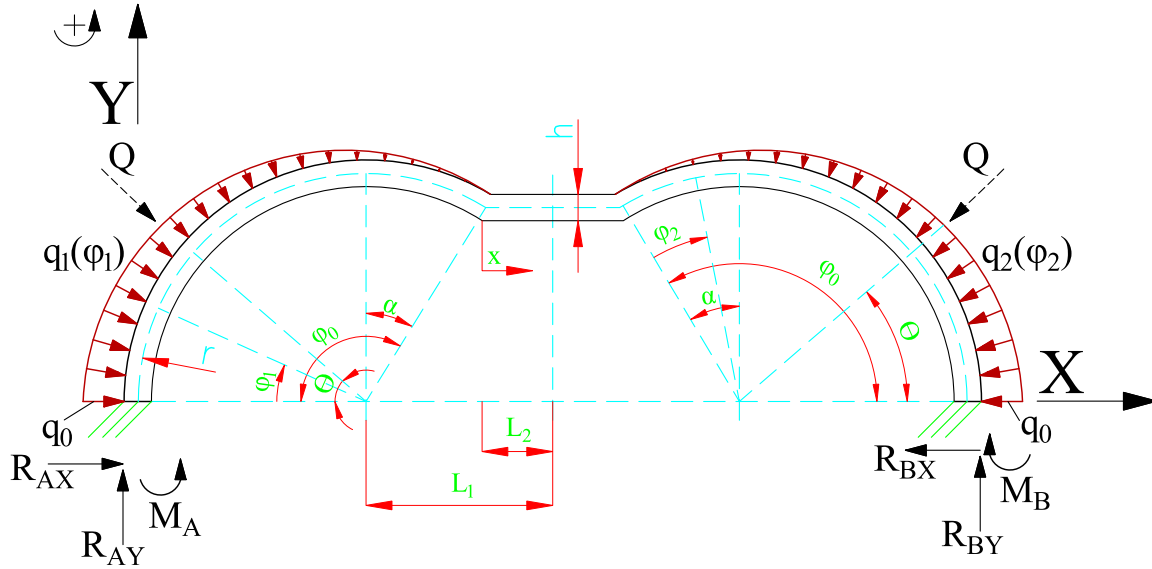
Badania ciśnienia obwodowego przedstawione w pracy [58] wykazały wzrost obszaru narostu ciśnienia kosztem obszaru stałego ciśnienia w pompach z kompensacją obwodową. Narost ciśnienia jest w przybliżeniu liniowy. W zaproponowanym modelu założono taki rozkład ciśnienia na wewnętrznej powierzchni kompensacji oraz ciśnienie tłoczenia w obszarze króćca tłocznego i na zewnętrznej powierzchni kompensacji (rys. 7.3).



Rys. 7.3. Przyjęty rozkład obciążenia w modelu kompensacji obwodowej o budowie zespolonej

Siły wynikające z ciśnienia oddziaływującego na kompensację działają w kierunku promieniowym jednak mają przeciwny zwrot. Oddziaływanie ciśnienia na kompensację można więc zredukować do obciążenia ciągłego $q_1(\varphi_1)$ w pierwszym i $q_2(\varphi_2)$ w trzecim przedziale. Ciśnienia działające na kompensację w drugim przedziale znoszą się. Obciążenie wygenerowane przez ciśnienie można zastąpić siłą skupioną Q . W punktach utwierdze-

nia A i B (rys. 7.4) występują reakcje. Obliczenia wykonano dla ciśnienia tłoczenia wynoszącego 40 MPa. Moduł Younga przyjęto jak dla stopu aluminium AlZn5,5MgCu ($E = 72$ GPa).



Rys. 7.4. Zaproponowany model kompensacji obwodowej o budowie zespolonej

Model kompensacji obwodowej przedstawiony na rysunku 7.4 można opisać równaniami równowagi statycznej:

$$\sum F_x = R_{AX} + Q_X - Q_X - R_{BX} = 0 \quad (7.8)$$

$$\sum F_y = R_{AY} - Q_Y - Q_Y + R_{BY} = 0 \quad (7.9)$$

$$\sum M^A = M_A - Qr_1 - Qr_2 + R_{BY}r_{BY} - M_B = 0 \quad (7.10)$$

gdzie:

$$r_1 = r \sin \theta \quad (7.11)$$

$$r_2 = (r + 2L_1) \sin \theta \quad (7.12)$$

$$r_{BY} = 2r + 2L_1 \quad (7.13)$$

Przy belkach prostych, obciążenie ciągłe q zazwyczaj traktuje się jako trójkątne i zastępuje siłą skupioną Q . Wartość siły skupionej jest polem powierzchni obciążenia ciągłego. Punkt przyłożenia siły przechodzi przez środek ciężkości trójkąta prostokątnego, a więc $1/3$ długości jego podstawy. Przy takich założeniach siła skupiona Q , przyłożona w punkcie odpowiadającym $\frac{\varphi_0}{3}$, opisana jest równaniem:

$$Q = \frac{1}{2} q_0 r \varphi_0 \quad (7.14)$$

gdzie q_0 to wartość obciążenia ciągłego w punkcie A i B wyrażona równaniem:

$$q_0 = (p - p_A)b \quad (7.15)$$

Wynik uzyskany powyższym przybliżeniem jest zawyżony, ponieważ pole powierzchni obciążenia ciągłego dla belki zakrzywionej po rozwinięciu na prostą będzie mniejsze. Takie uproszczenie jest korzystne jeśli grubość belki wyznacza się w oparciu o warunki wytrzymałościowe, ponieważ jest to skrajny przypadek. Jednak poszukując grubości belki o zadanym ugięciu w oparciu o warunek (7.7), otrzymamy przewymiarowaną belkę, która w rzeczywistych warunkach będzie charakteryzowała się mniejszym ugięciem, a więc mniejszą skutecznością kompensacji szczeliny obwodowej.

W celu dokładnego wyznaczenia siły skupionej Q należy rozważyć oddziaływanie obciążenia ciągłego na elementarną długość belki dx . Ze względu na zakrzywienie długość belki będzie wyrażona jako długość łuku dla kąta $d\varphi$, a więc:

$$dx = r d\varphi \quad (7.16)$$

Przyjęto, że dla elementarnej wielkości kąta $d\varphi$ długość łuku sprowadza się do punktu, dlatego wartość siły, odpowiada wartości obciążenia ciągłego w tym punkcie. W związku z powyższym wartość siły skupionej dQ można zapisać równaniem:

$$dQ = q_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) r d\varphi \quad (7.17)$$

Rzutując siłę dQ na przyjęty układ współrzędnych otrzymano:

$$dQ_x = dQ \cos \varphi \quad (7.18)$$

$$dQ_y = dQ \sin \varphi \quad (7.19)$$

Wyznaczenie składowych Q_x i Q_y dla całej belki wymaga scałkowania powyższych wyrażeń w przedziale od 0 do φ_0 :

$$Q_x = \int_0^{\varphi_0} q_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) r \cos \varphi d\varphi \quad (7.20)$$

$$Q_y = \int_0^{\varphi_0} q_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0}\right) r \sin \varphi d\varphi \quad (7.21)$$

Kąt przyłożenia siły Q mierzony od punktu A można wyznaczyć z zależności:

$$\theta = \arctg \left(\frac{Q_y}{Q_x} \right) \quad (7.22)$$

Wartość siły skupionej Q wyznacza się z równania:

$$Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} \quad (7.23)$$

Dla przyjętych wymiarów geometrycznych i obciążenia wartość siły Q od naporu ciśnienia hydrostatycznego wyznaczona w oparciu o metodę przybliżoną opisaną równaniem (7.14) wynosi 15 376,0 N, natomiast jeśli wyznaczymy ją metodą dokładną 13 614,4 N. Przybliżona metoda zawyża więc wartość siły Q o około 12,94%. Kąt przyłożenia siły Q wyznaczony metodą przybliżoną wyrażony w radianach wynosi około 0,694, natomiast

wyznaczony w metodą dokładną 0,682 radianów. Jest on więc mniejszy w przybliżeniu o 1,72%. Wcześniej wspomniano, że omawiana rozbieżność powoduje wyznaczenie większej wysokości przekroju kompensacji h , co skutkuje przewymiarowaniem belki. W toku obliczeń wykazano także, że metoda przybliżona prowadzi do nieprawidłowych wyników. Reakcje podporowe w punkcie A i B mają różne wartości pomimo symetrii geometrii i obciążenia. Z powyższych powodów w wykonanych obliczeniach wykorzystano metodę dokładną.

Równania równowagi (7.8)-(7.10) są niewystarczające do wyznaczenia reakcji podporowych, ponieważ belka jest trzykrotnie statycznie niewyznaczalna. Przy założeniu zerowego ugięcia belki w podporach, wykorzystując twierdzenie Menabrea można ułożyć dodatkowe trzy równania. Dla belki zginanej pochodna energii sprężystej względem reakcji hiperstatycznej równa się zero i opisana jest równaniem:

$$\frac{\partial U}{\partial X_i} = \frac{1}{EI} \int_0^l M_g \frac{\partial M_g}{\partial X_i} dx = 0 \quad (7.24)$$

W omawianej belce przyjęto, że będą to reakcje R_{AX} , R_{AY} i M_A . Pochodne energii sprężystej względem wybranych reakcji opisują równania:

$$\frac{\partial U}{\partial R_{AX}} = \frac{1}{EI_z} \left(\int_0^{\varphi_0} M_I \frac{\partial M_I}{\partial R_{AX}} r d\varphi_1 + \int_0^{2L_2} M_{II} \frac{\partial M_{II}}{\partial R_{AX}} dx + \int_0^{\varphi_0} M_{III} \frac{\partial M_{III}}{\partial R_{AX}} r d\varphi_2 \right) = 0 \quad (7.25)$$

$$\frac{\partial U}{\partial R_{AY}} = \frac{1}{EI_z} \left(\int_0^{\varphi_0} M_I \frac{\partial M_I}{\partial R_{AY}} r d\varphi_1 + \int_0^{2L_2} M_{II} \frac{\partial M_{II}}{\partial R_{AY}} dx + \int_0^{\varphi_0} M_{III} \frac{\partial M_{III}}{\partial R_{AY}} r d\varphi_2 \right) = 0 \quad (7.26)$$

$$\frac{\partial U}{\partial M_A} = \frac{1}{EI_z} \left(\int_0^{\varphi_0} M_I \frac{\partial M_I}{\partial M_A} r d\varphi_1 + \int_0^{2L_2} M_{II} \frac{\partial M_{II}}{\partial M_A} dx + \int_0^{\varphi_0} M_{III} \frac{\partial M_{III}}{\partial M_A} r d\varphi_2 \right) = 0 \quad (7.27)$$

Dodatkowe równania wymagają wyznaczenia momentu gnącego dla poszczególnych przedziałów belki. Pierwszy przedział ($0 < \varphi_1 \leq \varphi_0$) opisuje równanie:

$$M_I(\varphi_1) = -M_{Q1x} - M_{Q1y} - R_{AX} \cdot r_{AX1} + R_{AY} \cdot r_{AY1} - M_A \quad (7.28)$$

Momenty M_{Q1x} i M_{Q1y} od składowych siły skupionej Q w pierwszym przedziale wyznaczono całkując moment dla elementarnego kąta $d\varphi_1$:

$$M_{Q1x} = \left| \int_0^{\varphi_1} dQ_{1x} r (\sin \varphi_0 - \sin \varphi) \right| \quad (7.29)$$

$$M_{Q1y} = \left| \int_0^{\varphi_1} dQ_{1y} r (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \right| \quad (7.30)$$

Podstawiając do równań (7.29) i (7.30) za dQ_{1x} i dQ_{1y} odpowiednio równania (7.18) i (7.19) oraz za dQ i q_0 odpowiednio równania (7.17) i (7.15) otrzymujemy:

$$M_{Q1x} = \left| \int_0^{\varphi_1} (p - p_A) b \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0} \right) r^2 (\sin \varphi_0 - \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi \right| \quad (7.31)$$

$$M_{Q1y} = \left| \int_0^{\varphi_1} (p - p_A) b \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_0} \right) r^2 (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \sin \varphi d\varphi \right| \quad (7.32)$$

W równaniu (7.28) ramię na którym działają reakcje R_{AX} i R_{AY} opisują odpowiednio zależności:

$$r_{AX1} = r \cdot \sin \varphi_1 \quad (7.33)$$

$$r_{AY1} = r(1 - \cos \varphi_1) \quad (7.34)$$

Pochodne cząstkowe momentu gnącego w pierwszym przedziale względem reakcji hiperstatycznych wynoszą:

$$\frac{\partial M_I}{\partial R_{AX}} = -r \sin \varphi_1 \quad (7.35)$$

$$\frac{\partial M_I}{\partial R_{AY}} = r(1 - \cos \varphi_1) \quad (7.36)$$

$$\frac{\partial M_I}{\partial M_A} = -1 \quad (7.37)$$

Moment gnący w drugim przedziale ($0 < x \leq 2L_2$) opisuje równanie:

$$M_{II} = -Qr_{Q2} - R_{AX}r_{AX2} + R_{AY}r_{AY2} - M_A \quad (7.38)$$

gdzie ramię na którym działają siły Q , R_{AX} i R_{AY} opisują odpowiednio zależności:

$$r_{Q2} = r \cos \alpha \cos \theta + (L_1 - L_2 + x) \sin \theta \quad (7.39)$$

$$r_{AX2} = r \cos \alpha \quad (7.40)$$

$$r_{AY2} = r + L_1 - L_2 + x \quad (7.41)$$

Pochodne cząstkowe momentu gnącego w drugim przedziale względem reakcji hiperstatycznych wynoszą:

$$\frac{\partial M_{II}}{\partial R_{AX}} = -r \cos \alpha \quad (7.42)$$

$$\frac{\partial M_{II}}{\partial R_{AY}} = r + L_1 - L_2 + x \quad (7.43)$$

$$\frac{\partial M_{II}}{\partial M_A} = -1 \quad (7.44)$$

Moment gnący w trzecim przedziale ($0 < \varphi_2 \leq \varphi_0$) opisuje równanie:

$$M_{III} = -Q \cdot r_{Q3} - R_{AX} \cdot r_{AX3} + R_{AY} \cdot r_{AY3} - M_{Q2x} - M_{Q2y} - M_A \quad (7.45)$$

Moment od składowych siły skupionej M_{Q2x} i M_{Q2y} w trzecim przedziale wyznaczono analogicznie jak w pierwszym:

$$M_{Q_{2x}} = \left| \int_0^{\varphi_2} dQ_{2x} r [\cos(\alpha - \varphi_2) - \cos(\alpha - \varphi)] \right| \quad (7.46)$$

$$M_{Q_{2y}} = \left| \int_0^{\varphi_2} dQ_{2y} r [\sin(\alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi_2)] \right| \quad (7.47)$$

Ponieważ współrzędna φ_2 mierzona jest inaczej niż φ_1 (by zachować kierunek przedziałów od punktu A w kierunku punktu B) konieczne jest ponowne zde niowanie składowych siły skupionej dQ_{2x} i dQ_{2y} :

$$dQ_{2x} = (p - p_B) b \frac{\varphi_2}{\varphi_0} r \sin(\alpha - \varphi) d\varphi \quad (7.48)$$

$$dQ_{2y} = (p - p_B) b \frac{\varphi_2}{\varphi_0} r \cos(\alpha - \varphi) d\varphi \quad (7.49)$$

W równaniu (7.45) ramię na których działają siły Q , R_{AX} i R_{AY} opisują odpowiednio zależności:

$$r_{Q3} = 2L_1 \sin \theta + r \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha - \theta + \varphi_2 \right) \quad (7.50)$$

$$r_{AX3} = r \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi_2 \right) \quad (7.51)$$

$$r_{AY3} = r + 2L_1 - r \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi_2 \right) \quad (7.52)$$

Pochodne cząstkowe momentu gnącego w trzecim przedziale względem reakcji hiperstatycznych wynoszą:

$$\frac{\partial M_{III}}{\partial R_{AX}} = -r \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi_2 \right) \quad (7.53)$$

$$\frac{\partial M_{III}}{\partial R_{AY}} = r + 2L_1 - r \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi_2 \right) \quad (7.54)$$

$$\frac{\partial M_{III}}{\partial M_A} = -1 \quad (7.55)$$

Podstawiając równania momentu gnącego i pochodnych cząstkowych momentu gnącego w poszczególnych przedziałach względem reakcji hiperstatycznych do równań (7.25)-(7.27) wraz z równaniami równowagi statycznej otrzymano układ sześciu równań. Do ich rozwiązania wykorzystano oprogramowania Wolfram Mathematica. W wyniku obliczeń wyznaczono reakcje podporowe (tabela 7.1).

Tabela 7.1. Wartości reakcji podporowych.

R_{AX}	R_{AY}	R_{BX}	R_{BY}	M_A	M_B
[N]	[N]	[N]	[N]	[Nm]	[Nm]
-2059,47	8579,62	-2059,47	8579,62	8,74	8,74

Reakcje w punktach A i B są zgodne. Ujemne wartości reakcji R_{AX} i R_{BX} oznaczają, że ich zwrot jest przeciwny do pierwotnie przyjętego w modelu.

Możliwe jest teraz wyznaczenie ugięcia belki w poszczególnych przedziałach rozwiązując równanie różniczkowe (7.5):

$$w_1(\varphi_1) = -\frac{1}{EI_z} \iint M_I r^2 d\varphi_1^2 \quad (7.56)$$

$$w_2(x) = -\frac{1}{EI_z} \iint M_{II} dx^2 \quad (7.57)$$

$$w_3(\varphi_2) = -\frac{1}{EI_z} \iint M_{III} r^2 d\varphi_2^2 \quad (7.58)$$

Na podstawie warunków podparcia wyznaczono warunki brzegowe:

$$w_1(0) = 0 \quad (7.59)$$

$$\psi_1(0) = 0 \quad (7.60)$$

$$w_3(\varphi_0) = 0 \quad (7.61)$$

$$\psi_3(\varphi_0) = 0 \quad (7.62)$$

Warunki wyznaczone z podparcia są niewystarczające dlatego określono dwa warunki zszycia na granicach przedziałów:

$$w_1(\varphi_0) = w_2(0) \quad (7.63)$$

$$w_2(2L_2) = w_3(0) \quad (7.64)$$

Podstawiając za moment bezwładności zgodnie z równaniem (7.6) i przekształcając równania (7.56)-(7.58) względem h otrzymano:

$$h_I = \sqrt[3]{-\frac{12}{w_1(\varphi_1)Eb} \iint M_I r^2 d\varphi_1^2} \quad (7.65)$$

$$h_{II} = \sqrt[3]{-\frac{12}{w_2(x)Eb} \iint M_{II} dx^2} \quad (7.66)$$

$$h_{III} = \sqrt[3]{-\frac{12}{w_3(\varphi_2)Eb} \iint M_{III} r^2 d\varphi_2^2} \quad (7.67)$$

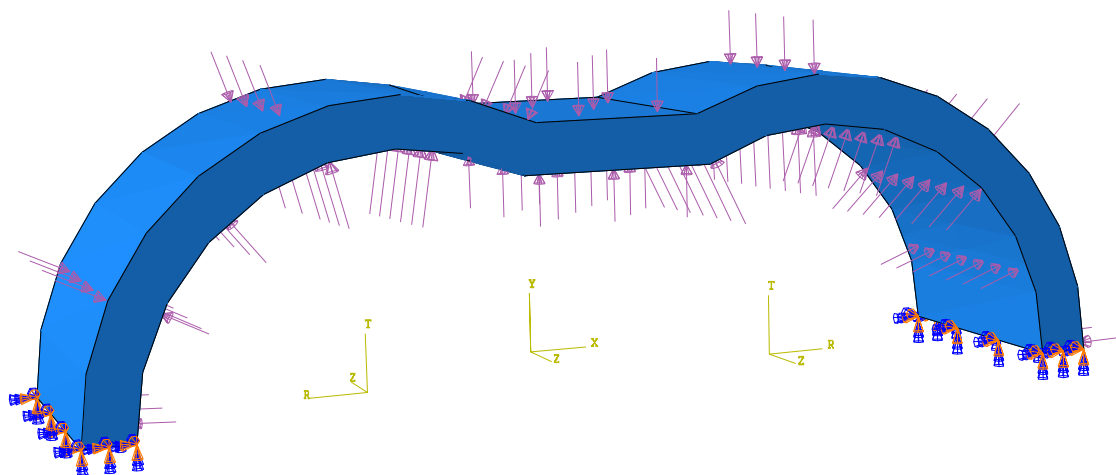
Najistotniejsze obszary działania kompensacji to koniec pierwszego i początek trzeciego przedziału. W tych miejscach szczelina obwodowa ma największą wartość. Co do zasady działania kompensacji drugi przedział jest nieistotny, ponieważ obejmuje obszar przestrzeni roboczej gdzie koła zębate wchodzą w zazębienie i następuje wypieranie cieczy z przestrzeni międzyzębnych w kierunku króćca tłocznego. Kompensacja nie pracuje w tym obszarze.

Ze względu na symetrię ugięcie belki w pierwszym i trzecim przedziale są równe. Z powyższych względów do wyznaczenia wysokości belki wystarczające jest wyłącznie równanie (7.65). Określając wartość przemieszczenia w_1 w żądanym punkcie belki określonym kątem φ_1 możliwe jest wyznaczenie wysokości przekroju kompensacji. Dla przyjętych danych przy założeniu $w_1 = 0,35$ mm dla $\varphi_1 = \varphi_0$ wyznaczono $h = 4,89$ mm.

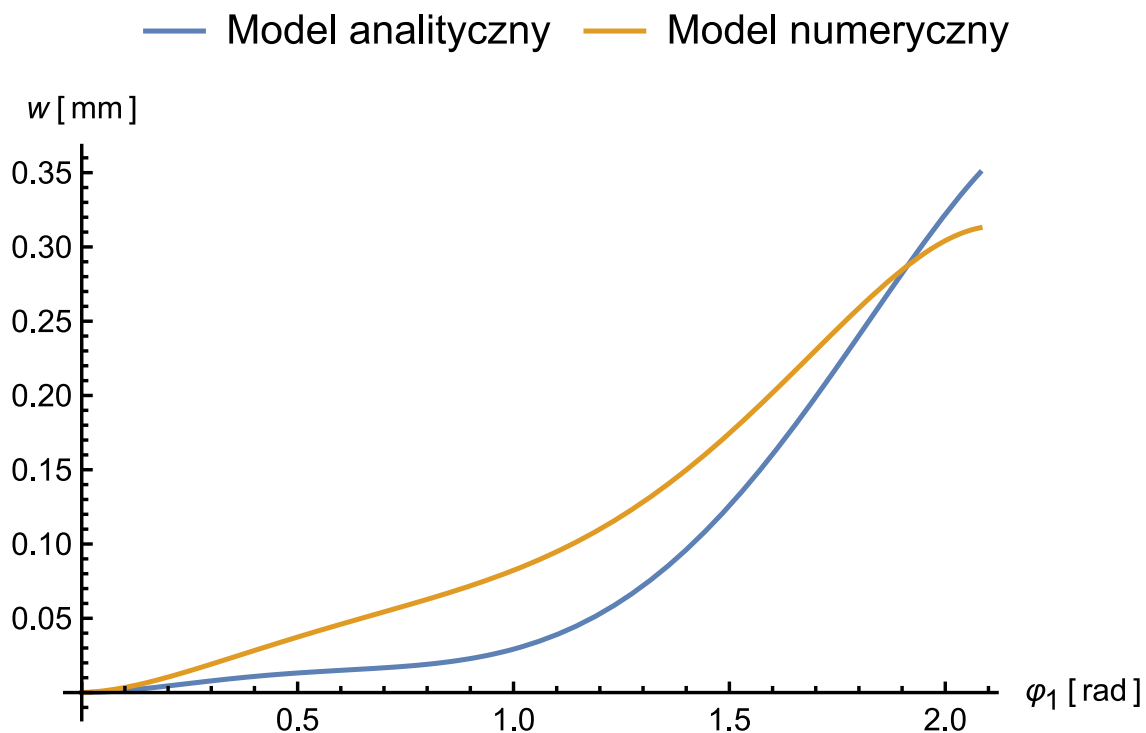
Zaletą powyższego modelu jest jego elastyczność. Zmiana liczby zębów w kołach zębatych lub zmiana kąta opasania belki nie wpływa na równania. Model może być również stosowany do kompensacji o konstrukcji dzielonej. W takiej konfiguracji jest też zdecydowanie prostszy do rozwiązania, ponieważ reakcje w podporze można wyznaczyć w oparciu o podstawowe równania równowagi statycznej. Równania momentów gnących upraszczają się do jednego przedziału.

Przedstawiony model, ze względu na przyjęte uproszczenia, należy stosować do wstępnego określenia wysokości przekroju kompensacji szczeliny obwodowej. Dokładne obliczenia i optymalizację należy wykonać w oparciu o metody numeryczne np. metodę elementów skończonych.

Dla określonej powyżej geometrii belki wykonano model numeryczny w oprogramowaniu Abaqus dla identycznych warunków brzegowych i obciążenia. Rysunek 7.6 przedstawia ugięcie belki wyznaczone metodą analityczną i numeryczną. Współczynnik korelacji pomiędzy modelem analitycznym a numerycznym wynosi w przybliżeniu 0,847, a odchylenie średniokwadratowe wynosi w przybliżeniu 0,038 mm. Ugięcie dla $\varphi_1 = \varphi_0$ wyznaczone modelem numerycznym $w_{MES} \cong 0,31$ mm. Względne odchylenie pomiędzy modelem numerycznym, a analitycznym wynosi $\delta w \cong 11,79$ %. Dokładność modelu analitycznego jest wystarczająca do wstępnych obliczeń.



Rys. 7.5. Model numeryczny kompensacji o budowie zespolonej. Warunki zamocowania i obciążenia



Rys. 7.6. Ugięcie belki wyznaczone modelem analitycznym i numerycznym

Kompensacja obwodowa zaprojektowana zaproponowaną metodą pozwoli zminimalizować wysokość szczeliny jednocześnie zapobiegając kontaktowi kół zębatych i kompensacji.

8. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przedstawiono autorską metodę wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym, opartą na analizie numerycznej z wykorzystaniem obliczeń metodą elementów skończonych. Metoda może być zastosowana dla konwencjonalnych pomp zębatych o zazębieniu zewnętrznym jak i pomp z kompensacją szczeliny obwodowej, w szerokim zakresie ciśnień tłoczenia, co pozwala na wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej w warunkach rzeczywistej eksploatacji. Jest to nowe podejście w stosunku do istniejących prac, gdzie zazwyczaj uwagę zwraca się na wielkość szczeliny w wąskim zakresie kąta obrotu koła zębatego, a ciśnienia tłoczenia nie przekraczają 25 MPa. Opracowana metoda uwzględnia deformację elementów pompy (w szczególności korpusu), co jest pomijane w modelach dynamicznych stosowanych do określania wydajności chwilowej pomp. W pracy zawarto szczegółowy opis poszczególnych etapów, w szczególności budowy modelu numerycznego, którego brakuje w znanych pracach wykorzystujących obliczenia numeryczne w badaniach nad wysokością omawianej szczeliny.

W pracy sformułowano metodę we [105] i [106] wykonanych obliczeń numerycznych. Zaprezentowano odkształcenia w badanych pompach wskazując obszary o wysokich odkształceniach, w których następnie określono rzeczywiste odkształcenia metodą eksperymentalną. Eksperymentalne badania odkształceń pomp wykonano z wykorzystaniem tensometrii rezystancyjnej. Zawarto praktyczne wskazówki pozwalające uzyskać zadowalającą zbieżność obliczeń numerycznych z wynikami eksperymentu. Zaproponowano dodatkową metodę we [107] i [108] modeli numerycznych poprzez porównanie momentu obrotowego wygenerowanego w modelu z momentem zmierzonym w badaniach stanowiskowych. Wskazano sposób wyznaczania momentu obrotowego w modelu numerycznym, aby możliwe było jego porównanie z danymi uzyskanymi w wyniku eksperymentu. Przedstawiono aplikację opracowanej metody zarówno do pompy konwencjonalnej, jak i do pompy wyposażonej w autorską konstrukcję z kompensacją szczeliny obwodowej, co umożliwia ocenę skuteczności zastosowanych rozwiązań konstrukcyjnych w różnych warunkach pracy. Opracowana metoda stanowi wypełnienie wskazanej w pracy luki badawczej.

Opracowana autorska konstrukcja kompensacji szczeliny obwodowej została objęta ochroną patentową przez Urząd Patentowy RP, co potwierdza nadany numer prawa wyłącznego PL230845 [105]. Innowacyjna konstrukcja charakteryzuje się dwuelementową konstrukcją korpusu pompy. Część wewnętrzna posiada zintegrowaną kompensację szczeliny obwodowej o budowie zespolonej. Opracowana konstrukcja została nagrodzona Medalem na XII Międzynarodowych Targach Pneumatyki, Hydrauliki, Napędów i Sterowań KIELCE FLUID POWER 2019.

Analiza odkształceń w badanych pompach wykazała, że największe odkształcenia występują w okolicy otworu tłocznego, jednak ze względów technicznych najbardziej odpowiednie do badań stanowiskowych są zaokrąglone powierzchnie korpusu występujące pomiędzy króćcami. Rozkład odkształceń na wskazanych powierzchniach charakteryzuje się wysoką zmiennością wraz ze zmianą obciążenia konstrukcji. W związku z powyższym,

w przypadku pomiarów odkształceń metodą tensometryczną, zaleca się stosowanie tensometrów o krótkiej bazie pomiarowej (około 3 mm). Zastosowanie tensometrów o większym obszarze pomiarowym spowoduje uśrednienie zmierzonych odkształceń i zwiększy rozbieżność między danymi uzyskanymi w oparciu o obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych. Zastosowanie tensometrów o krótkiej bazie pomiarowej wiąże się natomiast z ryzykiem, że punkt pomiarowy nie zostanie umieszczony centralnie na obszarze o wysokich odkształceniach. By zminimalizować to ryzyko należy stosować większą liczbę punktów pomiarowych lub zastosować inne metody pomiarowe.

Przeprowadzone pomiary tensometryczne wykazały wysoką korelację pomiędzy odkształceniami uzyskanymi na drodze eksperymentu i obliczeń numerycznych (powyżej 0,96 dla pompy KPF1 i pompy WTFD). Oznacza to, że pod względem jakościowym opracowane modele prawidłowo odzwierciedlają badane obiekty. Do oceny ilościowej posłużono się średnią z wartości bezwzględnych odchyłeń względnych pomiędzy odkształceniami uzyskanymi na drodze pomiarów tensometrycznych i obliczeń numerycznych z wybranych punktów pomiarowych przy zadanym obciążeniu. Wartość średniej wyznaczono tylko w oparciu o punkty, które mierzą odkształcenia w kierunku zgodnym z obciążeniem wynikającym z obciążenia. Przy ocenie ilościowej zwrócono uwagę na fakt, że przy obciążeniu naciągiem śrub łączących elementy pompy oraz niskimi ciśnieniami tłoczenia (4 i 8 MPa) mierzone odkształcenia przyjmowały niskie wartości (poniżej 200 $\mu\text{m/m}$) dla wielu punktów pomiarowych (5/9 dla pompy KPF1 i 6/12 dla pompy WTFD). W skrajnych przypadkach odnotowano ponad czterdziestosiedmiokrotny wzrost odkształcenia zmierzonego, przy maksymalnym obciążeniu, względem obciążenia wywołanego naciągiem śrub. Naturalnym jest, że przy pomiarze małych wielkości odchylenie względne będzie większe. Z powyższych względów oceniając zgodność modeli z danymi eksperymentalnymi, należy brać pod uwagę wielkość analizowanych odkształceń.

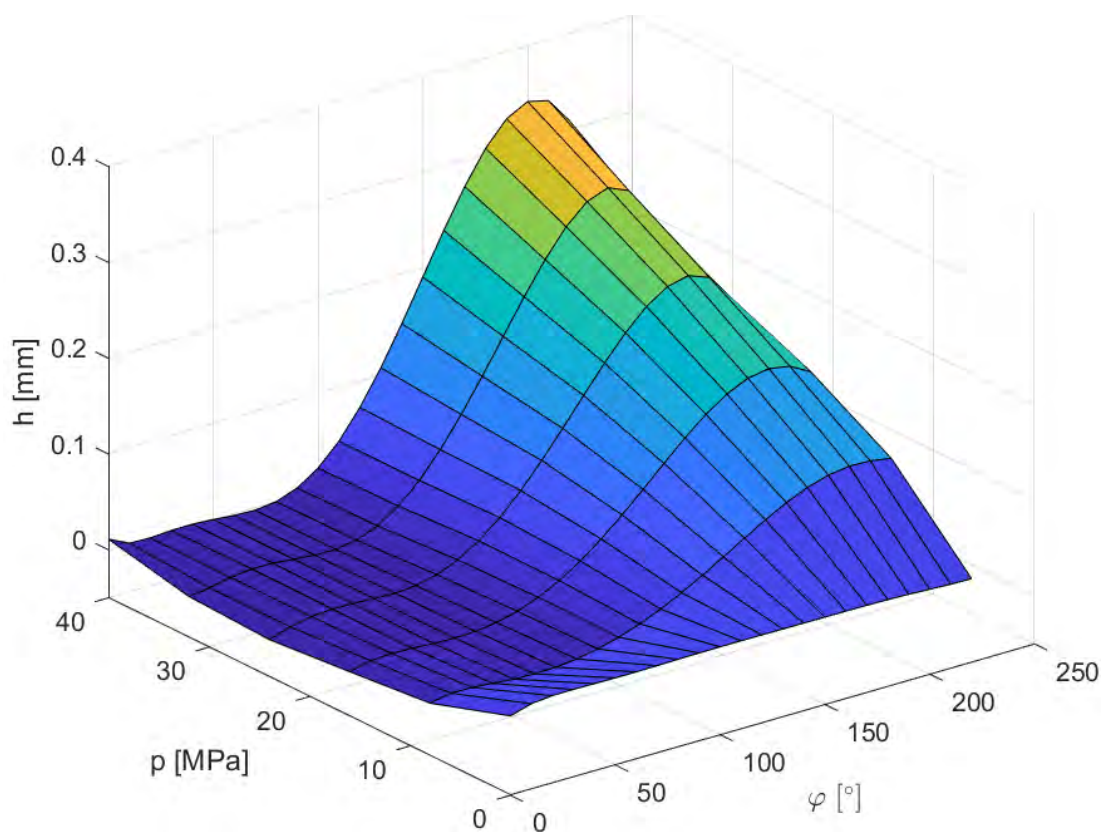
Moment obrotowy uzyskany w wyniku obliczeń numerycznych charakteryzuje się silną korelacją z wynikami eksperymentu (współczynnik korelacji na poziomie 0,99992 dla pompy KPF1 i 0,9997 dla pompy WTFD). Odchylenie średniokwadratowe w odniesieniu do średniego momentu zmierzonego w trakcie badań eksperymentalnych przy ciśnieniu tłoczenia $p = 40$ MPa wyniósł 3,51% dla pompy KPF1 i 2,41% dla pompy WTFD. W tym aspekcie zgodność modelu numerycznego z wynikami eksperymentu jest na bardzo wysokim poziomie, co potwierdza, że przyjęty rozkład ciśnienia i współczynniki tarcia zostały dobrane prawidłowo. Niewielka rozbieżność jest spodziewana, ponieważ model numeryczny nie uwzględnia momentu obrotowego od strat hydraulicznych. Przeprowadzona analiza wykazała statystyczną istotność współczynników korelacji badań eksperymentalnych i uzyskanych w wyniku obliczeń numerycznych.

Zgodność danych eksperymentalnych z wynikami obliczeń numerycznych mieści się w przyjętych kryteriach oceny ilościowej, co oznacza, że opracowana metoda pozwala uzyskać wiarygodne wartości wysokości szczeliny obwodowej dla ciśnień powyżej 16 MPa. Dla niższych ciśnień należy traktować wyniki obliczeń jako wartości orientacyjne. Biorąc pod uwagę, że szczelina obwodowa ma większy wpływ na sprawność objętościową przy

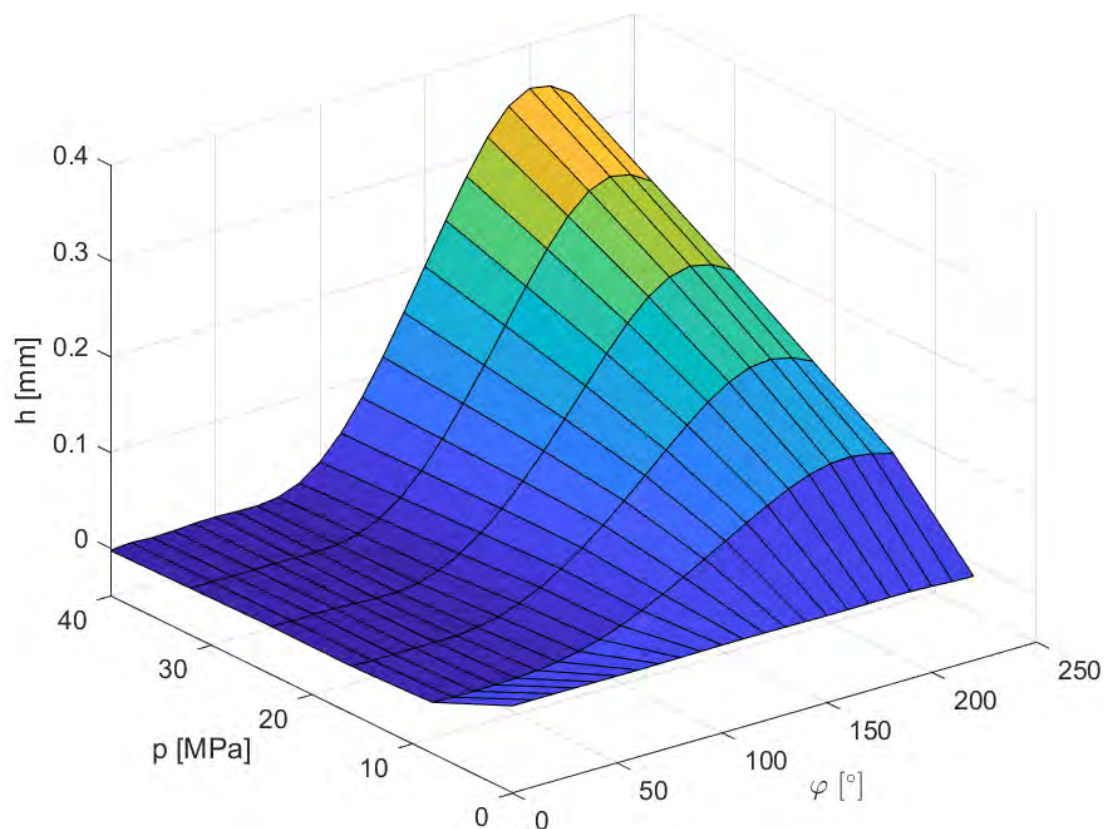
wysokich ciśnieniach tłoczenia [58] to zgodność modeli dla średnich i wysokich ciśnień tłoczenia jest najistotniejsza.

W pracy przeprowadzono korektę współczynników tarcia w połączeniu śrubowym oraz kontaktach gdzie przyjęto tarcie płynne, które pierwotnie dobrano ze źródeł ogólnodostępnych. Podane wartości współczynników, dla których uzyskano odchylenia w granicach przyjętych kryteriów oceny jakościowej i ilościowej, stanowią istotny wkład w wiedzę niezbędną przy modelowaniu numerycznym pomp zębatych.

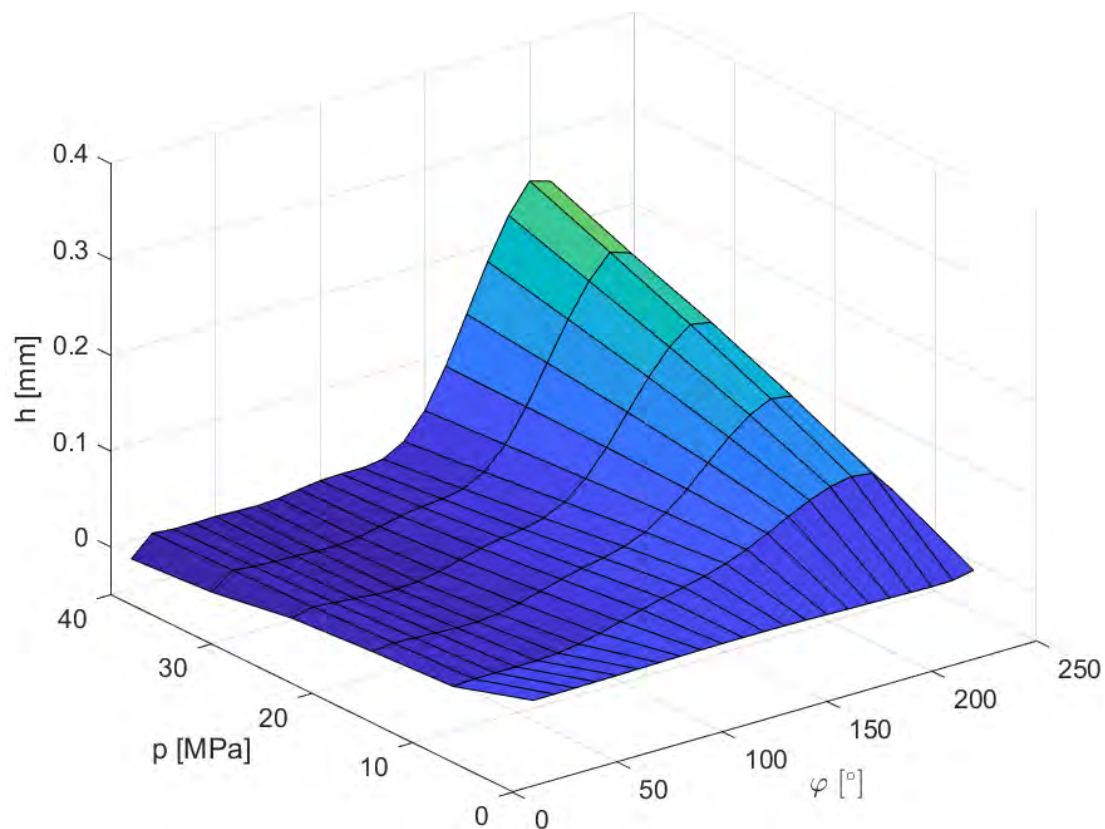
Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń uzyskano wysokość szczeliny obwodowej. Rysunki 8.1 do 8.4 przedstawiają zbiorcze wyniki obliczeń numerycznych. Są to charakterystyki wysokości szczeliny obwodowej w funkcji ciśnienia tłoczenia i kąta obrotu koła zębatego dla koła czynnego i biernego badanych pomp. Na podstawie opracowanych charakterystyk możliwe jest wyznaczenie modelu analitycznego metodą powierzchni odpowiedzi (RSM). Tego typu model może być następnie zintegrowany z dynamicznym modelem wydajności chwilowej pomp zębatych, co przyczyni się do poprawy dokładności modelu. Informacja o rzeczywistych wymiarach szczelin jest pożądana przy wyznaczaniu wydajności chwilowej, sprawności, nierównomierności wydajności czy pulsacji ciśnienia na co wskazują znane opracowania [3].



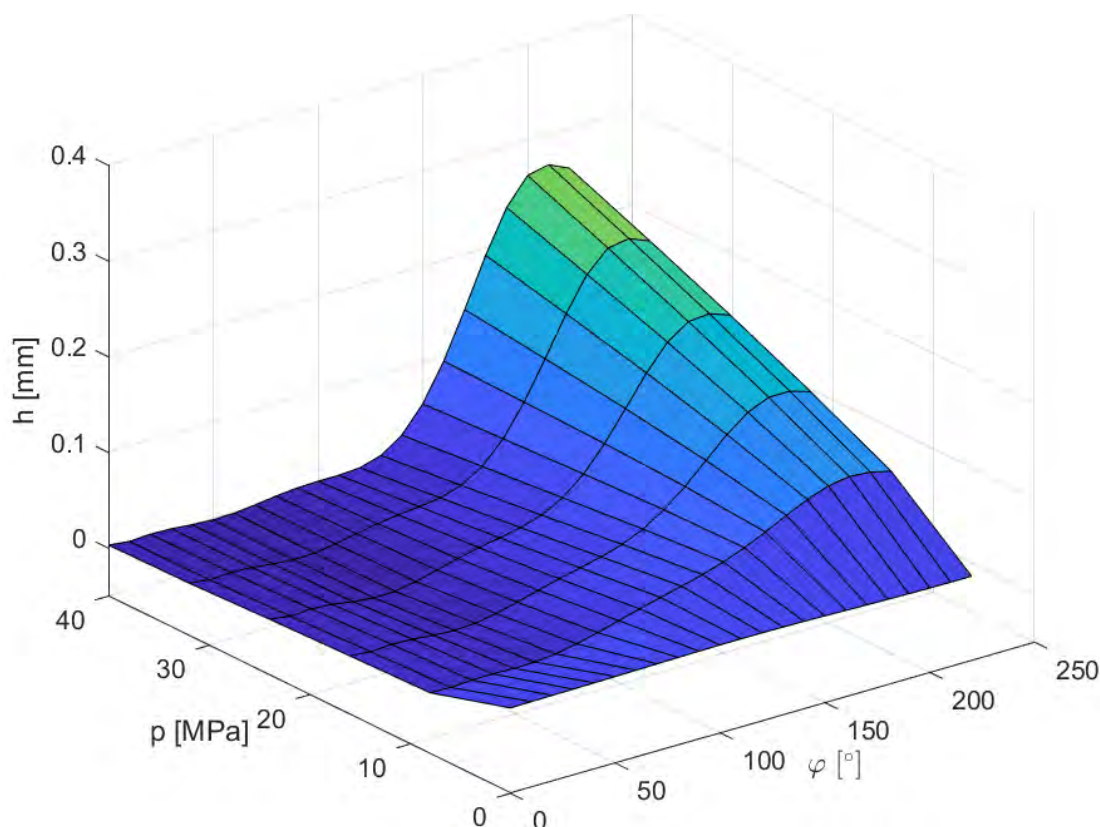
Rys. 8.1. Wysokość szczeliny obwodowej dla koła czynnego w funkcji kąta obrotu i ciśnienia tłoczenia w pompie KPF1



Rys. 8.2. Wysokość szczeliny obwodowej dla koła biernego w funkcji kąta obrotu i ciśnienia tłoczenia w pompie KPF1



Rys. 8.3. Wysokość szczeliny obwodowej dla koła czynnego w funkcji kąta obrotu i ciśnienia tłoczenia w pompie WTFD



Rys. 8.4. Wysokość szczeliny obwodowej dla koła biernego w funkcji kąta obrotu i ciśnienia tłoczenia w pompie WTFD

Fragment wewnętrznej powierzchni korpusu/tulei tworzącą, wraz z wierzchołkiem zęba, szczelinę obwodową obejmuje kąt $228,31^\circ$. W oparciu o powyższe charakterystyki wskazano dwa obszary, które dzieli płaszczyzna przechodząca przez osie obrotu kół zębatych ($\varphi = 109,11^\circ$). Wysokość szczeliny, w obszarze znajdującym się za komorą ssawną ($0 \leq \varphi \leq 109,11^\circ$), jest mniejsza niż wartość nominalna (0,04 mm). W obszarze przed komorą tłoczną ($109,11^\circ < \varphi \leq 228,31^\circ$) wartość szczeliny gwałtownie rośnie osiągając maksimum dla φ wynoszącego około 200° . Dzięki zmniejszeniu szczeliny w pierwszym ze wskazanych obszarów możliwe jest zachowanie wewnętrznej szczelności pompy. Wzrost szczeliny obwodowej w obszarze tłocznym zwiększa przecieki wewnętrzne (szczególnie przy średnich i wysokich ciśnieniach tłoczenia). Jest to widoczne na charakterystykach sprawności objętościowej badanych jednostek. Pompa z kompensacją szczeliny obwodowej charakteryzuje się wyższą sprawnością objętościową w całym zakresie badanych prędkości obrotowych. Wzrost prędkości obrotowej pozytywnie wpływa na sprawność objętościową obydwu jednostek. Przepływ wywołany względnym ruchem ścianek tworzących szczelinę zmniejsza przecieki w kierunku komory ssawnej. Wzrost obciążenia powoduje spadek wydajności pomp. Wyjątek stanowi pompa WTFD gdzie przy prędkości obrotowej $n=2000$ obr./min., w zakresie ciśnień tłoczenia od 16 do 32 MPa, odnotowano wzrost sprawności objętościowej o 2,29%. Oznacza to, że przecieki wewnętrzne uległy zmniejszeniu na skutek działania kompensacji obwodowej. Należy również odnotować, że sprawność pompy KPF1 przy prędkości obrotowej $n=800$ obr./min. i ciśnieniach przekraczających 36 MPa spadła do tak niskiego poziomu, że zaniechano dalszych badań. Pompa

WTFD dzięki kompensacji obwodowej utrzymała wydatek powyżej 50%. Jest to wynik zadowalający zważywszy na fakt, że jest to pierwszy prototyp z tego typu kompensacją.

Pompa KPF1, w stosunku do pompy WTFD, charakteryzuje się wyższą sprawnością hydrauliczno-mechaniczną w całym zakresie badanych prędkości obrotowych i ciśnień obciążenia. Zmniejszenie szczeliny obwodowej w związku z działaniem kompensacji powoduje większe starty hydrauliczno-mechaniczne.

Wpływ kompensacji szczeliny obwodowej na sprawność całkowitą można podsumować w dwóch przedziałach ciśnień roboczych. Przy obciążeniach do 20 MPa wyższą sprawność całkowitą uzyskuje pompa konwencjonalna, co jest związane z wyższą sprawnością hydrauliczno-mechaniczną. Najwyższą różnicę w sprawności całkowitej wyniosła 12,22 % na korzyść pompy KPF1 ($n=2000$ obr./min., $p_t=6$ MPa). Kompensacja obwodowa wprowadza dodatkowe straty hydrauliczno-mechaniczne, a przy niskich obciążeniach nie generuje wzrostu sprawności objętościowej. Przy obciążeniach powyżej 20 MPa bilans jest korzystny dla pompy WTFD. Wzrost sprawności objętościowej jest wyższy niż wzrost strat hydrauliczno-mechanicznych, co przekłada się na wyższą sprawność całkowitą niż w pompie KPF1. Największa różnica w sprawności całkowitej, na korzyść pompy WTFD, wyniosła 8,29 % ($n=1500$ obr./min., $p_t=38$ MPa).

W pracy przedstawiono autorski analityczny model kompensacji obwodowej o budowie zespolonej przydatny przy projektowaniu pomp zębatych o zazębieniu zewnętrznym. Opracowany model przedstawia nowe podejście do tego zagadnienia. Dotychczas stosowane modele zakładały współpracę kompensacji z wierzchołkami kół zębatych. Przeprowadzone badania wskazują, że należy dążyć do minimalizacji szczeliny obwodowej unikając kontaktu między kompensacją, a wierzchołkami zębów. Zaproponowano nowe warunki wyznaczania wysokości przekroju kompensacji związane z jej ugięciem. Opracowany model charakteryzuje się wszechstronnością. Może być stosowany zarówno dla kompensacji o budowie zespolonej jak i dzielonej. Liczba zębów w kołach zębatych nie wpływa na równania.

8.1. Kierunki dalszych badań

Opracowana metoda wyznaczania wysokości szczeliny obwodowej zawiera szereg założeń i uproszczeń. Pierwsze z nich dotyczy wektora cił w modelach numerycznych. Ze względu na duże wyzwanie techniczne nie zdecydowano się na wektoryzację modeli numerycznych poprzez pomiar wysokości szczeliny obwodowej. Wykonanie takiego eksperymentu dałoby bezpośrednie potwierdzenie wykonanych badań z wykorzystaniem metod numerycznych.

Drugim obszarem badań, planowanym do rozszerzenia, są założenia przyjęte na etapie budowy modeli numerycznych wykorzystywanych w obliczeniach metodą elementów skończonych. Przyjęte własności kontaktów opierają się o dane literaturowe, przez co konieczna jest kalibracja modelu w oparciu o badania eksperymentalne. Planuje się badania nad własnościami kontaktów w celu dokładniejszego ustalenia głównie współczynników tarcia niezbędnych przy analizie statycznej.

Modele opracowane w ramach niniejszej pracy nie uwzględniają efektów hydrodynamicznych występujących w łożyskach ślizgowych i szczelinach. W pracy przyjęto również skokowy, liniowy rozkład ciśnienia na powierzchni kół zębatach, oraz liniowy rozkład ciśnienia na wewnętrznej powierzchni koła zębatego. Z literatury znane są bardziej złożone modele rozkładu ciśnienia w pompach zębatych uwzględniające również rozkład ciśnienia w szczelinach pomiędzy wierzchołkami zębów, a korpusem. Należałoby zbadać wpływ wymienionych czynników na wysokość szczeliny obwodowej. Uzyskane wyniki należałoby ocenić również pod kątem wymaganego nakładu pracy i czasu obliczeń w stosunku do wzrostu dokładności modelu.

W obszarze projektowania kompensacji należałoby rozwinąć opracowany model analityczny o zmienną wysokość przekroju w funkcji kąta φ . Pozwoli to dopasować ugięcie kompensacji w całym zakresie jej działania. W związku z redukcją wysokości szczeliny w wyniku działania kompensacji, należy również rozważyć model obciążenia ciśnieniem uwzględniający spadek ciśnienia w szczelinach. W istniejącym modelu analitycznym pominięto występujący otwór, który łączy komorę tłoczną z króćcem tłocznym. W dalszych pracach planuje się przeprowadzenie badań wpływu średnicy otworu na ugięcie kompensacji.

W związku z rozwojem ekologicznych cieczy na bazie olejów roślinnych [14], [15], [16], [17], [18], [19] planuje się badania pomp zębatych o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją szczeliny obwodowej współpracujących z tego typu cieczami. Podstawowe badania powinny skupić się na ocenie wpływu ekologicznych cieczy na sprawność pompy zębatej z kompensacją obwodową i trwałość konstrukcji.

STRESZCZENIE

Dzięki swoim zaletom, hydrostatyczne układy napędowe są szeroko stosowane w maszynach budowlanych, rolniczych, w lotnictwie oraz w automatyce przemysłowej. W związku z rosnącymi kosztami energii konstruktorzy skupiają się na poprawie efektywności energetycznej napędów hydrostatycznych poprzez np. zwiększenie ciśnień roboczych i sprawności.

Układy hydrauliczne, powszechnie stosowane w maszynach roboczych i przemyśle, opierają się na pracy pomp wyporowych, których zadaniem jest przekształcanie energii mechanicznej w hydrauliczną. Wśród nich dużą popularność zyskały pompy zębate o zazębieniu zewnętrznym, cenione za prostą budowę, trwałość i niskie koszty. Kluczowym aspektem ich efektywności jest szczelność wewnętrzna – szczególnie znaczenie mają szczeliny osiowa i obwodowa, które wpływają na wydajność i sprawność pomp. Wiedza o wielkości tych szczelin jest dla konstruktorów niezbędna do przewidywania wydajności projektowanych jednostek. Choć szczeliny osiowe są dobrze poznane i skutecznie kompensowane, to wciąż istnieje luka badawcza dotycząca szczelin obwodowych. Pomiar wielkości tej szczeliny jest technicznie trudny z uwagi na ekstremalne warunki pracy w miejscu jej występowania. Obecne metody określania wielkości tej szczeliny pomijają wpływ deformacji korpusu pompy, co wpływa na ich dokładność. W szczególności dotyczy to pomp, dla których ciśnienie robocze przekracza 25 MPa.

W odpowiedzi na ten problem, w niniejszej pracy przedstawiono nową metodę określania wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym, w warunkach pracy, z uwzględnieniem deformacji elementów pompy. Przeprowadzone badania pozwoliły na wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej z wykorzystaniem zaproponowanej metody dla pompy konwencjonalnej oraz innowacyjnej konstrukcji pompy zębatej o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją szczeliny obwodowej. Wysokość szczeliny obwodowej wyznaczona w oparciu o przedstawioną metodę, może przyczynić się do poprawy dokładności modeli chwilowej wydajności pomp. Badania obejmowały zaawansowane obliczenia numeryczne z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Wyniki obliczeń numerycznych odniesiono do eksperymentu. Przeprowadzono porównawcze badania odkształceń korpusów badanych jednostek z wykorzystaniem tensometrów oporowych.

Badania własności hydraulicznych wykazały skuteczność zaproponowanej metody kompensacji szczeliny obwodowej, zastosowanej w innowacyjnej konstrukcji o zazębieniu zewnętrznym. Odnotowano wzrost sprawności objętościowej w stosunku do jednostki konwencjonalnej. Opracowana konstrukcja dzięki zastosowanej kompensacji jest w stanie utrzymać zadowalającą wydajność przy ciśnieniach roboczych sięgających 40 MPa. Jest to zakres ciśnień roboczych, który do tej pory był zarezerwowany dla dużo droższych pomp wielotłoczkowych.

Ze względu na rozwój pomp z kompensacją obwodową dostrzeżono potrzebę opracowania narzędzi umożliwiających projektowanie takich rozwiązań. W odpowiedzi na tę potrzebę w pracy przedstawiono nowy analityczny model kompensacji obwodowej o budowie zespolonej oraz nowe kryteria doboru grubości przekroju kompensacji. Dzięki przedstawionym rozwiązaniom możliwe jest projektowanie przemieszczenia kompensacji, co ostatecznie przekłada się na możliwość kształtowania wysokości szczeliny obwodowej. Jest to istotna przewaga w stosunku do istniejących modeli, które skupiają się na aspektach wytrzymałościowych.

Niniejsza praca stanowi więc kompletne opracowanie zawierające metodę pozwalającą na wyznaczenie wysokości szczeliny obwodowej w pompach zębatych o zazębieniu zewnętrznym oferując jednocześnie narzędzia pozwalające konstruktorom na kształtowanie geometrii szczeliny obwodowej w celu zwiększenia efektywności energetycznej omawianych konstrukcji.

ABSTRACT

Due to their numerous advantages, hydrostatic drive systems are widely used in construction and agricultural machinery, aerospace applications, and industrial automation. In response to rising energy costs, designers are increasingly focused on improving the energy efficiency of hydrostatic drives by, for example, increasing operating pressures and system efficiency.

Hydraulic systems, commonly applied in working machinery and industrial equipment, rely on the operation of positive displacement pumps, which convert mechanical energy into hydraulic energy. Among them, external gear pumps have gained significant popularity due to their simple design, high durability, and low cost. A critical factor determining their performance is internal tightness—particularly the axial and circumferential gaps, which significantly affect pump efficiency and volumetric performance. Accurate knowledge of these clearances is essential for predicting the performance of designed units.

While axial clearances are well understood and effectively compensated for, a notable research gap remains in the study of circumferential clearances. Direct measurement of this clearance is technically challenging due to the extreme operating conditions during working conditions. Existing methods for estimating this clearance often neglect the deformation of the pump housing, which significantly affects measurement accuracy—especially in pumps operating at pressures exceeding 25 MPa.

To address this issue, the present study introduces a novel method for determining the circumferential clearance in external gear pumps under operational conditions, taking into account the structural deformation of pump components. The research enabled the determination of circumferential gap height using the proposed approach, both for a conventional gear pump and for an innovative design incorporating circumferential gap compensation.

The investigation involved advanced numerical simulations using the Finite Element Method (FEM). The results of the numerical calculations were compared with the experimental data. Comparative studies of the deformations of the tested units were carried out using strain gauges.

The hydraulic performance tests confirmed the effectiveness of the proposed compensation method implemented in the novel external gear pump design. A noticeable improvement in volumetric efficiency was observed in comparison to the conventional unit. The developed design, due to its implemented compensation mechanism, was able to maintain satisfactory performance at operating pressures up to 40 MPa. This is a range of working pressures that has so far been reserved for much more expensive multi-piston pumps.

Given the growing development of pumps with circumferential clearance compensation, a need has emerged for tools supporting the design of such units. In response, this work presents a new analytical model of circumferential compensation with a composite structure, along with novel criteria for selecting the thickness of the compensating element.

ese solutions allow for the precise design of displacement of compensation, thereby enabling the shaping of the circumferential gap which is a significant advantage over existing models, which focus primarily on structural strength aspects.

is study thus provides a comprehensive approach for determining height of circumferential gap in external gear pumps and delivers design tools that enable engineers to control the geometry of this clearance in order to enhance the energy efficiency of such units.

BIBLIOGRAFIA

- [1] P. Szwemin i W. Fiebig, „The Influence of Radial and Axial Gaps on Volumetric Efficiency of External Gear Pumps”, *Energies*, t. 14, nr 15, Art. nr 15, sty. 2021, doi: 10.3390/en14154468.
- [2] R. Cieřlicki i M. Karpenko, „An investigation of the impact of pump deformations on circumferential gap height as a factor influencing volumetric efficiency of external gear pumps”, *Transport*, t. 37, nr 6, Art. nr 6, grudz. 2022, doi: 10.3846/transport.2022.18331.
- [3] M. Battarra i E. Mucchi, „On the assessment of lumped parameter models for gear pump performance prediction”, *Simul. Model. Pract. Theory*, t. 99, s. 102008, luty 2020, doi: 10.1016/j.simpat.2019.102008.
- [4] B. Zardin, E. Natali, i M. Borghi, „Evaluation of the Hydro—Mechanical Efficiency of External Gear Pumps”, *Energies*, t. 12, nr 13, Art. nr 13, sty. 2019, doi: 10.3390/en12132468.
- [5] F. Rituraj i A. Vacca, „An Investigation of Tooth Tip Leakages in Gerotor Pumps: Modeling and Experimental Validation”, *J. Verification Valid. Uncertain. Quantif.*, t. 5, nr 011001, mar. 2020, doi: 10.1115/1.4046295.
- [6] P. Osiński, A. Deptuła, i A. M. Deptuła, „Analysis of the Gear Pump’s Acoustic Properties Taking into Account the Classification of Induction Trees”, *Energies*, t. 16, nr 11, Art. nr 11, sty. 2023, doi: 10.3390/en16114460.
- [7] T. J. Hoskins, K. D. Dearn, S. N. Kukureka, i D. Walton, „Acoustic noise from polymer gears – A tribological investigation”, *Mater. Des.*, t. 32, nr 6, s. 3509–3515, cze. 2011, doi: 10.1016/j.matdes.2011.02.041.
- [8] L. Rodionov, F. Pomatillov, i P. Rekadze, „Exploration of Acoustic Characteristics of Gear Pumps with Polymeric Pinion Shafts”, *Procedia Eng.*, t. 106, s. 36–45, sty. 2015, doi: 10.1016/j.proeng.2015.06.006.
- [9] M. Pellegrini i A. Vacca, „A CFD-Radial Motion Coupled Model for the Evaluation of the Features of Journal Bearings in External Gear Machines”, zaprezentowano na ASME/BATH 2015 Symposium on Fluid Power and Motion Control, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, sty. 2016. doi: 10.1115/FPMC2015-9540.
- [10] D. Jagarajan i A. Vacca, „Mixed Lubrication Effects in the Lateral Lubricating Interfaces of External Gear Machines: Modelling and Experimental Validation”, *Energies*, t. 10, nr 1, Art. nr 1, sty. 2017, doi: 10.3390/en10010111.
- [11] D. Jagarajan, S. Dhar, i A. Vacca, „Improvement of Lubrication Performance in External Gear Machines through Micro-surface Wedged Gears”, *Tribol. Trans.*, t. 60, nr 2, s. 337–348, mar. 2017, doi: 10.1080/10402004.2016.1168898.
- [12] J. Krawczyk i J. Stryczek, „Design and Experimental Research of a Plastic Gerotor Pump”, zaprezentowano na 2018 Global Fluid Power Society PhD Symposium, GFPS 2018, 2018. doi: 10.1109/GFPS.2018.8472370.

-
- [13] J. Stryczek, S. Bednarczyk, i K. Biernacki, „Strength analysis of the polyoxymethylene cycloidal gears of the gerotor pump”, *Arch. Civ. Mech. Eng.*, t. 14, nr 4, s. 647–660, grudz. 2014, doi: 10.1016/j.acme.2013.12.005.
- [14] G. Mendoza, A. Igartua, B. Fernandez-Diaz, F. Urquiola, S. Vivanco, i R. Arguizoniz, „Vegetable oils as hydraulic fluids for agricultural applications”, *Grasas Aceites*, t. 62, nr 1, s. 29–38, mar. 2011, doi: 10.3989/gya.056210.
- [15] T. Regueira, L. Lugo, O. Fandiño, E. R. López, i J. Fernández, „Compressibilities and viscosities of reference and vegetable oils for their use as hydraulic fluids and lubricants”, *Green Chem.*, t. 13, nr 5, s. 1293, 2011, doi: 10.1039/c0gc00597e.
- [16] B. Kamyab, R. Beims, D. W. Chambers, A. S. Bassi, i C. Xu, „Sustainable production of high-performance bio-based hydraulic fluids from vegetable oils: Recent advances, current challenges, and future perspectives”, *Biomass Bioenergy*, t. 183, 2024, doi: 10.1016/j.biombioe.2024.107160.
- [17] A. T. Olszak, *Elementy napędów hydraulicznych z nowymi cieczami roboczymi*. Puławy ; Radom: Łukasiewicz - Instytutu Technologii Eksploatacji. Wydawnictwo Naukowe, 2023.
- [18] A. Olszak, K. Osowski, I. Musiałek, E. Rogoś, A. Kęsy, i Z. Kęsy, „Application of Plant Oils as Ecologically Friendly Hydraulic Fluids”, *Appl. Sci.*, t. 10, nr 24, s. 9086, grudz. 2020, doi: 10.3390/app10249086.
- [19] A. P. Bychenin, O. S. Volodko, i D. N. Bazhutov, „Alternative rapeseed based oil fluid for hydraulic systems of tractors”, *BIO Web Conf.*, t. 37, s. 00030, 2021, doi: 10.1051/bioconf/20213700030.
- [20] M. Borghi, B. Zardin, i E. Specchia, „External Gear Pump Volumetric Efficiency: Numerical and Experimental Analysis”, zaprezentowano na SAE 2009 Commercial Vehicle Engineering Congress & Exhibition, paź. 2009, s. 2009-01–2844. doi: 10.4271/2009-01-2844.
- [21] P. Casoli, A. Vacca, i G. Franzoni, „A Numerical Model for the Simulation of External Gear Pumps”, sty. 2005, Dostęp: 28 kwiecień 2025. [Online]. Dostępne na: https://www.academia.edu/22750343/A_Numerical_Model_for_the_Simulation_of_External_Gear_Pumps
- [22] D. Li i in., „Analysis of Efficiency Characteristics of a Deep-Sea Hydraulic Power Source”, *Lubricants*, t. 11, nr 11, 2023, doi: 10.3390/lubricants11110485.
- [23] A. Wahab, „Analytical Prediction Technique for Internal Leakage in an External Gear Pump”, zaprezentowano na ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, luty 2010, s. 85–92. doi: 10.1115/GT2009-59287.
- [24] Rituraj, T. Ransegnola, i A. Vacca, „An Investigation on the Leakage Flow and Instantaneous Tooth Space Pressure in External Gear Machines”, w *2018 Global Fluid Power Society PhD Symposium (GFPS)*, lip. 2018, s. 1–8. doi: 10.1109/GFPS.2018.8472358.
- [25] M. Pellegrini i A. Vacca, „Numerical simulation of Gerotor pumps considering rotor micro-motions”, *Meccanica*, t. 52, nr 8, s. 1851–1870, cze. 2017, doi: 10.1007/s11012-016-0536-6.

-
- [26] G. Totaro, B. Zardin, M. Borghi, i F. Scolari, „Modelling of a Gerotor pump including the evaluation of the micro-movements of the external gear”, *J. Phys. Conf. Ser.*, t. 2648, nr 1, s. 012049, grudz. 2023, doi: 10.1088/1742-6596/2648/1/012049.
- [27] J. Zhu, H. Li, S. Wei, J. Fu, i X. Xu, „An approach of simulating journal bearings-gear pump system including components’ cavitation”, *Simul. Model. Pract. Theory*, t. 108, s. 102236, kwi. 2021, doi: 10.1016/j.simpat.2020.102236.
- [28] M. Borghi i B. Zardin, „Axial Balance of External Gear Pumps and Motors: Modelling and Discussing the Effect of Elastohydrodynamic Lubrication in the Axial Gap”, zaprezentowano na ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, mar. 2016. doi: 10.1115/IMECE2015-51632.
- [29] S. Dhar i A. Vacca, „A novel FSI–thermal coupled TEHD model and experimental validation through indirect film thickness measurements for the lubricating interface in external gear machines”, *Tribol. Int.*, t. 82, s. 162–175, luty 2015, doi: 10.1016/j.triboint.2014.10.007.
- [30] S. Dhar i A. Vacca, „A fluid structure interaction—EHD model of the lubricating gaps in external gear machines: Formulation and validation”, *Tribol. Int.*, t. 62, s. 78–90, cze. 2013, doi: 10.1016/j.triboint.2013.02.008.
- [31] E. Mucchi, G. Dalpiaz, i A. Fernández del Rincón, „Elastodynamic analysis of a gear pump. Part I: Pressure distribution and gear eccentricity”, *Mech. Syst. Signal Process.*, t. 24, nr 7, s. 2160–2179, paź. 2010, doi: 10.1016/j.ymssp.2010.02.003.
- [32] E. Mucchi, G. Dalpiaz, i A. Rivola, „Elastodynamic analysis of a gear pump. Part II: Meshing phenomena and simulation results”, *Mech. Syst. Signal Process.*, t. 24, nr 7, s. 2180–2197, paź. 2010, doi: 10.1016/j.ymssp.2010.02.004.
- [33] S. Stryczek, *Napęd hydrostatyczny. T. 1, Elementy*, Wyd. 4, 3 dodr. w Podręczniki Akademickie. Warszawa: Wydawnictwo WNT, 2015.
- [34] M. Pellegri, A. Vacca, E. Frosina, D. Buono, i A. Senatore, „Numerical analysis and experimental validation of Gerotor pumps: A comparison between a lumped parameter and a computational fluid dynamics-based approach”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, t. 231, nr 23, s. 4413–4430, grudz. 2017, doi: 10.1177/0954406216666874.
- [35] M. Rundo i A. Corvaglia, „Lumped Parameters Model of a Crescent Pump”, *Energies*, t. 9, nr 11, Art. nr 11, lis. 2016, doi: 10.3390/en9110876.
- [36] A. Vacca i M. Guidetti, „Modelling and experimental validation of external spur gear machines for fluid power applications”, *Simul. Model. Pract. Theory*, t. 19, nr 9, s. 2007–2031, paź. 2011, doi: 10.1016/j.simpat.2011.05.009.
- [37] G. Marinaro, E. Frosina, i A. Senatore, „A Numerical Analysis of an Innovative Flow Ripple Reduction Method for External Gear Pumps”, *Energies*, t. 14, nr 2, Art. nr 2, sty. 2021, doi: 10.3390/en14020471.
- [38] K. Choudhuri, N. Biswas, S. Kumar Mandal, C. Mitra, i S. Biswas, „A numerical study of an external gear pump operating under different conditions”, *Mater. Today Proc.*, grudz. 2022, doi: 10.1016/j.matpr.2022.12.008.

-
- [39] E. Frosina i in., „A Tridimensional CFD Analysis of the Lubrication Circuit of a Non-Road Application Diesel Engine”, zaprezentowano na 11th International Conference on Engines & Vehicles, wrz. 2013, s. 2013-24–0130. doi: 10.4271/2013-24-0130.
- [40] G. Muzzioli, L. Montorsi, A. Polito, A. Lucchi, A. Sassi, i M. Milani, „About the effect of Eco-Friendly Fluids on the Performance of an External Gear Pump”, *Energies*, t. 14, nr 4, Art. nr 4, sty. 2021, doi: 10.3390/en14040799.
- [41] E. Frosina, A. Senatore, D. Buono, i L. Santato, „Analysis and Simulation of an Oil Lubrication Pump for Internal Combustion Engines”, *J. Fluids Eng.*, t. 137, nr 051102, maj 2015, doi: 10.1115/1.4029442.
- [42] W. Strasser, „CFD Investigation of Gear Pump Mixing Using Deforming/Agglomerating Mesh”, *J. Fluids Eng.*, t. 129, nr 4, s. 476–484, paź. 2006, doi: 10.1115/1.2436577.
- [43] A. Mitov, N. Nikolov, K. Nedelchev, i I. Kralov, „CFD Modeling and Experimental Validation of the Flow Processes of an External Gear Pump”, *Processes*, t. 12, nr 2, Art. nr 2, luty 2024, doi: 10.3390/pr12020261.
- [44] F. Orlandi, G. Muzzioli, M. Milani, F. Paltrinieri, i L. Montorsi, „Development of a Numerical Approach for the CFD Simulation of a Gear Pump under Actual Operating Conditions”, *Fluids*, t. 8, nr 9, Art. nr 9, wrz. 2023, doi: 10.3390/fluids8090244.
- [45] A. Corvaglia, M. Rundo, P. Casoli, i A. Lettini, „Evaluation of Tooth Space Pressure and Incomplete Filling in External Gear Pumps by Means of Three-Dimensional CFD Simulations”, *Energies*, t. 14, nr 2, Art. nr 2, sty. 2021, doi: 10.3390/en14020342.
- [46] D. del Campo, R. Castilla, G. A. Raush, P. J. Gamez Montero, i E. Codina, „Numerical Analysis of External Gear Pumps Including Cavitation”, *J. Fluids Eng.*, t. 134, nr 081105, sie. 2012, doi: 10.1115/1.4007106.
- [47] Y. Yoon, B.-H. Park, J. Shim, Y.-O. Han, B.-J. Hong, i S.-H. Yun, „Numerical simulation of three-dimensional external gear pump using immersed solid method”, *Appl. Therm. Eng.*, t. 118, s. 539–550, maj 2017, doi: 10.1016/j.applthermalfeng.2017.03.014.
- [48] S. Kumaresh i M. Y. Kim, „Numerical simulation of flow behavior in a urea liquid external gear pump with immersed solid method”, *J. Mech. Sci. Technol.*, t. 38, nr 2, s. 703–710, luty 2024, doi: 10.1007/s12206-024-0120-2.
- [49] M. Močilan, Š. Husár, J. Labaj, i M. Žmindák, „Non-stationary CFD Simulation of a Gear Pump”, *Procedia Eng.*, t. 177, s. 532–539, sty. 2017, doi: 10.1016/j.proeng.2017.02.257.
- [50] R. Castilla, P. J. Gamez-Montero, N. Ertürk, A. Vernet, M. Coussirat, i E. Codina, „Numerical simulation of turbulent flow in the suction chamber of a gear pump using deforming mesh and mesh replacement”, *Int. J. Mech. Sci.*, t. 52, nr 10, s. 1334–1342, paź. 2010, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2010.06.009.
- [51] A. Corvaglia, M. Rundo, S. Bonati, i M. Rigosi, „Simulation and Experimental Activity for the Evaluation of the Filling Capability in External Gear Pumps”, *Fluids*, t. 8, nr 9, Art. nr 9, wrz. 2023, doi: 10.3390/fluids8090251.
- [52] E. Frosina, A. Senatore, i M. Rigosi, „Study of a High-Pressure External Gear Pump with a Computational Fluid Dynamic Modeling Approach”, *Energies*, t. 10, nr 8, Art. nr 8, sie. 2017, doi: 10.3390/en10081113.

-
- [53] L. Gao, X. Hu, W. Liu, i D. Sun, „Study on wear mechanism of gear pump end plate of combined harvester based on CFD fluid analysis”, *Concurr. Comput. Pract. Exp.*, t. 31, nr 10, s. e4711, 2019, doi: 10.1002/cpe.4711.
- [54] R. Castilla, P. J. Gamez-Montero, D. del Campo, G. Raush, M. Garcia-Vilchez, i E. Codina, „Three-Dimensional Numerical Simulation of an External Gear Pump With Decompression Slot and Meshing Contact Point”, *J. Fluids Eng.*, t. 137, nr 041105, kwi. 2015, doi: 10.1115/1.4029223.
- [55] N. Dhote, M. Khond, i S. Chouhan, „Wear performance analysis and simulation of external gear pump”, *AIP Conf. Proc.*, t. 2469, nr 1, s. 020004, mar. 2022, doi: 10.1063/5.0080635.
- [56] E. Mucchi, G. Dalpiaz, i A. Rivola, „Dynamic behavior of gear pumps: effect of variations in operational and design parameters”, *Meccanica*, t. 46, nr 6, s. 1191–1212, grudz. 2011, doi: 10.1007/s11012-010-9376-y.
- [57] W. Kollek, J. Maćkiewicz, i W. Kollek, *Teoria i obliczanie pomp zębatych: Kadłuby i układy napięte wstępnie*. Wrocław: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, 1999.
- [58] P. Osiński, *Wysokociśnieniowe i niskopulsacyjne pompy zębate o zazębieniu zewnętrznym*. Wrocław: Oficyna Wydawn. Politechn., 2013.
- [59] W. Kollek, *Podstawy projektowania napędów i sterowań hydraulicznych*. Wrocław: Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2004.
- [60] F. Rituraj, A. Vacca, i M. A. Morselli, „Modeling of manufacturing errors in external gear machines and experimental validation”, *Mech. Mach. Theory*, t. 140, s. 457–478, paź. 2019, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.06.016.
- [61] W. Xu i in., „An advanced pressure pulsation model for external gear pump”, *Mech. Syst. Signal Process.*, t. 187, s. 109943, mar. 2023, doi: 10.1016/j.ymssp.2022.109943.
- [62] G. W. Stachowiak i A. W. Batchelor, Red., „Engineering Tribology”, w *Engineering Tribology (Fourth Edition)*, Boston: Butterworth-Heinemann, 2013, s. i. doi: 10.1016/B978-0-12-397047-3.00018-7.
- [63] R. Guo, Y. Li, Y. Shi, H. Li, J. Zhao, i D. Gao, „Research on Identification Method of Wear Degradation of External Gear Pump Based on Flow Field Analysis”, *Sensors*, t. 20, nr 14, Art. nr 14, sty. 2020, doi: 10.3390/s20144058.
- [64] P. Osiński, P. Bury, i R. Cieśliski, „Optimizing the Break-in Process of High-Pressure Gear Pumps”, w *Advances in Hydraulic and Pneumatic Drives and Control 2020*, J. Stryczek i U. Warzyńska, Red., w *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Cham: Springer International Publishing, 2021, s. 65–75. doi: 10.1007/978-3-030-59509-8_6.
- [65] E. Mucchi, G. D’Elia, i G. Dalpiaz, „Simulation of the running in process in external gear pumps and experimental verification”, *Meccanica*, t. 47, nr 3, s. 621–637, mar. 2012, doi: 10.1007/s11012-011-9470-9.
- [66] R. Jasiński, „Problems of the starting and operating of hydraulic components and systems in low ambient temperature: Part II Determining the clearance between cooperating elements during the hydraulic components start-up in extremely low ambient temperatures on the grounds of experimental research”, *Pol. Marit. Res.*, t. 16, nr 1, sty. 2009, doi: 10.2478/v10012-008-0012-x.

-
- [67] E. Shiju, Y. Lijuan, J. Baode, i L. Meiyu, „Basing on the Gear Pump’s Radial Deformation to the Leakage Effects of Finite Element Analysis”, w *2009 International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, sie. 2009, s. 327–330. doi: 10.1109/IHMISC.2009.205.
- [68] R. Rituraj, A. Vacca, i M. A. Morselli, „Thermal Modelling of External Gear Machines and Experimental Validation”, *Energies*, t. 13, nr 11, Art. nr 11, sty. 2020, doi: 10.3390/en13112920.
- [69] M. Rundo, „Energy Consumption in ICE Lubricating Gear Pumps”, zaprezentowano na SAE 2010 Powertrains Fuels & Lubricants Meeting, paź. 2010, s. 2010-01–2146. doi: 10.4271/2010-01-2146.
- [70] H. Li, C. Yang, i P. Zhou, „The finite element analysis and optimizations of shells of internal gear pumps based on ANSYS”, zaprezentowano na Proceedings of 2011 International Conference on Fluid Power and Mechatronics, FPM 2011, 2011, s. 185–190. doi: 10.1109/FPM.2011.6045754.
- [71] R. Cinar, M. Ucar, H. K. Celik, M. Z. Firat, i A. E. W. Rennie, „Pressure Determination Approach in Specific Pressure Regions and FEM-Based Stress Analysis of the Housing of an External Gear Pump”, *Exp. Tech.*, t. 40, nr 2, s. 489–499, kwi. 2016, doi: 10.1007/s40799-016-0050-8.
- [72] W. Kollek, P. Osiński, i U. Warzyńska, „The Influence of Gear Micropump Body Asymmetry On Stress Distribution”, *Pol. Marit. Res.*, t. 24, nr 1, s. 60–65, mar. 2017, doi: 10.1515/pomr-2017-0007.
- [73] P. Osiński i U. Warzyńska, „FEM Strength Analysis of Circumferential Compensation with Integrated Lips in Gear Pumps”, *Energies*, t. 15, nr 7, Art. nr 7, sty. 2022, doi: 10.3390/en15072691.
- [74] A. K. Jeevanantham i C. Pandivelan, „TOPOLOGY AND SHAPE OPTIMIZATION OF GEAR CASING USING FINITE ELEMENT AND TAGUCHI BASED STATISTICAL ANALYSES”, *ARPJ. Eng. Appl. Sci.*, t. 11, nr 23, s. 13721–13734, 2016.
- [75] W. Kollek i U. Radziwanowska, „Energetic efficiency of gear micropumps”, *Arch. Civ. Mech. Eng.*, t. 15, nr 1, s. 109–115, sty. 2015, doi: 10.1016/j.acme.2014.05.005.
- [76] S. Kini, N. Mapara, R. Komers, P. Chang, i M. Nemec, „Numerical Simulation of Cover Plate Deformation in the Gerotor Pump”, zaprezentowano na SAE 2005 World Congress & Exhibition, kwi. 2005, s. 2005-01–1917. doi: 10.4271/2005-01-1917.
- [77] D. Roy, „Mechanics and FEM estimation of deformation, gaps and stresses generated in star-ring active contacts of GEROTOR units during operation”, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, t. 43, nr 9, s. 429, sie. 2021, doi: 10.1007/s40430-021-03132-z.
- [78] O. Zharkevich i in., „Parametric Optimization of a New Gear Pump Casing Based on Weight Using a Finite Element Method”, *Appl. Sci.*, t. 13, nr 22, Art. nr 22, sty. 2023, doi: 10.3390/app132212154.
- [79] O. C. Gheorghe, G. Ionut, i P. Mircea, „Embedded modelling and simulation software system for adaptive engineering of hydraulic gear pumps”, zaprezentowano na Annals of DAAAM and Proceedings of the International DAAAM Symposium, 2015, s. 311–319. doi: 10.2507/26th.daaam.proceedings.042.
- [80] R. Cieśllicki, J. Karliński, i P. Osiński, „Numerical analysis of stress in a positive displacement external gear pump loaded by the tension of the bolts”, w *ENGINEERING*

- MECHANICS 2018, 24th INTERNATIONAL CONFERENCE*, C. Fisher i J. Náprstek, Red., Svratka, Czech Republic, maj 2018, s. 165–168. doi: 10.21495/91-8-165.
- [81] D. Roy, R. Maiti, i P. K. Das, „Mechanics and FEM estimation of gaps generated in star-ring active contacts of ORBIT motor during operation”, *Int. J. Mech. Mater. Des.*, t. 16, nr 1, s. 69–89, mar. 2020, doi: 10.1007/s10999-019-09455-z.
- [82] R. Maiti, „Active Contact Problems in Epitrochoid Generated ‘Floating Axis’ Orbital Rotary Piston Machines”, *J. Eng. Ind.*, t. 115, nr 3, s. 337–340, sie. 1993, doi: 10.1115/1.2901669.
- [83] J. Stryczek, K. Biernacki, i J. Krawczyk, „Designing Gear Pump Bodies Using FEM”, w *Proceedings of the 14th International Science Conference: Computer Aided Engineering*, E. Rusiński i D. Pietrusiak, Red., Cham: Springer International Publishing, 2019, s. 767–783. doi: 10.1007/978-3-030-04975-1_89.
- [84] G. Altare i M. Rundo, „Advances in simulation of gerotor pumps: An integrated approach”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, t. 231, nr 7, s. 1221–1236, kwi. 2017, doi: 10.1177/0954406217694663.
- [85] P. Osiński, *Wysokosprawnościowe pompy zębate*. Wrocław: Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2019.
- [86] H. Teruyama, „Seal mechanism in gear pumps or motors”, US4281974A, 4 sierpień 1981
- [87] J. A. Lauck, „Pressure loaded gear pump”, US3057303A, 9 październik 1962
- [88] F. E. Norlin, „Pressure loaded gear pump”, US2822759A, 11 luty 1958
- [89] O. Eckerle, „High pressure gear pump or motor with compensation for play and wear”, US3472170A, 14 październik 1969
- [90] J. J. Sceld, C. W. Grennan, i L. R. A. ord, „Gear pump with travel limited tied wear block”, US3597131A, 3 sierpień 1971
- [91] E. Wiczkowski, P. Osiński, W. Kollek, i A. Kania, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL221099B1, 29 luty 2016
- [92] R. Schepp, N. Alaze, i G. Bloesch, „Zahnradpumpe”, DE102006034386B4, 26 październik 2017
- [93] P. Osiński, „Pompa zębata”, PL223649B1, 31 październik 2016
- [94] P. Osiński, R. Cieśllicki, i P. Bury, „Pompa o zazębieniu zewnętrznym”, PL234070B1, 31 styczeń 2020
- [95] P. Osiński, R. Cieśllicki, i P. Bury, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL233989B1, 31 grudzień 2019
- [96] P. Osiński, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL221128, 13 sierpień 2012
- [97] E. Wiczkowski, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL397540A1, 21 maj 2012
- [98] P. Osiński, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL221127B1, 13 sierpień 2012
- [99] J. Karliński i R. Cieśllicki, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym z kompensacją luzu obwodowego”, PL443079A, 10 czerwiec 2024

-
- [100] M. Eaton, P. S. Keogh, i K. A. Edge, „The Modelling, Prediction, and Experimental Evaluation of Gear Pump Meshing Pressures with Particular Reference to Aero-Engine Fuel Pumps”, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part I*, t. 220, nr 5, s. 365–379, sie. 2006, doi: 10.1243/09596518JSCE183.
- [101] S. Wang, H. Sakura, i A. Kasarekar, „Numerical modelling and analysis of external gear pumps by applying generalized control volumes”, *Math. Comput. Model. Dyn. Syst.*, t. 17, nr 5, s. 501–513, paź. 2011, doi: 10.1080/13873954.2011.577556.
- [102] S. Falfari i P. Pelloni, „Setup of a 1D Model for Simulating Dynamic Behaviour of External Gear Pumps”, zaprezentowano na SAE 2007 Commercial Vehicle Engineering Congress & Exhibition, paź. 2007, s. 2007-01–4228. doi: 10.4271/2007-01-4228.
- [103] K. Biernacki i J. Stryczek, „Analysis of Stress and Deformation in Plastic Gears Used in Gerotor Pumps”, *J. Strain Anal. Eng. Des.*, t. 45, nr 7, s. 465–479, paź. 2010, doi: 10.1243/03093247JSA630.
- [104] P. Osiński i P. Bury, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL230846B1, 31 grudzień 2018
- [105] P. Osiński i R. Cieśllicki, „Pompa zębata o zazębieniu zewnętrznym”, PL230845B1, 31 grudzień 2018
- [106] P. Osiński i P. J. Bury, „Opracowanie procedury docierania wysokociśnieniowych pomp zębatych na zmodernizowanym stanowisku”, Politechnika Wrocławska, Wrocław, Raporty Wydziału Mechanicznego, Ser. SPR 167, 2016.
- [107] R. Cieśllicki, J. Karliński, i P. Osiński, „Numerical Model of an External Gear Pump and Its Validation”, w *Proceedings of the 14th International Scientific Conference: Computer Aided Engineering*, E. Rusiński i D. Pietrusiak, Red., Cham: Springer International Publishing, 2019, s. 96–103. doi: 10.1007/978-3-030-04975-1_12.
- [108] R. Jasiński, „Volumetric and Torque Efficiency of Pumps During Start-up in Low Ambient Temperatures”, w *Advances in Hydraulic and Pneumatic Drives and Control 2020*, J. Stryczek i U. Warzyńska, Red., w *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, Cham: Springer International Publishing, 2021, s. 28–39. doi: 10.1007/978-3-030-59509-8_3.
- [109] N. Nikolov, A. Mitov, i I. Kralov, „Advanced 2D Computational Fluid Dynamics Model of an External Gear Pump Considering Relief Grooves”, *Appl. Sci.*, t. 14, nr 10, Art. nr 10, sty. 2024, doi: 10.3390/app14104299.
- [110] B. Xu, Q. Liu, Z. Zhu, Y. Gao, C. Li, i Y. Zhang, „The Effect of the Rotation Speed on the Internal Flow Characteristics of an Aircraft Fuel Gear Pump”, *Processes*, t. 12, nr 3, Art. nr 3, mar. 2024, doi: 10.3390/pr12030576.
- [111] P. Osiński i G. Chruścielski, „Strength calculations of an element compensating circumferential backlash in the external gear pump”, *J. Theor. Appl. Mech.*, t. 54, nr 1, Art. nr 1, sty. 2016, doi: 10.15632/jtam-pl.54.1.251.
- [112] P. Osiński, G. Chruścielski, i L. Korusiewicz, „Theoretical and Experimental Fatigue Strength Calculations of Lips Compensating Circumferential Backlash in Gear Pumps”, *Energies*, t. 14, nr 1, Art. nr 1, sty. 2021, doi: 10.3390/en14010251.
- [113] P. Osiński, „Strength Calculation Methodology for Circumferential Backlash Compensation with Integrated Lips”, w *Advances in Hydraulic and Pneumatic Drives and*

Control 2020, J. Stryczek i U. Warzyńska, Red., Cham: Springer International Publishing, 2021, s. 50–64. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-59509-8_5.