Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Łukasza Bielaka "Application of stochastic processes for modelling market risk factors in a mining company"

Omówienie rozprawy doktorskiej

Rozprawa dotyczy zastosowania procesów stochastycznych w modelowaniu danych rzeczywistych (ceny surowców, kursy wymiany walut, dane z rynku energii). Zaproponowane w pracy modele uwzględniają zmienność danych w czasie (w tym współczynników stochastycznego równania różniczkowego) i zakładają brak spełnienia założenia o normalności, które to często przyjmowane jest w zastosowaniach. Praca składa się z ośmiu rozdziałów, w tym cztery przedstawiają uzyskane wyniki (rozdziały 4-7). Dodatkowo rozdział 1 zawiera krótkie wprowadzenie, w rozdziale 2 przestawione są główne cele rozprawy i ich umotywowane z uwzględnieniem potrzeb/problemów, z którymi mierzy się firma KGHM Polska Miedź S.A.. Rozdział 8 poświęcony jest możliwym zastosowaniom uzyskanych wyników w problemach zarządzania ryzykiem w przedsiębiorstwach przemysłowych. Poniżej przedyskutowane zostaną szczegółowo główne wyniki rozprawy (rozdziały 4-7).

Rozdział 4 poświęcony jest modelowaniu cen miedzi. W pierwszej części rozdziału do mdelowania tego typu danych zaproponowano wykorzystanie procesu opisanego przez stochastyczne równanie różniczkowe postaci

$$dX_t = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)X_t)dt + (\beta_1(t) + \beta_2(t)X_t)dS_t,$$

gdzie $\alpha_1(t), \alpha_2(t), \beta_1(t), \beta_2(t)$ są funkcjami o wartościach rzeczywistych, a przyrosty dS_t procesu S_t są ciągiem niezależnych zmiennych losowych ze skośnego uogólnionego rozkładu t (SGT). W pierwszej kolejności dla każdej rozważanej chwili czasu wartości $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot)$ przybliżane są przy pomocy rozwinięcia Taylora (którego rząd jest parametrem), a następnie definiowana jest funkcja straty (z kwadratową funkcją kary). Funkcja ta zależy od 5 parametrów, których optymalne wartości uzyskiwane są przy pomocy minimalizacji odpowiednich ważonych błędów średniokwadratowych i statystyki rozszerzonego testu Dickeya-Fullera. W końcu funkcja starty (wyrażona przy pomocy optymalnych wartości parametrów) jest minimalizowana w celu uzyskania wyestymowanych wartości $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot)$. Następnie wartości funkcji $\beta_1(\cdot), \beta_2(\cdot)$ są przybliżane przy pomocy rozwinięcia Taylora, konstruowana jest funkcja wiarogodności, której parametry uzyskiwane są przy pomocy minimalizacji statystyki testu Breuscha-Pagana. W ostatnim kroku numerycznie znajdowane jest maksimum funkcji wiarogodności. Po wyestymowaniu wartości funkcji $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot), \beta_1(\cdot), \beta_2(\cdot)$ konstruowana jest funkcja wiarogodności, której maksimum wyznacza wartości parametrów dla rozkładu reszt, który jest rozkładem typu SGT. Zachowanie algorytmu zostało zaprezentowane na przykładzie symulacyjnym, a następnie został on użyty w problemie modelowania cen miedzi. W dalszej części rozdziału rozważane jest stochastyczne równanie różniczkowe opisujące problem, w którym proces może mieć dwie formy, a przełączanie między nimi następuje w losowych chwilach czasu:

$$dX_t = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)X_t)dt + (1 - H_t)\sigma_1 dS_t^1 + H_t\sigma_2 dS_t^2,$$

gdzie procesy $\{S_t^1\}$ i $\{S_t^2\}$ są niezależne i mają niezależne stacjonarne przyrosty o rozkładach typu SGT. Proces $\{H_t\}$ przyjmuje wartość 0 lub 1 w zależności od tego czy X_t jest w stanie C_1 czy C_2. W celu uzyskania wyestymowanych wartości $\alpha_1(\cdot), \alpha_2(\cdot)$ minimalizowana jest funkcja straty typu Chabonniera z kwadratową funkcją kary. Minimum funkcji znajdowane jest przy wykorzystaniu metod numerycznych. Następnie przyjęto, że $\{H_{t_i}\}$ jest ukrytym łańcuchem Markowa. Estymacja macierzy przejścia umożliwia uzyskanie wyestymowanych wartości parametrów rozkładów SGT (przy wykorzystaniu funkcji wiarogodności). Następnie algorytm zilustrowany jest na przykładzie symulacyjnym i zastosowany do danych rzeczywistych (dzienne ceny miedzi).

Rozdział 5 poświęcony jest budowie modelu do analizy kursów walut. W tym przypadku rozpatrywane równanie opisujące proces jest postaci

$$dX_t = (\alpha(t) + \beta(t)X_t)dt + \sigma X_t^d dS_t,$$

gdzie $\{S_t\}$ jest procesem o stacjonarnych przyrostach z rozkładu SGT. Jest to uogólnienie modelu Chan-Karolyi-Longstaff-Sanders (CKLS), w którym $\{S_t\}$ jest ruchem Browna. W celu estymacji parametrów modelu wykorzystana jest uogólniona metoda momentów. Zachowanie modelu zostało przebadane na przykładzie symulacyjnym. Następnie wprowadzony został współczynnik walidacji Φ_M dla modelu M, którego konstrukcja wywodzi się z idei wykresu kwantylowego. Jednakże w tym przypadku chcemy porównać model dopasowany do danych historycznych z danymi z okresu testowego. Dane rzeczywiste wykorzystane tym rozdziale dotyczą kursów wymiany EUR/USD i USD/PLN. Pokazana jest przewaga zaproponowanego modelu nad klasycznym. W ostatniej części rozdziału poruszony jest problem wyboru długości bloku danych użytych do kalibracji modelu. Ze względu na zmienność w czasie, nie zawsze wykorzystanie pełnych danych historycznych jest optymalnym wyborem. W celu wyboru odpowiedniej długości bloku danych historycznych wykorzystany jest uogólniony model Vasiceka, w którym parametry zmieniają się w czasie. Parametry modelu estymowane są na podstawie danych historycznych o różnej długości, a następnie porównywana jest jakość uzyskanej predykcji w różnych przypadkach. Do tego celu używany jest m.in. wprowadzony wcześniej współczynnik walidacji. Uzyskane wyniki podsumowane są w dwóch dużych tabelach (5.6 i 5.7), jednakże brakuje w tej sekcji ich szczegółowego omówienia.

Rozdział 6 poświęcony jest rozważaniu problemu modelowania ryzyka w przypadku dwuwymiarowym. Rozważany jest model autoregresyjny dwuwymiarowy model VAR rzędu pierwszego, w którym reszty mają rozkład α-stabilny. Wykorzystany jest on do analizy danych dwuwymiarowych zawierających ceny miedzi wyrażone w USB i kursy wymiany USD/PLN. Ponadto przyjęto, że w pewnej chwili czasu współczynniki modelu VAR(1) ulegają zmianie. W modelowaniu przejścia między dwoma rozważanymi przypadkami wykorzystano ukryte łańcuchy Markowa. Dodatkowo rozważany jest też przypadek, w którym przyjmuje się brak zależności pomiędzy cenami miedzi, a kursami wymiany walut.

Rozdział 7 poświęcony jest modelowaniu danych z rynku energii w Danii. W tym celu rozważany jest dwuwymiarowy model VAR(1) z resztami pochodzącymi z rozkładu normalnego i t-Studenta. Iloczyn składowych rozważanego wektora zmiennych wykorzystany jest do opisu kosztu błędu prognozy zapotrzebowania na energię. W tym przypadku dobrym wyborem okazuje się rozkład t-Studenta. Rozważone zostały trzy przypadki ze względu na zależność rozpatrywanych jednowymiarowych szeregów czasowych: niezależność, zależność wyłącznie reszt w modelu VAR(1), zależność wyłącznie poprzez współczynniki modelu VAR(1).

Uwagi dodatkowe:

1. Skróty takie jak np. SGT powinny być wprowadzone przy pierwszym użyciu. W rozprawie wyjaśnienie znaczenia SGT pojawia się w rozdziale 4 (str. 15), a użyty jest już na stronie 2.

2. Pod wzorem (4.6) brakuje informacji czym jest T opisujące dziedziny rozważanych funkcji.

3. Warto byłoby porównać wyniki otrzymane w rozdziale 4 dla innej funkcji kary, w szczególności metoda lasso mogłaby poprawić otrzymane rezultaty.

4. Kilkakrotnie w pracy używany jest test Kolmogorova-Smirnova (KS) przy analizie danych rzeczywistych (np. na str. 30, 42, 79, 111). W tym przypadku parametry rozkładu są estymowane, a w pracy nie zostało wyjaśnione jak liczone są p-wartości, a te uzyskane bezpośrednio z testu KS są nieprawidłowe.

5. Ciekawym byłoby porównanie wyników uzyskanych w rozdziale 4.2 z podejściem wykorzystującym techniki wykrywające punkty zmiany.

6. Strona 35, druga linijka od dołu powinno być "probability of $\{H_{t_i}\}$" w miejsce "probability of $\{W_{t_i}\}$".

7. Brakuje informacji o możliwym zakresie wartości parametru d we wzorze (5.1).

8. W opisie algorytmu w sekcji 5.1.1 dwukrotnie (st. 50) następuje odwołanie do równań (7.2). Wzór (7.2) to macierz na str. 88. W konsekwencji opis algorytmu nie jest w pełni zrozumiały.

9. Problem poruszony np. w rozdziale 5.2 występowania punktów zmiany w obserwowanych szeregach czasowych i problem doboru w takim przypadku odp. długości bloku danych historycznych jest ważny, jednakże wydaje się kluczowym zastosowanie w tym wypadku technik pomgających wykryć takie punkty. Warto byłoby spróbować zastosować takie techniki do rozważanych szeregów i porównać z proponowanym podejściem. Na pewno ułatwiłoby to dobór długości danych historycznych wykorzystanych do budowy modelu. W danych finansowych czasem punkty te są oczywiste (np. wystąpienie jakiegoś kryzysu) i uwzględnienie takiej wiadomości powinno znacząco poprawić własności predykcyjne modelu.

Wyniki przedstawione w pracy doktorskiej zostały opublikowane w 7 artykułach (jeden z 4 współautorami, 4 z 3 współautorami i 2 z dwoma współautorami). Dodatkowo jeden artykuł z 3 współautorami został wysłany do recenzji. Mgr Bielak jest pierwszym autorem w 2 publikacjach: w *Proceedings in Earth and Geosciences* (praca wspólna z P. Miśta, A. Michalak, A. Wyłomańska) oraz w czasopiśmie *Resources Policy*. Pozostałe ukazały się w czasopismach: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *Theoretical Economics Letters*, *Mathematics*, i w książce wydanej po konferencji *Chaari F.et al. (eds) Nonstationary Systems: Theory and Applications. Applied Condition Monitoring, Springer.* Zgodnie ze złożonym przez mgr. Bielaka oświadczeniem, jego wkład pracy we wszystkie artykuły, na których oparta została rozprawa, jest znaczący (2 artkuły z 50% udziałem, 3 z 45%, a pozostałe 25-35%). Tematyka rozprawy jest ważna i aktualna. Zaprezentowane w pracy obliczenia są według mnie poprawne. Modele przedstawione w pracy są dobrze umotywowane praktycznymi zastosowaniami, mają solidną podbudowę teoretyczną i zostały rzetelnie zweryfikowane empirycznie.

Wnioski

Praca doktorska mgr. Łukasza Bielaka spełnia wszystkie wymogi stawiane rozprawom doktorskim w dyscyplinie matematyka. Wnoszę o dopuszczenie p. Łukasza Bielaka do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Kraków, 7 stycznia 2023

Anna Dudek

dr hab. Anna Dudek, prof. AGH