Doc. dr inż. Krzysztof Bartoszek Linköping, 10 stycznia 2023

Recenzja pracy doktorskiej mgra Łukasza Bielaka pt. "Application of stochastic processes for modelling market risk factors in a mining company"

1 Streszczenie

Przedłożona rozprawa pana mgra Bielaka składa się z ośmiu rozdziałów. Pierwsze trzy rozdziały to wprowadzenie do problematyki. Autor przedstawia strukturę rozprawy, poruszaną tematykę badawczą, opisuje obecny stan badań wraz z krótkim przeglądem literatury oraz streszcza swój wkład do niej. Rozprawa jest oparta o osiem artykułów, które Autor współtworzył. Siedem jest już opublikowanych, a jeden złożony (wedle opisu z rozprawy). Artykuły znajdują się w czasopismach związanych z fizyką, matematyką oraz naukami gospodarczymi.

W drugim rozdziale Autor podaje podłoże praktyczne swoich badań. KGHM Polska Miedź S.A. potrzebuje narzędzi szacowania ryzyka. W tym celu Autor bada pewne procesy stochastyczne, aby ustalić ich przydataność do opisu wybranych cech rynków. W szczególności Autor stawia sobie za cel, aby rozważać procesy niegaussowskie, ze współczynnikami zależnymi od czasu, przełączanymi współczynnikami, czy wielowymiarowe. Dodatkowo Autora interesuje zagadnienie wyznaczenia optymalnej długości okna czasowego do kalibracji parametrów procesu stochastycznego.

W trzecim rozdziale Autor streszcza wkład, jaki jego rozprawa wnosi do świata nauki. Proponuje on rozważenia procesów o przyrostach o rozkładzie Studenta (zamiast gaussowskiego). Bada pewne cechy takich procesów, opisuje metody kalibracji parametrów. Wprowadza także nowy współczynnik oparty o kwantyle, który ma służyć do wyboru modelu. Rozważa optymalne okno czasowe do kalibracji, dwuwymiarowy szereg czasowy oparty o rozkład α–stabilny oraz własności iloczynu dwóch składowych dwuwymiarowego szeregu czasowego. Zaproponowane modele są zastosowane do szeregów czasowych cen miedzi oraz walut (EUR, PLN, USD).

W rozdziale czwartym Autor wprowadza swój podstawowy model, szereg czasowy z niezależnymi przyrostami o rozkładzie Studenta (SGT—*generalized Student's t distribution*). Ponadto rozpatruje wersję modelu z przełączaniem współczynników oraz algorytm szacowania parametrów modelu SGT. Przyczynkiem do rozważań jest chęć opisania zachowania cen miedzi. W piątym rozdziale rozszerza model Chana–Karolyia–Longstaffa–Sandersa (CKLS) o przyrosty z rozkładem Studenta, opisuje sposób szacowania jego parametrów oraz proponuje współczynnik zgodności modelu z danymi. Model jest zastosowany do badania wahań walut EUR/USD oraz USD/PLN. W rozdziale szóstym rozważa dwuwymiarowy szereg czasowy o przyrostach z rozkładu α–stabilnego dla opisu cen miedzi oraz kursu wymiany USD/PLN. W siódmym rozdziale bada iloczyn składowych szeregu czasowego z poprzedniego rozdziału, ograniczonego do rzędu pierwszego oraz przyrostów gaussowskich i Studenta. Autor bardzo dokładnie rozpisuje funkcję autokorelacji tego iloczynu. Model ten jest zastosowany do opisu cen prądu. W ostatnim, ósmym, rozdziale Autor zamieszcza wnioski oraz przemyślenia dotyczące możliwości zastosowań swoich wyników.

K Bartoszek

2 Uwagi ogólne

Praca zawiera ciekawe wyjście poza modele gaussowskie w celu opisywania procesów gospodarczych. Szczególnie godna uwagi jest chęć Autora do używania modeli z cięższym, niż gaussowskim, ogonem—z przyrostami z rozkładem Studenta. W tym punkcie jest główna wada pracy. Autor pisze, że wprowadza model (równanie 4.5) stochastycznego równania różniczkowego

$$dX_t = \alpha(X_t, t)dt + \beta(X_t, t)dS_t,$$

gdzie $dS_t = S_{t+dt} - S_t$ ma uogólniony rozkład Studenta oraz $\mathrm{E}[dS_t] = 0$ i $\mathrm{E}\left[dS_t^2\right] = dt$. Niestety nie ma w pracy nigdzie rozważań, czy proces opisany równaniem 4.5 istnieje, co się dzieje, gdy $dt \to 0$. Nie dyskwalifikuje to pracy, ponieważ właściwie rozważa się tylko sytuację z czasem dyskretnym, tzn.

$$\tilde{X}_{t+dt} = \tilde{X}_t + \alpha(\tilde{X}_t, t)dt + \beta(\tilde{X}_t, t)dS_t,$$

gdzie przyrost dS_t ma uogólniony rozkład Studenta oraz $\mathrm{E}[dS_t] = 0$ i $\mathrm{E}\left[dS_t^2\right] = dt$, np. równanie 4.7. Zatem proces używany przez Autora istnieje przez samą jego konstrukcję. Jednocześnie w pracy często opisuje się go jako proces z czasem ciągłym. Niestety! Dla ścisłości należałoby zbadać, jak zachowuje się $\tilde{X}_t$, gdy $dt \to 0$, czy taki proces graniczny istnieje i w sensie jakiego typu zbieżności. Nawet jeżeli to byłoby gdzieś w literaturze rozpracowane, to w rozprawie doktorskiej jakaś wzmianka na ten temat powinna się znaleźć. Nie jest to proces tak powszechnie używany jak ruch Browna. Wskazana (str. 18, przy wprowadzeniu modelu z czasem ciągłym) pozycja [121] opisuje tylko uogólniony rozkład Studenta, a nie proces przyrostów, gdy $dt \to 0$.

W rozdziale piątym Autor wprowadza metodę szacowania parametrów rozważanego przez niego zmodyfikowanego procesu CKLS. Opiera się ona na tym, że pewne momenty są równe 0. Autor twierdzi, że te równości są oczywiste, jednakże można co do tego mieć pewną wątpliwość. Mianowicie rozważa się proces przyrostów (równania 5.2 oraz 5.3)

$$\begin{aligned} X_{n+1} - X_n &= (\alpha + \beta X_n)\Delta t + \varepsilon_{n+1}, \\ \varepsilon_{n+1} &= \sigma X_n^d \Delta S_n. \end{aligned}$$

W szczególności dalej Autor twierdzi, że ze względu na niezależność (? "orthogonality assumption"—brak odnośnika, gdzie to założenie się pojawia) X_n oraz ε_{n+1} mamy np. $\mathrm{E}[X_n \varepsilon_{n+1}] = 0$. Jednakże widać, że X_n występuje w definicji ε_{n+1}. Później proponuje się metodę numeryczną, aby znaleźć parametry, które minimalizują pewną formę kwadratową. Forma ta jest oparta o średnie arytmetyczne pewnych funkcji wyliczonych z pojedynczej trajektorii. Nie jest jasne, czy te funkcje są estymatorami wcześniej wspomnianych momentów, jak taki estymator będzie się zachowywał (np. ε_{n+1} oraz ε_n nie muszą być niezależne, gdyż X_n oraz X_{n-1} nie są) i czy rozważana forma kwadratowa będzie w jakimś sensie szacować 0. Nie jest też jasne, jak można uwzględnić więcej niż jedną trajektorię. W ryc. 5-1 Autor pokazuje kilka przykładowych trajektorii procesu. Na ich podstawie nasuwa się naturalne pytanie, czy proces dąży do 0 (lub do jakiejś wartości) oraz w jakim sensie. Później w podrozdziale 5.1.3 Autor wprowadza nowy współczynnik zgodności wyszacowanych parametrów z danymi. Polega on na odpowiednim porównaniu kwantyli wysymulowanych trajektorii z kwantylami obserwowanej trajektorii. Brakuje osadowienia tej metody w literaturze. Autor w tym podrozdziale nie podaje ani jednej pracy związanej z używaniem krzywych opartych o kwantyle. O ile nie udało mi się znaleźć nigdzie bezpośrednio zaproponowanej w rozprawie metody, to w literaturze znajdziemy zbliżone podejścia (np. Davidson, Russell and James G. MacKinnon. Graphical Methods for Investigating the Size and Power of Hypothesis Tests. The Manchester School 66 (1998): 1-26). Metoda Autora oparta jest o analizę wykresu, ale w jej wprowadzaniu nie ma niestety żadnej ryciny. Sam opis nie wystarcza do łatwego wyobrażenia jej działania. Brakuje też jakiejkolwiek (chociażby Monte Carlo) analizy proponowanej metody. Na koniec rozdziału Autor prowadzi bardzo ciekawe rozważania (symulacyjne) o optymalnym oknie kalibracji w celu przewidywania dalszej trajektorii. Okazuje się, że najkrótsze rozważane okno daje najlepsze wyniki.

Szósty rozdział dotyczy dwuwymiarowych szeregów czasowych, modelujących zmiany ceny miedzi (w USD) oraz kursu wymiany USD/PLN. Rozważa się model wektorowej autoregresji, gdzie przyrost pochodzi z rozkładu gaussowskiego lub α–stabilnego. Szereg czasowy ma dwa oddzielne fragmenty (2006–2012, 2012–2020, Autor pisze, że użył ukrytych modeli Markowa do wychwycenia momentu zmiany), w których parametry są szacowane oddzielnie. Bada się, czy dwie składowe szeregu są skorelowane, czy nie.

Tytuł rozdziału siódmego wskazuje, że dotyczy on analizy ryzyka poprzez iloczyn dwóch składowych szeregu czasowego. Autor ogranicza się do sytuacji ze skończoną wariancją (brakuje rozważań, jak to założenie ma się do α–stabilności rozkładów). Autor szczegółowo wylicza pierwsze dwa momenty iloczynu składowych szeregu czasowego oraz funkcję autokowariancji. W jednym z rozważanych przypadków (str. 99) Autor zakłada, że pewien parametr, ϕ_{11}, jest równy 0. Niestety brakuje wyjaśnień, czy to uproszczenie zmienia jakościowo wynik, czy nie, tzn. gdyby $\phi_{11} \neq 0$, to jak zmieni to dalsze wyliczenia? Czy ma to uzasadnienie z punktu widzenia zastosowań? Rozdział kończy się symulacjami oraz zastosowaniem modelu do wyznaczenia kosztu błędnego przewidywania obciążenia sieci elektrycznej. Brakuje głębszych rozważań związanych z analizą ryzyka.

W ostatnim, ósmym, rozdziale Autor pokrótce przedstawia swoje przemyślenia, gdzie badane przez niego modele mogą mieć zastosowania. Wskazuje się, przede wszystkim na zagadnienia związane z matematyką finasową. Tematyka ta opisana jest zbyt zwięźle. W szczególności zakłada się, że czytelnik zna wszystkie pojęcia związane z rynkami finansowymi (przykładowo ich matematyczne definicje).

Roprawa pana mgra Bielaka jest pracą o charakterze wdrożeniowym z zastosowań matematyki w przemyśle górniczym. Zatem, można łagodniej potraktować powyższe uproszczenia oraz skrócone opisy użytych metod. Heurystyczne podejście jest w pełni zrozumiałe, skoro udaje się zastosować rozważane procesy stochastyczne do realistycznych szeregów czasowych. Godne uznania jest, że Autor łączy swoje metody z metodologią uczenia maszynowego (np. algorytm w ryc. 4-3, wyznaczanie okna kalibracji).

3 Uwagi edycyjne

Rozprawa jest napisana po angielsku. Nie mam żadnych zastrzeżeń pod względem językowym.

W ryc. 5-2 pokazuje się szacowanie błędu za pomocą współczynnika MAPE. Brakuje wzoru (pojawia się on dopiero na str. 63, równanie 5.8) na ten współczynnik, co uzmysłowiłoby nam, czy poziom błędu jest duży, czy mały. W przypadku modelu z zaburzeniem o rozkładzie Studenta (w porówaniu ze zwykłym modelem CKLS) poziom błędu jest 2–3-krotnie większy (ryc. 5-3). Brakuje rozważań, czym to może być spowodowane. Na str. 55 nie jest jasne, w jaki sposób buduje się prognozę, gdyż dla różnych lat mamy różne parametry. Na str. 58 Autor twierdzi, że jego model jest idealny dla jednorodnych danych, niestety ryc. 5-3 tego nie potwierdza, skoro błąd nie dąży do 0. Przejście między stronami 60 i 61 jest trochę gwałtowne, brakuje później założeń na funkcje α, β (np. czy powinny być lipschitzowskie?).

Bibliografia nie została sporządzona alfabetycznie, tylko zgodnie z kolejnością cytowań. Przyjęto zatem tradycję fizyczną, a nie matematyczną. Utrudnia to szybką weryfikację, czy wymienione pozycje zostały zacytowane poprawnie i zmusza recenzenta do sprawdzenia każdej z 230 pozycji.

4 Konkluzja

W swojej rozprawie doktorskiej mgr Łukasz Bielak postawił sobie za cel zaproponowanie modelu, który opisuje szeregi czasowe związane z zagadnieniami finansowymi dużego konglomeratu górniczego. Badany model może wzbudzić zainteresowanie (ze względu na to, że błędy nie są gaussowskie) przemysłu oraz skłonić do dalszych badań nad jego własnościami oraz sposobami kalibracji parametrów.

Pomimo kilku uwag krytycznych uważam, że przedstawiona rozprawa doktorska mgra Łukasza Bielaka pt. "Application of stochastic processes for modelling market risk factors in a mining company" spełnia warunki stawiane pracom doktorskim i wnioskuję o dopuszczenie pracy do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

K. Bartoszek

Doc. dr inż. Krzysztof Bartoszek