## AUTOREFERAT

### 1 Imię i nazwisko

Krzysztof Gawarecki

### 2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe lub artystyczne – z podaniem podmiotu nadającego stopień, roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

10.2014: Stopień naukowy doktora nauk fizycznych, tytuł rozprawy: "Relaksacja fononowa nośników w układach podwójnych kropek kwantowych", promotor: prof. dr hab. inż. Paweł Machnikowski, Instytut Fizyki, Politechnika Wrocławska.

• 07.2010: Tytuł zawodowy magistra inżyniera, fizyka, promotor: prof. dr hab. inż. Paweł Machnikowski, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska.

## 3 Informacja o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych lub artystycznych.

- 03.2020 obecnie adiunkt badawczo-dydaktyczny,
  02.2018 02.2020 adiunkt badawczy,
  10.2017 01.2018 adiunkt badawczo-dydaktyczny,
  10.2015 09.2017 adiunkt badawczy,
  11.2014 09.2015 asystent badawczy,
  Katedra Fizyki Teoretycznej, Wydział Podstawowych Problemów Techniki,
  Politechnika Wrocławska
- 06.2016 06.2018 umowa zlecenie do pracy przy projekcie POLBER Katedry Fizyki Doświadczalnej, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska
- 03.2013 10.2014 asystent badawczy, Instytut Fizyki, Wydział Podstawowych Problemów Techniki, Politechnika Wrocławska

### 4 Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy.

### Cykl powiązanych tematycznie artykułów naukowych

Temat cyklu: "Badania nad elektronowymi, optycznymi i spinowymi właściwościami samorosnących kropek kwantowych"

### W skład cyklu wchodzą następujące prace:

[H.1] K. Gawarecki, M. Zieliński,

 $Importance\ of\ second-order\ deformation\ potentials\ in\ modeling\ of\ InAs/GaAs\ nanostructures,$ 

Physical Review B 100, 155409 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevB.100.155409

Mój wkład polegał na: udziale w opracowaniu koncepcji pracy, wyborze i implementacji ośmiopasmowego hamiltonianu odkształceniowego drugiego rzędu i znalezieniu jego parametrów, rozwijaniu kodów programów i przeprowadzeniu wszystkich obliczeń numerycznych (zarówno w modelu  $k \cdot p$ , jak i w modelu ciasnego wiązania), napisaniu większej części tekstu artykułu oraz udziale w interpretacji wyników.

### [H.2] K. Gawarecki,

Spin-orbit coupling and magnetic-field dependence of carrier states in a self-assembled quantum dot, Physical Review B 97, 235408 (2018), DOI: 10.1103/PhysRevB.97.235408

[H.3] K. Gawarecki, M. Krzykowski,

Spin-orbit coupling and spin relaxation of hole states in [001]- and [111]-oriented quantum dots of various geometry, Physical Review B **99**, 125401 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevB.99.125401

Mój wkład polegał na: wiodącej roli w opracowaniu koncepcji pracy, przeanalizowaniu wyników z punktu widzenia właściwości związanych z symetrią, rozwijaniu kodu programu, przeprowadzeniu większości obliczeń numerycznych, napisaniu większej części tekstu artykułu oraz udziale w interpretacji wyników.

[H.4] K. Gawarecki, P. Machnikowski,

Phonon-assisted relaxation between triplet and singlet states in a self-assembled double quantum dot,

Scientific Reports, vol. 11, 15256 (2021), DOI: 10.1038/s41598-021-94621-7,

Mój wkład polegał na: udziale w opracowaniu koncepcji pracy, implementacji modeli teoretycznych, rozwijaniu kodu programu, przeprowadzeniu wszystkich symulacji numerycznych, napisaniu większej części tekstu artykułu oraz udziale w interpretacji wyników.

[H.5] P. Mrowiński, A. Musiał, <u>K. Gawarecki</u>, Ł. Dusanowski, T. Heuser, N. Srocka, D. Quandt, A. Strittmatter, S. Rodt, S. Reitzenstein, G. Sęk, *Excitonic complexes in MOCVD-grown InGaAs/GaAs quantum dots emitting at tele-com wavelengths*, Physical Review B 100, 115310 (2019), DOI: 10.1103/PhysRevB.100.115310

Mój wkład polegał na: odtworzeniu (w ramach modelowania opartego na modelu  $\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{p}$  i konfiguracji oddziaływania) istotnych cech zmierzonego widma kompleksów ekscytonowych, rozwijaniu kodów programów, przeprowadzeniu symulacji numerycznych (z wyjątkiem modeli efektywnych w sekcji III), napisaniu fragmentu sekcji IV, dyskusjach nad tekstem artykułu oraz udziale w interpretacji wyników eksperymentalnych.

[H.6] P. Podemski, A. Musiał, <u>K. Gawarecki</u>, A. Maryński, P. Gontar, A. Bercha, W. Trzeciakowski, N. Srocka, T. Heuser, D. Quandt, A. Strittmatter, S. Rodt, S. Reitzenstein, G. Sęk, *Interplay between emission wavelength and s-p splitting in MOCVD-grown InGaAs/GaAs* quantum dots emitting above 1.3 μm, Applied Physics Letters 116, 023102 (2020), DOI: 10.1063/1.5124812

Mój wkład polegał na: przeprowadzeniu modelowania teoretycznego, dyskusjach nad tekstem artykułu oraz udziale w interpretacji wyników eksperymentalnych.

[H.7] P. L. Ardelt, <u>K. Gawarecki</u>, K. Müller, A. M. Waeber, A. Bechtold, K. Oberhofer, J. M. Daniels, F. Klotz, M. Bichler, T. Kuhn, H. J. Krenner, P. Machnikowski, J. J. Finley, *Coulomb Mediated Hybridization of Excitons in Coupled Quantum Dots*, Physical Review Letters **116**, 077401 (2016), DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.077401

Mój wkład polegał na przeprowadzeniu symulacji numerycznych (korzystając z napisanych przez siebie kodów programów) i odtworzeniu istotnych cech zmierzonego widma. Następnie, przez porównanie, zweryfikowałem hipotezy dotyczące pochodzenia poszczególnych rezonansów obserwowanych w eksperymencie. Mój wkład obejmował także: napisanie fragmentu tekstu (opis modelu teoretycznego w Supplementary), dyskusje nad tekstem artykułu oraz udział w interpretacji wyników eksperymentalnych.

### Wprowadzenie

Badania nad nanostrukturami półprzewodnikowymi stanowią istotną gałąź współczesnej fizyki ciała stałego. Są one motywowane faktem, iż układy o ograniczonej wymiarowości oferują szereg właściwości, które nie występują w kryształach objętościowych. Jedną z grup układów przyciągających duże zainteresowanie są kropki kwantowe. Są to obiekty, w których nośnik jest związany we wszystkich kierunkach. Skutkuje to dyskretnym charakterem poziomów energetycznych, przypominającym strukturę powłokową (s, p, d, ...). W konsekwencji kropki kwantowe bywają nazywane sztucznymi atomami. Koncepcja kropki kwantowej jest realizowana eksperymentalnie na kilka sposobów. Jedna klasa obejmuje kropki definiowane elektrostatycznie, gdzie elektrony w studni kwantowej są wiązane przez potencjał boczny generowany przez elektrody [1]. Innym typem struktur są samorosnące kropki kwantowe (ang.

self-assembled quantum dots) [1, 2]. Są one wytwarzane metodami epitaksjalnymi w procesie Stransky'ego-Krastanova [3], gdzie materiały tworzące układ mają różne stałe sieciowe. Tworzą się wówczas "wyspy" materiałowe. W przypadku kropek kwantowych InGaAs/GaAs różnica przerw energetycznych InAs i GaAs prowadzi do związania elektronów i dziur w kropce.

Oddziaływanie nośników ze światłem daje wiele możliwości z perspektywy optyki kwantowej. Ostatnie lata przyniosły postęp w dziedzinie eksperymentalnych technik optycznej kontroli spinu w samorosnących kropkach kwantowych [4, 5]. Samorosnące kropki kwantowe, w przeciwieństwie do tych definiowanych elektrycznie, charakteryzują się dużą aktywnością optyczną. Umożliwia to zastosowanie ich do akcji laserowej [6, 7]. Są one także proponowane jako realizacja emitera par splątanych fotonów [8]. Pod tym względem szczególnie obiecujące wydają się kropki o kierunku wzrostu [111]. Jest to spowodowane faktem, iż symetria  $C_{3v}$  eliminuje rozszczepienie między stanami jasnymi struktury subtelnej ekscytonu [9].

Kropki kwantowe są proponowane jako praktyczna realizacja koncepcji emitera pojedynczych fotonów [10, 11]. Z perspektywy zastosowań telekomunikacyjnych, emisja w zakresie okien transmisyjnych (ang. *telecom windows*) jest szczególnie atrakcyjna. W większości układów samorosnących kropek kwantowych InGaAs/GaAs energia stanu podstawowego ekscytonu znacznie przekracza 0.98 eV. Zatem emisja jest poza zakresem drugiego okna transmisyjnego [12]. Aby uzyskać pożądany zakres spektralny, zaproponowanych zostało wiele rozwiązań technicznych zmierzających do obniżenia energii. Jedną z takich metod jest pokrycie kropek kwantowych dodatkową warstwą InGaAs, która redukuje odkształcenia na styku materiałów (ang. *strain reducing layer*) [13].

Oprócz pojedynczych kropek kwantowych także układy wielokropkowe przyciągają uwagę badaczy. W szczególności układy dwóch sprzężonych kropek kwantowych, umieszczonych na tyle blisko siebie, że istotne jest sprzężenie tunelowe. Jeżeli energie elektronowych stanów podstawowych zlokalizowanych na różnych kropkach znajdują się w rezonansie, formuje się ich superpozycja symetryczna i antysymetryczna (w analogii do orbitali wiążących i antywiążących w cząsteczce wodoru). W konsekwencji układy podwójnych kropek bywają nazywane sztucznymi molekułami [14]. Istotną cechą takich układów jest możliwość kontroli lokalizacji nośników przez zewnętrzne pole elektryczne [15].

Aby opisać kwantową dynamikę elektronów i dziur w kropkach kwantowych, potrzeba uwzględnić ich oddziaływanie z fononami. Efekty indukowane przez fonony prowadzą do redystrybucji obsadzeń oraz do dekoherencji [16]. W przypadku podwójnych kropek kwantowych zachodzi zjawisko tunelowania fononowego, tj. zmiany lokalizacji nośnika przy jednoczesnej emisji lub absorpcji fononu. Ponadto w obecności sprzężenia spin-orbita lub oddziaływania nadsubtelnego, fonony powodują przejścia z obrotem spinu (ang. *spin-flip transitions*) [17, 18, 19, 20, 21, 22].

Spinowe właściwości kropek kwantowych są interesujące z punktu widzenia zastosowań w

informatyce kwantowej oraz w spintronice [23, 24]. W szczególności, podwójne kropki kwantowe były proponowane jako implementacja qubitu, przy wykorzystaniu spinu pojedynczego lub dwóch elektronów [25, 26, 27]. W drugim przypadku informacja może być zakodowana na koherentnej superpozycji spinowych stanów singletowych (s = 0) i tripletowych (s = 1) [27].

Oddziaływanie spin-orbita jest istotnym czynnikiem wpływającym na stany nośników w półprzewodnikach. W kryształach objętościowych o strukturze blendy cynkowej prowadzi to do zniesienia degeneracji spinowej przy równoczesnej inwersji czasu i przestrzeni ( $E_{\uparrow}(\mathbf{k}) \neq E_{\downarrow}(\mathbf{k})$ ) [28]. Ponadto, oddziaływanie spin-orbita znacząco wpływa na nośniki związane w nanostrukturach półprzewodnikowych. Z jednej strony sprzężenie między spinowymi i przestrzennymi stopniami swobody oferuje dodatkowe możliwości kontroli spinu [29]. Z drugiej strony, w obecności fononów, oddziaływanie spin-orbita prowadzi do stopniowej utraty informacji o koherencjach i obsadzeniach stanów spinowych [17, 18, 30]. Optymalizacja zmierzająca do wydłużenia czasu życia obsadzeń i względnych faz stanowi istotną gałąź studiów nad kropkami kwantowymi.

Właściwości ładunkowe i spinowe kropek kwantowych definiowanych elektrostatycznie są przedmiotem wielu prac teoretycznych, w których (w zależności od potrzeb) wykorzystywane są modele o różnym stopniu złożoności. Podstawowe właściwości takich układów zależą od potencjału wiążącego oraz od materiału, w którym nośniki są związane. W wielu pracach potencjał jest przybliżany przez funkcję kwadratową, a stany elektronu są rozpatrywane wyłącznie w płaszczyźnie, przy założeniu silnego związania w kierunku prostopadłym [1]. Efekty spinowo-orbitalne związane ze złamaniem symetrii inwersji (na poziomie sieci krystalicznej lub przez zewnętrzne pole elektryczne) są modelowane przez efektywne człony Dresselhausa i Rashby [31, 32]. Dla elektrostatycznie definiowanych kropek stosunkowo proste modele teoretyczne często mogą dać wystarczająco dobre przybliżenie.

Właściwości samorosnących kropek kwantowych są zdeterminowane przez znacznie szersze spektrum parametrów, w porównaniu do kropek definiowanych elektrycznie. Charakterystyka samorosnących kropek jest związana z ich kształtem, profilem składu, oraz odkształceniami pochodzącymi z niedopasowania stałych sieciowych. Chociaż pod kątem niektórych zastosowań samorosnące kropki kwantowe mogą być opisywane w ramach modeli efektywnych, uzyskanie wiarygodnych wyników widma energii wymaga wykonania obliczeń opartych na złożonych modelach teoretycznych. Standardowe podejście obejmuje obliczenie zależnych od położenia odkształceń [33] oraz powodowanego przez nie (w materiałach pozbawionych symetrii inwersji) pola piezoelektrycznego [34]. W obecności oddziaływania spin-orbita odkształcenia znacząco zmieniają właściwości magnetyczne (np. czynnik żyromagnetyczny) układu. Ponadto, w niektórych przypadkach, znaczenie mają efekty na styku materiałów kropki i jej otoczenia. Z tych wszystkich powodów, właściwości spektralne i spinowe samorosnących kropek kwantowych nie dają się modelować w ramach prostych modeli z uniwersalnymi parametrami nieuwzględniającymi konkretnej morfologii układu. Zamiast tego, ich teoretyczny opis często bazuje na wielopasmowych modelach  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [35, 36], metodzie ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s<sup>\*</sup> [37] i metodzie pseudopotencjałów [38].

Cykl publikacji [H.1-7], zaprezentowany w tym dokumencie, stanowi wkład w rozwój opisu elektronowych, spektralnych i spinowych właściwości samorosnących kropek kwantowych. Artykuły [H.1-4] mają charakter teoretyczny, natomiast prace [H.5-7] powstały we współpracy z grupami eksperymentalnymi.

Wybrane prace ilustrujące inne osiągnięcia naukowe (niewłączone do cyklu) zostały oznaczone jako [**R.1-4**]. Pełna lista moich publikacji (łącznie 30) znajduje się w dołączonym *wykazie osiągnięć naukowych*.

### Modele teoretyczne

We wszystkich pracach cyklu [H.1-7] (oraz w [R.1-4]) obliczenia były wykonywane przy wykorzystaniu ośmiopasmowego modelu  $k \cdot p$ . Dodatkowo, w artykułach [H.2, H.3], część symulacji przeprowadziłem w ramach modelu czternastopasmowego. Z kolei w pracach [H.1, R.1] wykorzystaliśmy także podejście atomistyczne (model ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s<sup>\*</sup>). Stany wielocząstkowe w [H.4-7] zostały znalezione w ramach metody konfiguracji oddziaływania.

Bieżąca sekcja zawiera krótki opis wykorzystywanych modeli.

### Odkształcenia i potencjał pola piezoelektrycznego

Samorosnące kropki kwantowe rozpatrywane w cyklu publikacji są uformowane z  $\ln_x \text{Ga}_{1-x}$ As w matrycy z GaAs. Ponieważ stałe sieciowe materiału kropki i otoczenia różnią się, w układzie powstają odkształcenia. Dla odkształceń w pracach [**H.2-7**] (oraz w [**R.2-4**]) zastosowano przybliżenie ośrodka ciągłego [33]. W celu znalezienia tensora odkształceń  $\hat{\epsilon}(\mathbf{r})$  minimalizowana jest energia sprężystą układu [39]

$$U = \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \int_{V} C_{ijkl}(\boldsymbol{r}) \epsilon_{ij}(\boldsymbol{r}) \epsilon_{kl}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}\boldsymbol{r},$$

gdzie V to objętość układu, a  $C_{ijkl}(\mathbf{r})$  to składowe tensora elastyczności.

Ponieważ w pracy [**H.1**] porównywane są wyniki ośmiopasmowej metody  $k \cdot p$  i wyniki uzyskiwane w podejściu atomistycznym, odkształcenia musiały być obliczone w sposób umożliwiający implementację w obu modelach. Skorzystano z modelu Keatinga, gdzie energia jest minimalizowana przez optymalizację położeń atomowych ( $\mathbf{R}_i$ ) [33]

$$U = \frac{3}{8} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i} \sum_{j}^{\text{NN}(i)} \frac{\alpha_{ij}}{d_{ij}^2} \left( \boldsymbol{r}_{ij}^2 - d_{ij}^2 \right)^2 + \sum_{i} \sum_{j}^{\text{NN}(i)} \sum_{k>j}^{\text{NN}(i)} \frac{\beta_{ijk}}{d_{ij}d_{ik}} \left( \boldsymbol{r}_{ij} \boldsymbol{r}_{ik} - d_{ij} d_{ik} \cos \theta_0 \right)^2 \right\},$$

gdzie  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$ ,  $d_{ij}$  to długości wiązań w nieodkształconym krysztale, NN(*i*) to najbliżsi sąsiedzi węzła *i*; człony proporcjonalne do  $\alpha_{ij}$  opisują wkłady zależne od długości wiązań, a

 $\beta_{ijk}$ odnoszą się do wkładów zależnych od kątów pomiędzy wiązaniami.

Ze względu na brak symetrii inwersji w strukturze blendy cynkowej, odkształcenia ścinające skutkują polem piezoelektrycznym. W pracach [H.2-7] (oraz w [R.2-4]) uwzględniamy potencjał pola piezoelektrycznego, gdzie obliczenia obejmują wyindukowaną przez odkształcenia polaryzację do drugiego rzędu względem składowych tensora odkształceń [34].

### Stany jednocząstkowe - wielopasmowe modele k.p

Punktem wyjścia wielu studiów teoretycznych nt. samorosnących kropek kwantowych jest znalezienie jednocząstkowych stanów elektronu i/lub dziury. Jedną z klas metod często używanych w tym celu, są wielopasmowe modele  $k \cdot p$ .

W pracach [H.1-7, R.1-4] część (lub całość) obliczeń została przeprowadzona przy wykorzystaniu ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [35, 40, 28]. Taki hamiltonian wygodnie jest zapisywać w postaci blokowej z oznaczeniami odnoszącymi się do nieprzywiedlnych reprezentacji podwójnej grupy punktowej  $T_d$  [28]

$$\mathcal{H}_{8\times8} = \begin{pmatrix} H_{6c6c} & H_{6c8v} & H_{6c7v} \\ H_{8v6c} & H_{8v8v} & H_{8v7v} \\ H_{7v6c} & H_{7v8v} & H_{7v7v} \end{pmatrix},$$

gdzie blok "6c" opisuje pasmo przewodnictwa, blok "8v" zawiera podpasma ciężkich i lekkich dziur, a blok "7v" jest związany z pasmem odszczepionym oddziaływaniem spin-orbita. Wykorzystanie rozwinięcia hamiltonianu na inwarianty symetrii [41, 35, 28], ułatwia późniejszą implementację transformacji (np. zmianę orientacji kryształu w [**H.3**]).

Do obliczeń w kropkach kwantowych hamiltonian jest reprezentowany w przestrzeni rzeczywistej. Jest to zrobione przez standardowe podstawienie  $k_i = -i\partial/\partial x_i$  przy zachowaniu właściwej kolejności operatorów [42]. Pole magnetyczne jest reprezentowane przez czynniki fazowe, które są wprowadzane na etapie dyskretyzacji pochodnych [43]; oraz przez dodatkowe człony Zeemanowskie [44, 42].

Szczegółowy opis hamiltonianu  $k \cdot p$  oraz jego implementacji jest zawarty w dodatku do artykułu [**H.2**].

### Stany jednocząstkowe - model ciasnego wiązania

W pracach [**H.1**, **R.1**] posługiwaliśmy się modelem ciasnego wiązania sp $^{3}d^{5}s^{*}$  w przybliżeniu najbliższych sąsiadów [37, 45, 46]

$$H_{\rm TB} = \sum_{i} \sum_{\alpha} E_{i,\alpha} a_{i\alpha}^{\dagger} a_{i\alpha} + \sum_{i} \sum_{j \neq i}^{\rm NN(i)} \sum_{\alpha,\beta} t_{i\alpha,j\beta} a_{i\alpha}^{\dagger} a_{j\beta} + \sum_{i} \sum_{\alpha,\beta} \Delta_{i,\alpha\beta}, a_{i\alpha}^{\dagger} a_{i\beta}, \qquad (1)$$

gdzie  $a_{i\alpha}^{\dagger}(a_{i\alpha})$  to operator kreacji (anihilacji)  $\alpha$ -tego orbitalu na *i*-tym węźle atomowym;  $E_{i,\alpha}$ ,  $t_{i\alpha,j\beta}$  i  $\Delta_{i,\alpha\beta}$  to odpowiednio: energie nawęzłowe, parametry przeskoku i elementy macierzowe sprzężenia spin-orbita.

#### Stany wielocząstkowe

Stany wielocząstkowe w [**H.4-7**] są liczone przy wykorzystaniu metody konfiguracji oddziaływania, przez diagonalizację hamiltonianu [47]

$$\begin{split} H &= \sum_{n} \varepsilon_{n}^{(e)} a_{n}^{\dagger} a_{n} + \sum_{m} \varepsilon_{m}^{(h)} h_{m}^{\dagger} h_{m} - \sum_{nn'mm'} V_{nmm'n'}^{(eh)} a_{n}^{\dagger} h_{m}^{\dagger} h_{m'} a_{n'} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{nn'mm'} V_{nmm'n'}^{(ee)} a_{n}^{\dagger} a_{m}^{\dagger} a_{m'} a_{n'} + \frac{1}{2} \sum_{nn'mm'} V_{nmm'n'}^{(hh)} h_{n}^{\dagger} h_{m}^{\dagger} h_{m'} h_{n'}, \end{split}$$

gdzie  $V_{nmm'n'}^{(\nu\mu)}$  to elementy macierzowe oddziaływania kulombowskiego,  $a_n^{\dagger}/a_n (h_m^{\dagger}/h_m)$  to opearatory kreacji/anihilacji jednocząstkowych stanów elektronu (dziury), natomiast  $\varepsilon_n^{(e)}$  ( $\varepsilon_m^{(h)}$ ) to odpowiadające im energie.

### Implementacja numeryczna

Znalezienie stanów w ramach modeli opisanych powyżej wymaga wykorzystania metod numerycznych. W przypadku hamiltonianów ośmio- i czernastopasmowego modelu  $k \cdot p$  wykonujemy dyskretyzację korzystając z metody różnic skończonych, co prowadzi do wielomilionowych macierzy rzadkich. Również hamiltonian w modelu ciasnego wiązania jest zapisywany w postaci macierzowej. Stany własne są znajdowane przy wykorzystaniu metod iteracyjnych z biblioteki SLEPc [48]. Jest ona zrównoleglona w MPI, co pozwala na prowadzenie wydajnych symulacji na klastrach obliczeniowych. Zarówno obliczenia  $k \cdot p$  [H.1-7, R.1-4], jak i atomistyczne w [H.1] były przeprowadzone przy wykorzystaniu programów napisanych (w znacznej większości) przeze mnie. W pracy [R.1] symulacje dla nanostruktur w ramach metody ciasnego wiązania wykonane były przez drugiego autora, na jego własnej implementacji numerycznej tego modelu.

### Potencjały deformacyjne drugiego rzędu

Każdy model teoretyczny wykorzystywany w fizyce ciała stałego ma ograniczenia, w tym zakres stosowalności. Istotną zaletą metod  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  jest fakt, iż bazują one na parametrach, które często bezpośrednio odnoszą się do danych eksperymentalnych (np. przerwa energetyczna). Z drugiej strony, metody  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  użyte do obliczeń w nanostrukturach opierają się na przybliżeniu ośrodka ciągłego. Chociaż symetria sieci krystalicznej jest odzwierciedlona w strukturze hamiltonianu (przez odpowiednie kombinacje składowych tensorów), informacja o pewnych efektach atomistycznych jest tracona. W standardowym sformułowaniu ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  odkształcenia są reprezentowane w hamiltonianie tylko w liniowym rzędzie względem składowych tensora odkształceń (hamiltonian Bira-Pikusa [35]). W przypadku silnych odkształceń może to znacząco obniżać dokładność uzyskiwanych wyników. Ponadto, opis oparty na tensorze odkształceń (który jest wielkością makroskopową) skutkuje utratą informacji o względnych przesunięciach między podsieciami atomowymi [49].

Inną klasę metod używanych w fizyce ciała stałego stanowią metody atomistyczne. Oferują one większą "pojemność informacyjną", gdyż ich hamiltoniany zawierają położenia atomowe. Umożliwia to lepszą reprezentację odkształceń oraz efektów na styku materiałów. W przypadku metody ciasnego wiązania, odkształcenia (jawnie reprezentowane przez przesunięcia węzłów atomowych) modyfikują parametry przeskoku, zmieniają kąty wiązań atomowych oraz mogą wpływać na energie nawęzłowe [45]. Jednakże, obliczenia atomistyczne zwykle wymagają znacznie większych zasobów obliczeniowych w porównaniu do modeli opartych na przybliżeniu ośrodka ciągłego. Ponadto, metody ciasnego wiązania często bazują na dużej liczbie parametrów (energie nawęzłowe, zależne od orbitalu parametry przeskoku, etc.).

Jednym z celów pracy [**H.1**] było porównanie wyników uzyskanych z ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  oraz modelu ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s\* dla samorosnących kropek kwantowych InAs/GaAs. Przeanalizowano rozbieżności oraz osiągnięto satysfakcjonującą zgodność między modelami poprzez udoskonalenie reprezentacji odkształceń w hamiltonianie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ .



Rys. 1: Krawędzie pasm w punkcie  $\Gamma$  w funkcji zewnętrznych odkształceń. Wyniki dla: modelu ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s<sup>\*</sup>, standardowego ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  z odkształceniami (hamiltonian Bira-Pikusa) oraz hamiltonianu Bira-Pikusa uzupełnionego o człony kwadratowe względem składowych tensora odkształceń. [**H.1**] © American Physical Society

Punktem wyjścia są standardowe wyniki dla kryształów objętościowych. Rys. 1(a) przedstawia krawędzie pasm (w  $\mathbf{k} = 0$ ) materiału objętościowego InAs w funkcji zewnętrznego odkształcenia hydrostatycznego. W tym przypadku hamiltonian Bira-Pikusa zapewnia dobre przybliżenie. Jednak dla odkształceń jedno- [rys. 1(b)] i dwuosiowych [rys. 1(c)], występują znaczne rozbieżności. Lepszą dokładność można osiągnąć, biorąc pod uwagę w modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ człony odkształceniowe wyższego rzędu. Chociaż taki hamiltonian został zaproponowany już wiele lat temu [50], nie zapewniono dotychczas jego parametrów dla rozpatrywanych materiałów. Analogiczny hamiltonian może być zapisany przy wykorzystaniu tabeli inwariantów dla grupy punktowej T<sub>d</sub> [28]. Zgodnie z teorią grup część hamiltonianu zawierająca człony odkształceniowe drugiego rzędu zależy od 12 niezależnych parametrów, które mogą być określane jako potencjały deformacyjne drugiego rzędu. Jeżeli pominąć człony związane z odkształceniami ścinającymi (w typowej nanostrukturze są zwykle znacznie mniejsze od odkształceń hydrostatycznych i dwuosiowych), pozostaje tylko 6 parametrów: dwa dla pasma przewodnictwa i cztery dla pasma walencyjnego. Po dofitowaniu ich wartości uzyskano bardzo dobrą zgodność pomiędzy wynikami modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  i ciasnego wiązania (niebieskie linie na rys. 1).

Wykorzystano parametry uzyskane dla materiałów objętościowych do przeprowadzenia obliczeń w nanostrukturach: studni kwantowej oraz cylindrycznej i soczewkowej kropce kwantowej. We wszystkich rozpatrywanych przypadkach, standardowy model Bira-Pikusa znacząco przeszacowuje energię stanu podstawowego elektronu. Dla soczewkowej kropki kwantowej InAs o średnicy 24 nm rozbieżność ta wynosi około 60 meV (rys. 2a). W przypadku elektronu pokazano, że użycie modelu z członami odkształceniowymi drugiego rzędu prowadzi do bardzo dobrej zgodności dla energii [rys. 2(a,b)]. W przypadku dziury w kropce soczewkowej, rozbieżności pozostają większe ze względu na znaczny wkład pochodzący od odkształceń ścinających.



Rys. 2: Energia stanu podstawowego (a) oraz różnica energii między pierwszym stanem wzbudzonym a stanem podstawowym (b) dla elektronu w soczewkowej kropce kwantowej InAs/GaAs. [H.1] © American Physical Society

Przykłady zaprezentowane w pracy [H.1] demonstrują ograniczoną dokładność modelu Bira-Pikusa (różnica w energii emisji wynosi nawet około 130 meV w przypadku studni kwantowej). Należy jednak zauważyć, że rozważaliśmy wyidealizowany przypadek: struktury zawierające 100% InAs umieszczone w matrycy z czystego GaAs. Ponieważ różnica pomiędzy stałymi sieciowymi tych materiałów wynosi około 7%, w takich układach odkształcenia są silne. W próbkach, które są badane eksperymentalnie, zawartość indu jest zazwyczaj mniejsza, zatem odkształcenia są zredukowane. W konsekwencji można się spodziewać, że dla typowej nanostruktury standardowy model Bira-Pikusa może przeszacowywać energie emisji od kilku do kilkudziesięciu meV.

### Wpływ oddziaływania spin-orbita na stany dziurowe w samorosnącej kropce kwantowej

Oddziaływanie spin-orbita jest kluczowym czynnikiem determinującym właściwości magnetyczne kropek kwantowych. Do ich opisu teoretycznego, w niektórych pracach wykorzystywane są podejścia efektywne, bazujące na modelu Focka-Darwina uzupełnionego o człony spinowoorbitalne [32, 51, 52]. Oddziaływanie spin-orbita wpływa na spektrum dziurowe, prowadząc do struktury anticrossingów widocznej w zależności energii od pola magnetycznego [53]. Jeżeli symetria na to pozwala, oddziaływanie spin-orbita miesza stany należące do różnych powłok (pod względem obwiedni) w kropce kwantowej. W szczególności, stany w najniższym dublecie Zeemanowskim (które są nominalnie typu s) otrzymują domieszki o przeciwnym spinie i obwiedni typu p, co otwiera kanał fononowej relaksacji spinu w kropkach kwantowych [18].

Praca [**H.2**] jest poświęcona charakterystyce mechanizmów sprzężenia spin-orbita, działających na stany dziurowe typu p w samorosnącej kropce kwantowej InAs/GaAs. W rozpatrywanej kropce oddziaływanie spin-orbita faworyzuje równoległą orientację *obwiedniowego* i *pasmowego* momentu pędu dziury. W konsekwencji dwa najniższe stany w powłoce p mają orientację równoległą, podczas gdy dwa kolejne stany — antyrównoległą. Analizując zależność poziomów energetycznych od pola magnetycznego, można (przez fitowanie parametrów modelu efektywnego) dokonać ekstrakcji informacji o sile sprzężenia spin-orbita. Jedną z zalet modeli  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  jest fakt, iż wiele mechanizmów sprzężenia spin-orbita jest reprezentowana przez separowalne części hamiltonianu (a zatem mogą być selektywnie pomijane). Przeprowadziłem systematyczną analizę przez sztuczne włączanie/wyłączanie poszczególnych mechanizmów sprzężenia i porównaniu wynikowych widm energii. Uzyskane wyniki pokazują, że dominujący mechanizm sprzężenia spin-orbita wpływający na stany typu p dziury jest związany z odkształceniami ścinającymi, podczas gdy wkład od sprzężenia Dresselhausa jest o dwa rzędy wielkości mniejszy.

Także w pracy [**H.3**] dyskutowane są efekty spinowo-orbitalne dla dziury w kropce kwantowej InAs/GaAs. Rozpatrywano tu różne typy geometrii kropki oraz orientacje krystalograficzne: kropka soczewkowa dla kierunków wzrostu [001] (układ o symetrii  $C_{2v}$ ) i [111] ( $C_{3v}$ ); oraz kropka w kształcie dysku przy standardowej orientacji [001] ( $D_{2d}$ ). Osiowe pole magnetycznie znosi symetrię odbicia "v" [28]. W konsekwencji rozpatrywane układy są opisywane przez grupy symetrii punktowej odpowiednio:  $C_2$ ,  $C_3$  i  $S_4$ . Obliczono energie stanów dziurowych w funkcji pola magnetycznego. W silnym polu można odczytać szerokość anticrossingu (jeżeli istnieje dla danej symetrii układu) pomiędzy energiami stanów typu s i próżniąch się (nominalną) orientacją spinu. Pokazano, że dla kropki w kształcie soczewki, o orientacji [001], największy wkład do rozpatrywanego sprzężenia s-p pochodzi od odkształceń ścinających. Wykonując standardowe operacje rzutowania, obliczone stany dziurowe zostały przyporządkowane do nieprzywiedlnych reprezentacji danej grupy. Dla soczewkowej kropki, zorientowanej w kierunku [111], stany typu s należą do innych reprezentacji (grupy  $C_3$ ) niż stany o obwiedni (nominalnie) typu *p*. Wpływa to na domieszki spinu przeciwnego w najniższym dublecie Zeemanowskim. Ma to istotne konsekwencje dla fononowej relaksacji spinu.

Rozszczepienie poziomów energetycznych spowodowane polem magnetycznym w przybliżeniu liniowej odpowiedzi jest scharakteryzowane przez czynnik żyromagnetyczny (g-czynnik). Dla swobodnego elektronu g-czynnik jest bliski 2, jednak w krysztale jego wartość może się znacząco różnić ze względu na wpływ oddziaływania spin-orbita [54]. W konsekwencji w krysztale objętościowym InAs g-czynnik elektronu wynosi  $g \approx -14.9$ , podczas gdy dla GaAs  $g \approx -0.44$  [28]. W przypadku kropek kwantowych wartość g-czynnika elektronu jest pomiędzy 2 (w granicy bardzo małej kropki) a wartością dla kryształu objętościowego (w granicy bardzo dużej kropki) [55]. Ze względu na złożoność mechanizmów wpływających na g-czynniki w samorosnących kropkach kwantowych, nie jest jasne *a priori*, ile pasm musi zostać uwzględnione w modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ , aby uzyskać akceptowalną dokładność. W pracy [**H.2**] porównałem wartości g-czynników elektronów i dziur dla kropki kwantowej obliczone w ramach ośmio- i czternastopasmowej metody  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ . Wyniki pokazują dobrą zgodność pomiędzy tymi modelami dla rozpatrywanych kropek (z wyjątkiem przypadku małych g-czynników, gdzie względna różnica rośnie).

### Relaksacja fononowa spinu

W pracy [**R.2**] badaliśmy fononowe mechanizmy obrotu spinu w najniższym dublecie stanów elektronu, w samorosnącej kropce kwantowej InAs/GaAs. Wzięliśmy pod uwagę sprzężenie elektronu z rezerwuarem fononów akustycznych za pośrednictwem potencjałów deformacyjnych i pola piezoelektrycznego [49]. W pierwszym przypadku efekt jest związany z bezpośrednim wpływem odkształceń powodowanych przez fonony na krawędzie pasm. Drugi z mechanizmów sprzężenia jest związany z faktem, iż indukowane przez fonony odkształcenia ścinające prowadzą do pojawienia się potencjału piezoelektrycznego. Rozpatrywaliśmy przejścia w zerowej temperaturze, za pośrednictwem pojedynczego fononu akustycznego. Obliczenia stanów elektronowych zostały przeprowadzone w ramach ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ , który uwzględnia różne mechanizmy powodujące zmieszanie spinu (mechanizmy domieszkowe). Rozważaliśmy także bezpośrednie sprzężenie spin-fonon, biorąc hamiltonian Bira-Pikusa (który jest spinowo niediagonalny), z dynamicznymi odkształceniami reprezentowanymi przez mody fononowe. Pokazaliśmy, że przejścia w najniższym dublecie Zeemanowskim dla elektronu są zdominowane przez mechanizmy domieszkowe związane z od-kształceniami ścinającymi.

Korzystając z analogicznego modelu jak w [**R.2**], w pracy [**H.3**] badaliśmy wpływ kierunku wzrostu kropki kwantowej na szybkość relaksacji fononowej spinu w najniższym dublecie Zeemanowskim stanów dziurowych. Obliczono zależność szybkości przejść z obrotem spinu od pola magnetycznego (dla pola równoległego do kierunku wzrostu). Pokazano, że kropka o orientacji [111] oferuje znacznie dłuższy czas życia spinu, niż kropka o takim samym kształcie,

ale o standardowym kierunku wzrostu [001]. Efekt ten jest związany z (dyskutowanymi w poprzedniej sekcji) regułami wyboru dla kropki kwantowej o symetrii  $C_{3v}$ .

### Relaksacja fononowa triplet-singlet w samorosnących podwójnych kropkach kwantowych

W pracy [H.4] analizowaliśmy relaksację fononową pomiędzy stanami tripletowymi a singletowymi dla dwóch elektronów związanych w samorosnącej, podwójnej kropce kwantowej. Stany jednoelektronowe zostały obliczone w ramach ośmiopasmowego modelu  $k \cdot p$ . Następnie korzystając z metody konfiguracji-oddziaływania znaleziono stany dwuelektronowe. Chociaż w obecności oddziaływania spin-orbita rzut spinu nie jest (ściśle) dobrą liczbą kwantową, wygodnie jest opisywać konfiguracje dwuelektronowe jako (w przybliżeniu) stany spinowo singletowe S(0,2), S(1,1), S(2,0) i spinowo-tripletowe  $T_{-}(1,1), T_{0}(1,1), T_{+}(1,1),$  gdzie liczby w nawiasach oznaczają nominalne obsadzenia odpowiednio w dolnej i górnej kropce, podczas gdy indeks "-/0/+" odnosi się do rzutu spinu ( $s_z \approx -1/0/1$ ). Rozpatrując zależność tych stanów od pola elektrycznego, punkt o najmniejszej różnicy energii między singletem a tripletem (tzw. "sweet spot") jest korzystny z punktu widzenia zastosowań [27]. Relaksacja fononowa triplet-singlet została zbadana w szerokim zakresie zewnętrznych pól elektrycznych i magnetycznych. Zidentyfikowano kilka reżimów relaksacji. Podczas gdy dla słabego pola magnetycznego dominują przejścia  $T_{\pm} \to S(2,0)$  (i  $T_{\pm} \to S(0,2)$ ), w silnym polu kanał  $T_0 \to S(2,0)$  (i  $T_0 \to S(0,2)$ ) jest znacznie szybszy. Jest to spowodowane różnicą w zaangażowanych mechanizmach. Procesy relaksacji  $T_{\pm} \to S(2,0)$  i  $T_{\pm} \to S(0,2)$  odbywają się (głównie) za pośrednictwem mechanizmów domieszkowych i mogą być postrzegane jako tunelowanie pojedynczego elektronu z obrotem spinu, gdzie dominujący wkład pochodzi od sprzężenia spin-orbita Dresselhausa [21]. Dla rozpatrywanego układu pokazano, że przejścia  $T_0 \rightarrow S(2,0)$  i  $T_0 \rightarrow S(0,2)$  zależą przede wszystkim od mechanizmu sprzężenia spin-orbita związanego z różnicą wartości g-czynników pomiędzy kropkami. Ten mechanizm został pierwotnie zademonstrowany w obliczeniach transportu, gdzie różnica pomiędzy gczynnikami elektrycznie definiowanych kropek kwantowych powodowała zmieszanie tripletu z singletem, wpływając na prąd upływu [56]. W [H.4] pokazano, że dla samorosnącej, podwójnej kropki kwantowej stłumienie tego efektu (za pośrednictwem odpowiedniego pola elektrycznego) prowadzi do wolniejszej relaksacji fononowej ze stanu  $T_0$  o kilka rzędów wielkości. Porównano także szybkości przejść w procesach jedno i dwufononowych, i pokazano, że w "sweet spocie" te ostatnie są istotne dla temperatur zaczynających się od kilku kelwinów. Ponadto, w rozważanym układzie występują niewykładnicze kinetyki kwantowe (wynikające z obecności różnych bezpośrednich i pośrednich kanałów przejść) z dwoma reżimami relaksacji.

## Modelowanie właściwości samorosnących kropek kwantowych aktywnych optycznie dla długości fal około 1.3 $\mu$ m

Prace [H.5, H.6] poświęcone są właściwościom elektronowym i spektralnym samorosnących kropek kwantowych InGaAs/GaAs pokrytych warstwą redukującą odkształcenia, emitujących w zakresie drugiego okna transmisyjnego (około 1.3  $\mu$ m). Przedmiotem artykułu [H.5] jest emisja z kompleksów ekscytonowych (ekscytony neutralne, triony oraz biekscytony). W pracy [H.6] badamy różnicę energii pomiędzy stanami neutralnego ekscytonu o obwiedniach (nominalnie) typu s i p. W obu artykułach moja rola polegała na przeprowadzeniu modelowania teoretycznego, wnoszącego wkład w interpretację danych doświadczalnych.

Wstępnym etapem w modelowaniu pojedynczych kropek kwantowych było znalezienie parametrów (kształt, profil składu, etc.) odtwarzających widmo fotoluminescencji dla zespołu kropek [57][**H.5**]. Dostarcza to informacji o morfologii typowej kropki kwantowej dla danych warunków wzrostu i stanowi punkt wyjścia dla dalszych symulacji.

### Modelowanie kompleksów ekscytonowych

W pracy [**H.5**] rozpatrujemy emisję z pojedynczej kropki, pochodząca z ekscytonu o neutralnym ładunku X  $\equiv$  (1 elektron, 1 dziura), biekscytonu XX  $\equiv$  (2 el., 2 d.), dodatnio naładowanego trionu X<sup>+</sup>  $\equiv$  (1 el., 2 d.) i ujemnie naładowanego trionu X<sup>-</sup>  $\equiv$  (2 el., 1 d.). Bezpośrednie oddziaływanie kulombowskie oraz korelacje przesuwają energie kompleksów ekscytonowych, stąd linie odpowiadające przejściom: XX  $\rightarrow$  X, X<sup>+</sup>  $\rightarrow$  (0, 1 d.), X<sup>-</sup>  $\rightarrow$  (1 el., 0) oraz X  $\rightarrow$  (0,0) są rozdzielone spektralnie [58, 59]. W celu obliczenia energii, przeprowadziłem symulacje oparte na metodzie konfiguracji oddziaływania. Uzyskane wyniki numeryczne odtwarzają strukturę linii, która jest obserwowana w eksperymencie.

Energie wiązania kompleksów ekscytonowych dla serii pojedynczych kropek kwantowych zostały zmierzone i przedstawione w funkcji energii emisji neutralnego ekscytonu X [**H.5**]. Dane eksperymentalne pokazują wyraźny trend, w którym wartość bezwzględna energii wiązania trionu  $X^+$  rośnie wraz ze wzrastającą energią ekscytonu X. Dla odtworzenia tej zależności przeprowadziłem modelowanie dla kropek o różnych rozmiarach i zawartościach indu. Uzyskane wyniki numeryczne sugerują, że obserwowany trend jest spowodowany fluktuacjami składu w kropkach.

### Modelowanie rozszczepienia s-p

Wiadomo, że w kropkach kwantowych przejście fundamentalne neutralnego ekscytonu pochodzi ze stanu, który jest (w przybliżeniu) zbudowany ze stanów jednocząstkowych elektronu i dziury o obwiedniach typu s. W typowej kropce kwantowej, kolejny<sup>1</sup> wyraźny pik emisji jest związany ze stanami uformowanymi (w przybliżeniu) przez funkcje falowe typu p (zarówno dla elektronu, jak i dla dziury). W związku z tym, energia stanu podstawowego ekscytonu

 $<sup>^1\</sup>mathrm{Dla}$ czytelności, w tym opisie rozszczepienie struktury subtelnej jest pominięte.

może być oznaczana jako  $E_s$ , a różnica energii pomiędzy dwoma najniższymi pikami w widmie ekscytonu jako  $\Delta E_{sp}$ . W pracy [**H.6**] badamy tę różnicę energii w kropkach kwantowych emitujących w zakresie drugiego okna transmisyjnego.

Eksperyment w [**H.6**] był przeprowadzony dla wielu pojedynczych kropek kwantowych. Dane pomiarowe pokazują trend, w którym różnica energii  $\Delta E_{sp}$  maleje (w przybliżeniu) liniowo wraz ze zwiększającą się energią emisji ze stanu podstawowego  $E_s$ . Przeprowadziłem szereg symulacji, w których energie ekscytonu były liczone dla różnych składów, rozmiarów i proporcji kropki kwantowej. Zmierzona zależność nie może być powiązana z fluktuacjami rozmiaru kropek, ponieważ w takim przypadku zwiększenie energii stanu podstawowego towarzyszy wzrostowi  $\Delta E_{sp}$  (co jest odwrotnym trendem w porównaniu do eksperymentalnego). Obserwowany trend został odtworzony w ramach symulacji przeprowadzonych w funkcji składu kropki. Wzrastająca zawartość indu obniża energię stanu podstawowego, a zwiększa rozszczepienie  $\Delta E_{sp}$ . Ten drugi efekt jest związany z redukcją masy efektywnej (dla elektronu jej wartość jest prawie trzy razy większa w GaAs niż w InAs).

W modelowaniu teoretycznym w [**H.6**] wykorzystałem potencjały deformacyjne drugiego rzędu. Poprawiło to zgodność pomiędzy wynikami numerycznymi a danymi eksperymentalnymi.

### Rezonanse kulombowskie w podwójnych kropkach kwantowych

W eksperymentalno-teoretycznej pracy [H.7] badamy właściwości stanów ekscytonowych w samorosnącej, podwójnej kropce kwantowej InGaAs/GaAs. Energie stanów ekscytonu były mierzone w obecności zewnętrznego, osiowego pola elektrycznego F [rys. 3(a)]. W celu zebrania danych w szerokim zakresie pola, eksperyment obejmował pomiary fotoluminescencji, fotoluminescencji wzbudzenia oraz fotoprądu.

Zgodnie z konwencją stany ekscytonu w podwójnych kropkach kwantowych są klasyfikowane jako proste (ang. direct exciton) lub skośne (ang. indirect exciton). W pierwszym przypadku elektron i dziura są zlokalizowane w tej samej kropce, w drugim — są rozdzielone przestrzennie. W przybliżeniu, w każdej z kropek elektron i dziura obsadzają stany jednocząstkowe, charakteryzowane przez rodzaj obwiedni (s, p, d, ...). Wygodnie jest oznaczać stany ekscytonu w notacji zaniedbującej korelacje:  $\begin{bmatrix} e_l, e_u \\ h_l, h_u \end{bmatrix} X$ , gdzie górny (dolny) wiersz charakteryzuje elektron (dziurę) w dolnej (l) i górnej (u) kropce.

Energia ekscytonu zmienia się z przyłożonym polem z nachyleniem zależnym od elektrycznego momentu dipolowego, który charakteryzuje dany stan (efekt Starka). W konsekwencji, energie ekscytonów skośnych silnie zależą od pola elektrycznego, podczas gdy energie ekscytonów prostych — słabo. Pozwala to na dostrojenie energii stanów prostych i skośnych [14].

Dane eksperymentalne zaprezentowane na rys. 3(a) wykazują szereg anticrossingów. Te zaznaczone niebieskimi prostokątami (nr 3, 4 i 5) odpowiadają sytuacji, w której elektron



Rys. 3: Energie stanów ekscytonu w podwójnej kropce kwantowej: (a) dane eksperymentalne, (b) wyniki teoretyczne; (c) obraz TEM kropek o zbliżonej morfologii (w porównaniu do mierzonych) [60], (d) profil składu przyjęty w obliczeniach numerycznych. [H.7] © American Physical Society, IOP Publishing

tuneluje pomiędzy kropkami, podczas gdy dziura pozostaje w tym samym stanie w górnej kropce. Przejście pomiędzy  $\begin{bmatrix} p,0\\0,s \end{bmatrix} X$  a  $\begin{bmatrix} 0,s\\0,s \end{bmatrix} X$  (prostokąt nr 5) obejmuje zmianę typu obwiedni  $(p \leftrightarrow s)$  tunelującego elektronu. Jest to możliwe, jeśli układ nie posiada (ściśle) symetrii osiowej [61]. Anticrossingi związane ze sprzężeniami jednocząstkowymi (tunelowanie pojedynczego nośnika pomiędzy kropkami) są znane i dobrze opisane w literaturze [15, 61, 14, 62].

Zmierzone widmo zawiera jednak anticrossingi, które nie mogą być zinterpretowane jako jednocząstkowe rezonanse tunelowe. Dla pola  $F \approx 16 \text{ kV/cm}$  (czerwony prostokąt nr 2) można zobaczyć anticrossingi związane ze sprzężeniem stanu skośnego  $\begin{bmatrix} s,0\\0,s \end{bmatrix} X$  do stanów prostych  $\begin{bmatrix} 0,s\\0,p \end{bmatrix} X$ . Odpowiada to tunelowaniu elektronu pomiędzy kropkami połączonemu ze zmianą stanu dziury  $(s \leftrightarrow p)$  w górnej kropce. Jest to dwucząstkowe sprzężenie, które jest możliwe dzięki oddziaływaniu kulombowskiemu i złamaniu symetrii osiowej. W rozpatrywanym widmie zidentyfikowano jeszcze dwa takie rezonanse kulombowskie:  $\begin{bmatrix} s,0\\0,p \end{bmatrix} X \iff \begin{bmatrix} 0,s\\0,s \end{bmatrix} X$  (prostokąt nr 1) oraz  $\begin{bmatrix} s,0\\0,d \end{bmatrix} X \iff \begin{bmatrix} 0,s\\0,s \end{bmatrix} X$  (prostokąt nr 6).

Jednoznaczna identyfikacja stanów ekscytonu (i omawianych anticrossingów) była możliwa dzięki zastosowaniu modelu teoretycznego, który był w stanie odtworzyć istotne cechy zmierzonego widma energii. Pomimo iż obraz TEM dla badanej próbki nie był dostępny, istnieją dane dla podobnego układu podwójnej kropki kwantowej (rys. 3c) [60]. Wskazują one na złamanie symetrii osiowej (niewspółosiowość kropek) oraz pokazują deformację podstawy górnej kropki. Te cechy zostały uwzględnione w modelu teoretycznym (rys. 3d). Podobnie jak w innych pracach cyklu, stany jednocząstkowe zostały znalezione korzystając z ośmiopasmowego modelu  $k \cdot p$ , podczas gdy stany ekscytonu zostały obliczone w ramach metody konfiguracji oddziaływania.

Rezonanse kulombowskie w kropkach kwantowych są obiecujące z punktu widzenia zastosowań. Struktura anticrossingów pozwala na wyekstrahowanie informacji o energiach stanów skośnych ekscytonu, które są nominalnie stanami ciemnymi ze względu na niewielkie przekrycie pomiędzy funkcjami falowymi dziury i elektronu. Pozwala to na charakteryzację jednocząstkowych poziomów energetycznych.

### Podsumowanie

Przedstawiony cykl składa się z siedmiu artykułów powiązanych tematycznie z badaniami nad właściwościami elektronowymi, optycznymi i spinowymi samorosnących kropek kwantowych:

- W pracy teoretycznej [**H.1**] znaleziono parametry hamiltonianu odkształceniowego drugiego rzędu dla kryształów objętościowych InAs i GaAs. Porównano wyniki uzyskane w ramach ośmiopasmowego modelu  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  i modelu ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s\* dla energii elektronu i dziury w studniach i kropkach kwantowych. W przypadku elektronu uzyskano bardzo dobrą zgodność między wynikami modeli, jeśli człony odkształceniowe drugiego rzędu są uwzględnione w hamiltonianie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ .
- Praca teoretyczna [**H.2**] zawiera systematyczne porównanie różnych mechanizmów sprzężenia spin-orbita, które wpływają na stany dziurowe o obwiedni typu p w samorosnącej kropce kwantowej InAs/GaAs. Pokazano, że dominujący mechanizm pochodzi od odkształceń ścinających. Praca zawiera również porównanie g-czynników (elektronowych i dziurowych) obliczonych różnymi metodami, gdzie pokazano dobrą zgodność między wynikami ośmio- i czternastopasmowego modelu  $k \cdot p$ .
- W pracy teoretycznej [H.3] analizowano sprzężenie spinowo-orbitalne, które miesza stany dziurowe należące do oddzielnych powłok w kropkach kwantowych InAs/GaAs o różnych geometriach. Obliczono szybkość przejścia fononowego z obrotem spinu pomiędzy stanami w najniższym dublecie Zeemanowskim dla dziury. Pokazano, że kropka kwantowa zorientowana w kierunku [111] oferuje znacznie dłuższy czas życia spinu w porównaniu do struktury narosłej w standardowym kierunku wzrostu [001].
- Praca teoretyczna [H.4] jest poświęcona indukowanej przez fonony relaksacji pomiędzy stanami tripletowymi a singletowymi dla dwóch elektronów w samorosnącej, podwójnej kropce kwantowej. Badano przejścia między stanami w obecności zewnętrznych pól (elektrycznego i magnetycznego). Zidentyfikowano reżimy, w ramach których dominują określone procesy. Pokazano, że w szerokim zakresie parametrów relaksacja jest zdominowana przez mechanizm sprzężenia spin-orbita związany z różnicą g-czynników dla stanów zlokalizowanych w różnych kropkach.

- Praca eksperymentalno-teoretyczna [H.5] jest poświęcona kompleksom ekscytonowym w samorosnących kropkach kwantowych emitujących promieniowanie w zakresie drugiego okna telekomunikacynego. Uzyskane wyniki teoretyczne odtworzyły strukturę zmierzonych energii wiązania oraz przyczyniły się do interpretacji obserwowanego trendu.
- W pracy eksperymentalno-teoretycznej [H.6] badamy rozszczepienia s-p w widmach ekscytonu w samorosnących kropkach kwantowych emitujących w zakresie telekomunikacyjnym. Zweryfikowano kilka hipotez dotyczących danych eksperymentalnych. Zmierzony trend został odtworzony w symulacjach numerycznych wykonywanych w funkcji składu kropki.
- Praca eksperymentalno-teoretyczna [H.7] jest poświęcona rezonansom kulombowskim w podwójnej, samorosnącej kropce kwantowej. Wyniki teoretyczne odtwarzają zmierzoną strukturę gałęzi energetycznych i potwierdzają dwucząstkowy charakter obserwowanych anticrossingów (rezonanse kulombowskie).

### Wybrane osiągnięcia naukowe niewłączone do cyklu artykułów

[R.1] K. Gawarecki, M. Zieliński,

*Electron g-factor in nanostructures: continuum media and atomistic approach*, Scientific Reports, vol. **10**, 22001 (2020), DOI: 10.1038/s41598-020-79133-0

Praca jest poświęcona g-czynnikowi elektronu w nanostrukturach półprzewodnikowych z InAs. W pierwszej kolejności, wykorzystując teorię liniowej odpowiedzi (w polu magnetycznym) dla stanów Blocha [63, 64], obliczono g-czynnik w funkcji k dla kryształu objętościowego InAs. Uzyskano bardzo dobrą zgodność pomiędzy ośmiopasmową metodą  $k \cdot p$  oraz modelem ciasnego wiązania sp<sup>3</sup>d<sup>5</sup>s<sup>\*</sup>. Następnie obliczono dwa najniższe stany elektronu w sześciennym pudle InAs. Porównano wyniki dla g-czynnika (obliczonego w funkcji rozmiaru sześcianu) uzyskane w ramach podejść  $k \cdot p$  i TB. Również w tym przypadku, uzyskano stosunkowo dobrą zgodność między modelami. Badano także rolę symetrii związanej z wyborem granic pudła względem sieci atomowej. Pokazano, że dla pudła z anionami i kationami na powierzchni (a polem magnetycznym wzdłuż krawędzi sześcianu) g-czynnik nie osiąga wartości 0, a energie stanów w dublecie Zeemanowskim wykazują anticrossing, kiedy są liczone w funkcji rozmiaru pudła. Takie zachowanie jest związane z faktem, że dla grupy  $C_1$  stany należą do tej samej nieprzywiedlnej reprezentacji [65].

Mój wkład polegał na: udziale w opracowaniu koncepcji pracy, przeprowadzeniu obliczeń analitycznych i numerycznych w modelu kp, obliczeniach numerycznych w modelu ciasnego wiązania (wyłącznie dla kryształu objętościowego), rozwijaniu kodów programów, udziale w pisaniu tekstu artykułu oraz udziale w interpretacji wyników.

[R.2] A. Mielnik-Pyszczorski, <u>K. Gawarecki</u>, M.Gawełczyk, P. Machnikowski, Dominant role of the shear strain induced admixture in spin-flip processes in selfassembled quantum dots,

Physical Review B 97, 245313 (2018), DOI: 10.1103/PhysRevB.97.245313

Praca jest poświęcona fononowym mechanizmom obrotu spinu elektronu w samorosnącej kropce kwantowej InAs/GaAs. Pokazano, że w rozpatrywanej kropce, przejścia w najniższym dublecie Zeemanowskim są zdominowane przez mechanizm domieszkowy związany z odkształceniami ścinającymi, podczas gdy wkład pochodzący od sprzężenia Dresselhausa jest względnie słaby.

Mój wkład polegał na: opiece nad doktorantem (jako promotor pomocniczy), udziale w wyborze modelu oraz w jego numerycznej implementacji, napisaniu fragmentu sekcji "Model", dyskusjach nad tekstem artykułu i udziale w dyskusjach na temat wyników.

[R.3] A. Mielnik-Pyszczorski, <u>K. Gawarecki</u>, P. Machnikowski,

Limited accuracy of conduction band effective mass equations for semiconductor quantum dots,

Scientific Reports 8, 2873 (2018), DOI: 10.1038/s41598-018-21043-3

Praca zawiera porównanie g-czynników elektronu w samorosnącej kropce kwantowej obliczonych w modelu  $\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{p}$  ośmio- i dwupasmowym. Zademonstrowano ograniczoną dokładność modelu dwupasmowego, która może być jednak zwiększona, jeżeli uwzględnione są znaczące poprawki, w tym nieparaboliczność wprowadzoną w sposób samouzgodniony.

Mój wkład polegał na: opiece nad doktorantem (jako promotor pomocniczy), udziale w rozbudowie modelu i jego numerycznej implementacji, dyskusjach nad tekstem artykułu, udziale w interpretacji wyników.

[R.4] K. Gawarecki, P. Machnikowski, T. Kuhn,

Electron states in a double quantum dot with broken axial symmetry, Physical Review B **90**, 085437 (2014), DOI: 10.1103/PhysRevB.90.085437

Praca jest poświęcona wpływ różnych mechanizmów geometrycznego złamania symetrii osiowej na stany elektronu w samorosnącej, podwójnej kropce kwantowej InGaAs/GaAs. Scharakteryzowano ilościowo wpływ przesunięcia jednej z kropek (względem środka drugiej) na szerokości anticrossingów między stanami elektronu typu s i p z różnych kropek. Zademonstrowano, że w obecności potencjału piezoelektrycznego, kluczowe znaczenie dla rozpatrywanych sprzężeń ma kierunek przesunięcia.

Mój wkład polegał na: udziale w opracowaniu koncepcji pracy, udziale w wyborze modelu, przeprowadzeniu implementacji numerycznej, wykonaniu wszystkich symulacji, wiodącej roli w pisaniu tekstu artykułu oraz udziale w interpretacji wyników. Pełna lista publikacji (łącznie 30) znajduje się w dołączonym wykazie osiągnięć naukowych.

## 5 Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej.

Podstawowym miejscem, w którym prowadzę działalność naukową, jest Wydział Podstawowych Problemów Techniki na *Politechnice Wrocławskiej*. Afiliacja do tej uczelni jest obecna we wszystkich moich publikacjach.

Od 10.2012 do 01.2013 byłem na stypendium finansowanym przez Niemiecką Centralę Wymiany Akademickiej (DAAD). W ramach tego programu odbyłem pobyt badawczy w Instytucie Teorii Ciała Stałego na *Westfalskim Uniwersytecie Wilhelma w Münster* (Niemcy), w grupie profesora Tilmanna Kuhna. Aktywność naukowa, którą prowadziłem w trakcie stypendium DAAD, przyczyniła się do powstania publikacji [**R.4**].

Mój pobyt w grupie prof. Kuhna trwał łącznie około 6 miesięcy (gdzie okresy wykraczające poza stypendium DAAD były finansowane z innych projektów). W tym czasie aktywnie zdobywałem doświadczenie z zakresu teoretycznego modelowania kropek kwantowych. Pracowałem także nad implementacjami numerycznymi modeli. Ponadto, byłem zaangażowany w modelowanie dynamiki w kropce kwantowej sterowanej przez laser o zmiennej w czasie częstotliwości (ang. *chirped laser pulse*).

We współpracy z grupą prof. Kuhna i grupą prof. Axta (Uniwersytet Bayreuth) opublikowaliśmy kilka prac poświęconych roli fononów dla dynamiki w kropce kwantowej sterowanej przez laser o zmiennej w czasie częstotliwości:

- [W.1] K. Gawarecki, S. Lüker, D. E. Reiter, T. Kuhn, M. Glässl, V. M. Axt, A. Grodecka-Grad, P. Machnikowski, Dephasing in the adiabatic rapid passage in quantum dots: Role of phonon-assisted biexciton generation, Physical Review B 86, 235301 (2012),
- [W.2] K. Gawarecki, S. Lüker, D. E. Reiter, T. Kuhn, M. Glässl, V. M. Axt, A. Grodecka-Grad, P. Machnikowski, Adiabatic rapid passage in quantum dots: phonon-assisted decoherence and biexciton generation, Physica Status Solidi C 10, 1210-1213 (2013),
- [W.3] M. Glässl, A. M. Barth, <u>K. Gawarecki</u>, P. Machnikowski, M. D. Croitoru, S. Lüker, D. E. Reiter, T. Kuhn, V. M. Axt, *Biexciton state preparation in a quantum dot via adiabatic rapid passage: Comparison*

between two control protocols and impact of phonon-induced dephasing, Physical Review B 87, 085303 (2013),

[W.4] S. Lüker, <u>K. Gawarecki</u>, D. E. Reiter, A. Grodecka-Grad, V. M. Axt, P. Machnikowski, T. Kuhn, Influence of acoustic phonons on the optical control of quantum dots driven by adiabatic rapid passage, Physical Review B 85, 121302(R) (2012).

W pracach  $[\mathbf{W.2}]$  i  $[\mathbf{W.3}]$  posiadam dodatkową afiliację Westfalskiego Uniwersytetu Wilhelma w Münster.

W ramach współpracy z grupą prof. Kuhna odbyłem także dwie krótkie wizyty na Uniwersytecie w Münster (w 01.2012 i w 01.2015r). Druga z nich była związana z dyskusjami nad interpretacją wyników do późniejszej pracy [**H.7**].

Współpracuję z grupami eksperymentalnymi prof. Jonathana Finleya i prof. Kai Müllera (Instytut Waltera Schottky'ego na *Uniwesystecie Technicznym Monachium*, Garching, Niemcy). Wizytowałem Instytut dwukrotnie: krótka wizyta w 11.2014r i w 03.2018r. Pierwsza z nich była związana przede wszystkim z pracą nad artykułem [**H.7**].

Współpracuję z dr. hab. Michałem Zielińskim (Katedra Mechaniki Kwantowej, Uniwersytet Mikołaja Kopernika, Toruń). Najważniejszym rezultatem tej współpracy są artykuły [H.1] i [R.1]. Łącznie odbyłem cztery krótkie wizyty na Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu, gdzie trzy miały związek z tą współpracą.

# 6 Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę.

### 6.1 Zajęcia prowadzone na Politechnice Wrocławskiej

Kursy prowadzone przeze mnie obejmowały:

- Podstawy fizyki kwantowej (wykład i ćwiczenia)
- Fizyka 1, 2 (ćwiczenia)
- Analiza Matematyczna 1, 2 (ćwiczenia)
- Algebra 1 (ćwiczenia)
- Wstęp do programowania (laboratorium)
- Programowanie proceduralne (laboratorium)

### 6.2 Opieka nad doktorantami

• Pełniłem funkcję promotora pomocniczego w przewodzie doktorskim dr. Adama Mielnika-Pyszczorskiego (promotor: prof. dr hab. inż. Paweł Machnikowski). Tytuł rozprawy: "Dynamika elektronów i fononów w sprzężonych nanostrukturach półprzewodnikowych". Dyscyplina: nauki fizyczne. Data uzyskania stopnia doktora: 30.09.2020.

### 6.3 Opieka nad studentami

 Pełniłem funkcję promotora w pracy inżynierskiej inż. Pawła Rokickiego. Tytuł pracy: "Modelowanie czynnika żyromagnetycznego w kropkach kwantowych zadanych parabolicznym potencjałem". Kierunek studiów: Fizyka Techniczna. Data uzyskania tytułu zawodowego inżyniera: 24.09.2020.

### 6.4 Recenzowanie prac dyplomowych

Recenzowałem jedną pracę inżynierską (2016r) i trzy prace magisterskie (2017r, 2020r, 2021r).

### 6.5 Popularyzacja nauki

Na zaproszenie wygłosiłem prezentację dla studentów z koła naukowego QANT. Tytuł prezentacji: "*Wpływ symetrii na zachowanie spinu w nanostrukturach półprzewodnikowych*". Miejsce i data: Politechnika Wrocławska, 18.12.2019.

### 6.6 Działalność organizacyjna

- Udział w zespołach hospitujących w ramach Wydziałowego Systemu Zapewniania Jakości Kształcenia (w semestrach letnich 2019r i 2021r).
- Uczestnictwo w obsłudze konferencji "4th International workshop on the optical properties of nanostructures", Politechnika Wrocławska, 17-19.02.2016r.
- Uczestnictwo w obsłudze połączonych konferencji "20th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems (EP2DS-20)" oraz "16th International Conference on Modulated Semiconductor Structures (MSS-16)", Politechnika Wrocławska, 01-05.07.2013r.

## 7 Inne informacje ważne z perspektywy mojej kariery zawodowej

Od 03.2013 do 09.2015 byłem kierownikiem grantu PRELUDIUM (2012/05/N/ST3/03079), "Stany kwantowe, relaksacja i transfer nośników w sprzężonych nanostrukturach półprzewodnikowych", Narodowe Centrum Nauki (NCN). Sprawozdanie za ten projekt zostało zaakceptowane.

Uczestniczyłem w roli wykonawcy w 4 innych projektach. Ich lista znajduje się w dołączonym wykazie osiągnięć naukowych.

### Spis literatury

- [1] L. Jacak, P. Hawrylak, and A. Wojs, *Quantum Dots* (Springer Verlag, Berlin, 1998).
- [2] P. M. Petroff, K. H. Schmidt, G. M. Ribeiro, A. Lorke, and J. Kotthaus, Jpn. J. Appl. Phys. 36, 4068 (1997).
- [3] I. N. Stranski and L. von Krastanow, Akad. Wiss. Let. Mainz Math Natur K1 IIb 146, 797 (1939).
- [4] B. J. Gywat O., Krenner H. J., Spins in Optically Active Quantum Dots: Concepts and Methods (John Wiley & Sons, Ltd, 2010).
- [5] K. Müller, T. Kaldewey, R. Ripszam, J. S. Wildmann, A. Bechtold, M. Bichler, G. Koblmüller, G. Abstreiter, and J. J. Finley, Sci. Rep. 3, 1906 (2013).
- [6] Y. Arakawa and H. Sakaki, Appl. Phys. Lett. 40, 939 (1982).
- [7] K. Hinzer, C. N. Allen, J. Lapointe, D. Picard, Z. R. Wasilewski, S. Fafard, and A. J. SpringThorpe, J. Vac. Sci. Technol. A 18, 578 (2000).
- [8] O. Benson, C. Santori, M. Pelton, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. 84, 2513 (2000).
- [9] R. Singh and G. Bester, Phys. Rev. Lett. **103**, 063601 (2009).
- [10] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. V. Schoenfeld, P. M. Petroff, L. Zhang, E. Hu, and A. Imamoglu, Science (80-.). 290, 2282 (2000).
- [11] P. Senellart, G. Solomon, and A. White, Nat. Nanotechnol. 12, 1026 (2017).
- [12] R. Paschotta, Encyclopedia of Laser Physics and Technology (Wiley-VCH, 2008).
- [13] K. Nishi, H. Saito, S. Sugou, and J.-S. Lee, Appl. Phys. Lett. 74, 1111 (1999).
- [14] J. Wu and Z. M. Wang, *Quantum Dot Molecules* (Springer, New York, 2014).
- [15] H. J. Krenner, M. Sabathil, E. C. Clark, A. Kress, D. Schuh, M. Bichler, G. Abstreiter, and J. J. Finley, Phys. Rev. Lett. 94, 057402 (2005).
- [16] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford University Press, Oxford, 2002).
- [17] A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B 61, 12639 (2000).
- [18] A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B 64, 125316 (2001).
- [19] B. Eble, C. Testelin, P. Desfonds, F. Bernardot, A. Balocchi, T. Amand, A. Miard, A. Lemaître, X. Marie, and M. Chamarro, Phys. Rev. Lett. 102, 146601 (2009).
- [20] A. Mielnik-Pyszczorski, K. Gawarecki, M. Gawełczyk, and P. Machnikowski, Phys. Rev. B 97, 245313 (2018).

- [21] M. Gawełczyk and K. Gawarecki, Phys. Rev. B 103, 245422 (2021).
- [22] P. Karwat, K. Gawarecki, and P. Machnikowski, Phys. Rev. B 104, 045308 (2021).
- [23] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A 57, 120 (1998).
- [24] I. Žutić, J. Fabian, and S. D. Sarma, Rev. Mod. Phys. 76, 323 (2004).
- [25] F. H. L. Koppens, C. Buizert, K. J. Tielrooij, I. T. Vink, K. C. Nowack, T. Meunier, L. P. Kouwenhoven, and L. M. K. Vandersypen, Nature 442, 766 (2006).
- [26] T. Obata, M. Pioro-Ladrière, Y. Tokura, Y.-S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, and S. Tarucha, Phys. Rev. B 81, 085317 (2010).
- [27] K. M. Weiss, J. M. Elzerman, Y. L. Delley, J. Miguel-Sanchez, and A. Imamoğlu, Phys. Rev. Lett. 109, 107401 (2012).
- [28] R. Winkler, Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems (Springer, 2003).
- [29] S. Wu, L. Cheng, H. Yu, and Q. Wang, Phys. Lett. A 382, 1922 (2018).
- [30] V. N. Golovach, A. Khaetskii, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. 93, 016601 (2004).
- [31] D. V. Bulaev and D. Loss, Phys. Rev. B 95, 076805 (2005).
- [32] M. Valín-Rodríguez, A. Puente, and L. Serra, Phys. Rev. B 69, 085306 (2004).
- [33] C. Pryor, J. Kim, L. W. Wang, A. J. Williamson, and A. Zunger, J. Appl. Phys. 83, 2548 (1998).
- [34] G. Bester, A. Zunger, X. Wu, and D. Vanderbilt, Phys. Rev. B 74, 081305 (2006).
- [35] H. R. Trebin, U. Rössler, and R. Ranvaud, Phys. Rev. B 20, 686 (1979).
- [36] L. C. Lew Yan Voon and M. Willatzen, k p Method Electron. Prop. Semicond. (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2009).
- [37] J. C. Slater and G. F. Koster, Phys. Rev. 94, 1498 (1954).
- [38] J. Shumway, A. J. Williamson, A. Zunger, A. Passaseo, M. DeGiorgi, R. Cingolani, M. Catalano, and P. Crozier, Phys. Rev. B 64, 125302 (2001).
- [39] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, A. M. Kosevich, and L. P. Pitaevskii, *Theory of elasticity* (Elsevier, 1986).
- [40] T. B. Bahder, Phys. Rev. B **41**, 11992 (1990).
- [41] G. L. Bir and G. E. Pikus, Symmetry and strain-induced effects in semiconductors (Wiley, 1974).
- [42] T. Eissfeller, Ph.D. thesis, Technical University of Munich, 2012.

- [43] T. Andlauer, R. Morschl, and P. Vogl, Phys. Rev. B 78, 075317 (2008).
- [44] H. Mayer and U. Rössler, Phys. Rev. B 44, 9048 (1991).
- [45] J.-M. Jancu, R. Scholz, F. Beltram, and F. Bassani, Phys. Rev. B 57, 6493 (1998).
- [46] M. Zieliński, Phys. Rev. B 86, 115424 (2012).
- [47] H. Haken, Quantum Field Theory of Solids. An Introduction (North-Holland, Amsterdam, 1976).
- [48] V. Hernandez, J. E. Roman, and V. Vidal, ACM Trans. Math. Softw. 31, 351 (2005).
- [49] P. Yu and M. Cardona, Fundamentals of semiconductors: physics and materials properties (Springer, 2010).
- [50] K. Suzuki and J. C. Hensel, Phys. Rev. B 9, 4184 (1974).
- [51] S. Avetisyan, P. Pietiläinen, and T. Chakraborty, Phys. Rev. B 85, 153301 (2012).
- [52] S. Avetisyan, P. Pietiläinen, and T. Chakraborty, Phys. Rev. B 88, 205310 (2013).
- [53] A. Manaselyan and T. Chakraborty, Eur. Lett. 88, 17003 (2009).
- [54] L. M. Roth, B. Lax, and S. Zwerdling, Phys. Rev. 114, 90 (1959).
- [55] C. E. Pryor and M. E. Flatté, Phys. Rev. Lett. 96, 026804 (2006).
- [56] P. M. Mutter and G. Burkard, Mater. Quantum. Technol. 1, 015003 (2020).
- [57] A. Maryński, P. Mrowiński, K. Ryczko, P. Podemski, K. Gawarecki, A. Musiał, J. Misiewicz, D. Quandt, A. Strittmatter, S. Rodt, S. Reitzenstein, and G. Sek, Acta Phys. Pol. A 132, 386 (2017).
- [58] G. Bester and A. Zunger, Phys. Rev. B 68, 073309 (2003).
- [59] S. Rodt, A. Schliwa, K. Pötschke, F. Guffarth, and D. Bimberg, Phys. Rev. B 71, 155325 (2005).
- [60] H. J. Krenner, S. Stuffer, M. Sabathil, E. C. Clark, P. Ester, M. Bichler, G. Abstreiter, J. J. Finley, and A. Zrenner, New J. Phys. 7, 184 (2005).
- [61] J. M. Daniels, P. Machnikowski, and T. Kuhn, Phys. Rev. B 88, 205307 (2013).
- [62] K. Gawarecki, P. Machnikowski, and T. Kuhn, Phys. Rev. B 90, 085437 (2014).
- [63] T. Woźniak, P. E. Faria Junior, G. Seifert, A. Chaves, and J. Kunstmann, Phys. Rev. B 101, 235408 (2020).
- [64] A. A. Kiselev, E. L. Ivchenko, and U. Rössler, Phys. Rev. B 58, 16353 (1998).
- [65] M. S. Dresselhaus, G. Dresselhaus, and A. A. Jorio, *Group theory : application to the physics of condensed matter* (Springer-Verlag, 2010).

K. Gewarecki