



Politechnika Wroclawska

DZIEDZINA: Dziedzina nauk inżynieryjno-technicznych

DYSCYPLINA: Automatyka, elektronika, elektrotechnika i technologie kosmiczne

ROZPRAWA DOKTORSKA

Zastosowanie filtracji Monte Carlo

do korekcji ujemnych współczynników strat w Eksperymentalnej Statystycznej Analizie Energii

Mgr inż. Paweł Nieradka

Promotor:

prof. dr hab. inż. Andrzej Dobrucki

Promotor pomocniczy:

dr Maciej Walczyński

Słowa kluczowe: Statystyczna Analiza Energii, CLF, DLF

WROCLAW 2023

Podziękowania

Chciałbym złożyć serdeczne podziękowania mojemu promotorowi prof. dr hab. inż. Andrzejowi Dobruckiemu, promotorowi pomocniczemu dr Maciejowi Walczyńskiemu oraz opiekunowi pracy dr inż. Filipowi Barańskiemu za wsparcie oraz cenne uwagi dotyczące badań. Dziękuję mojej rodzinie i narzeczonej za wsparcie podczas pisania rozprawy. Wyrazy wdzięczności przekazuję również następującym instytucjom. Firmie KFB Acoustics za udzielone obszerne wsparcie techniczne i merytoryczne, Katedrze Akustyki, Multimediów i Przetwarzania Sygnałów z Politechniki Wrocławskiej za pomoc w przeprowadzeniu części badań oraz Firmie EC Test System sp. z o.o. za użyczenie części sprzętu na czas pomiarów.

Streszczenie

PL

W pracy przeanalizowano skuteczność metody MCF (Monte Carlo Filtering) w korekcji ujemnych współczynników strat, które mogą być wyznaczone podczas identyfikacji różnorodnych systemów wibroakustycznych reprezentowanych przez modele SEA (Statistical Energy Analysis). Podczas analiz uwzględniono systemy nie spełniające założeń SEA. Potwierdzono skuteczność metody dla prostych systemów, natomiast dla systemów bardziej złożonych wykazano, że MCF w wersji podstawowej nie jest w pełni skuteczna. Zbadano wpływ zastosowania tzw. rozszerzenia obszaru poszukiwań (ESA) podczas MCF na wyniki obliczeń i zaproponowano modyfikację ESA nazwaną DESA wprowadzającą niejednorodne rozszerzenie obszaru poszukiwań. Wykazano przewagę DESA nad standardową wersją ESA (UESA) dla niektórych badanych systemów. Przeanalizowano błędy związane ze stosowaniem ESA i wskazano na obecność tzw. błędu przesunięcia, który powiązano z asymetrią populacji Monte Carlo. Zaproponowano dwie metody pozwalające korygować błąd przesunięcia poprzez wymuszenie symetrii populacji. W pracy wykazano, że odpowiedni dobór techniki ESA oraz dobór rozkładu populacji Monte Carlo w ramach MCF pozwala na korekcję ujemnych współczynników strat niezależnie od stopnia spełnienia przez system założeń SEA oraz niezależnie z ilu podsystemów N składa się dany system (udowodniono dla $N \leq 4$).

ENG

This thesis analyzes the effectiveness of the Monte Carlo Filtering (MCF) method in correcting negative loss factors that can be determined when identifying a variety of vibroacoustic systems represented by SEA (Statistical Energy Analysis) models. Systems that do not meet SEA assumptions were considered during the analyses. The method's effectiveness for simple systems was confirmed, while it was shown that the MCF in its basic version is not entirely effective for more complex systems. The effect of using the so-called Expansion of the Search Area Extension (ESA) during MCF on the calculation results was investigated, and a modification of ESA called DESA was proposed, introducing a non-uniform extension of the search area. The advantage of DESA over the standard version of ESA (UESA) was demonstrated for some of the systems studied. The errors associated with using ESA were analyzed, and the so-called shift error was pointed out, which was associated with Monte Carlo population asymmetry. Two methods were proposed to correct the shift error by forcing population symmetry. The thesis shows that the appropriate selection of the ESA technique and the selection of the Monte Carlo population distribution within the MCF framework allows the correction of negative loss factors regardless of the degree to which the system meets the SEA assumptions and irrespective of how many N subsystems the system consists of (proven for $N \leq 4$).

Spis treści

1	Wprowadzenie	1
1.1	Teza pracy	1
1.2	Motywacja	1
1.3	Cel pracy	3
1.4	Struktura rozprawy	5
2	Przegląd literatury i podstawy SEA	7
2.1	Przegląd literatury	7
2.2	Podstawy SEA	12
2.2.1	Bilans energetyczny	12
2.2.2	Założenia SEA	15
2.2.3	Eksperymentalna SEA	18
2.2.4	Metoda MCF	20
3	Teoria ESA	25
3.1	Rozszerzenie obszaru poszukiwań (ESA)	26
3.2	Błędy związane z ESA	27
3.2.1	Asymetria populacji i błąd przesunięcia	27
3.2.2	Minimalizacja współczynnika skalującego	31
3.2.3	Wymuszanie symetrii populacji	32
3.3	Kryterium TLF	38
4	Przebieg pomiarów	41
4.1	Badane systemy	41
4.2	Stanowisko pomiarowe E-SEA	47

4.3	Pomiary właściwe	50
5	Analiza wyników	55
5.1	Walidacja I	55
5.1.1	Pojedyncza płyta	56
5.1.2	Złącze spawane	59
5.1.3	Złącze gumowe	62
5.1.4	Złącza punktowe	65
5.1.5	TLF oraz przyrosty DLF	68
5.1.6	Symulacje	72
5.2	Walidacja II	76
5.2.1	Tunelowanie	76
5.2.2	Rozszczepienie fali	80
5.3	Zbiorcza ocena metod	85
6	Podsumowanie	89
6.1	Osiągnięte cele pracy	89
6.2	Dalsze kierunki badań	92
6.3	Uwagi końcowe	93
	Bibliografia	95

Spis rysunków

2.1	Bilans energetyczny w systemie SEA	13
2.2	Schemat metody NEMI oraz NEMI+MCF	21
2.3	Przykładowe odległości między macierzami z populacji Monte Carlo, a macierzą pomiarową dla wszystkich iteracji MCF	23
3.1	Podzbiory zbioru populacji macierzy	29
3.2	Wpływ współczynnika skalującego na błędy przesunięcia	30
3.3	Wskaźnik asymetrii i błąd LF dla rozkładu normalnego	31
3.4	Przykładowy algorytm wyboru optymalnego współczynnika skalującego	32
3.5	Histogram (metoda A)	33
3.6	Wskaźnik asymetrii i błąd LF dla rozkładu normalnego	35
3.7	Metoda A, wpływ pominięcia minimalizacji wsp. skalującego	36
3.8	Histogram (metoda B)	37
3.9	Wskaźnik asymetrii i błąd LF dla rozkładu log-normalnego	38
4.1	Sposób wytłumienia systemów	42
4.2	Złącza badanych systemów	43
4.3	Struktura tworząca systemy 4, 5 lub 6	43
4.4	Zjawisko tunelowania	44
4.5	Struktura tworząca systemy 15 i 16	44
4.6	Kryterium cienkich płyt	45
4.7	Prędkość fal giętnych w badanych płytach	46
4.8	Konstrukcja do podwieszania badanej struktury	48
4.9	Potrójna płyta i zabezpieczenia antywibracyjne	49
4.10	Możliwości stanowiska pomiarowego	50
4.11	Schemat układu pomiarowego	51

4.12	Układ pomiarowy do zweryfikowania założenia o cienkich płytach	52
4.13	Widmo przyspieszenia po obu stronach płyty	52
4.14	Stosunek długości fali giętej do maksymalnego wymiaru liniowego bada- nych płyt	53
5.1	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki DLF (systemy 1, 2 oraz 3)	57
5.2	Wyniki identyfikacji dla systemów 1, 2 oraz 3	58
5.3	Wyniki identyfikacji dla systemów 1, 2 oraz 3 z zawężaniem obszaru poszuki- wań	58
5.4	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 4)	59
5.5	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 5)	60
5.6	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 6)	60
5.7	Wyniki identyfikacji dla systemów 4, 5 oraz 6	61
5.8	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 7)	62
5.9	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 8)	63
5.10	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 9)	63
5.11	Wyniki identyfikacji dla systemów 7, 8 oraz 9	64
5.12	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 10)	65
5.13	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 12)	66
5.14	Wpływ spełnienia założeń SEA na znaki LF (System 11)	66
5.15	Wyniki identyfikacji dla systemów 10, 11 oraz 12	68
5.16	Ocena spełnienia kryterium TLF dla badanych systemów	69
5.17	Przyrost DLF badanych systemów	70
5.18	Przyrost TLF badanych systemów	71
5.19	Porównanie wyników pomiarów i symulacji; złącze ciągłe spawane	73
5.20	Złącza punktowe: wyniki symulacji dla losowego kąta padania fali i wyniki pomiarów	74
5.21	Złącza punktowe: wyniki symulacji dla zerowego kąta padania fali i wyniki pomiarów	75
5.22	Zjawisko tunelowania w systemach 13 i 14	76
5.23	Wyniki identyfikacji systemu 14, bez ESA	77
5.24	Wyniki identyfikacji systemu 13, bez ESA	78
5.25	Wyniki identyfikacji systemu 13, z ESA	79
5.26	Widmo wybranego współczynnika CLF systemu 16 dla różnych wariantów MCF	80
5.27	Wartości dwóch wybranych elementów macierzy energii dla wszystkich iteracji Monte Carlo i różnych wariantów MCF	81

5.28 Wyniki identyfikacji systemu 16, współczynniki strat niezwiązane z rozszczepieniem fali	83
5.29 Wyniki identyfikacji systemu 16, współczynniki strat związane z rozszczepieniem fali	84

Spis tablic

4.1	Spis badanych systemów.	41
4.2	Parametry badanych struktur	42
5.1	Zbiorcza ocena badanych metod	86

Lista Akronimów

CPP	Coupling Power Proportionality
SFM	Symmetry Forcing Methods
ESA	Expansion of the Search Area
DESA	Diagonal Expansion of the Search Area
UESA	Uniform Expansion of the Search Area
SEA	Statistical Energy Analysis
LF	Loss Factor
CLF	Coupling Loss Factor
DLF	Damping Loss Factor
PIM	Power Injection Method
NEMI	Normalized Energy Matrix Inversion
MCF	Monte Carlo Filtering
SZS	struktury Spełniające Założenia SEA
NSZS	struktury Niespełniające Założeń SEA

Wprowadzenie

1.1 | Teza pracy

Dobór odpowiedniej techniki rozszerzania obszaru poszukiwań (w tym zaproponowanej w pracy metody DESA) oraz dobór właściwego rozkładu generowanej populacji macierzy energii pozwala na uzyskanie pełnej skuteczności metody MCF w korekcji ujemnych współczynników strat identyfikowanych systemów SEA o liczbie podsystemów $N \leq 4$, niezależnie od stopnia spełnienia założeń SEA.

1.2 | Motywacja

SEA (Statistical Energy Analysis) jest metodą, która pozwala na predykcję rozptyłu energii mechanicznej i akustycznej w złożonych systemach wibroakustycznych w zakresie dużych częstotliwości (Lyon i inni (1995)). To symulacyjne podejście pozwala stworzyć wirtualny prototyp produktu w celu przeprowadzenia jego optymalizacji pod względem transmisji hałasu i drgań. Stosowanie wirtualnych prototypów w procesie projektowania pozwala oszczędzać czas i unikać wysokich kosztów związanych z wytwarzaniem i modyfikowaniem fizycznych prototypów.

Metoda SEA jest stosowana jako narzędzie do tworzenia wirtualnych prototypów (modeli) w wielu branżach, gdzie problem hałasu i drgań jest istotnym czynnikiem (Borello i Gagliardini (2007); Culla i inni (2016)). Przykładami może być

- branża motoryzacyjna (Chen i inni (2012); Fraser (1998); Moron i inni (2009); Radcliffe i Huang (1997)),
- akustyka budowlana (Craik (1982)),

- lotnictwo (Borello (2018)),
- okrętownictwo (Aung Htut Khaung (2018); Cavcar Yayladere (2012); Connelly (1999); Hattori i inni (1985)),

A także projektowanie

- pociągów (Ji i inni (2015)),
- maszyn przemysłowych (Lalor (1996)),
- obudów dźwiękochłonna-izolacyjnych (Gupta i Parey (2022); Kim i inni (2014)),
- sprzętów AGD (Zarate i inni (2017a,b); Zárate i inni (2020)),
- przegród budowlanych (Iwaniec i Wiciak (2003); Price i Crocker (1970)),
- statków kosmicznych (Hwang (2002)).

Ciche produkty nie tylko pozwalają spełnić restrykcyjne normy dotyczące generacji hałasu, ale mają również wysoki potencjał marketingowy i przyczyniają się do podniesienia komfortu użytkownika końcowego.

System SEA jest jednoznacznie opisany przez zestaw parametrów nazwanych współczynnikami strat (ang. loss factors, LF). Współczynniki te dzielą się na współczynniki strat związane ze sprzężeniem podsystemów (ang. coupling loss factors, CLF) oraz współczynniki strat związane z tłumieniem (ang. damping loss factors, DLF). Wszystkie LF muszą być znane, jeśli celem jest predykcja wibroakustyki systemu z wykorzystaniem SEA. CLF dla prostych złączy można wyznaczyć teoretycznie, natomiast DLF oraz CLF dla skomplikowanych złączy muszą zostać określone eksperymentalnie.

Eksperymentalna Statystyczna Analiza Energii (E-SEA) to zestaw metod służących do identyfikacji systemów SEA, co jest równoznaczne z określeniem wartości wszystkich LF związanych z systemem dla analizowanych pasm częstotliwości. Istotnym problemem napotykanym podczas eksperymentów jest uzyskiwanie ujemnych wartości współczynników strat. Wiąże się to z operacją odwracania macierzy silnie wrażliwej na błędy pomiarowe. Ujemne LF nie mają fizycznej interpretacji i są uznawane za błąd pomiarowy. Jedną z najnowszych zaproponowanych metod korygujących te błędy jest technika MCF (Monte Carlo Filtering). W artykule źródłowym (de las Heras i inni (2020)) skuteczność metody MCF została zademonstrowana dla kilku prostych systemów, które spełniają tak zwane założenia SEA (warunki idealne). Warunki SEA zostaną szczegółowo omówione w dalszej części pracy.

Do tej pory nie jest oczywiste, jakich wyników identyfikacji należy spodziewać się podczas stosowania techniki MCF na systemach odbiegających od warunków idealnych (nie spełniających założeń SEA, takich jak: bezstratne złącza, słabe sprzężenia między podsystemami, niskie tłumienie). Dla takich scenariuszy przyczyną ujemnych LF może być zarówno błąd pomiarowy, jak i brak spełnienia założeń SEA. Dotychczas wykazano skuteczność metody MCF tylko w przypadku wystąpienia błędów pomiarowych (de las Heras i inni (2020)). Nie przeprowadzono jednak dotąd podobnej walidacji, gdzie istotnym czynnikiem jest brak spełnienia założeń SEA. Autorowi niniejszej pracy nie są również znane publikacje weryfikujące metodę MCF dla systemów, gdzie zachodzi zjawisko rozszczepienia fali oraz dla systemów ze złączami punktowymi. Wymienione warunki są często spotykane w rzeczywistych sytuacjach pomiarowych, przez co rodzi się potrzeba przeprowadzenia pogłębionej walidacji metody MCF uwzględniającej wspomniane przypadki.

1.3 | Cel pracy

Celem pracy jest udzielenie odpowiedzi na następujące pytania badawcze.

1. Jaki wpływ na skuteczność metody MCF ma stopień spełnienia założeń SEA?
2. Czy metodę MCF można zastosować jako empiryczny wskaźnik granic stosowności SEA (poprzez wskazanie zakresu częstotliwości, gdzie ujemne współczynniki CLF nie mogą zostać skorygowane)?
3. Jaka jest skuteczność metody MCF dla bardziej złożonych systemów (o większej liczbie podsystemów) zawierających podsystemy nie będące ze sobą bezpośrednio połączone (zjawisko tunelowania) oraz systemy, gdzie występuje zjawisko rozszczepienia fali?

Aby odpowiedzieć na wyżej postawione pytania, zaplanowano przeprowadzenie pogłębionej walidacji metody MCF dla różnorodnych systemów mechanicznych (złożonych z 1, 2, 3 oraz 4 podsystemów). Walidacja obejmuje wykonanie kompleksowych badań na strukturach spełniających założenia SEA (SZS) i niespełniających założeń SEA (NSZS). Proces walidacji został podzielony na 2 następujące etapy.

- Etap I. Pomiary i symulacje systemów złożonych z jednego i dwóch podsystemów ($N=1$, $N=2$). Na tym etapie badaniom zostaną poddane systemy o różnym poziomie wy tłumienia i połączone różnymi złączami technicznymi w celu kontroli stopnia

spełnienia założeń SEA. Przeprowadzona zostanie ocena zgodności wyników pomiarów z przewidywaniami teoretycznymi.

- Etap II. Pomiary systemów złożonych z większej liczby podsystemów ($N=3$, $N=4$). W tym etapie badaniom zostaną poddane systemy, gdzie występuje zjawisko tunelowania oraz systemy, gdzie występuje zjawisko rozszczepienia fali.

Etap I pozwoli odpowiedzieć na 1 oraz 2 pytanie badawcze. W zależności od rezultatów walidacji, możliwe są następujące warianty odpowiedzi:

- (a) Stopień spełnienia założeń SEA (pytanie 1) zostanie uznany za istotny czynnik, gdy uzyskanie 100% skuteczności MCF okaże się niemożliwe dla struktur NSZS. Wtedy również, odpowiedź na pytanie nr 2 będzie twierdząca.
- (b) Gdy osiągnięta zostanie 100% skuteczność metody MCF dla wszystkich badanych systemów (SZS oraz NSZS), wówczas stopień spełnienia założeń SEA (pytanie 1) zostanie uznany za czynnik nieistotny, natomiast odpowiedź na pytanie nr 2 będzie przecząca.

W dalszej części pracy zostanie wykazane, że prawdziwy jest wariant b).

Etap II pozwoli odpowiedzieć na 3 pytanie badawcze. W dalszej części pracy zostanie wykazana niepełna ($< 100\%$) skuteczność metody MCF w etapie II. Było to motywacją do wykorzystania techniki rozszerzenia obszaru poszukiwań (ESA), która zwiększa prawdopodobieństwo korekcji ujemnych współczynników strat. Opracowano autorski wariant metody ESA nazwany DESA (Diagonal Expansion of the Search Area), który dla dedykowanych systemów wykazał się większą skutecznością w porównaniu do standardowego jednorodnego ESA. Przeanalizowano możliwości korekcji błędów wprowadzonych przez ESA poprzez dobór odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa w generowanej populacji Monte Carlo. Poczynione kroki pozwoliły osiągnąć pełną skuteczność w korekcji ujemnych współczynników strat, również dla systemów opisanych w pytaniu badawczym nr 3.

Głównym wkładem niniejszej pracy w problematykę E-SEA jest opracowanie autorskiej modyfikacji metody MCF nazwanej DESA, opracowanie metod korekcji błędów związanych z asymetrią populacji MCF wywołanej przez ESA oraz udzielenie odpowiedzi na postawione wcześniej trzy pytania badawcze. Uzyskane odpowiedzi dowiodły tezę pracy z punktu 1.1.

1.4 | Struktura rozprawy

Dalsza część rozprawy jest zorganizowana w następujący sposób.

W rozdziale 2 zarysowano obecny stan wiedzy i omówiono podstawy teoretyczne dotyczące metod SEA i E-SEA. Skupiono się zwłaszcza na zagadnieniach, które są niezbędne do zrozumienia dalszej treści rozprawy (układ równań SEA, założenia SEA, metoda MCF i problem ujemnych współczynników CLF).

W rozdziale 3 omówiono teorię związaną z techniką ESA (Expansion of the Search Area), zaproponowano autorską modyfikację techniki ESA nazwaną DESA (Diagonal ESA) i przeanalizowano możliwości minimalizacji błędów wprowadzanych przez tę metodę.

W rozdziale 4 przedstawiono obiekty badane oraz opisano przebieg eksperymentów.

W rozdziale 5 omówiono wyniki pomiarów i podjęto dyskusję w celu udzielenia odpowiedzi na pytania badawcze (walidacja metody MCF). Zweryfikowano również skuteczność metody DESA dla systemów, które nie mogły zostać poprawnie zidentyfikowane metodą MCF w wersji podstawowej.

W rozdziale 6 podsumowano wyniki badań, zwłaszcza w kontekście celów oraz głównej tezy pracy.

Przegląd literatury i podstawy SEA

2.1 | Przegląd literatury

Głównym twórcą metody SEA jest Richard Lyon nazywany „ojcem SEA i inżynierii nastawionej na jakość produktów” (Unger i Wood (2016)). SEA to metoda numeryczna pozwalająca na prowadzenie analiz rozptyłu energii wibroakustycznej w złożonych systemach w zakresie dużych częstotliwości (Lyon i inni (1995)), w tym do predykcji mocy akustycznej promieniowanej przez skomplikowane konstrukcje mechaniczne (Stimpson i inni (1986)). Fahy (1994) jest autorem kompleksowego przeglądu metody SEA wraz ze wskazaniem jej podstawowych wad i zalet. Idea metody SEA polega na podziale struktury na tak zwane podsystemy i zapisie bilansu energetycznego między tymi podsystemami w postaci układu równań liniowych. Parametrami opisującymi model SEA są współczynniki strat (ang. LF, Loss Factors) dzielące się na współczynniki CLF (ang. Coupling Loss Factor) opisujące energię przepływającą między podsystemami oraz współczynniki DLF (ang. Damping Loss Factor) opisujące straty wewnętrzne poszczególnych podsystemów (Woodhouse (1981)). Model SEA na podstawie znanych mocy pobudzających każdy podsystem daje na wyjściu uśrednione przestrzennie, częstotliwościowo i w dziedzinie czasu energie opisujące poszczególne podsystemy. Z wyznaczonych energii można następnie łatwo przejść do wielkości bezpośrednio wykorzystywanych w inżynierii: średnich prędkości występujących w podsystemie mechanicznym oraz średniego ciśnienia akustycznego w podsystemie akustycznym. (Le Bot (2015)).

Podział skomplikowanej struktury na podsystemy składowe nie jest zadaniem trywialnym. Totaro i Guyader (2006) zaproponowali metodę podziału systemu SEA na optymalną liczbę podsystemów na podstawie wskaźnika MIR (Mutual Inertia Ratio). Wskaźnik MIR jest wyznaczany na podstawie analizy klastrowej (k-średnich) oraz PCA

(Principal Component Analysis) energetycznych funkcji przejścia podsystemów. Díaz-Cereceda i inni (2015) zaproponowali alternatywny sposób podziału oparty na grupowaniu hierarchicznym (analizie dendrogramów) modów drgań podsystemów i wykazali przewagę swojej metody dla niektórych analizowanych systemów nad techniką wykorzystującą MIR.

Oddzielną grupę badań reprezentują prace poświęcone wyznaczaniu teoretycznych wartości współczynników CLF dla różnych złączy oraz struktur. Wyprowadzono zależności dla połączeń punktowych (Langley i Shorter (2003)), połączeń mechatycznych (Price i Crocker (1970)), połączeń liniowych między płytami (Heron (1999); Tso (1993)), połączeń między płytami z niezerową krzywizną (Langley (1994)), połączeń punktowych między płytami (Ewing i inni (2010)), połączeń między belkami (Sablík (1982)) i dla wielu innych konfiguracji.

Istotnym zagadnieniem pojawiającym się podczas analiz wibroakustycznych jest identyfikacja ścieżek transmisji w systemie. W literaturze można znaleźć kilka alternatywnych definicji ścieżki transmisji (Craik (1990); Magrans (1993)). Powstały również prace pozwalające zautomatyzować proces identyfikacji dominujących ścieżek transmisji z zastosowaniem teorii grafów (Guasch i Aragonès (2011); Guasch i Cortes (2009); Guasch i inni (2012)). Avcu i Güney (2018) zastosowali teorię grafów do analizy ścieżek transmisji dla jednostki pływającej.

Cotoni i inni (2005) zaproponowali model predykcji wariancji poziomów energii podsystemów podczas symulacji SEA przy założeniu, że mody drgań systemu pozbawionego regularności geometrycznych mają rozkład GOE (Gaussian Orthogonal Ensemble).

Powstało wiele publikacji zajmujących się zagadnieniem zakresu stosowalności SEA, który jest ograniczony przez zestaw założeń poczynionych w celu wyprowadzenia tej metody. Niektóre prace skupiają się na poszczególnych ograniczeniach (np. Lafont i inni (2017)) natomiast inne prace podchodzą do problemu w sposób globalny (np. Le Bot i Cotoni (2010)). Założenia SEA będą omówione szerzej w sekcji 2.2, gdyż są one istotne z punktu widzenia celów niniejszej pracy.

Kolejny szeroki obszar badawczy koncentrował się na rozszerzeniu i modyfikacjach metody SEA. Proponowane modyfikacje pozwalają obejść ograniczające założenia związane z metodą SEA w wersji podstawowej. Jedną z popularnych metod jest hybrydowa metoda SEA/FEM stosowana w celu zwiększenia dokładności predykcji w zakresie małych częstotliwości (Cotoni i inni (2007); Liu i inni (2020); Thite i Mace (2007); Troclet i inni (2009); Wilson i inni (1997)). Xiao i inni (2023) zaproponowali alternatywny model hybrydowy łączący metodę CSRPIIM (Cell-based Smoothed Radial Point Interpolation Method) z SEA i uzyskali dokładniejsze wyniki w zakresie średnich częstotliwości w porównaniu z klasycznymi modelami hybrydowymi SEA/FEM. Maxit i Guyader (2003)

zapropowowali metodę o nazwie SmEdA (ang. Statistical modal Energy distribution Analysis). SmEdA znosi wymóg zachowania ekwipartycji energii modów drgań i pozwala na predykcje rozkładu przestrzennego energii w strukturze. W SmEdA każdy mod drgań jest traktowany jako podsystem, co zwykle wymaga przeprowadzania dodatkowych symulacji FEM w celu wyznaczenia częstotliwości własnych struktury oraz kształtu modów drgań. Metoda SmEdA została rozwinięta o możliwość uwzględnienia pobudeń tonalnych oraz transmisji nierezonansowej (Totaro i Guyader (2013)). Heron (1994) zaproponował metodę o nazwie Advanced SEA (A-SEA). A-SEA uwzględnia w obliczeniach energię wytracaną podczas propagacji przez poszczególne podsystemy. A-SEA jest metodą iteracyjną, gdzie z każdą iteracją dokładność modelu staje się większa. Inne publikacje dotyczyły założenia o bezstratnych złączach oraz o sposobach uwzględnienia złączy stratnych w modelach SEA. Dla prostych systemów złożonych z oscylatorów harmonicznym wykazano, że w przypadku zastosowania złącza stratnego, moc przepływu energii między podsystemami jest proporcjonalna nie tylko do różnicy energii podsystemów (jak w klasycznym SEA) ale również do sumy energii (Fahy i De-Yuan (1987)). Beshara i Keane (1996) zajmowali się zagadnieniem wpływu złączy stratnych na bilans energetyczny SEA złożonych systemów ciągłych. Zaobserwowali, że obecność złącza stratnego można uwzględnić poprzez zastosowanie tak zwanego efektywnego („pozornego”) współczynnika strat DLF. Pozorny DLF można wyznaczyć poprzez zastosowanie na pierwotny DLF poprawki związanej ze złączem stratnym. Sheng i inni (1998) zaproponowali bardziej złożony model, który uwzględnia poprawki wywołane złączem stratnym nanoszone zarówno na CLF, jak i DLF. Wprowadzili oni współczynnik sprzężenia stratnego wyznaczany na podstawie znajomości admitancji struktur oraz złącza stratnego. Ich metoda ograniczona jest jednak do połączeń punktowych.

Wielu badaczy (m. in. Lai i Soom (1990); Pinnington i Lednik (1996)) zajmowało się zagadnieniem impulsowej SEA (ang. Transient SEA, T-SEA). T-SEA rozszerza SEA o możliwość predykcji odpowiedzi struktur w funkcji czasu na pobudzenia impulsowe. Hirakawa i Hopkins (2018) stosowali metodę T-SEA w połączeniu z metodą FEM do predykcji izolacyjności od dźwięków uderzeniowych w budynkach. Langley i inni (2019) wyprowadzili T-SEA w alternatywny sposób w oparciu o teorię Priestleya niestacjonarnych procesów stochastycznych (Priestley (1967)) i dostarczyli metodę szacowania poprawnych warunków początkowych energii pobudzanych podsystemów.

Idea modelowania transferu energii w oparciu o metodykę SEA nie ogranicza się do liniowych systemów mechano-akustycznych. Wang (2016) wyprowadził równania na teoretyczne współczynniki CLF pomiędzy podsystemem elektrycznym i mechanicznym w urządzeniu generującym energię wolnodostępną (ang. energy harvesting). Z kolei Spelman i Langley (2015) zaproponowali rozszerzenie metody SEA na systemy

nieliniowe. Zamodelowali oni nieliniowe zjawisko transferu energii drgań do pasm sąsiadujących z pasmem pobudzonym jako przepływ energii między podsystemami SEA reprezentującymi poszczególne pasma częstotliwości z wykorzystaniem specjalnie wyznaczonych w tym celu współczynników CLF. Skuteczność metody zaprezentowali na przykładzie płyty z nieliniową sztywnością.

Równolegle do predykcyjnej metody SEA rozwijał się jej odpowiednik eksperymentalny, E-SEA (ang. Experimental SEA). E-SEA skupia się na zagadnieniach pomiaru współczynników strat. Bies i Hamid (1980) jako pierwsi zastosowali w praktyce metodę znaną jako PIM (Power Injection Method) wynikającą wprost z bilansu energetycznego SEA. PIM pozwala eksperymentalnie wyznaczyć zarówno współczynniki CLF, jak i współczynniki DLF struktury bez konieczności demontażu poszczególnych elementów systemu. Współczynniki DLF mogą być wyznaczone również na podstawie pomiarów odpowiedzi impulsowej i analizy krzywej zaniku (patrz, np. Iwaniec (2003)). Bloss i Rao (2003) porównali obie metody wyznaczania współczynników DLF i wykazali dobrą zgodność między nimi w przypadku zastosowania odpowiednio dużej liczby punktów pomiarowych w metodzie PIM.

Fahy i Ruivo (1997) opracowali metodę pomiaru współczynników LF nie wymagającą pomiaru mocy wejściowej o nazwie IPMT (Input Power Modulation Technique). W metodzie IPMT konieczne jest przeprowadzenie pomiaru tylko w jednym punkcie odbiorczym na podsystem, co jest jej główną zaletą. IPMT została wyprowadzona tylko dla szczególnego przypadku dwóch sprzężonych podsystemów i wymaga zastosowania specjalnie modulowanych sygnałów pobudzających. Opracowana została również inna rodzina metod nie wymagających pomiaru mocy wejściowej o nazwie ERM (Energy Ratio Method), gdzie podczas obliczeń konieczna jest znajomość stosunków energii poszczególnych podsystemów (Cuschieri i Sun (1994); Gu i Sheng (2015); Guasch (2011); Sun (1995)).

Fahy (1998) wprowadził nowe, alternatywne do CLF i DLF współczynniki o nazwie power transfer coefficients (PTC) i power dissipation coefficients (PDC) oraz zaproponował sposób ich pomiaru. Zaletą metody jest brak konieczności pomiaru mocy wejściowej oraz lepsza interpretacja i sens fizyczny zdefiniowanych współczynników. Ming (2006) porównał metodę zaproponowaną przez Fahy'ego z pomiarem PIM i wykazał, że wyniki pochodzące z obu metod są zbieżne dla warunków zachodzenia widmowego (ang. modal overlap, μ) większego od jedności.

Ming (1998) zaproponował metodę przybliżonego określenia wartości współczynników strat poprzez pomiar natężenia w badanych strukturach. Wykazał, że błąd metody zmniejsza się wraz ze wzrostem częstotliwości i jest pomijalny gdy współczynnik μ podsystemu odbiorczego jest mniejszy niż współczynnik μ podsystemu nadawczego.

Cacciolati i Guyader (1994) opracowali metodykę wyznaczania współczynników strat na podstawie pomiarów admitancji mechanicznej. Metoda ma zastosowanie tylko dla połączeń punktowych i na czas pomiarów wymaga demontażu systemu na części składowe w celu uzyskania dostępu do punktów połączeń między podsystemami.

Podczas pomiarów PIM konstruowana jest macierz energii, a z macierzy będącej jej odwrotnością można wyłuskać współczynniki strat. Macierz energii jest wrażliwa na błędy pomiarowe i jej odwrócenie może skutkować wyznaczeniem ujemnych współczynników strat, które nie mają interpretacji fizycznej i są uznawane za błąd pomiarowy (Hopkins (2002)). Opisany problem ograniczał możliwości praktycznego zastosowania metody PIM, przez co wiele grup badawczych zajmowało się opracowaniem metod korekcji ujemnych współczynników strat.

Lalor (1990) zaproponował rozbięcie układu równań E-SEA na dwie niezależne części pozwalające wyznaczyć oddzielnie współczynniki DLF oraz CLF. Metoda pozwala zredukować rozmiar stosowanych macierzy i poprawić ich wskaźnik uwarunkowania. Nie daje jednak gwarancji pełnej korekcji ujemnych współczynników strat.

de las Heras i inni (2020) zaproponowali technikę o nazwie MCF (Monte Carlo Filtering). MCF polega na wygenerowaniu populacji macierzy energii na podstawie macierzy pochodzącej z pomiarów i odrzuceniu z obliczeń tych próbek, które nie spełniają postawionych ograniczeń. Autorzy porównali swoją technikę z innymi metodami o podobnej filozofii działania. Wykazali, że metoda minimalizacji residuów (Liesen i inni (2002)) oraz metoda mnożników Lagrange'a (Hodges i inni (1987)) dostarczają wyniki na brzegu zbioru dopuszczalnych rozwiązań, co wiąże się z uzyskiwaniem skrajnych wartości po zastosowaniu tych procedur (zerowanie współczynników strat). Przewagę metody MCF wykazano również względem metody dopasowania macierzy opartej na minimalizacji średniokwadratowej (Lawson i Hanson (1995)), gdzie dla niektórych pasm częstotliwości również uzyskano współczynniki LF odległe od poprawnych wartości i bliskie zeru. Metoda MCF jest symulacją wielokrotnie powtarzanego procesu pomiarowego. Z uwagi na swoją zasadę działania dostarcza wyniki znajdujące się wewnątrz zbioru poprawnych rozwiązań (bliskie wartościom poprawnym) i jest metodą najbardziej wszechstronną (brak w niej dodatkowych założeń takich jak: słabe sprzężenie, brak sprzężeń pośrednich, ograniczona liczba podsystemów). Autorzy zwalidowali swoją metodę na dwóch systemach spełniających założenia SEA. System 1 (wnętrze akustyczne otoczone 6 ścianami, 7 podsystemów) był wygenerowany wirtualnie. Natomiast system 2 był rzeczywisty i składał się z płyty podwieszanej we wnętrzu akustycznym (2 podsystemy). Niniejsza rozprawa doktorska skupia się na dalszej, pogłębionej walidacji metody MCF. Wskazane zostaną również przypadki, dla których metoda MCF wymaga modyfikacji. Bouhaj i inni (2017) kilka lat wcześniej od de las Heras również wykorzystali podejście oparte

na symulacji Monte Carlo w E-SEA, jednak ich intencją było oszacowanie niepewności pomiaru współczynników strat.

Hopkins (2002) w swoich badaniach wykorzystał alternatywne rozwiązanie polegające na przeniesieniu pomiarów na obiektach rzeczywistych do środowiska wirtualnego (V-SEA, Virtual SEA). Podczas symulacji FEM wytwarzał on populację podobnych do siebie systemów, ale z parametrami mechanicznymi i geometrycznymi zmieniającymi się w ustalonych granicach, co z powodzeniem umożliwiało korekcję ujemnych współczynników strat.

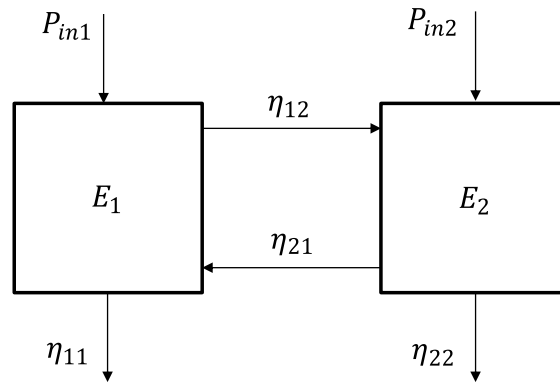
Oprócz prac skupiających się na korekcji błędów pomiarowych, w literaturze dostępne są prace, gdzie w eksperymentalny sposób zbadano wpływ zastosowania różnych złączy technicznych na wartości współczynników CLF (Mandale i inni (2016)). Zbadano również wpływ na CLF takich czynników jak stosunek grubości zastosowanych płyt i liczby punktów w złączach punktowych (Panuszka i inni (2005)), wpływ zastosowania struktur warstwowych, momentu (siły) dokręcenia śrub i orientacji włókien w warstwach płyty (Bhagwan i Popuri (2019)). Natomiast Treszkai i inni (2021) określili eksperymentalnie wpływ zastosowanego złącza na zmianę wartości DLF badanych systemów i wskazali na konieczność kontynuacji badań w tym zakresie. Wymienione prace nie skupiały się jednak na zagadnieniu ujemnych współczynników strat. W tej pracy przeprowadzono pomiary współczynników strat dla różnorodnych złączy technicznych w celu oceny skuteczności metody MCF również w warunkach, gdzie warunki SEA nie są spełnione.

2.2 | Podstawy SEA

2.2.1 | Bilans energetyczny

Statystyczna Analiza Energii (SEA) to numeryczna metoda modelowania rozptyłu energii w złożonych systemach wibroakustycznych (ciągłych i dyskretnych) w zakresie średnich i dużych częstotliwości za pomocą układu równań liniowych (Lyon i inni (1995)). W metodzie SEA analizowana struktura (system) jest podzielona na zbiór podsystemów. Zarówno wnętrza akustyczne, jak i struktury mechaniczne mogą być modelowane jako podsystem SEA, rozumiany jako zbiór podobnych modów drgań. Aby spełnić tę definicję, struktura powinna być podzielna w takich lokalizacjach, aby zaszły warunki słabego sprzężenia między podsystemami (punkt 2.2.2). Warunki słabego sprzężenia można osiągnąć wybierając miejsca podziału w punktach, na prostych lub na powierzchniach niedopasowania impedancji (zagięcia, nieciągłości, zmiana ośrodka, zmiana grubości itp.). Niezależnie od fizycznej przyczyny powstania niedopasowania impedancji, tak

wytypowane lokalizacje nazywane są złączami. System wibroakustyczny w sensie SEA jest w pełni opisany, jeśli zestaw parametrów nazwanych współczynnikami strat (LF, Loss Factors) jest znany. LF są podzielone na współczynniki DLF (Damping Loss Factor) oraz współczynniki CLF (Coupling Loss Factor). DLF opisują straty wewnętrzne poszczególnych podsystemów, natomiast CLF opisują przepływ energii pomiędzy sprzężonymi podsystemami. Zasadniczy krok w metodzie SEA polega na rozwiązaniu układu równań opisującego bilans energetyczny pomiędzy podsystemami. Na rysunku 2.1 przedstawiono schematycznie bilans energetyczny między dwoma podsystemami – podsystemem 1 z średnią energią E_1 oraz podsystemem 2 z średnią energią E_2 . η_{11} i η_{22} to współczynniki DLF odpowiednio podsystemu 1 oraz 2, η_{12} i η_{21} to współczynniki CLF, P_{in1} oraz P_{in2} to moce wejściowe (pobudzenia zewnętrzne) wprowadzane odpowiednio do podsystemu 1 oraz 2.



Rysunek 2.1: Bilans energetyczny w systemie SEA złożonym z dwóch podsystemów

Ogólną postać układu równań SEA dla systemu złożonego z N podsystemów można zapisać stosując notację macierzową (Lyon i inni (1995))

$$\bar{P} = \omega[L]\bar{E} \quad (2.1)$$

gdzie \bar{P} to wektor kolumnowy mocy wejściowych, \bar{E} to wektor kolumnowy energii poszczególnych podsystemów (wektor niewiadomych), ω to pulsacja środkowa analizowanego pasma $\Delta\omega$ (na przykład pasmo oktawowo lub 1/3-oktawy), natomiast $[L]$ to macierz strat. Macierz strat można skonstruować w oparciu o wzór na jej poszczególne elementy

$$L_{ij} = \begin{cases} \sum_{u=1}^N \eta_{iu}, & \text{gdy } i = j \\ -\eta_{ji}, & \text{gdy } i \neq j \end{cases} \quad (2.2)$$

gdzie η_{ij} to współczynnik strat między podsystemem i a podsystemem j , $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$.

Stosując równanie 2.2 w odniesieniu do największych analizowanych systemów w tej pracy ($N = 4$) uzyskuje się następującą postać macierzy $[L]$:

$$[L] = \begin{bmatrix} \eta_{11} + \sum_{u=2}^4 \eta_{1u} & -\eta_{21} & -\eta_{31} & -\eta_{41} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} + \sum_{u=1, u \neq 2}^4 \eta_{2u} & -\eta_{32} & -\eta_{42} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & \eta_{33} + \sum_{u=1, u \neq 3}^4 \eta_{3u} & -\eta_{43} \\ -\eta_{14} & -\eta_{24} & -\eta_{34} & \eta_{44} + \sum_{u=1}^3 \eta_{4u} \end{bmatrix}$$

Aby system pozostał w równowadze, dla każdego podsystemu j całkowity bilans energetyczny musi być równy zeru. Oznacza to, że moc tracona wewnątrz podsystemu j musi być równoważona przez moc pochodząca od sił zewnętrznych oraz przez całkowity przepływ mocy pomiędzy podsystemem j a pozostałymi podsystemami. Opisana zasada zachowania energii wyraża się w konstrukcji macierzy $[L]$ poprzez fakt, że suma po j -tej kolumnie jest równa współczynnikowi strat η_{jj} , a współczynniki związane ze sprzężeniem ulegają redukcji. Z tak zdefiniowaną macierzą strat $[L]$, równanie 2.1 oznacza, że przepływ mocy między podsystemami jest proporcjonalny do różnicy ich energii modalnych. Jest to podstawowa własność systemów SEA nazywana w literaturze CPP (ang. Coupling Power Proportionality). Aby CPP obowiązywało dla danego systemu, musi on spełnić pewien zestaw założeń opisanych w dalszej części tego rozdziału. Gdy dany system spełni założenia, może on być modelowany z dużą dokładnością przy użyciu metody SEA. W przeciwnym wypadku dokładność modelowania spada, co zwykle objawia się w zakresie małych częstotliwości, gdzie dominują pojedyncze, izolowane drgania własne struktur. Metoda SEA nie jest wówczas w stanie przewidzieć gwałtownych skoków i spadków charakterystyki częstotliwościowej odpowiedzi systemu. W ogólności $\eta_{ij} \neq \eta_{ji}$, przez co macierz $[L]$ nie musi być symetryczna. η_{ij} i η_{ji} są jednak ze sobą powiązane tzw. zasadą wzajemności (ang. reciprocity relation) (Le Bot (2015))

$$n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji} \quad (2.3)$$

gdzie n_i oraz n_j to odpowiednio gęstość modalna podsystemu i oraz j . Korzystając z 2.3 możliwa jest symetryzacja macierzy $[L]$ i zapisane równania 2.1 w wersji symetrycznej, co może być korzystne z uwagi na własności numeryczne macierzy symetrycznych. Zabieg ten można zastosować bez żadnych negatywnych konsekwencji, gdy gęstości modalne podsystemów są znane. W eksperymentalnej SEA gęstości modalne stanowią jednak dodatkowy parametr konieczny do oszacowania, co wpływa na całkowity budżet niepewności. Gdy $[L]$ oraz \bar{P} są znane, wyznaczenie nieznanych \bar{E} sprowadza się do rozwiązania liniowego układu równań, zgodnie ze wzorem 2.1.

Dysponując wartościami energii możliwe jest wyznaczenie innych, mających znaczenie praktyczne parametrów takich jak średni kwadrat prędkości dla podsystemu mechanicznego

$$v_{RMS}^2 = \frac{E}{M} \quad (2.4)$$

lub średni kwadrat ciśnienia akustycznego dla podsystemu akustycznego

$$p_{RMS}^2 = \frac{E\rho c^2}{V} \quad (2.5)$$

gdzie M to masa podsystemu mechanicznego, a ρ , V i c to odpowiednio gęstość, objętość i prędkość dźwięku w podsystemie akustycznym. Zależności teoretyczne na współczynniki LF tworzące macierz $[L]$ dla skomplikowanych złączy oraz struktur mogą być nieznane. Wówczas współczynniki strat mogą zostać zidentyfikowane przy użyciu metod eksperymentalnych.

2.2.2 | Założenia SEA

Dokładność modelu SEA jest największa, gdy system spełnia tzw. założenia SEA. System spełnia założenia SEA gdy cechuje go (Le Bot (2015)): 1) wysoki współczynnik zachodzenia widmowego μ (ang. modal overlap) każdego podsystemu, 2) słabe sprzężenie pomiędzy podsystemami, 3) bezstratne złącza, 4) duża liczba modów drgań w analizowanym paśmie częstotliwości, 5) obecność pola rozproszonego, 6) pobudzenia będące nieskorelowanymi szumami białymi, 7) statystycznie niezależne od siebie mody drgań, 8) pomijalna transmisja nierezonansowa. W tej pracy szczególną uwagę poświęcono założeniom nr 1, 2 oraz 3, co jest pewnym kompromisem między kompletnością, a czytelnością analizy. Niemniej jednak wykazano, że założenie nr 1 o wysokim współczynniku widmowym odgrywa najistotniejszą rolę i jego spełnienie jest w wielu przypadkach warunkiem wystarczającym do osiągnięcia dobrej zbieżności między modelem SEA, a zachowaniem obiektu rzeczywistego (Culla i Sestieri (2006)). W dalszej części tego punktu nastąpią odwołania do przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy pomiarów, w celu skonfrontowania ich z założeniami SEA, natomiast pełny opis metodyki badawczej zawarto w rozdziale nr 4. Założenie nr 1 jest wyrażone przez nierówność

$$\mu \gg 1 \quad (2.6)$$

gdzie współczynnik μ jest zdefiniowany jako

$$\mu = n\omega\eta \quad (2.7)$$

przy czym n i η to odpowiednio gęstość modalna i współczynnik DLF podsystemu. Gęstość modalna może być oszacowana z równania (Le Bot (2015))

$$n = \frac{2M\langle \text{Re}\{Y\} \rangle_{A,\omega}}{\pi} \quad (2.8)$$

gdzie M to masa podsystemu, Y to admitancja mechaniczna w punkcie pobudzenia, natomiast $\langle \dots \rangle_{A,\omega}$ oznacza operację uśrednienia przestrzennego oraz w dziedzinie częstotliwości. Wszystkie zmienne po prawej stronie równania 2.8 można wyznaczyć korzystając z tej samej metodyki pomiarowej, co podczas pomiarów PIM. Nie ma zatem konieczności prowadzenia dodatkowych pomiarów podczas identyfikacji systemu w celu wyznaczenia gęstości modalnej. Skutkiem dużej wartości μ jest „wygładzona”, niezdominowana przez żaden rezonans odpowiedź częstotliwościowa podsystemu. Jest to ważna cecha, ponieważ metoda SEA została wyprowadzona z założeniem o ekwipartycji energii modalnych. Gdy ekwipartycja energii modalnych jest zachowana, każdy mod drgań ma równy udział w rozplywie energii wewnątrz systemu.

W celu sprawdzenia założenia nr 2, można zastosować kryterium Smitha (Smith Jr (1979))

$$\beta \ll 1 \quad (2.9)$$

gdzie β to współczynnik siły sprzężenia, zdefiniowany jako stosunek CLF do DLF. W tej pracy stosowane będzie kryterium Smitha, należy jednak zaznaczyć, że w literaturze są dostępne alternatywne wskaźniki pozwalające ocenić siłę sprzężenia (Finnveden (2011)).

Bezstratne złącza są pewną idealizacją, która nigdy w pełni nie występuje w praktyce. Założenie nr 3 zawsze do pewnego stopnia jest złamane, ponieważ nawet operacja spawania jest związana z wprowadzeniem dodatkowych strat do systemu poprzez złącze. W praktyce, stratność złącza można uznać za pomijalną, gdy straty związane ze złączem są małe w porównaniu ze współczynnikami DLF podsystemów. Przykładowymi systemami, które nie spełniają założenia nr 3 są testowane w tej pracy systemy 7, 8 oraz 9 (patrz: rozdział 4). Złącza systemów 7, 8 oraz 9 są utworzone z gumowych podkładek o grubości 6 mm.

Założenie nr 4 jest wyrażone przez nierówność

$$N_{\Delta\omega} \gg 1 \quad (2.10)$$

gdzie $N_{\Delta\omega}$ to liczba modów drgań w paśmie $\Delta\omega$. $N_{\Delta\omega}$ można policzyć ręcznie, gdy mody w charakterystyce częstotliwościowej są rozróżnialne. Jednak w zakresie dużych częstotliwości mody nachodzą na siebie w dziedzinie częstotliwości. W takim przypadku można skorzystać z przybliżonej zależności

$$N_{\Delta\omega} = n\Delta\omega \quad (2.11)$$

gdzie n to gęstość modalna. Założenie 4 jest spełnione dla wszystkich badanych systemów.

Założenie nr 5 w pewnym sensie stoi w opozycji do założenia 1 oraz 2. Zgodnie z założeniami 1 oraz 2, wysoka wartość DLF jest pożądana, jednak zgodnie z założeniem 5 korzystniejsza jest mała wartość współczynnika DLF, gdyż celem jest wytworzenie w podsystemie warunków pola rozproszonego. W celu oceny warunków pogłosowych można wykorzystać nierówność ograniczającą znormalizowany współczynnik tłumienia \bar{m}

$$\bar{m} \ll 1. \quad (2.12)$$

Znormalizowany współczynnik tłumienia można wyznaczyć z zależności

$$\bar{m} = \frac{\eta\omega\bar{l}}{c_g} \quad (2.13)$$

gdzie c_g to prędkość grupowa, a \bar{l} to średnia droga swobodna (ang. mean-free-path), która dla systemów 2D jest równa

$$\bar{l} = \pi \frac{A}{S} \quad (2.14)$$

gdzie A oraz S to odpowiednio pole powierzchni oraz obwód podsystemu. Nierówność 2.12 zapewnia warunki, w których energia w postaci promieni doświadczy przynajmniej kilku odbić nim zostanie wytracona przez mechanizmy strat wewnętrznych podsystemu. Założenie 5 jest złamane dla wszystkich badanych systemów, które są silnie wytłumione (systemy 3, 6, 9, 10, 11, 12) powyżej 2500 Hz.

Założenie nr 6 jest spełnione podczas badań w tej pracy poprzez pobudzenie struktur młotkiem modalnym, który w analizowanym paśmie częstotliwości zapewniał płaską charakterystykę częstotliwościową.

Założenie nr 7 w praktyce można zrealizować poprzez zastosowanie pobudzenia nazywanego w literaturze obrazowo „deszczem na dachu” (ang. rain-on-the-roof excitation). W tej pracy to pobudzenie jest odtworzone poprzez stosowanie przestrzennego uśrednienia dla zestawu pobudzeń punktowych, co jest standardową praktyką (Cimerman i inni (1997)).

Założenie nr 8 może być złamane w niektórych przypadkach (np. silnie tłumione systemy, transmisja wg. prawa masy) jednak ten efekt nie jest przedmiotem analizy niniejszej pracy.

Krytyczną i przeglądową analizę wad i zalet metody SEA w kontekście jej założeń można znaleźć również w literaturze (Fahy (1994)).

2.2.3 | Eksperymentalna SEA

Eksperymentalna SEA (E-SEA) to zbiór metod pozwalających wyznaczyć współczynniki strat pomiarowo. Podstawowa i najbardziej uniwersalna metoda o nazwie PIM (ang. Power Injection Method) opiera się równaniach bilansu energetycznego SEA. Równanie 2.1 można zmodyfikować i przekształcić w równanie macierzowe, gdzie poszukiwaną niewiadomą staje się macierz $[L]$ (Bies i Hamid (1980))

$$[L] = [P][E]^{-1}/\omega \quad (2.15)$$

gdzie $[P]$ jest macierzą mocy wejściowych, a $[E]$ jest macierzą energii. Obie macierze są wyznaczone pomiarowo w następujący sposób. Wybrany podsystem w systemie nazywany *podsystemem nadawczym* jest niezależnie pobudzany (moc jest wprowadzana), do pozostałych systemów nazywanych *podsystemami odbiorczymi* moc nie jest wprowadzana (jest równa 0), natomiast odpowiedzi na pobudzenie są rejestrowane równocześnie na wszystkich podsystemach. Opisana procedura jest powtarzana N razy, gdzie w każdej iteracji inny podsystem jest nadawczy. Pozwala to skonstruować macierz z N^2 znanymi energiami, co jest wystarczające do wyznaczenia macierzy $[L]$ zawierającej N^2 nieznanymi współczynników strat. Wektory \bar{E} oraz \bar{P} z równania 2.1 stają się macierzami $[E]$ oraz $[P]$ w równaniu macierzowym 2.15. Elementy E_{ij} macierzy E oznaczają energię podsystemu i gdy system j był pobudzony. Z kolei $[P]$ jest macierzą diagonalną z elementami P_{jj} równymi mocy wprowadzonej do podsystemu j . W celu wyznaczenia współczynników strat, macierz $[E]$ musi zostać odwrócona. Opisana procedura może być wykorzystana wprost, jeśli pomiary są przeprowadzane w stanie ustalonym, na przykład gdy moc jest wprowadzana do struktur za pomocą wzbudnika drgań. Jeśli w pomiarach wykorzystywane jest pobudzenie impulsowe, na przykład za pomocą młotka modalnego, wielkości \bar{E} oraz \bar{P} nie mogą zostać wyznaczone i na ich miejsce w 2.15 można wstawić tzw. efektywne energie oraz moce (Cimerman i inni (1997)). Efektywne energie i moce wejściowe znormalizowane do autospektrum siły w paśmie częstotliwości $\delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ wyznacza się na podstawie pomiarów funkcji przejścia (FRF)

$$P_{\Delta\omega,eq} = \frac{1}{\omega_0} \text{Im} \left(\int_{\omega_1}^{\omega_2} H_{af}(\omega) d\omega \right) \quad (2.16)$$

$$E_{\Delta\omega,eq} = M \frac{1}{\omega_0^2} \text{Im} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |H_{af}|^2(\omega) d\omega \quad (2.17)$$

gdzie ω_0 to pulsacja środkowa pasma $\Delta\omega$, H_{af} to funkcja przejścia między przyspieszeniem a siłą, M to masa podsystemu.

Zwraca się uwagę, że w 2.16 z funkcji przejścia wyznaczono część urojoną i podzielono przez ω_0 w celu wyznaczenia efektywnej mocy wejściowej. Ten zabieg wynika z faktu, że w definicji mocy wejściowej pojawia się prędkość, natomiast podczas eksperymentów bezpośrednio mierzone jest przyspieszenie. H_{af} w równaniu 2.16 jest wyznaczana jako stosunek zespolonych wartości przyspieszenia i siły w miejscu pobudzenia. W równaniu 2.17 przyspieszenie w funkcji przejścia dotyczy losowych punktów poza punktem pobudzenia i z dala od brzegów struktury (w celu ograniczenia wpływu pola fali bezpośredniej oraz pola fal zanikających). Macierz energii $[E]$ z równania 2.15 można znormalizować względem mocy wejściowej w celu uzyskania znormalizowanej macierzy energii $[G]$

$$[G] = \omega[E][P]^{-1} \quad (2.18)$$

Fernandez De Las Heras i inni (2018) wykazali, że stosowanie podczas obliczeń $[G]$ może wiązać się z lepszym wskaźnikiem uwarunkowania macierzy. Równanie macierzowe ma wówczas postać

$$[I] = [L][G] \quad (2.19)$$

gdzie $[I]$ to macierz jednostkowa. Wariant PIM wykorzystujący $[G]$ jest znany pod nazwą NEMI (ang. Normalized Energy Matrix Inversion). Macierz strat $[L]$ w NEMI jest równa odwrotności $[G]$

$$[L] = [G]^{-1} \quad (2.20)$$

Współczynniki LF mogą być wyłuskane z $[L]$ w następujący sposób: 1) współczynnik CLF η_{ij} jest wyrazem L_{ji} pomnożonym przez -1; 2) współczynnik DLF η_{ii} jest równy sumie po i-tej kolumnie. Opisana procedura musi być powtórzona dla wszystkich analizowanych pasm częstotliwości lub przeprowadzona równoległe, w zależności od sposobu przygotowania implementacji programistycznej powyższych metod.

2.2.4 | Metoda MCF

Nie ma gwarancji, że wszystkie współczynniki strat wyłuskane z macierzy $[L]$ będą dodatnie. Fernandez De Las Heras i inni (2018) wykazali, że macierze strat są bardzo wrażliwe na niepewności pomiarowe, a związane z tą wrażliwością błędy objawiają się w postaci ujemnych współczynników strat, które nie mają interpretacji fizycznej. Jedną z metod korekcji ujemnych współczynników strat jest zastosowanie metody filtracji Monte Carlo (MCF, Monte Carlo Filtering) zaproponowanej przez de las Herasa i innych (2020). W metodzie MCF zasadniczym krokiem jest wytworzenie N_M macierzy $[G_s]$ składających się na populację, przy czym N_M to pewna ustalona, duża liczba (np. $1 \cdot 10^5$ lub $1 \cdot 10^6$). Indeks „s” pochodzi od słowa „sample” i wskazuje, że macierz stanowi pojedynczą próbkę z populacji. Utworzenie macierzy $[G_s]$ polega na dodaniu losowego przyrostu $\Delta G_{s,ij}$ do każdego elementu G_{ij} oryginalnej (pochodzącej z pomiarów) macierzy $[G]$. Jeśli przyjmiemy, że przyrosty $\Delta G_{s,ij}$ są zebrane w zbiorczej macierzy $[\Delta G_s]$, to wzór na $[G_s]$ można zapisać jako

$$[G_s] = [G] + [\Delta G_s] \quad (2.21)$$

Dla czytelności, w dalszej części tekstu indeksy „s” będą pomijane w zapisie $[\Delta G_s]$. Wygenerowane na podstawie wzoru 2.21 N_M macierzy $[G_s]$ tworzą zbiór $\{[G_s]\}$ będący populacją Monte Carlo znormalizowanych macierzy energii. Zbiór $\{[G_s]\}$ można zapisać jako sumę dwóch rozłącznych podzbiorów:

$$\{[G_s]\} = \{[G_s^N]\} \cup \{[G_s^P]\} \quad (2.22)$$

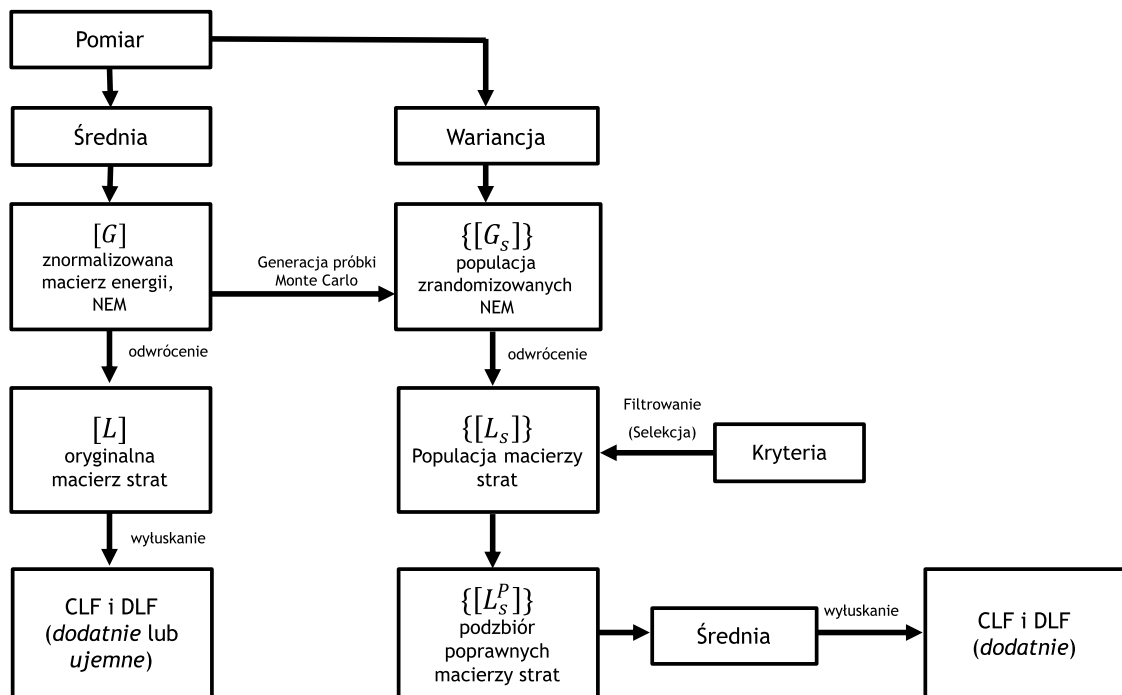
gdzie $[G_s^N]$ to zbiór macierzy energii, których odwrotności $[L_s^N]$ nie są poprawnymi macierzami strat, natomiast $[G_s^P]$ to zbiór macierzy energii, których odwrotności $[L_s^P]$ są poprawnymi macierzami strat. „Filtracja” MCF polega na wykluczeniu z obliczeń $[L_s^N]$ i wyznaczeniu wartości średniej współczynników strat tylko na podstawie $[L_s^P]$. Selekcja następuje w momencie odwrócenia $[G_s]$ i sprawdzeniu, czy uzyskana w ten sposób macierz $[L_s]$ spełnia następujące warunki:

- Wszystkie elementy poza główną przekątną są ujemne.
- Elementy na głównej przekątnej są dodatnie i większe niż suma wartości bezwzględnych pozostałych elementów dla danej kolumny.

Macierze spełniające powyższe warunki są dodatnio określone oraz dominujące przekątniowo. Macierz przyrostów $[\Delta G_s]$ powinna być oparta na niepewności pomiarowej związanej z eksperymentem, co zapewnia generację $[G_s]$ w bezpośrednim sąsiedztwie macierzy oryginalnej $[G]$. Wprowadza się zbiórczą macierz $[\sigma]$, gdzie elementy σ_{ij} oznaczają odchylenie standardowe elementu G_{ij} . Wprowadza się również macierz $[a]$ niezależnych zmiennych losowych a_{ij} o rozkładzie $N(0,1)$. Wówczas macierz przyrostów energii można wyznaczyć z zależności

$$[\Delta G_s] = [a] \circ [\sigma] \quad (2.23)$$

gdzie \circ oznacza mnożenie element po elemencie (iloczyn Hadamarda). Na rysunku 2.2 w pierwszej kolumnie schematu pokazano diagram postępowania w klasycznej metodzie NEMI, natomiast prawa strona schematu ilustruje metodę NEMI połączoną z MCF.



Rysunek 2.2: Schemat metody NEMI oraz NEMI+MCF

W metodzie MCF elementy G_{ij} macierzy $[G]$ oraz elementy σ_{ij} macierzy $[\sigma]$ są wielkościami uśrednionymi przestrzennie i dotyczą pobudzenia „rain-on-the-roof”. W praktyce wielkości te można określić poprzez pomiar pośredni polegający na sekwencyjnym pobudzaniu struktury w kilku punktach l ($l = 1, 2, \dots, L$) i pomiarze odpowiedzi struktury w kilku punktach k ($k = 1, 2, \dots, K$). W ten sposób wyznacza się elementy G_{ik_jl} związane z konkretnym punktem odbiorczym i punktem pobudzenia.

W celu uzyskania odpowiedzi uśrednionej przestrzennie związanej z konkretnym punktem pobudzenia l , przeprowadza się uśrednianie po wszystkich k

$$G_{i_jl} = \langle G_{ik_jl} \rangle_k . \quad (2.24)$$

Z kolei aproksymację pobudzenia typu „rain-on-the-roof” przeprowadza się przez dodatkowe uśrednienie po l

$$G_{ij} = \langle G_{i_jl} \rangle_l . \quad (2.25)$$

Elementy σ_{ij} wyznacza się z zależności

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{1}{L-1} \sum_{l=1}^L (G_{i_jl} - G_{ij})^2} . \quad (2.26)$$

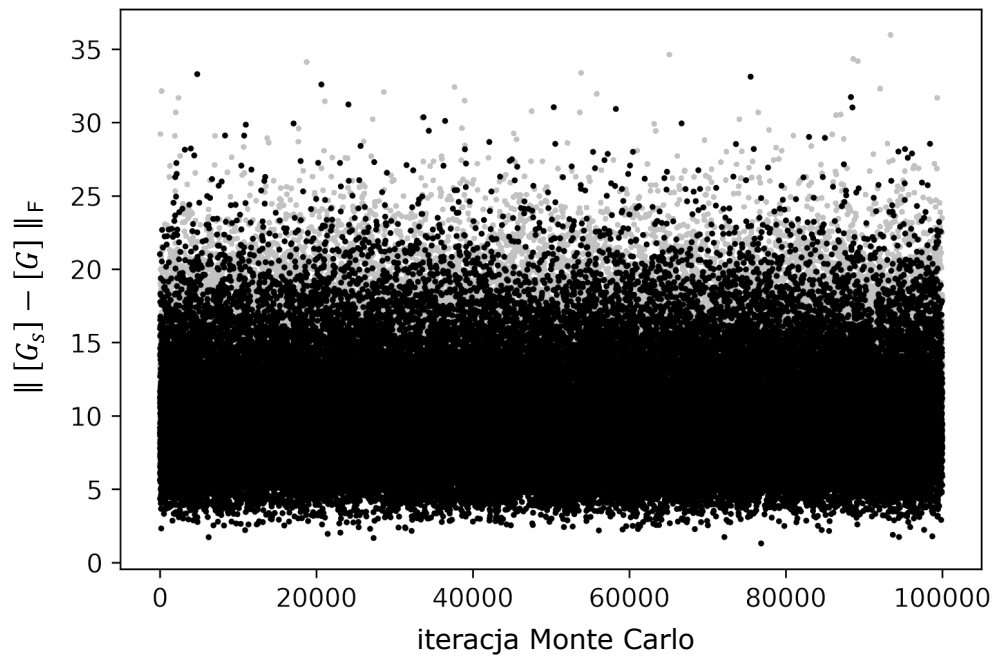
Warto zauważyć, że we wzorze 2.26 wariancja nie jest wyznaczana względem pojedynczych pomiarów G_{ik_jl} , tylko względem wartości uśrednionych przestrzennie G_{i_jl} (Bouhaj i inni (2017)). Powodem konieczności stosowania uśrednienia wstępnego po punktach odbiorczych k (wzór 2.24) przed przejściem do wyznaczania wariancji (wzór 2.26) są względy praktyczne (podstawowe wielkości SEA są z definicji uśrednione przestrzennie, jednak bezpośredni pomiar wielkości będącej średnią po k jest niemożliwy). Wariancję σ_{ij} można zatem traktować jako wariancję *średniej* (odpowiedzi przestrzennej), która opisuje rozrzut wyników wywołany tylko przez zmianę punktów pobudzenia l .

Przykładowy proces filtracji MCF pokazano na rysunku 2.3. Każda kropka na wykresie symbolizuje pojedynczą macierz $[G_s]$ ze zbioru $\{[G_s]\}$. Czarne kropki odpowiadają macierzom poprawnym $[G_s^P]$, a szare kropki macierzom niepoprawnym $[G_s^N]$. Na osi y pokazano odległości $\rho([G_s], [G])$ między poszczególnymi $[G_s]$ związanymi z daną iteracją Monte Carlo, a macierzą pomiarową $[G]$. Aby zobrazować na rysunku odległości między macierzami posłużono się metryką indukowaną przez normę Frobeniusa (możliwe jest również skorzystanie z innych metryk)

$$\rho([G_s], [G]) = \| [G_s] - [G] \|_F \quad (2.27)$$

gdzie normę Frobeniusa $\| \cdot \|_F$ dla dowolnej macierzy $[A]$ wyznacza się z zależności

$$\| [A] \|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2} \quad (2.28)$$



Rysunek 2.3: Przykładowe odległości między macierzami $[G_s]$, a macierzą pomiarową $[G]$ dla wszystkich iteracji Monte Carlo. • - macierze poprawne, • - macierze niepoprawne

Teoria ESA

Ten rozdział stanowi główny wkład niniejszej pracy w problematykę E-SEA i jest oparty na opublikowanym artykule (Nieradka i Dobrucki (2022)). W pracy referencyjnej (de las Heras i inni (2020)) pojęcie rozszerzenia obszaru poszukiwań (ESA, Expansion of the Search Area) zostało wprowadzone w sposób opisowy, bez zastosowania formalizmu matematycznego. W tej pracy, w sekcji 3.1, została zaproponowana notacja do jednolitego opisu ESA oraz omówiono dwa warianty ESA, przy czym jeden z wariantów jest autorską modyfikacją (DESA, Diagonal Expansion of the Search Area). Metoda MCF w połączeniu z DESA może być zastosowana w pasmach częstotliwości, dla których nie udało się uzyskać poprawnych wyników metodą MCF w wersji podstawowej (z zastosowaniem jednorodnego rozszerzenia obszaru poszukiwań dla populacji $\{[G_s]\}$ o rozkładzie normalnym), co zostanie zademonstrowane w rozdziale 5. Nowością jest również analiza w sekcji 3.2 błędów związanych z ESA oraz wprowadzenie dwóch metod eliminacji tych błędów. W celu lepszej ilustracji omawianej teorii konieczne było wprowadzenie w tym rozdziale pojedynczych przykładów pomiarowych, choć głównym rozdziałem poświęconym wynikom pomiarów jest rozdział 5. Pomiary przeprowadzono zgodnie z opisem w rozdziale 4. W sekcji 3.2 w odróżnieniu od rozdziału 5 za przykłady posłużą tylko systemy *nie wymagające* korekcji współczynników strat, aby podczas analizy błędów w każdym paśmie częstotliwości dysponować wartością referencyjną (dodatnim współczynnikiem strat). W sekcji 3.3 zaproponowano kryterium do oceny błędów oparte na całkowitym współczynniku strat TLF.

3.1 | Rozszerzenie obszaru poszukiwań (ESA)

Możliwe są przypadki, gdy odchylenia standardowe σ_{ij} przyjęte w $[\Delta G]$ podczas stosowania MCF są zbyt małe, aby odnaleźć poprawne macierze energii $[G_s]$, przez co zbiór $\{[G_s^P]\}$ jest pusty. Aby zwiększyć prawdopodobieństwo sukcesuapełnienia $\{[G_s^P]\}$, zasadne jest zastosowanie dodatkowych czynników skalujących $\gamma_{ij} > 1$ zebranych w macierz $[\gamma]$. Zastosowanie $[\gamma]$ podczas wyznaczania macierzy przyrostów energii w tej pracy nazwano rozszerzeniem obszaru poszukiwań (ESA, Expansion of the Search Area)

$$[\Delta G_{ESA}] = [a] \circ [\sigma] \circ [\gamma] \quad (3.1)$$

W literaturze nie są jednak podane żadne wytyczne o dobraniu owych czynników skalujących. Najbardziej intuicyjnym sposobem dobrania czynników skalujących wydaje się być przyjęcie wspólnego czynnika skalującego γ_U dla wszystkich wyrazów macierzy $[\gamma]$, co w tej pracy będzie nazywane jednorodnym rozszerzeniem obszaru poszukiwań (UESA, ang. uniform expansion of the search area). Wówczas wzór 3.1 upraszcza się do

$$[\Delta G_{UESA}] = [a] \circ \gamma_U [\sigma]. \quad (3.2)$$

UESA można uznać za wykorzystanie rozszerzonej (zamiast standardowej) niepewności pomiarowej podczas generowania populacji. Zwykle podczas generowania losowych próbek w symulacji Monte Carlo udaje się uzyskać niepusty zbiór $\{[G_s^P]\}$ dzięki losowym i niezależnym zmianom poszczególnych elementów w $[\Delta G]$. Jednakże wprowadzenie losowych zmian w sposób jednorodny dla wszystkich elementów (stosując $[\Delta G_{UESA}]$) może nie być wystarczające, gdy elementy $[G]$ poza główną przekątną są zbyt duże. Rozwiązaniem może być zastosowanie niejednorodnego rozszerzenia obszaru poszukiwań poprzez wprowadzenie czynnika skalującego działającego jedynie na główną przekątną macierzy $[\Delta G]$. Opisaną technikę proponuje się nazwać DESA (Diagonal Expansion of the Search Area). Czynnikiem skalujący i działający na główną przekątną oznaczono w tej pracy symbolem γ_D i nazwano DPF (Diagonal Penalty Factor). Macierz przyrostów energii opisująca operację DESA przyjmuje wówczas formę

$$[\Delta G_{DESA}] = [a] \circ [\sigma] \circ [\gamma_D] \quad (3.3)$$

gdzie elementy macierzy $[\gamma_D]$ są zdefiniowane następująco

$$\gamma_D^{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{gdy } i \neq j \\ \gamma_D > 1, & \text{gdy } i = j. \end{cases} \quad (3.4)$$

Metodę DESA można zdefiniować teraz jako

Definicja 1 DESA (Diagonal Expansion of the Search Area) jest wariantem techniki rozszerzania obszaru poszukiwań, gdzie macierz przyrostów energii przyjmuje specjalną formę $[\Delta G_{DESA}]$ ze współczynnikami skalującymi γ_D^{ij} większymi od jedności tylko na głównej przekątnej.

3.2 | Błędy związane z ESA

3.2.1 | Asymetria populacji i błąd przesunięcia

W tym podpunkcie, tam gdzie nie będzie to prowadziło do dwuznaczności, $[\Delta G]$ będzie odnosiło się zarówno do $[\Delta G]$, $[\Delta G_{UESA}]$, jak i $[\Delta G_{DESA}]$. Z uwagi na fakt, że macierze $[G]$ oraz $[G] + [\Delta G]$ są od siebie różne, oczywiście należy się również spodziewać różnic między ich odwrotnościami. To prowadzi do wniosku, że wynik symulacji MCF jest zawsze obarczony pewnym błędem. Z każdą macierzą $[L_s^P]$ związany jest inny zestaw współczynników LF. Wartość średnia współczynników LF wyznaczona ze zbioru $\{[L_s^P]\}$ jest uznawana za dobrą aproksymację wielkości prawdziwych. W tej pracy to założenie będzie powiązane z zachowaniem symetrii w wygenerowanej populacji macierzy energii. Przyrosty $[\Delta G]$ mogą przyjmować zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne, ponieważ są one zdefiniowane z użyciem zmiennych losowych $[a]$, które ustalają ich znaki w sposób przypadkowy. Gdy wartości elementów $[\Delta G]$ są małe w porównaniu z elementami $[G]$, prowadzi to do powstania symetrycznej populacji macierzy. W takiej symetrycznej populacji losowane są z równym prawdopodobieństwem macierze $[G_s]$ z mniejszymi wartościami elementów niż odpowiadające im elementy w $[G]$ oraz macierze $[G_s]$ z wartościami większymi niż w $[G]$. Skutkuje to wyznaczeniem nieco mniejszych, jak i nieco większych współczynników LF, a wartość średnia z populacji jest bliska współczynnikom CLF wyznaczonym bezpośrednio z $[G]$. Zwróćmy uwagę, że macierz energii $[G_s]$ nie może zawierać elementów ujemnych, gdyż nie mają one interpretacji fizycznej i zawsze prowadzą do uzyskania niepoprawnych macierzy strat.

Odosobnionym przykładem macierzy o elementach ujemnych, która może zostać błędnie sklasyfikowana jako poprawna, jest macierz ze wszystkimi elementami ujemnymi o wartościach dominujących (co do modułu) poza główną przekątną, na przykład

$$[G_s] = \begin{bmatrix} -3 & -20 \\ -20 & -3 \end{bmatrix}$$

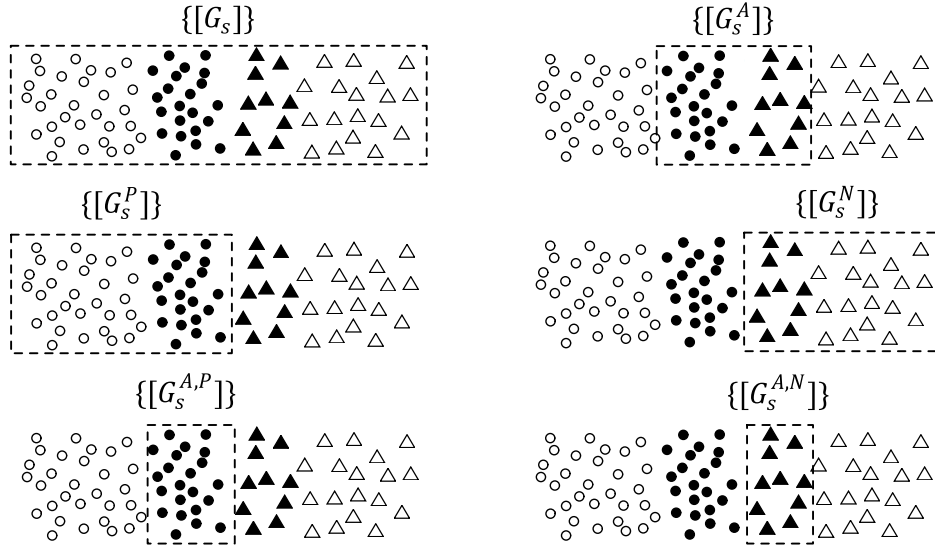
Aby zabezpieczyć się przed losowaniem takich próbek, zalecane jest odrzucanie wszystkich macierzy $[G_s]$ posiadających przynajmniej jeden element ujemny. Konsekwencją faktu, że wszystkie wylosowane macierze $[G_s]$ z elementami ujemnymi są niepoprawne jest możliwość powstania asymetrycznej populacji, gdy wartość dowolnego elementu ΔG_{ij} nie zawiera się w przedziale $(-G_{ij}; G_{ij})$. Sytuacja taka może wystąpić w przypadku wystąpienia dużej niepewności pomiarowej lub przyjęcia zbyt dużego współczynnika skalującego. Jeśli $\Delta G_{ij} > G_{ij}$, wtedy macierz $[G] + [\Delta G]$ może być zarówno poprawna, jak i niepoprawna, jednak możliwa do wylosowania w następnych iteracjach macierz „równoważąca” $[G] - [\Delta G]$ będzie *zawsze* niepoprawną macierzą, z uwagi na ujemną wartość energii, która w niej wystąpi. Podobnie, jeśli $\Delta G_{ij} < -G_{ij}$, wtedy macierz $[G] - [\Delta G]$ może być zarówno poprawna, jak i niepoprawna, ale $[G] + [\Delta G]$ *zawsze* będzie niepoprawna. Opisany proces prowadzi do zdominowania populacji przez macierze $[G_s]$ z elementami większymi niż oryginalna macierz $[G]$. Ta dysproporcja po odwróceniu macierzy skutkuje zaniżaniem wartości współczynników LF. Opisany efekt w tej pracy proponuje się nazwać błędem przesunięcia. Jest to błąd, który występuje jako konsekwencja operowania na asymetrycznej populacji macierzy energii. Na podstawie powyższego opisu można wprowadzić następującą definicję macierzy wprowadzających asymetrię $[G_s^A]$

Definicja 2 Macierzą wprowadzającą asymetrię $[G_s^A]$ jest każda generowana macierz $[G_s]$, dla której związana z nią macierz testowa $[G_{s,test}]$ zawiera przynajmniej jeden element ujemny. Dla każdej $[G_s] = [G] + [\Delta G]$ macierz testową można wyznaczyć z zależności $[G_{s,test}] = [G] - [\Delta G]$.

Warto zwrócić uwagę, że moment sklasyfikowania danej macierzy jako $[G_s^A]$ następuje przed jej odwróceniem, w związku z tym zarówno macierze $[G_s^P]$, jak i $[G_s^N]$ mogą być uznane jako zaburzające symetrię. Na potrzeby dalszych rozważań zaznaczmy ten fakt zapisując zbiór $[G_s^A]$ jako

$$\{[G_s^A]\} = \{[G_s^{A,N}]\} \cup \{[G_s^{A,P}]\} \quad (3.5)$$

Wyróżnione rozłączne podzbiory zbioru $[G_s^A]$ mają następującą interpretację. Podzbiór $\{[G_s^{A,N}]\} = [G_s^A] \setminus \{[G_s^P]\}$ to zbiór macierzy niepoprawnych wprowadzających asymetrię, natomiast dopełnienie $\{[G_s^{A,P}]\} = \{[G_s^A]\} \setminus \{[G_s^N]\}$ to zbiór macierzy poprawnych wprowadzających asymetrię. Relacje między opisanymi zbiorami przedstawiono na rysunku 3.1.

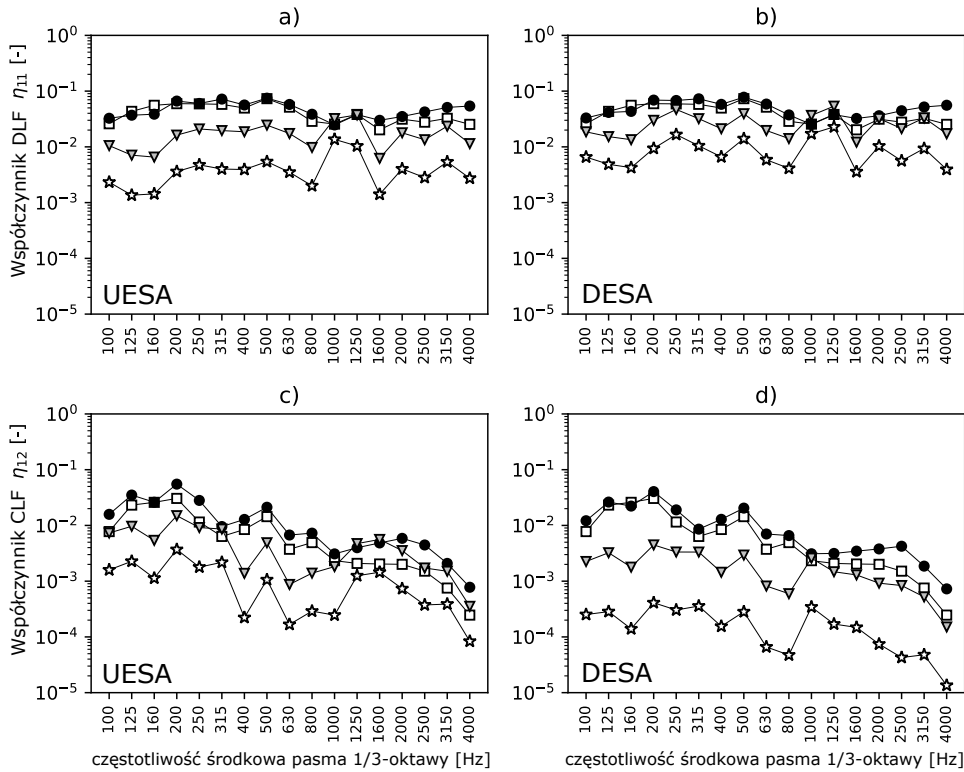


Rysunek 3.1: Podzbiory zbioru $\{[G_s]\}$. ○ : macierze poprawne i nie zaburzące symetrii, ● : macierze poprawne, zaburzące symetrię, ▲ : macierze niepoprawne, zaburzące symetrię, △ : macierze niepoprawne i nie zaburzące symetrii

Błąd przesunięcia rośnie, gdy moc zbioru $\{[G_s^{A,P}]\}$ rośnie w stosunku do mocy $\{[G_s^P]\}$. Ta obserwacja pozwala zdefiniować nową miarę asymetrii populacji macierzy energii

Definicja 3 Jeśli $\{[G_s^{A,P}]\}$ jest zbiorem poprawnych macierzy wprowadzających asymetrię, a $\{[G_s^P]\}$ jest zbiorem wszystkich poprawnych macierzy, wówczas iloraz $\alpha = \text{card}(\{[G_s^{A,P}]\}) / \text{card}(\{[G_s^P]\})$ jest wskaźnikiem asymetrii populacji macierzy energii.

W definicji 3 $\text{card}(\dots)$ oznacza moc zbioru. Wskaźnikiem asymetrii α można sterować bezpośrednio zmieniając wartości $[\Delta G_{ESA}]$. Z kolei $[\Delta G_{ESA}]$, zgodnie ze wzorem 3.1, zależy od współczynnika skalującego γ . Na rysunku 3.2 pokazano wpływ zmiany γ w UESA i DESA na błędy przesunięcia podczas identyfikacji przykładowego systemu (system nr 12 z tabeli 4.1). Z rysunku 3.2 widać, że wzrost γ wiąże się ze wzrostem błędu przesunięcia. Widać również, że błąd przesunięcia (tzn. zaniżanie wartości) ma największe znaczenie dla dużych współczynników skalujących.



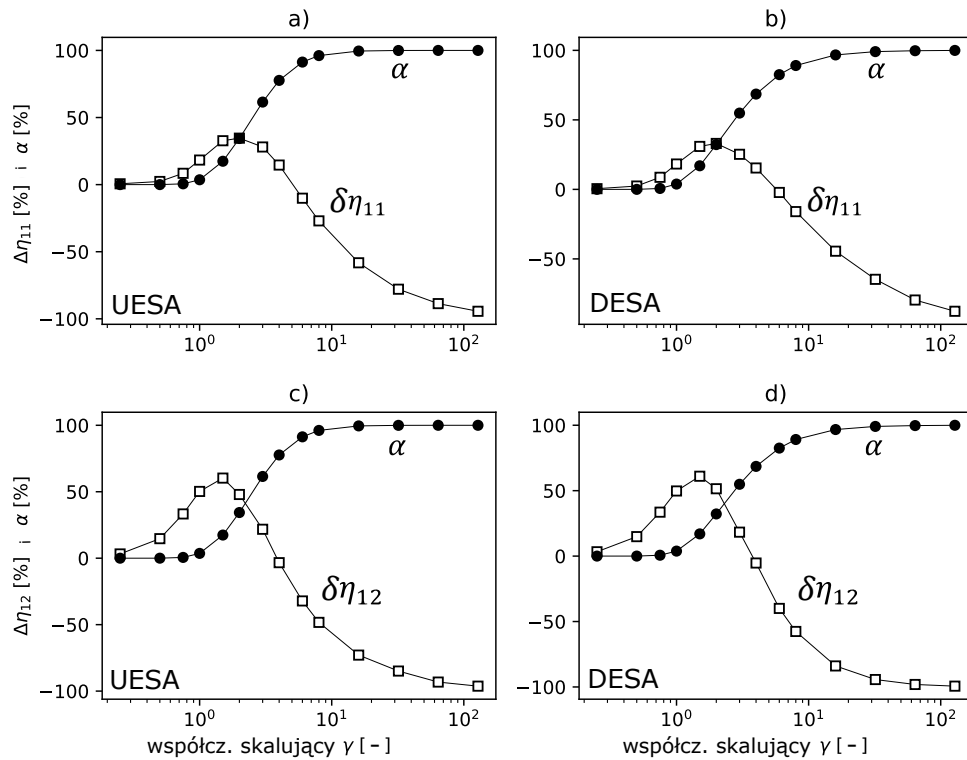
Rysunek 3.2: Wpływ współczynnika skalującego na błędy przesunięcia. \square : brak MCF, \bullet : $\gamma=2.5$, \blacktriangledown : $\gamma=20$, \star : $\gamma=100$. a) UESA, DLF; b) DESA, DLF, c) UESA, CLF, d) DESA, CLF

Gdy współczynniki skalujące są mniejsze, można zaobserwować również LF większe w stosunku do wartości oryginalnych. Aby prześledzić tę zależność i zachować czytelność, dalsza analiza skupi się na tylko jednym z pasm częstotliwości (wybrano arbitralnie 800 Hz). Za miarę błędu przyjęto błąd względny współczynnika strat $\delta\eta_{ij}$ wyznaczony z zależności

$$\delta\eta_{ij} = \frac{\eta_{ij} - \hat{\eta}_{ij}}{\hat{\eta}_{ij}} \quad (3.6)$$

gdzie η_{ij} to współczynnik CLF wyznaczony z symulacji Monte Carlo natomiast $\hat{\eta}_{ij}$ to wartość referencyjna wyznaczona wprost z [G]. Indeksy „i” oraz „j” będą pomijane podczas zapisu $\delta\eta_{ij}$, jeśli nie będzie to prowadziło do dwuznaczności.

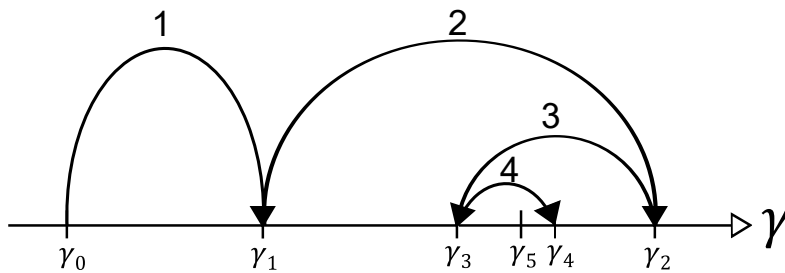
Na rysunku 3.3 pokazano jak w funkcji γ zmienia się wskaźnik asymetrii populacji α oraz względny błąd w wyznaczeniu współczynników strat $\delta\eta$. Dla $\alpha > 50\%$ efekty związane z asymetrią populacji dominują i obserwuje się rosnący błąd przesunięcia ($\delta\eta < 0$). Dla $\alpha < 50\%$, $\delta\eta$ jest dodatnie. Warto odnotować, że z uwagi na osiągnięcie przez $\delta\eta$ maksimum dla pewnego γ_{max} , istnieje takie $\gamma_{opt} > \gamma_{max}$, dla którego $\delta\eta = 0$.



Rysunek 3.3: Zależność błędu współczynników strat (\square) i wskaźnika asymetrii populacji (\bullet) w funkcji współczynnika skalującego dla populacji macierzy z rozkładem normalnym

3.2.2 | Minimalizacja współczynnika skalującego

Z rozważań z poprzedniej sekcji wynika, że małe wartości γ prowadzą do minimalizacji błędu przesunięcia. Zerowy błąd $\delta\eta$ można osiągnąć również dla wartości γ_{opt} ($\gamma_{opt} > y_{max} > 0$) jednak odnalezienie γ_{opt} w praktyce jest problematyczne lub wręcz niemożliwe (niewielki błąd w oszacowaniu γ_{opt} skutkuje dużą zmianą $\delta\eta$). Praktyczniejszym rozwiązaniem wydaje się być przeprowadzenie minimalizacji γ . Do minimalizacji γ można zastosować wybrany algorytm, np. przeszukiwanie, którego zasady oddaje rysunek 3.4. Na przedstawionym rysunku przyjęcie $\gamma_0 = 1$ okazało się niewystarczające do wyznaczenia poprawnej macierzy strat. W kroku nr 1 wartość $\gamma_1 = 2\gamma_0$ również nie przyniosła efektu. Poprawną macierz uzyskano w iteracji nr 2 dla $\gamma_2 = 2\gamma_1$. W kroku nr 3 cofnięto się do wartości $\gamma_3 = (\gamma_1 + \gamma_2)/2$ i ponownie wyznaczono błędną macierz. W kroku 4 zwiększono wartość γ do $\gamma_4 = (\gamma_3 + \gamma_2)/2$, uzyskano poprawną macierz i spełniono warunek stopu (zblizono się w zadowalającym stopniu do poszukiwanego optimum równego γ_5). Sam proces optymalizacji jest stochastyczny (każda macierz



Rysunek 3.4: Przykładowy algorytm wyboru optymalnego współczynnika skalującego

zawiera w sobie element losowy), więc każda jego realizacja może wskazać nieco inną wartość optymalną. Rozwiązaniem problemu może być wielokrotne przeprowadzenie optymalizacji i wyznaczenie wartości średniej, lub wybranie wartości minimalnej ze wszystkich procesów. Przedstawiony przykład ilustruje, że proponowana metoda może być czasochłonna, gdy stosuje się ją niezależnie dla każdego problematycznego pasma częstotliwości. Rozsądnym kompromisem wydaje się być przeprowadzenie pojedynczej, globalnej optymalizacji, w wyniku której wszystkie pasma zostaną skorygowane równocześnie.

3.2.3 | Wymuszanie symetrii populacji

Przeprowadzenie minimalizacji DPF (punkt 3.2.2) jest konieczne, aby generować poprawne macierze leżące w najbliższym sąsiedztwie macierzy oryginalnej. Minimalizacja DPF natomiast nie pozwala całkowicie wyeliminować błędu przesunięcia, a jedynie go zminimalizować. Po przeprowadzeniu minimalizacji DPF nie jest wiadome, czy nadal jest to błąd istotny (macierze indukujące błąd przesunięcia mogą być nadal obecne w nieznanym ilościach w zbiorze $\{[G_s^P]\}$). W tym punkcie zaproponowano dwie metody eliminujące błąd przesunięcia polegające na wymuszeniu symetrii populacji macierzy energii (SFM, Symmetry Forcing Methods):

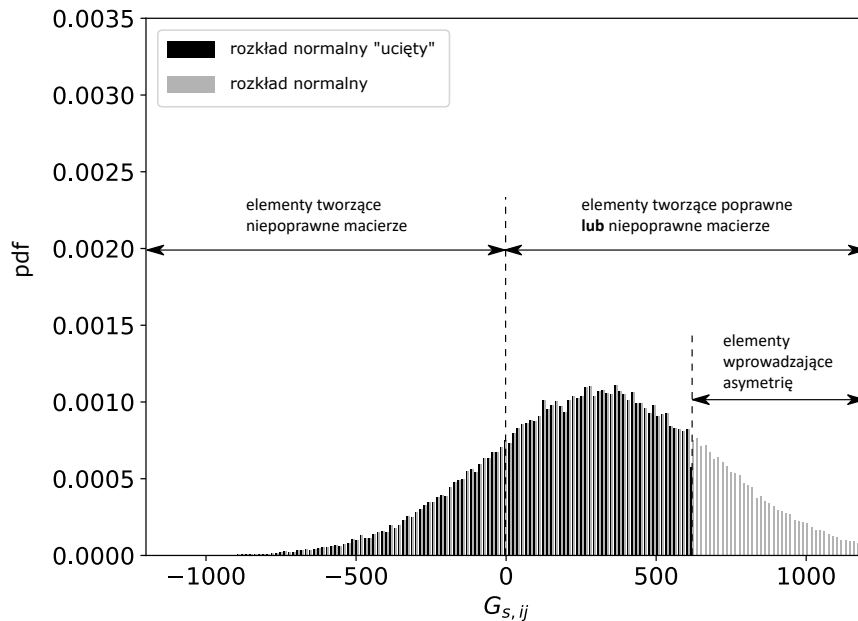
- Metodę A, polegającą na odrzuceniu z obliczeń macierzy wpadających w ogon rozkładu normalnego.
- Metodę B, polegającą na wygenerowaniu populacji o rozkładzie logarytmicznie normalnym.

Zastosowanie jednej z przedstawionych metod SFM w połączeniu z minimalizacją DPF pozwala korygować ujemne współczynniki strat i zastępować je współczynnikami pozabawionymi błędem przesunięcia. Możliwe jest również uzyskanie wyników bliskich

wynikom oryginalnym w pasmach nie wymagających korekcji, co może stanowić dobrą kontrolę jakości stosowanych metod. W rozdziale 5 nastąpi rozwinięcie tego zagadnienia.

3.2.3.1 | Metoda A

Metoda A pozwala wymusić symetrię populacji poprzez wykluczenie z obliczeń zbioru $\{[G_s^A]\}$, przy czym $\{[G_s^A]\}$ można wykryć na podstawie definicji 2. Proces ten zostanie prześledzony dla wybranej częstotliwości (3150 Hz) oraz elementu ($i=1, j=2$) populacji macierzy $\{[G_s]\}$ z punktu 5 (system 16). Na rysunku 3.5 przedstawiono histogram analizowanego elementu ($1 \cdot 10^5$ próbek). Zgodnie z oczekiwaniami, populacja wygenerowana na podstawie wzorów 2.21 oraz 2.23 ma rozkład normalny. Metoda A polega na odrzuceniu elementów wprowadzających asymetrię widocznym na rysunku 3.5. Z ry-

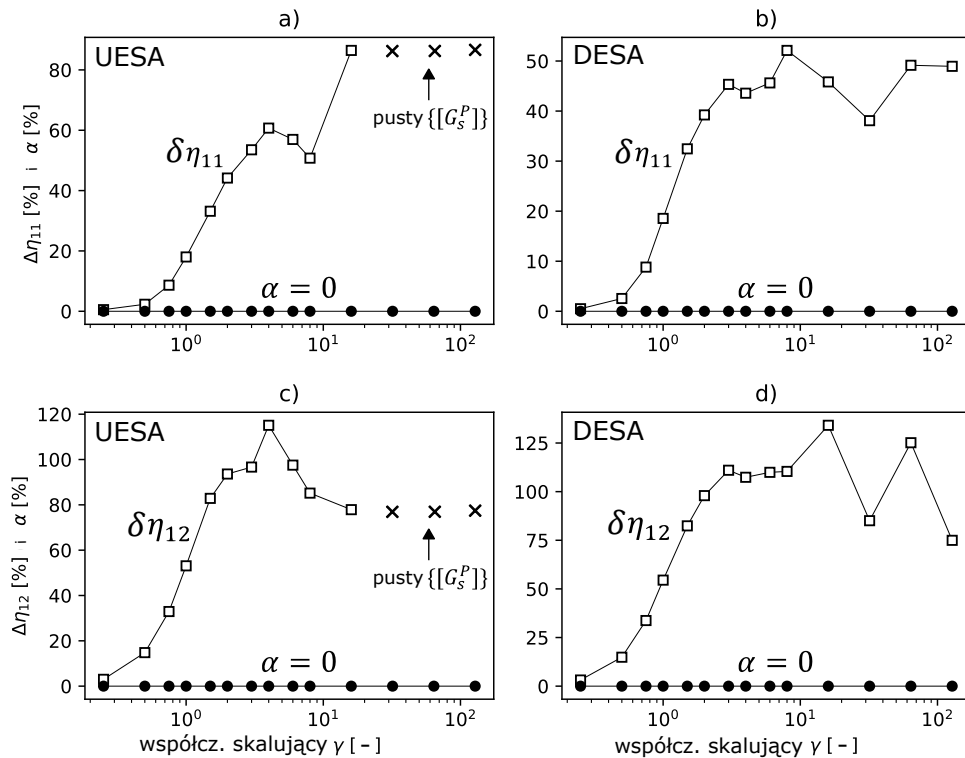


Rysunek 3.5: Histogram wybranego elementu $G_{s,ij}$ ($i=1, j=2$) dla populacji macierzy o rozkładzie normalnym

sunku widać, że konieczne jest wykrycie poprawnej wartości pomiędzy 0 a $2G_{ij}$, gdzie G_{ij} to element pochodzący z oryginalnej macierzy pomiarowej $[G]$. Spełnienie tego warunku w kontekście populacji macierzy zależy od relacji między mocą (liczebnością) zbioru $\{[G_s^P]\}$ i $\{[G_s^{A,P}]\}$. Możliwe są dwa rezultaty identyfikacji z zastosowaniem metody A:

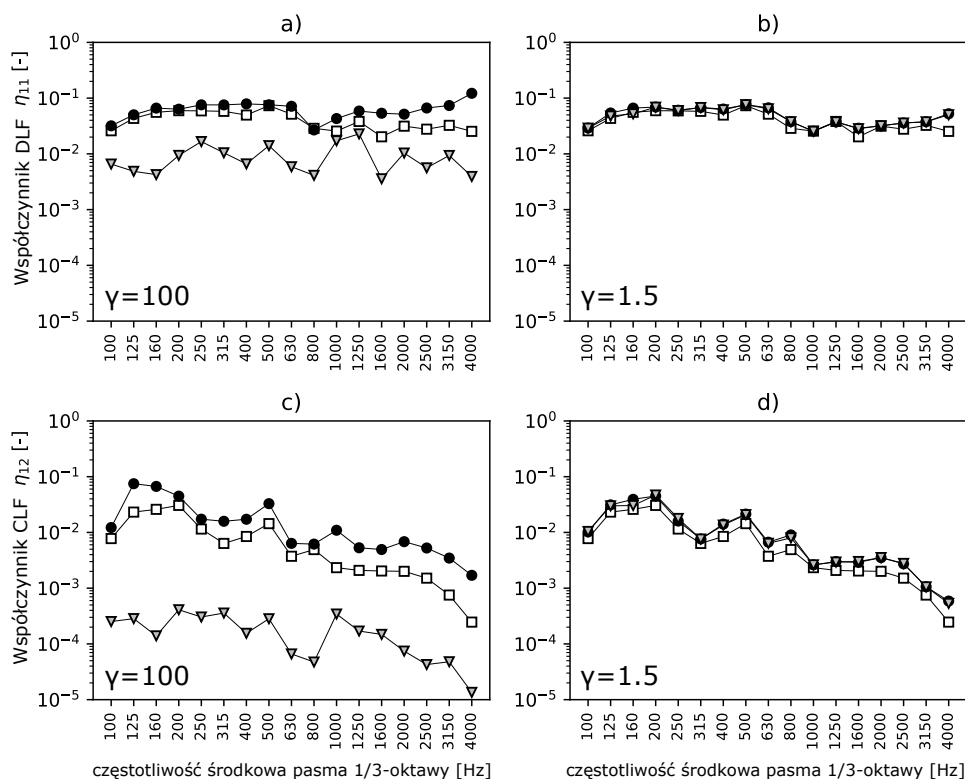
1. Gdy $\text{card}(\{[G_s^P]\}) > \text{card}(\{[G_s^{A,P}]\})$, lub inaczej $\alpha < 1$, uzyskany wynik będzie pozbawiony zarówno błędu przesunięcia, jak i ujemnych LF. Wówczas, wynik identyfikacji uzyskany metodą A można uznać za poprawny, a dla populacji wynikowej zachodzi $\alpha = 0$.
2. Gdy $\text{card}(\{[G_s^P]\}) = \text{card}(\{[G_s^{A,P}]\})$, lub inaczej $\alpha = 1$ (co oznacza również, że $\{[G_s^P]\} = \{[G_s^{A,P}]\}$), wszystkie poprawne macierze zostaną odrzucone i korekcja ujemnych współczynników LF nie będzie miała miejsca. Metoda A jest wówczas nieskuteczna. Możliwe jest jednak przyjęcie za wynik końcowy współczynników LF wyznaczonych dla asymetrycznej populacji macierzy. W takiej sytuacji, uzyskany wynik będzie obciążony błędem przesunięcia. Błąd ten jednak będzie zminimalizowany dzięki zastosowaniu γ_{min} podczas obliczeń (odległość między macierzami $[G_s^A]$, a macierzą oryginalną $[G]$ będzie względnie mała).

Na rysunku 3.6 pokazano jak zmienia się $\delta\eta$ oraz α w funkcji γ , podczas stosowania metody A wymuszenia symetrii populacji. Oczywiście z powodu odrzucenia wszystkich próbek z $\{[G_s^{A,P}]\}$ mamy $\text{card}(\{[G_s^{A,P}]\}) = 0 \rightarrow \alpha = 0$. Należy pamiętać, że metoda A eliminuje z populacji tylko te macierze, które wprowadzają błąd wynikający z asymetrii. Wymuszanie symetrii nie może niwelować błędów powodowanych przez obecność w populacji macierzy $[G_s^P]$ znacząco oddalonych od oryginalnej $[G]$ (duże wartości $\delta\eta$ dla dużych γ na rysunku 3.6). Gdy dana populacja powstanie na bazie dużego współczynnika skalującego, metoda A dostarczy wynik związany z *najszerszym możliwym przyrostem* ΔG , który nie wprowadza asymetrii (obszar ustabilizowania się $\delta\eta$ na rysunku 3.6, dobrze widoczny zwłaszcza na 3.6 b) i 3.6 d), gdzie $\delta\eta$ nie rośnie w sposób nieograniczony). Na rysunkach 3.6 a) oraz 3.6 c) widać również przypadek, gdy populacja przed wymuszeniem symetrii cechowała się $\alpha = 1$ dla dostatecznie dużych γ . W tym przypadku wszystkie $[G_s^P]$ zostały odrzucone i wyznaczenie współczynników strat było niemożliwe.



Rysunek 3.6: Zależność błędu współczynników strat (\square) i wskaźnika asymetrii populacji (\bullet) w funkcji współczynnika skalującego dla populacji macierzy z rozkładem normalnym pozbawionym ogona

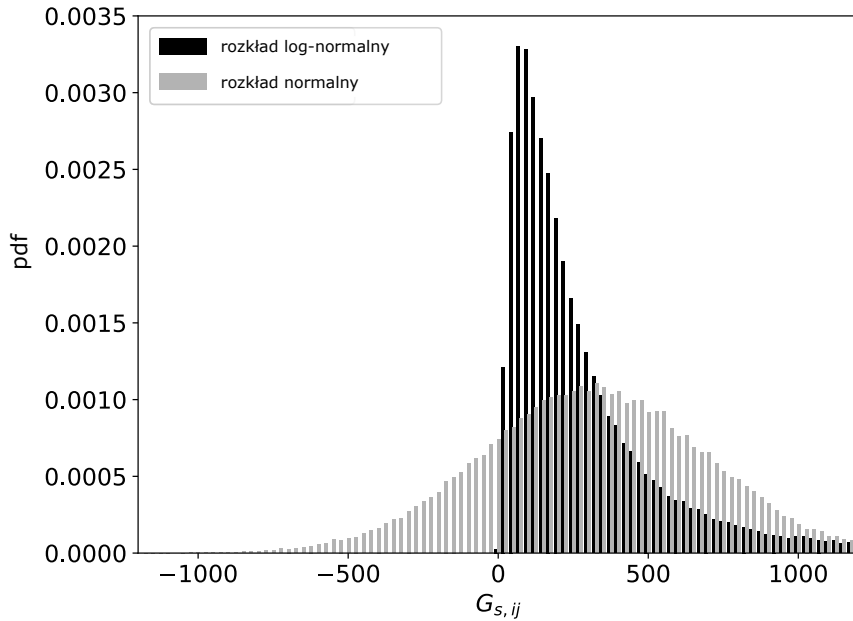
Z wyżej wymienionych przyczyn odradzane jest przyjmowanie podczas operacji ESA arbitralnie dużych wartości γ i pominięcie minimalizacji γ na podstawie błędnego założenia, że metoda A jest w stanie automatycznie skorygować wynik. Przykładowo, na rysunku 3.7a i 3.7c pokazano efekt działania metody A na asymetrycznej populacji wygenerowanej z $\gamma = 100$ (DESA). Widać, że błąd przesunięcia (zaniżenie wyniku) został usunięty, ale wynik końcowy jest z kolei zawyżony. Natomiast rysunki 3.7b i 3.7d dotyczą asymetrycznej populacji wygenerowanej z $\gamma=1.5$. W tym wypadku obszar poszukiwań był węższy i wykryto więcej macierzy bliższych oryginalnej. Z tego powodu współczynniki LF na rysunkach 3.7b i 3.7d są bliższe wynikowi wyznaczonemu bezpośrednio z $[G]$ (tj. z pominięciem MCF). W związku z tym, opisany powyżej problem powinien mieć małe znaczenie, gdy przed przystąpieniem do SFM przeprowadzi się procedurę minimalizacji γ .



Rysunek 3.7: Współczynniki strat po zastosowaniu metody A z arbitralnymi wartościami współczynnika skalującego (wpływ pominięcia minimalizacji). \square – wartość oryginalna, \blacktriangledown – wartość po rozszerzeniu obszaru poszukiwań, \bullet – wartość po wymuszeniu symetrii populacji metodą A. a) DLF dla $\gamma=100$, b) DLF dla $\gamma=1.5$, c) CLF dla $\gamma=100$, d) CLF dla $\gamma=1.5$

3.2.3.2 | Metoda B

Z uwagi na możliwość zajścia przypadku $\alpha = 1$, gdzie metoda A jest zawodna, testowano również alternatywne podejście wymuszające symetrię populacji nazwane w tej pracy metodą B. Dotychczasowe rozważania prowadzono przy założeniu normalnego rozkładu populacji generowanych macierzy energii na podstawie wzoru 2.21. Można zauważyć, że zmieniając to podejście i przyjmując rozkład logarytmicznie normalny, w naturalny sposób wykluczone z procedury są wszystkie elementy macierzy o ujemnych wartościach (rysunek 3.8), natomiast dominanty poszczególnych elementów są mniejsze niż odpowiadające im wartości elementów w $[G]$. Dla populacji z rozkładem logarytmicznie normalnym asymetria nie powstaje (zawsze zachodzi $\alpha = 0$ i błąd przesunięcia nie występuje).



Rysunek 3.8: Histogram wybranego elementu $G_{s,ij}$ ($i=1, j=2$) dla populacji macierzy o rozkładzie logarytmicznie normalnym oraz rozkład normalny dla porównania

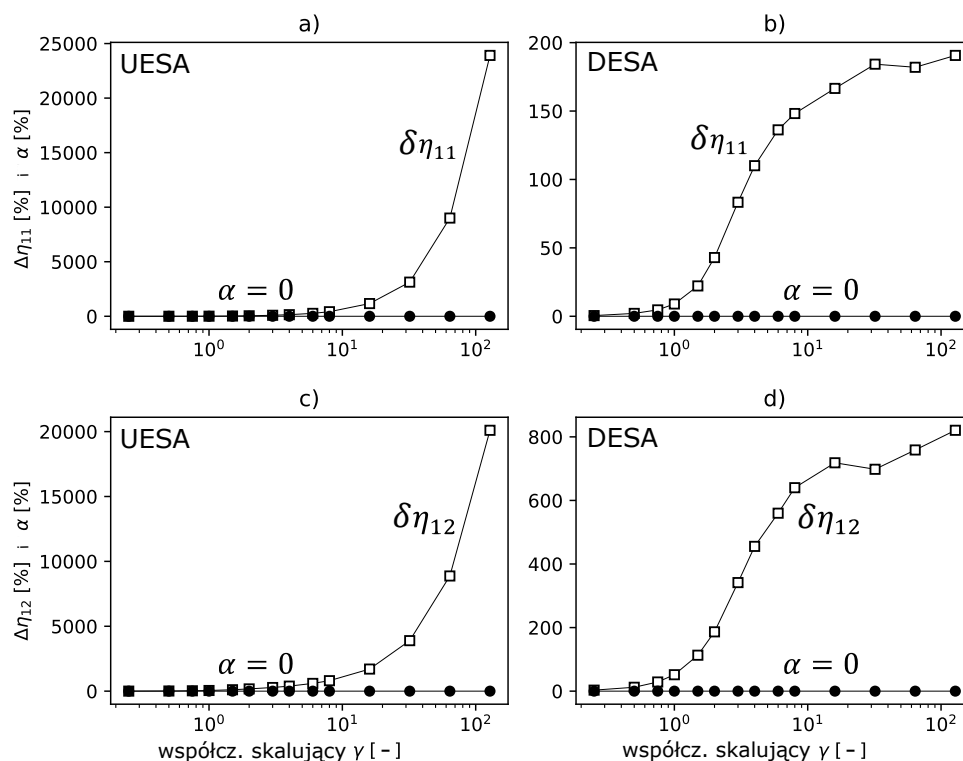
Parametry μ oraz σ^2 rozkładu log-normalnego można wyznaczyć z zależności

$$\mu = \ln \left(\frac{\mu_x^2}{\sqrt{\mu_x^2 + \sigma_x^2}} \right) \quad (3.7)$$

$$\sigma^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2} \right). \quad (3.8)$$

gdzie μ_x oraz σ_x^2 to średnia i wariancja rozkładu normalnego z metody A. Stosując równania 3.7 oraz 3.8 uzyskuje się średnią $\mu_{x,\log}$ oraz wariancję $\sigma_{x,\log}^2$ rozkładu logarytmicznie normalnego taką samą, jak w odpowiadającym rozkładzie normalnym z metody A.

Na rysunku 3.9 pokazano przykładową zależność α oraz $\delta\eta$ od współczynnika γ , gdy przyjmiemy log-normalny rozkład populacji. Podobnie jak w metodzie A, błąd w wyznaczeniu współczynnika strat $\delta\eta$ rośnie ze wzrostem γ . Błąd $\delta\eta$ nie stabilizuje się jednak dla pewnego odpowiednio dużego γ , tylko rośnie nieograniczenie. Szczególnie duże wartości można zaobserwować na rysunkach 3.9a oraz 3.9c. Jest to spowodowane faktem, że w metodzie B nie zachodzi potrzeba wykluczania z obliczeń wartości z ogonu rozkładu. Błąd $\delta\eta$ zbiega do zera dla małych γ , podobnie jak w metodzie A. Zatem minimalizacja γ jest konieczna również podczas stosowania metody B.



Rysunek 3.9: Zależność błędu współczynników strat (\square) i wskaźnika asymetrii populacji (\bullet) w funkcji współczynnika skalującego dla populacji macierzy z rozkładem logarytmicznie normalnym

3.3 | Kryterium TLF

W poprzednim punkcie podczas analizy błędów brano pod uwagę jedynie współczynniki CLF oraz DLF. W tym punkcie analiza obejmuje tzw. całkowite współczynniki strat TLF (Total Loss Factor, η_{TOT}). Zostanie wykazane, że analiza TLF (wymagająca przeprowadzenia dodatkowych przeliczeń) może być dobrym wskaźnikiem dokładności metody MCF po zastosowaniu ESA. W klasycznym podejściu η_{TOT} wyznacza się metodą strukturalnego czasu pogłosu (norma ISO 10848-1; *Laboratory and field measurement of flanking transmission for airborne, impact and building service equipment sound between adjoining rooms*). Zmierzony w ten sposób czas pogłosu uwzględnia wszystkie sposoby dyssypacji energii, w tym straty związane z przepływem energii do sąsiadujących podsystemów. Taką sytuację można odtworzyć również podczas pomiarów PIM, gdy zignoruje się wszystkie połączenia z pozostałymi podsystemami (potraktuje się wybrany podsystem i jak kompletny system złożony tylko z jednego podsystemu i).

Wówczas wyznaczony współczynnik DLF wybranego podsystemu i będzie odpowiadał całkowitym stratom $\eta_{TOT,i}$. Obowiązuje zatem zależność

$$\eta_{TOT,i} = \frac{P_i}{\omega E_i}. \quad (3.9)$$

Z drugiej strony, wzór na $\eta_{TOT,i}$ można wyznaczyć korzystając z kompletnego bilansu energetycznego, gdzie nie pominięto pozostałych podsystemów. Jeśli na potrzeby przykładu zostanie przyjęty tymczasowo system składający się tylko z dwóch podsystemów oraz przyjmie się $i = 1$, wówczas $\eta_{TOT,1}$ podsystemu „1” będącego bezpośrednio połączonym z podsystemem „2” można wyprowadzić korzystając z równania na P_1 w układzie równań 2.1

$$\omega \eta_{11} E_1 + \omega \eta_{12} E_1 - \omega \eta_{21} E_2 = P_1. \quad (3.10)$$

Ze wzoru 3.10 można wyprowadzić zależność na średnią energię podsystemu „1”:

$$E_1 = \frac{P_1 + \omega \eta_{21} E_2}{\omega (\eta_{11} + \eta_{12})}. \quad (3.11)$$

Następnie podstawiając 3.11 do 3.9 uzyskuje się

$$\eta_{TOT,1} = (\eta_{11} + \eta_{12}) \frac{P_1}{P_1 + \omega \eta_{21} E_2}. \quad (3.12)$$

Z równania 3.12 widać, że gdy drugi składnik sumy $P_1 + \omega \eta_{21} E_2$ jest pomijalny, można zastosować aproksymację

$$\eta_{T\hat{O}T,1} = \eta_{11} + \eta_{12}. \quad (3.13)$$

Składnik $\omega \eta_{21} E_2$ nie wpływa na wartość wyrażenia 3.12 gdy system odbiorczy jest mocno wytłumiony (energia E_2 jest bardzo mała). Analizując postać wzoru 3.12 widać, że aproksymacja 3.13 wyznacza górną wartość graniczną wartości dokładnej $\eta_{TOT,1}$

$$\eta_{TOT,1} \leq \eta_{T\hat{O}T,1} \quad (3.14)$$

lub inaczej

$$\frac{\eta_{T\hat{O}T,1}}{\eta_{TOT,1}} \geq 1. \quad (3.15)$$

Wzór 3.13 można uogólnić na przypadek, gdy z dowolnym podsystemem i jest połączonych M podsystemów odbiorczych. Dokładny wzór na TLF podsystemu i ma wówczas postać

$$\eta_{TOT,i} = \left(\eta_{ii} + \sum_{k=1, k \neq i}^M \eta_{ik} \right) \frac{P_i}{P_i + \omega \sum_{k=1, k \neq i}^M \eta_{ki} E_k}. \quad (3.16)$$

Podobnie jak w 3.12, gdy energie wszystkich podsystemów odbiorczych są pomijalne, można zastosować uogólnioną aproksymację

$$\eta_{T\hat{O}T,i} = \eta_{11} + \eta_{12} + \dots + \eta_{1M}. \quad (3.17)$$

Dysponując wartościami wyznaczonymi z 3.17 oraz 3.9 dla wszystkich podsystemów ($i = 1, 2, \dots, N$), kryterium TLF można sprawdzić niezależnie dla każdego „i”:

$$\frac{\eta_{T\hat{O}T,i}}{\eta_{TOT,i}} \geq 1. \quad (3.18)$$

Wartość $\eta_{T\hat{O}T}$ jest znacznie łatwiejsza do określenia na etapie symulacyjnym i należy brać pod uwagę, że stanowi ona górną wartość graniczną wartości dokładnej η_{TOT} , która jest z kolei łatwiejsza do wyznaczenia eksperymentalnie (np. podczas określania całkowitego współczynnika strat przegrody w komorze pochłosowej podczas pomiarów izolacyjności akustycznej).

Nierówność 3.18 można zastosować jako proste kryterium potwierdzające dokładność metody MCF dla systemów o liczbie podsystemów $N > 1$ (dla $N = 1$ mamy $\eta_{11} = \eta_{TOT} = \eta_{T\hat{O}T}$ i kryterium zawsze jest spełnione). Jeśli w danym paśmie udało się skorygować ujemny współczynnik LF, ale nierówność 3.18 nie jest spełniona, wynik skojarzony z tym pasmem jest obciążony błędem. Zaproponowane kryterium 3.18 zostanie wykorzystane podczas analizy wyników w punkcie 5.1.5, gdzie zostanie wykazana konieczność zastosowania (w niektórych przypadkach) zawężania obszaru poszukiwań (przyjęcie $\gamma < 1$), aby zminimalizować liczbę skorygowanych pasm nie spełniających kryterium TLF.

Przebieg pomiarów

4.1 | Badane systemy

Wszystkie badane systemy wraz z nadanymi im numerami identyfikacyjnymi zestawiono w tabeli 4.1. Parametry geometryczne i mechaniczne struktur tworzących badane systemy zestawiono w tabeli 4.2.

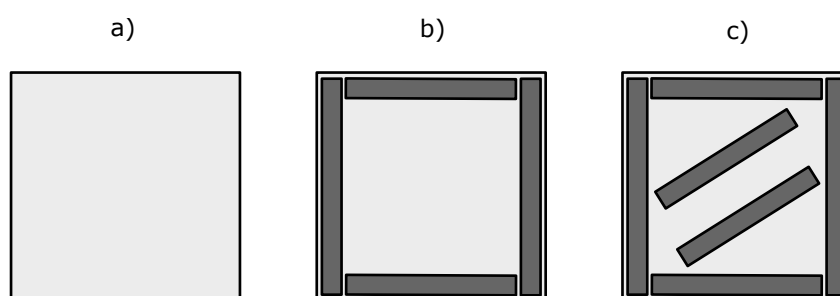
Tablica 4.1: Spis badanych systemów. Oznaczenia: B - fale giętkie, L - fale podłużne

numer identyfikacyjny systemu	rodzaj podsystemu	liczba podsystemów	stopień wytlumienia	rodzaj złącza
1	plyta (B)	1	niski	nd.
2	plyta (B)	1	średni	nd.
3	plyta (B)	1	wysoki	nd.
4	plyta (B)	2	niski	spaw liniowy
5	plyta (B)	2	średni	spaw liniowy
6	plyta (B)	2	wysoki	spaw liniowy
7	plyta (B)	2	niski	guma
8	plyta (B)	2	średni	guma
9	plyta (B)	2	wysoki	guma
10	plyta (B)	2	wysoki	spaw punktowy
11	plyta (B)	2	wysoki	śrubowe
12	plyta (B)	2	wysoki	nitowane
13	plyta (B)	3	niski	spaw liniowy

(kontynuacja na kolejnej stronie...)

numer identyfikacyjny systemu	rodzaj podsystemu	liczba podsystemów	stopień wytłumienia	rodzaj złącza
14	płyta (B)	3	średni	spaw liniowy
15	belka (B)	2	niski	spaw punktowy
16	belka (B+L)	4	niski	spaw punktowy

Systemy 1, 2 oraz 3 składały się z 1 podsystemu: pola fal giętych stalowej, prostokątnej płyty. Struktury różniły się od siebie stopniem wytłumienia dzięki przytwierdzeniu do nich taśm magnetycznych w konfiguracjach pokazanych na rysunku 4.1. Z punktu widzenia systemów, pozwoliło to na kontrolę ich parametru μ .

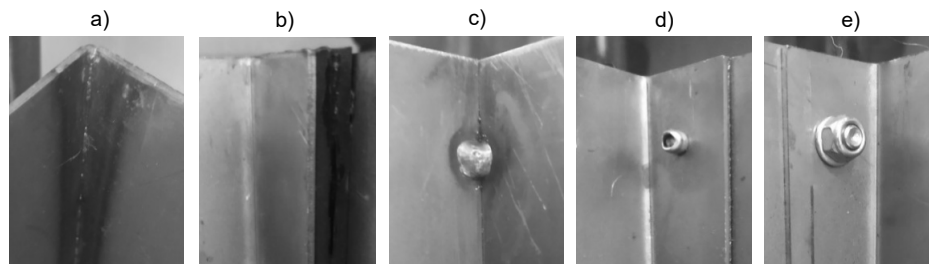


Rysunek 4.1: Sposób wytłumienia badanych systemów. a) niskie tłumienie; b) średnie tłumienie; c) wysokie tłumienie

Tablica 4.2: Parametry materiałowe i geometryczne struktur tworzących badane systemy

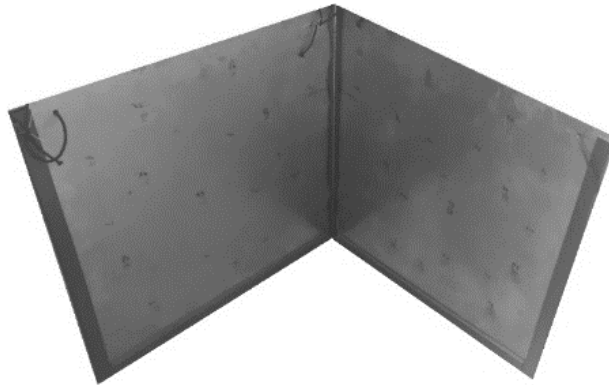
Parametry geometryczne		
	Płyty	Belki
Grubość	2 mm	20 mm
Długość	490 mm	80 mm
Szerokość	490 mm	500 mm
Parametry materiałowe		
Materiał	Stal DC03	
Gęstość	7827 kg/m ³	
Moduł Younga	205 GPa	
Liczba Poissona	0.3	

Systemy o indeksach większych niż 3 składały się z liczby podsystemów $N > 1$. Podsystemy w tych systemach były ze sobą połączone złączami technicznymi różnego rodzaju, co pozwoliło sklasyfikować systemy również pod względem siły sprzężenia, β . Zastosowane złącza pokazano na rysunku 4.2.



Rysunek 4.2: Złącza badanych systemów. a) spaw liniowy; b) guma; c) spaw punktowy; d) złącze nitowane; e) złącze śrubowe

Systemy 4, 5 oraz 6 składały się z dwóch podsystemów - pola fal giętnych dwóch stalowych płyt połączonych ze sobą pod kątem prostym (rysunek 4.3) spawem ciągłym (rysunek 4.2 a). Podobnie jak w przypadku systemów jednopłytowych, systemy 4, 5 oraz 6 różniły się od siebie stopniem tłumienia w celu kontroli parametru μ . Ponadto, ciągły rodzaj złącza faworyzował wystąpienie silnego sprzężenia między podsystemami w szerokim zakresie częstotliwości.

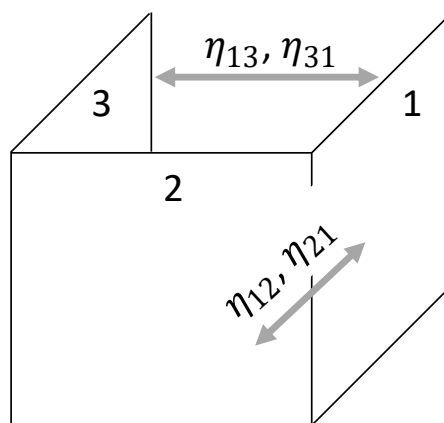


Rysunek 4.3: Struktura tworząca w zależności od stopnia wytłumienia systemy 4, 5 lub 6

Systemy 7, 8, 9 różniły się od odpowiadających im systemów 4, 5 oraz 6 rodzajem zastosowanego złącza. W systemach 7, 8 oraz 9 zastosowano złącze gumowe (rysunek 4.2 b) posiadające wysokie własne straty wewnętrzne. Pozwoliło to uzyskać systemy stanowiące grupę reprezentacyjną dla systemów o złączach stratnych. Podatny rodzaj złącza faworyzował wystąpienie słabego sprzężenia między podsystemami.

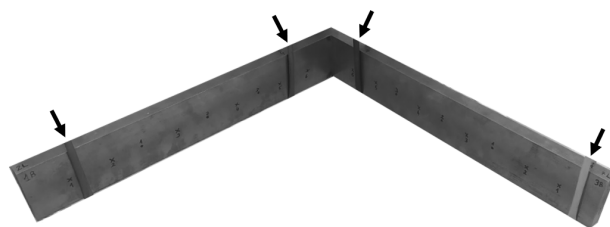
Systemy 10, 11 i 12 w odróżnieniu od pozostałych systemów dwupłytowych przebadano tylko dla wariantu z pełnym wytłumieniem. Systemy 10, 11 i 12 stanowiły grupę reprezentacyjną dla systemów o złączach punktowych. Każdy z podsystemów był połączony z drugim w trzech punktach rozmieszczonych równomiernie wzdłuż wspólnego brzegu płyt, co faworyzowało wystąpienie słabego sprzężenia. W systemie 10 zastosowano złącze spawane punktowe (4.2 c), w systemie 11 złącze śrubowe (4.2 e), a w systemie 12 złącze nitowane (4.2 d).

Systemy 13 i 14 składały się z trzech płyt połączonych ze sobą w sposób tworzący konfigurację przestrzenną π . W systemach 13 i 14 wystąpiło zjawisko tunelowania. Na rysunku 4.4 tunelowanie objawia się poprzez wystąpienie niezerowych pośrednich współczynników η_{13} oraz η_{31} (tj. CLF podsystemów nie będących ze sobą w fizycznym kontakcie). Ocena wpływu tunelowania na skuteczność metody MCF była możliwa dzięki eksperymentom na systemach 13 i 14.



Rysunek 4.4: Zjawisko tunelowania w systemach 13 i 14

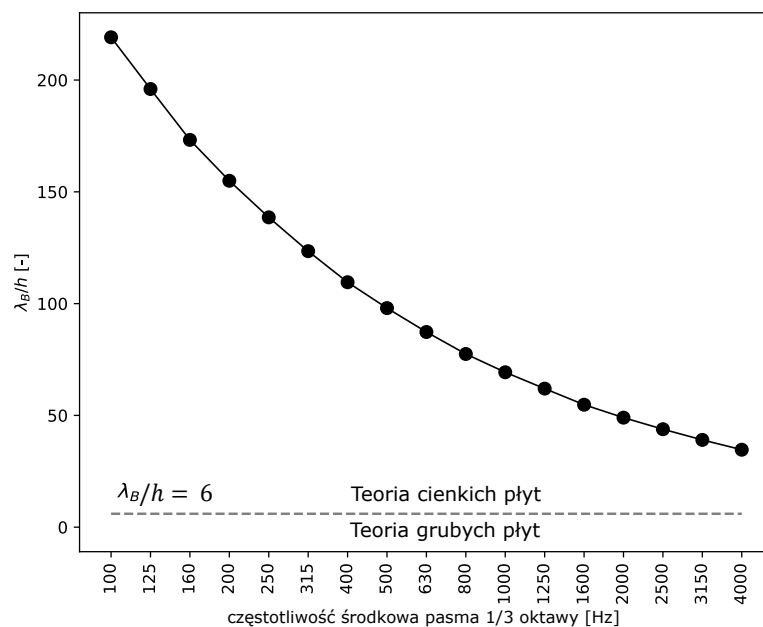
Systemy 15 i 16 powstały z dwóch identycznych stalowych belek o prostokątnym przekroju poprzecznym połączonych ze sobą pod kątem prostym (rysunek 4.5).



Rysunek 4.5: Struktura tworząca, w zależności od uwzględnienia fal L i B lub tylko B, systemy 15 lub 16. Na rysunku widać miejsca instalacji gum do podwieszania struktury

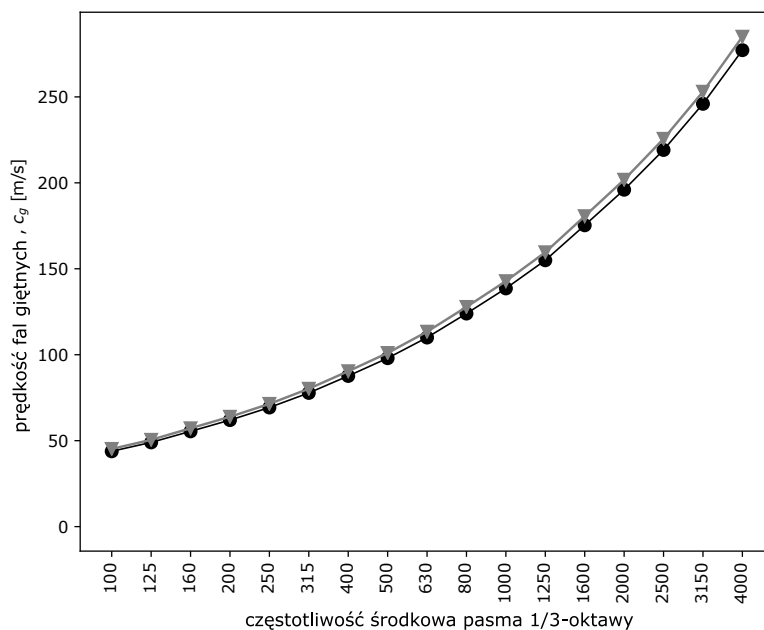
System 15 składał się z 2 podsystemów, ponieważ w modelu uwzględniono jedynie obecność fal giętnych w każdej z belek. Z kolei model opisujący system 16 składał się z 4 podsystemów reprezentujących pole fal podłużnych i giętnych obu belek. System 16 przygotowano z uwagi na drugi etap walidacji MCF (wpływ rozszczepienia fali). W przypadku systemów płytowych występują trudności z pobudzeniem fal podłużnych w podsystemach (Hopkins (2009)). Niewielka grubość płyt pozwala wyprowadzać uderzenia młotkiem modalnym jedynie w kierunku prostopadłym do płaszczyzny płyty, co wiąże się głównie z wprowadzaniem mocy do podsystemu fal giętnych. Niemożliwe było zatem eksperymentalne sprawdzenie wpływu rozszczepienia fali na uzyskiwane wyniki w systemach płytowych. Z tego powodu zastosowanie belek w roli podsystemów było konieczne aby stworzyć techniczną możliwość przeprowadzenia eksperymentu uwzględniającego obecność fal podłużnych i zbadanie wpływu zjawiska rozszczepienia fali na skuteczność MCF.

Na wykresie 4.6 pokazano stosunek długości fali giętej do grubości badanych płyt w funkcji częstotliwości. Dla żadnego pasma stosunek nie przekroczył umownej wartości granicznej równej 6 (Cremer i Heckl (2013)), zatem płytę można uznać za cienką w całym rozpatrywanym zakresie pomiarowym.



Rysunek 4.6: Kryterium cienkich płyt: stosunek długości fali giętej do grubości płyty w funkcji częstotliwości

Rzeczywiście, porównanie prędkości fal giętnych w płycie na podstawie teoretycznych zależności wg. modeli Kirchoffa i Mindlina (rysunek 4.7) wskazuje na względny błąd 3 % w badanym zakresie częstotliwości (100 Hz do 4 kHz). Fakt, że badane płyty są cienkie został wykorzystany podczas doboru sposobu montażu czujników w ramach pomiarów właściwych (sekcja 4.3).



Rysunek 4.7: Prędkość fal giętnych w badanych płytach wg teorii Kirchoffa (czarna linia) i wg teorii Mindlina (szara linia)

W płytach wykonano otwory do swobodnego podwieszenia. Średnica otworów była 23 razy mniejsza niż najmniejsza rozpatrywana długość fali giętnej w systemie ($\lambda_{4000\text{Hz}} = 7 \text{ cm}$). Można przyjąć, że wpływ otworów jest pomijalny w pasmach analizy. Belki (systemy 15 i 16), w odróżnieniu od płyt, zostały podwieszane na elastycznych linach bez zastosowania otworów.

4.2 | Stanowisko pomiarowe E-SEA

Zaprojektowano stanowisko pomiarowe przeznaczone do eksperymentalnego wyznaczenia parametrów SEA systemów opisanych w sekcji 4.1. W skład stanowiska pomiarowego wchodzi:

- konstrukcja do podwieszania badanej struktury (rys. 4.8),
- trzy akcelerometry trójosiowe PCB T356A32,
- akcelerometr jednoosiowy PCB 356A03,
- młotek modalny PCB 086C03,
- system akwizycji danych HEAD acoustics SQuadriga II ze skonfigurowanymi wejściami i wyjściami pod potrzeby badania,
- elementy zwiększające straty wewnętrzne badanych struktur: maty, taśmy magnetyczne (namagnesowane gumy),
- wosk do montażu akcelerometrów,
- okablowanie,
- elastyczne linki (ekspandory) do podwieszania struktur,
- komputer typu laptop do obróbki danych i analizy wyników pomiarów.

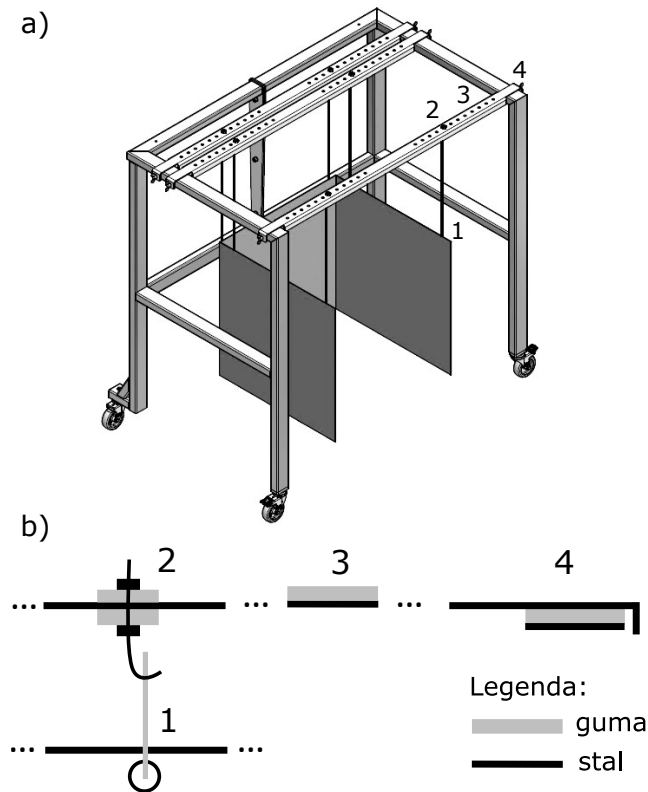
Na rysunku 4.9a pokazano system typu "potrójna płyta" podwieszony na opracowanej konstrukcji. Łatwo dostrzec, że energia drgań może przedostać się z jednego podsystemu do drugiego drogą bezpośrednią lub pośrednią (boczną). Drgania transmitowane przez konstrukcje stelażu drogami bocznymi są pasożytnicze i powodują, że najmniejszy możliwy do wyznaczenia CLF nie jest nieskończenie mały. Przeprowadzono modyfikacje stanowiska, aby badane złącze (a więc droga bezpośrednia) zawsze stanowiło dominującą ścieżkę transmisji. Na rysunku 4.9b przedstawiono zastosowane zabezpieczenia wibracyjne, które ograniczyły propagację i transmisję drgań przez drogi boczne. Podjęto następujące działania:

- Do podwieszania konstrukcji zastosowano elastyczny i stratny sznurek (gumka z opłotem), przez co jego admitancja była znacznie większa w porównaniu do admitancji płyty w punkcie podwieszenia („1” na rysunku 4.9b).



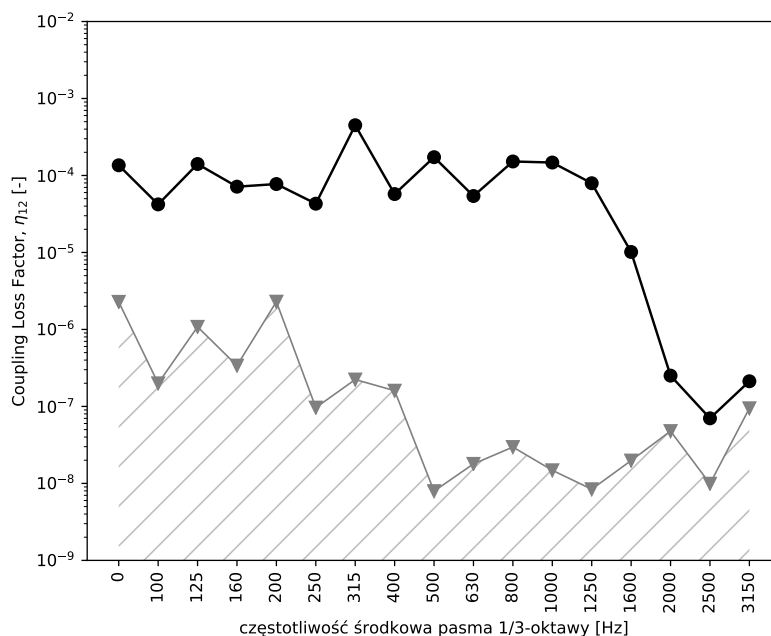
Rysunek 4.8: Konstrukcja do podwieszania badanej struktury

- Gwintowane haki (na których podwieszano płyty) były dokręcane do szyn nośnych poprzez podkładki gumowe. Szyny nośne były połączone z profilami tworzącymi główny szkielet stanowiska również poprzez podkładki gumowe („2” i „4” na rysunku 4.9b). Pozwoliło to ograniczyć transmisję drgań pomiędzy elementami projektowanej konstrukcji.
- Na szynach nośnych zaaplikowano maty tłumiące, aby ograniczyć propagację drgań wzdłuż tych szyn („3” na rysunku 4.9b). Było to szczególnie istotne, ponieważ na jednej szynie instalowane są dwa haki (niekoniecznie przeznaczone na tę samą płytę), co tworzy dodatkową ścieżkę transmisji .
- Pozostałe elementy stanowiska stanowiły masywne profile stalowe, które nie wymagały dalszej ingerencji.



Rysunek 4.9: a) Potrójna płyta zainstalowana na konstrukcji do podwieszania; b) Zabezpieczenia antywibracyjne na konstrukcji do podwieszania płyt: 1 - elastyczna i stratna linka; 2 - podkładki gumowe na gwintach; 3 - maty tłumiące na szynach nośnych; 4 - podkładki gumowe na łączeniach

Aby ocenić skuteczność zabezpieczeń antywibracyjnych, przeprowadzono pomiar PIM na płytach swobodnie wiszących obok siebie, ale nie złączonych ze sobą. Tak wyznaczony współczynnik CLF stanowił granicę możliwości opracowanego stanowiska. Na rysunku 4.10 pokazano CLF graniczny i porównano go z najmniejszym zmierzonym CLF w badaniach właściwych. Najmniejszy zmierzony CLF wyznaczono oddzielnie dla każdej tercji poprzez wybór wartości minimalnej z zestawu wszystkich wyznaczonych współczynników CLF. Najmniejszy zmierzony CLF dla wszystkich badanych pasm częstotliwości jest większy od granicznego CLF. Można zatem uznać, że drogi boczne nie stanowiły ograniczenia podczas badań.

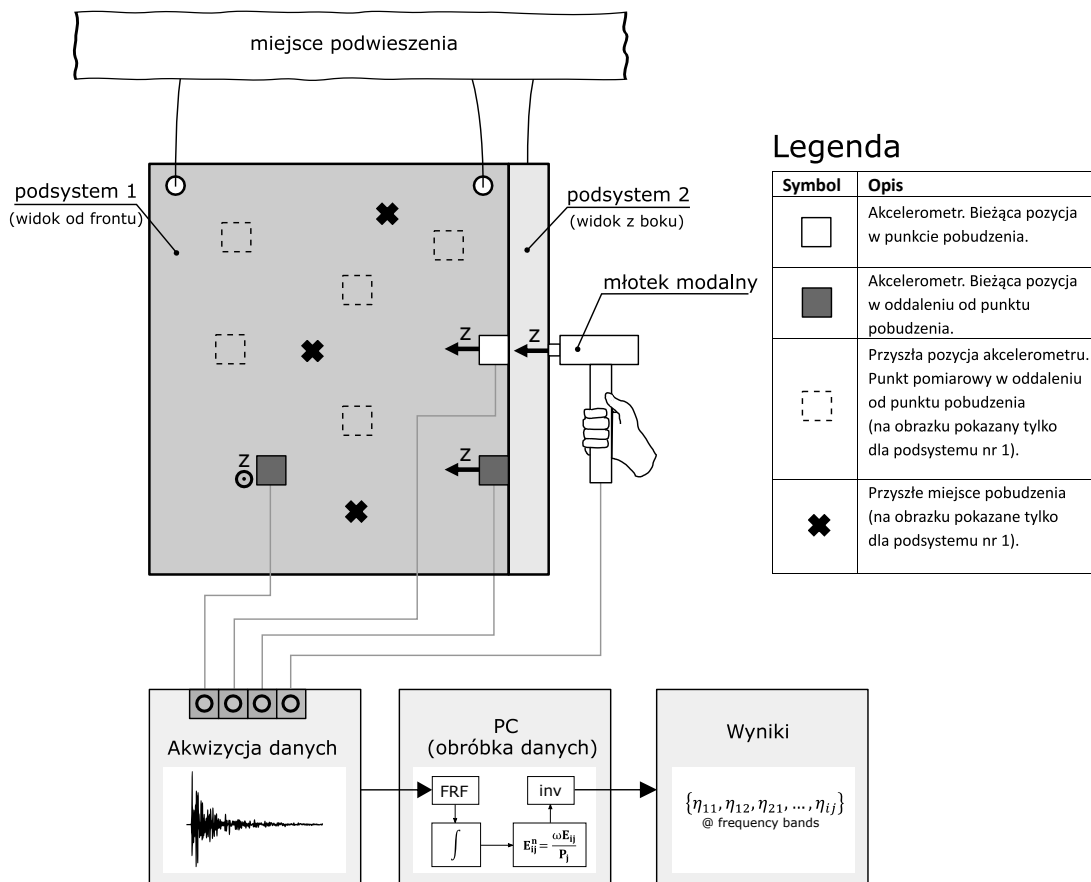


Rysunek 4.10: Możliwości zaprojektowanego stanowiska pomiarowego wyrażone przez najmniejszy możliwy do zmierzenia CLF (▼), oraz najmniejszy zmierzony CLF w badaniach właściwych (●)

4.3 | Pomiary właściwe

Schemat układu pomiarowego pokazano na rysunku 4.11. Badana struktura została podwieszona za pomocą elastycznych linek na stelażu opisanym w punkcie 4.2. Stelaż znajdował się w komorze akustycznej odizolowanej od dźwięków zewnętrznych oraz o niskiej poprawce środowiskowej ($K_2 < 3$ dB dla całego badanego pasma). Do pobudzania struktury użyto młotka modalnego. Akcelerometr znajdujący się w punkcie pobudzenia (PCB 356A03) cechował się poszerzonym zakresem pomiarowym (500 g) aby uniknąć przesterowania sygnału w czasie wyprowadzania uderzenia młotkiem.

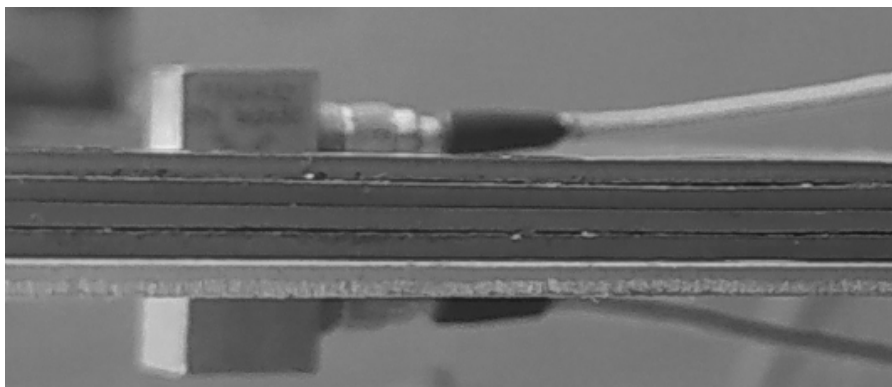
Sygnały siły i przyspieszenia były pobierane po przeciwnych stronach płyty (rysunek 4.11). Jak wykazano w punkcie 4.1 płyta jest cienka w badanym zakresie częstotliwości. Pozwala to przyjąć amplitudy prędkości występujące po obu stronach płyty za równe sobie. Aby to potwierdzić, przeprowadzono proste sprawdzenie. Po obu stronach badanej płyty zamocowano akcelerometry (rysunek 4.12) i pobudzono płytę do drgań. Na rysunku widać wytłumiony brzeg płyty taśmą magnetyczną. Wprowadzone w ten sposób zaburzenie symetrii nie miało wpływu na opisany eksperyment, ponieważ czujniki



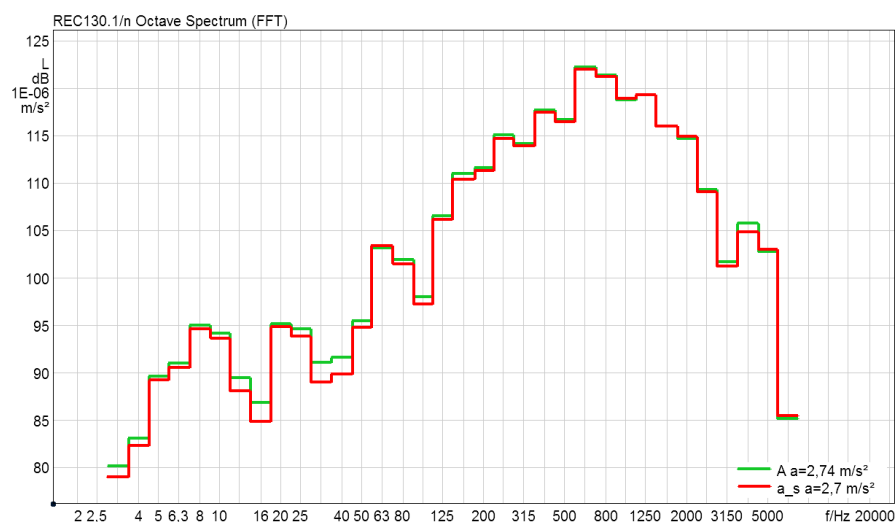
Rysunek 4.11: Schemat układu pomiarowego

były ulokowane z dala od krawędzi. Widmo zarejestrowanych sygnałów pokazano na rysunku 4.13. Z rysunku można odczytać, że w zakresie pomiarowym od 100 Hz do 4 kHz różnice między sygnałami pobranymi po obu stronach płyty są pomijalne.

Akcelerometry PCB T356A32 wykorzystano do pomiaru odpowiedzi struktury poza punktem pobudzenia, dzięki czemu ich węższy zakres pomiarowy nie wywoływał przesterowania sygnału. Wszystkie akcelerometry łączono na wosk z badanym obiektem. Unikano przy tym lokowania akcelerometrów w pobliżu krawędzi struktur oraz w pobliżu punktów pobudzeń. Pozwoliło to zminimalizować efekty związane z obecnością fal bezpośrednich oraz fal zanikających (Cherif i inni (2015)).



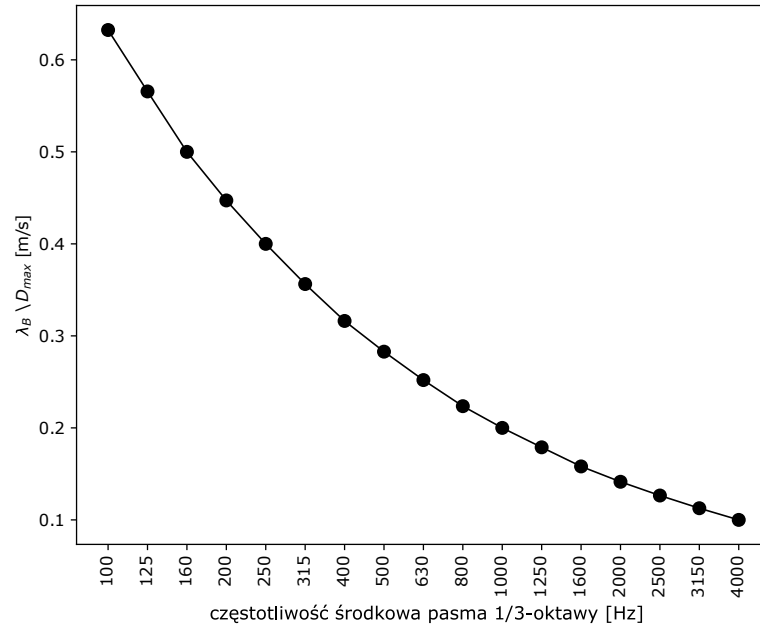
Rysunek 4.12: Układ pomiarowy do zweryfikowania założenia, że amplitudy przyspieszeń po obu stronach płyty są takie same (założenie o cienkich płytach)



Rysunek 4.13: Widmo przyspieszenia w wybranym punkcie pomiarowym po obu stronach płyty

Mimo to, wpływ tych zakłócających zjawisk w zakresie małych częstotliwości może być obecny, ponieważ długość fal giętych jest wówczas porównywalna z wymiarami liniowymi płyty (rysunek 4.14).

Zastosowano $L = 3$ punkty pobudzenia oraz $K = 6$ punktów pomiaru odpowiedzi struktury (konfiguracja 3-6). Ogólnie przyjmuje się, że konfiguracja 3-6 jest dostateczna do osiągnięcia statystycznej niezależności pobudzanych modów drgań oraz do poprawnego uśrednienia przestrzennego odpowiedzi struktury (Cimerman i inni (1997)).



Rysunek 4.14: Stosunek długości fali giętej do maksymalnego wymiaru liniowego badanych płyt

Sygnaly z akcelerometrów pobierano z osi normalnej do powierzchni płyt w celu wyznaczenia energii fal giętych. W przypadku belek uwzględniono również oś styczną do długości belki w celu uwzględnienia w obliczeniach fal podłużnych.

Wyniki pomiarów właściwych (przebiegi czasowe przyspieszeń i sił) stanowiły dane wejściowe do metod identyfikacji systemu opisanych w rozdziałach 2 oraz 3. Obróbka danych polegała na zastosowaniu metody PIM, MCF oraz wszystkich opisanych w pracy technik zwiększających prawdopodobieństwo korekcy ujemnych współczynników strat.

Analiza wyników

Analizy przedstawione w tym rozdziale są kolektywnym opisem wyników badań opublikowanych przez Autora w czasopismach naukowych oraz zaprezentowanych na konferencjach naukowych (Nieradka i Dobrucki (2022, 2023); Nieradka i inni (2023)).

5.1 | Walidacja I

W tym punkcie przeanalizowano wyniki pomiarów pod kątem zaplanowanego w sekcji 1.3 pierwszego etapu walidacji metody MCF. Zbadano wpływ stopnia spełnienia założeń SEA na skuteczność metody MCF. Na wykresach pokazujących wartości współczynników LF (5.2, 5.3, 5.7, 5.11, 5.15) zastosowano skalę logarytmiczną, przez co prezentacja ujemnych wartości współczynników strat była niemożliwa. Ujemne wartości LF są prezentowane na wykresach w sposób symboliczny jako wartość średnia z sąsiadujących pasm częstotliwości. Dodatkowo, w celu odróżnienia od wartości dodatnich, ujemne wartości LF są reprezentowane przez szare znaczki. W tej sekcji pojawią się również wykresy obrazujące stopień spełnienia założeń SEA i ich relacje do uzyskanych znaków (sgn) współczynników strat. Szare regiony występujące na tych wykresach wskazują na zakresy częstotliwości, gdzie założenia SEA związane z siłą sprzężenia i zachodzeniem widmowym ($\gamma \ll 1$ oraz $\mu \gg 1$) nie są spełnione. Przyjęto wartości graniczne równe $\gamma_{gr} = 1$ oraz $\mu_{gr} = 1$ co odpowiada spełnieniu nierówności $\gamma < 1$ oraz $\mu > 1$. Należy podkreślić, że możliwe jest również przyjęcie ostrzejszych kryteriów, np. $\gamma_{gr} = 0.1$ oraz $\mu_{gr} = 10$.

W dalszych sekcjach (5.1.1, 5.1.2, 5.1.3 oraz 5.1.4) na wykresach pokazano wyniki LF dla kierunku od podsystemu 1 do podsystemu 2 (współczynniki η_{12} oraz η_{11}). Wyniki związane ze współczynnikami η_{21} oraz η_{22} są natomiast uwzględnione w tabeli zbiorczej w sekcji 5.3.

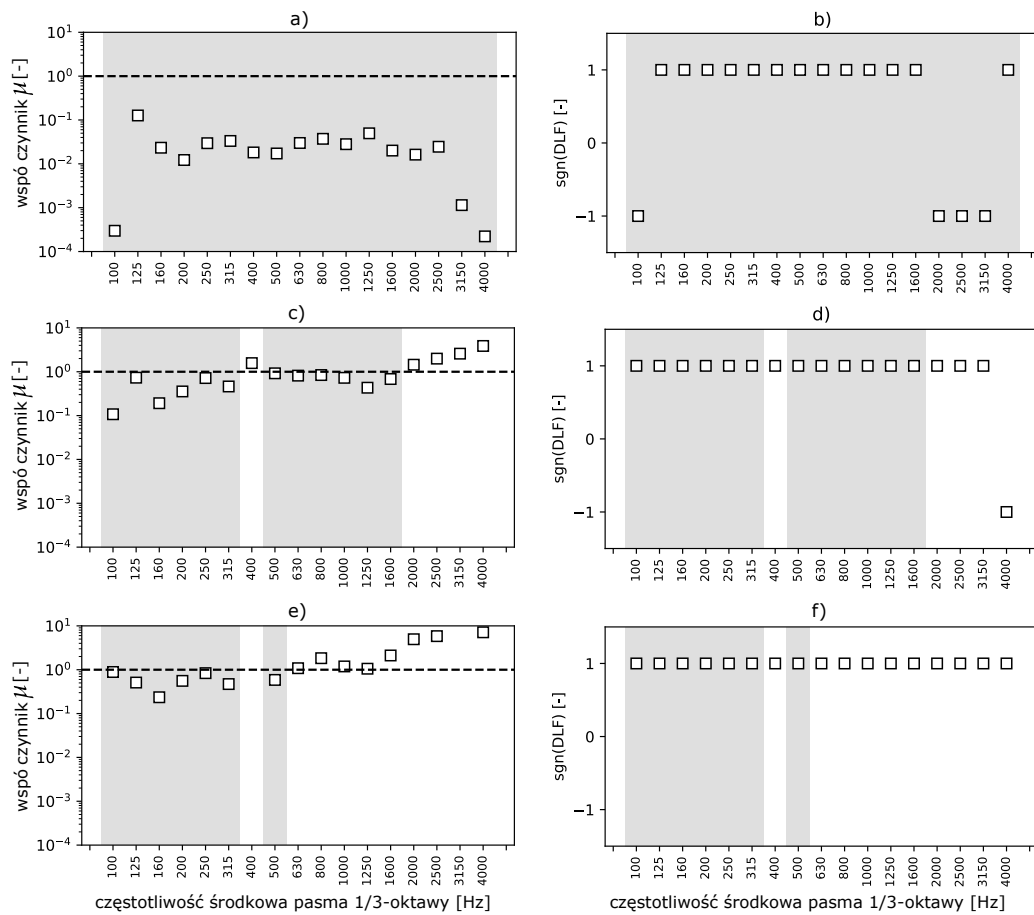
W ramach I etapu walidacji przebadano systemy oznaczone numerami od 1 do 12 (numeracja zgodnie z tabelą 4.1). W sekcjach 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3 oraz 5.1.4 przeanalizowano wyniki związane z metodą MCF w wersji podstawowej (rozkład normalny, $\gamma = 1$). Podstawowa wersja MCF była wystarczająca do pełnej korekcji ujemnych współczynników strat.

Pomimo wykazania skuteczności metody MCF w wersji podstawowej, w sekcji 5.1.5 wykazano zysk związany z przejściem na rozkład logarytmicznie normalny i zastosowaniem współczynnika skalującego różnego od jedności. Zastosowanie ESA ($\gamma > 1$) nie było konieczne, ponieważ wszystkie współczynniki skorygowano z zastosowaniem $\gamma = 1$, jednakże przyjęcie współczynnika skalującego mniejszego od jedności (zastosowanie *zawężenia* obszaru poszukiwań) pozwoliło spełnić kryterium TLF, a także zminimalizować błąd średniokwadratowy. Dopiero wyniki uzyskane dla $\gamma < 1$ pozwoliły osiągnąć spójność z teorią opisującą zależność między aproksymowaną, a dokładną wartością TLF (kryterium TLF wyprowadzone w sekcji 3.3).

W sekcji 5.1.6 porównano wyniki symulacji i pomiarów dla wybranych systemów. Uzyskano dobrą zbieżność wyników dla złącza spawanego i wskazano na trudności związane z modelowaniem bardziej skomplikowanych złączy.

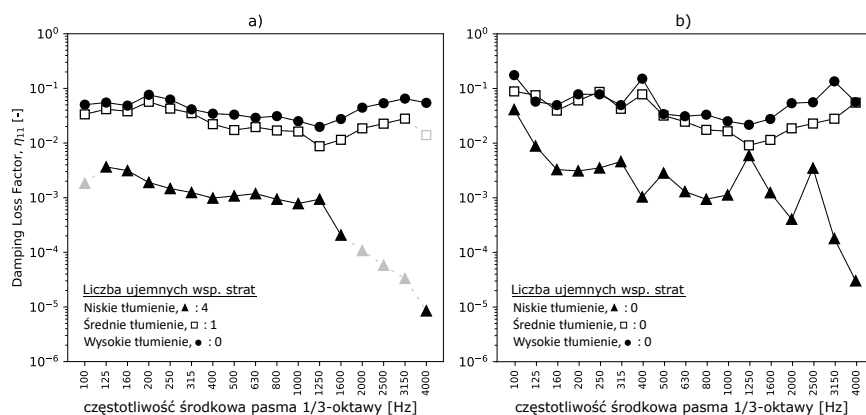
5.1.1 | Pojedyncza płyta

Na rysunku 5.1 pokazano zależność między znakami wyznaczonych współczynników strat, a parametrem μ dla systemów 1, 2 oraz 3 (płyty nisko, średnio oraz silnie wytłumionej). Dla płyty słabo tłumionej, gdzie założenia SEA nie zostały spełnione w całym badanym zakresie częstotliwości (rysunek 5.1a), wystąpiły zarówno dodatnie, jak i ujemne współczynniki strat (rysunek 5.1b). Dla płyt o większym tłumieniu zaobserwowano większą i rosnącą z częstotliwością wartość parametru μ (rysunek 5.1c i 5.1e), zgodnie z przewidywaniami równania 2.7. Dla płyty średnio tłumionej wyznaczono tylko jeden ujemny współczynnik strat (rysunek 5.1d), natomiast dla płyty silnie wytłumionej wszystkie współczynniki strat były dodatnie (5.1f). Nie odnotowano wyraźnego powiązania między znakiem współczynników strat, a wartością parametru μ .



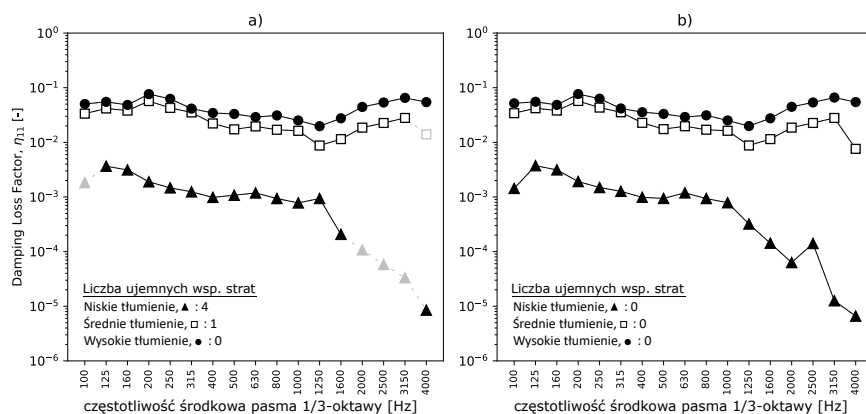
Rysunek 5.1: Wpływ zachodzenia widmowego systemu 1 z niskim tłumieniem (a), systemu 2 z średnim tłumieniem (c) i systemu 3 z wysokim tłumieniem (e) na znaki DLF systemu 1 (b), systemu 2 (d) i systemu 3 (f)

Wszystkie ujemne współczynniki strat (rysunek 5.2a) zostały skorygowane po zastosowaniu metody MCF (rysunek 5.2b). Odnotowano jednak znaczące zniekształcenia wyników po zastosowaniu MCF, zwłaszcza dla systemu słabo tłumionego.



Rysunek 5.2: Wyniki identyfikacji dla systemów 1, 2 oraz 3. DLF bez stosowania MCF (a), DLF z MCF (b)

Zastosowanie zawężenia obszaru poszukiwań (przyjęcie $\gamma < 1$ podczas MCF) oraz zastosowanie metody B minimalizacji błędów pozwoliło uzyskać wyniki znacznie bardziej zbliżone do oryginalnych (rysunek 5.3). Powrót do koncepcji zawężania obszaru poszukiwań nastąpi w punkcie 5.1.5, gdyż celem analiz w punktach od 5.1.1 do 5.1.4 jest ocena metody MCF w wersji podstawowej (przyjęcie $\gamma = 1$). Demonstracja przewagi nowych metod proponowanych w tej pracy będzie kontynuowana również w punktach 5.2 oraz 5.3.

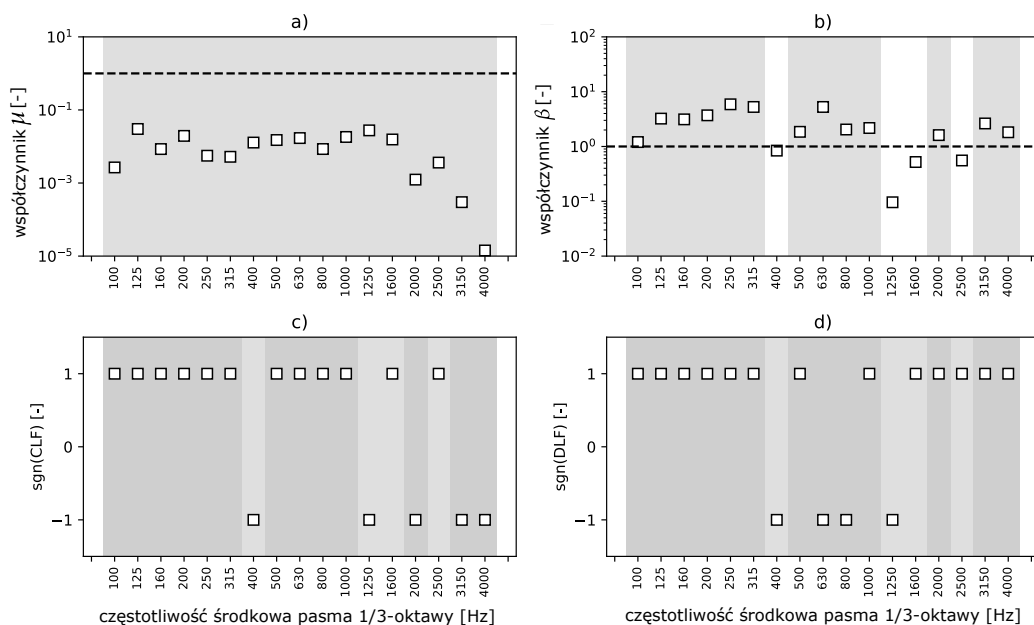


Rysunek 5.3: Wyniki identyfikacji dla systemów 1, 2 oraz 3 z zawężaniem obszaru poszukiwań. DLF bez stosowania MCF (a), DLF z MCF (b)

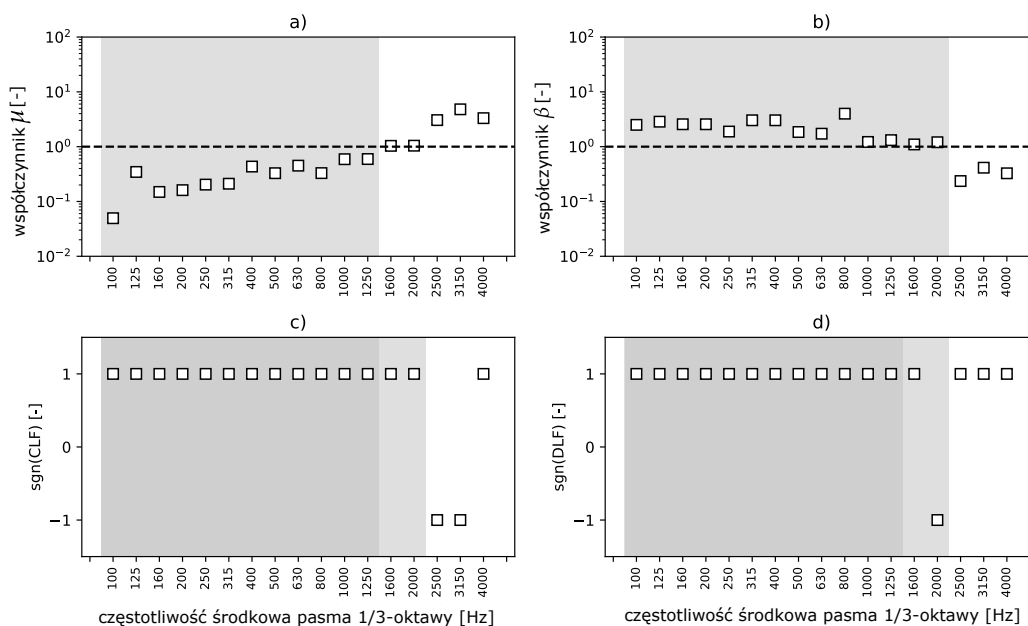
5.1.2 | Złącze spawane

Na rysunkach 5.4, 5.5 oraz 5.6 pokazano zależność pomiędzy znakami wyznaczonych współczynników strat a założeniami SEA dla niskiego, średniego i wysokiego wytłumienia systemu ze złączem spawanym. Z kolei na rysunku 5.7 pokazano wpływ zastosowania metody MCF na wyniki identyfikacji tych systemów. W poprzedniej sekcji badano wpływ parametru μ na znak współczynnika DLF η_{11} . W tej i dalszych sekcjach analizowana liczba podsystemów jest większa niż 1, co pozwoliło uwzględnić w analizie również warunek na siłę sprzężenia β oraz współczynnik CLF η_{12} .

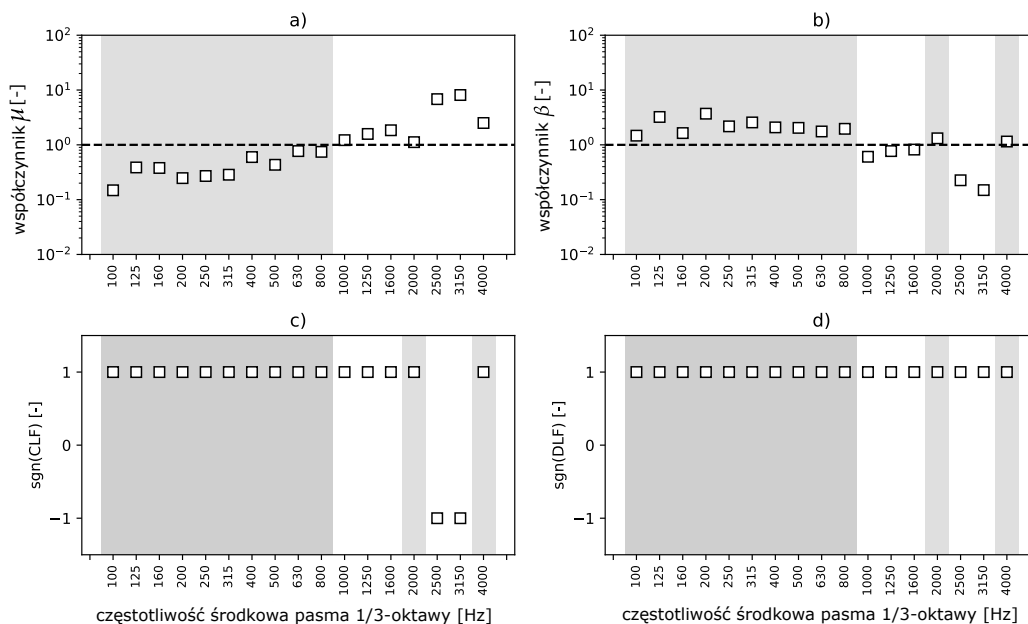
Wzrost wytłumienia powoduje, że warunek związany z parametrem μ jest spełniony w szerszym zakresie częstotliwości (rysunki 5.4a, 5.5a, 5.6a), podobnie jak w przypadku pojedynczych płyt. Niemniej jednak, warunek na siłę sprzężenia jest spełniony tylko w niewielkiej liczbie pasm częstotliwości (rysunki 5.4b, 5.5b, 5.6b). Spaw łączy płyty w sposób ciągły wzdłuż wspólnego brzegu płyt, czego skutkiem jest znaczna transmisja drgań tworząca warunki silnego sprzężenia (również dla systemu silnie wytłumionego). Te warunki dla średniego i dużego tłumienia pozwoliły wyizolować obszar częstotliwości gdzie tylko jedno z założeń SEA (warunek na parametr β) jest złamane.



Rysunek 5.4: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z niskim tłumieniem i złączem spawanym (system 4)

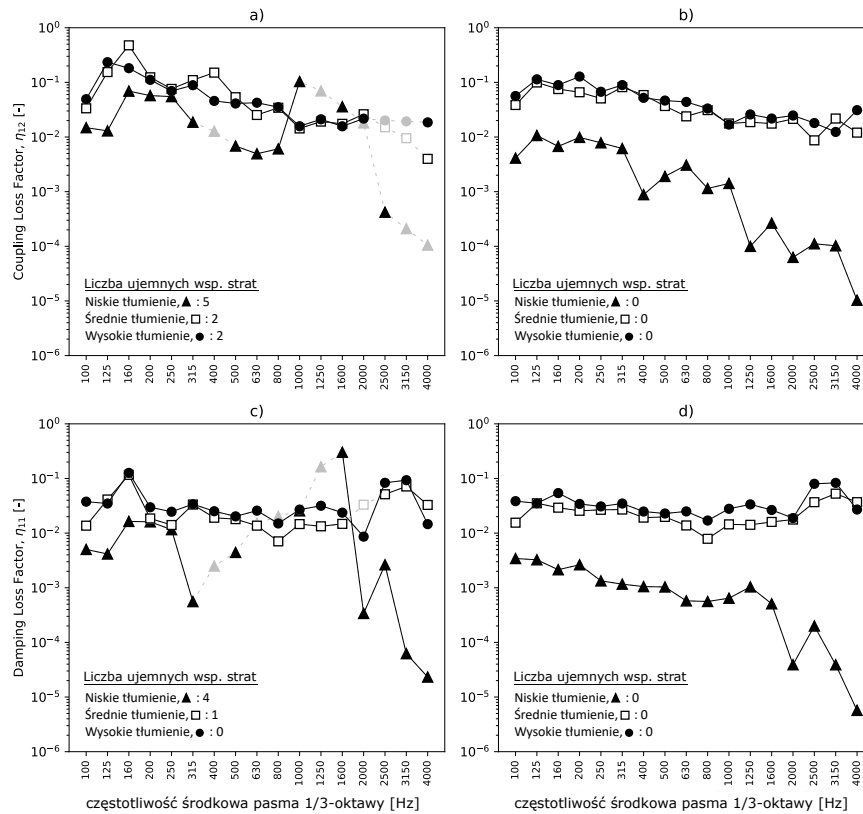


Rysunek 5.5: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z średnim tłumieniem i złączem spawanym (system 5)



Rysunek 5.6: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z wysokim tłumieniem i złączem spawanym (system 6)

Ujemne współczynniki strat uzyskano dla systemów z niskim, średnim i wysokim tłumieniem (rysunki 5.7a i 5.7c). Wszystkie ujemne LF zostały skorygowane po zastosowaniu metody MCF (rysunki 5.7b i 5.7d). Największa liczba ujemnych LF wystąpiła



Rysunek 5.7: Wyniki identyfikacji dla systemów 4, 5 oraz 6. CLF bez stosowania MCF (a), CLF z MCF (b), DLF bez stosowania MCF (c), DLF z MCF (d)

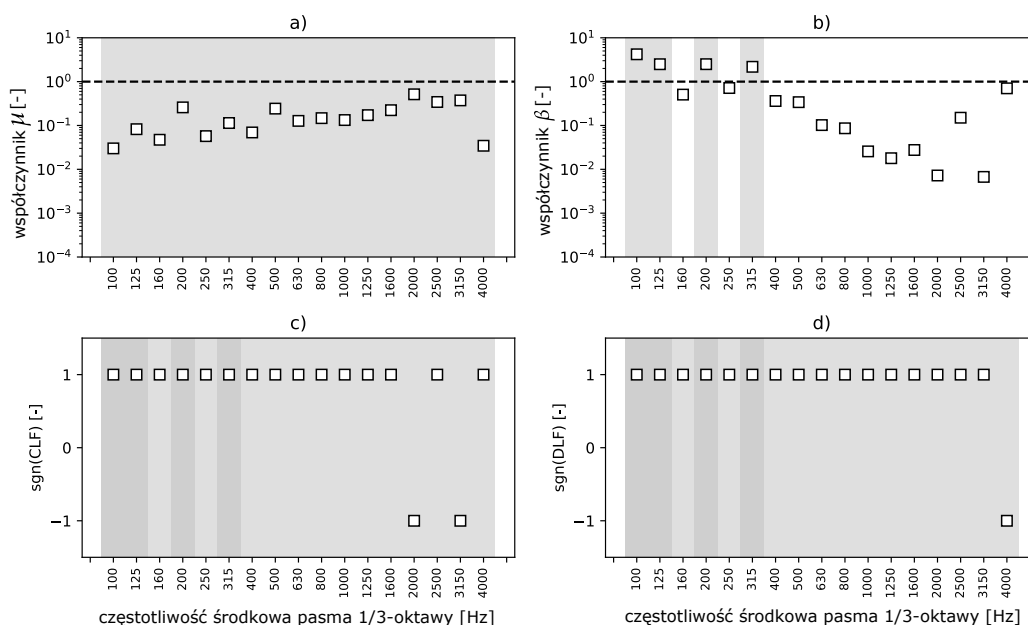
dla systemu słabo tłumionego w zakresie częstotliwości charakteryzującym się małymi wartościami μ oraz dużymi wartościami β (rysunki 5.4c oraz 5.4d). Ten przypadek jest problematyczny w analizie, ponieważ równocześnie występuje kilka niekorzystnych czynników. Dla struktur średnio i silnie wytłumionych uzyskano kilka ujemnych LF w zakresie częstotliwości, gdzie założenia SEA są spełnione (rysunki 5.5c i 5.6c). Pojedynczy ujemny współczynnik DLF został również uzyskany w zakresie częstotliwości gdzie $\mu > 1$ i $\beta > 1$ (rysunek 5.5d). W tym przypadku, uzyskanie ujemnego DLF można powiązać z silnym sprzężeniem lub wrażliwością macierzy na niepewność pomiarową. Poprzez porównanie rysunków 5.7a z 5.7b oraz 5.7c z 5.7d, można stwierdzić, że zastosowanie procedury MCF spowodowało istotne zniekształcenia w widmie współczynników CLF oraz DLF dla systemu słabo tłumionego.

Z kolei dla systemów średnio i wysoko tłumionych zastosowanie MCF nie wprowadziło istotnych zmian w wartościach współczynników strat (poza dostrzegalnym efektem „wygładzenia” przebiegu widma).

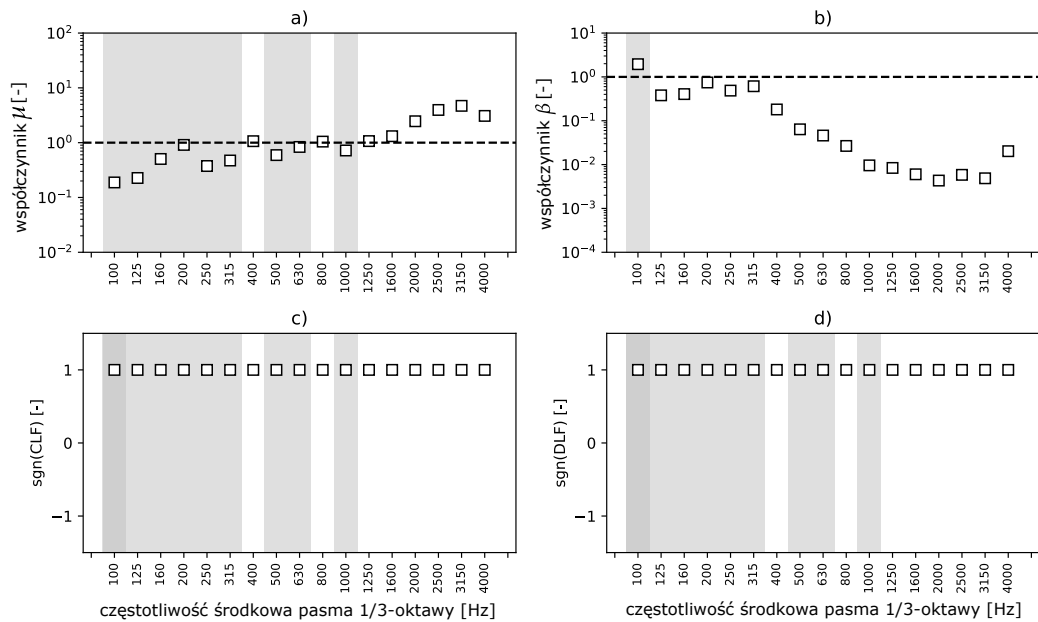
Warto odnotować fakt, że współczynniki CLF systemu słabo tłumionego są mniejsze, niż współczynniki związane z systemami wytłumionymi. Może to być sprzeczne z intuicją, ponieważ w klasycznej metodzie SEA przyjmuje się, że współczynniki CLF są niezależne od DLF. Brak zależności współczynników CLF od tłumienia jest wynikiem wyprowadzeń teoretycznych CLF na podstawie teorii falowej. Yap i Woodhouse (1996) wykazali jednak, że stosując precyzyjniejszą teorię modalną można wykazać zależność CLF od DLF w zakresie częstotliwości, gdzie DLF dąży do zera. Wówczas CLF również zbiega do zera.

5.1.3 | Złącze gumowe

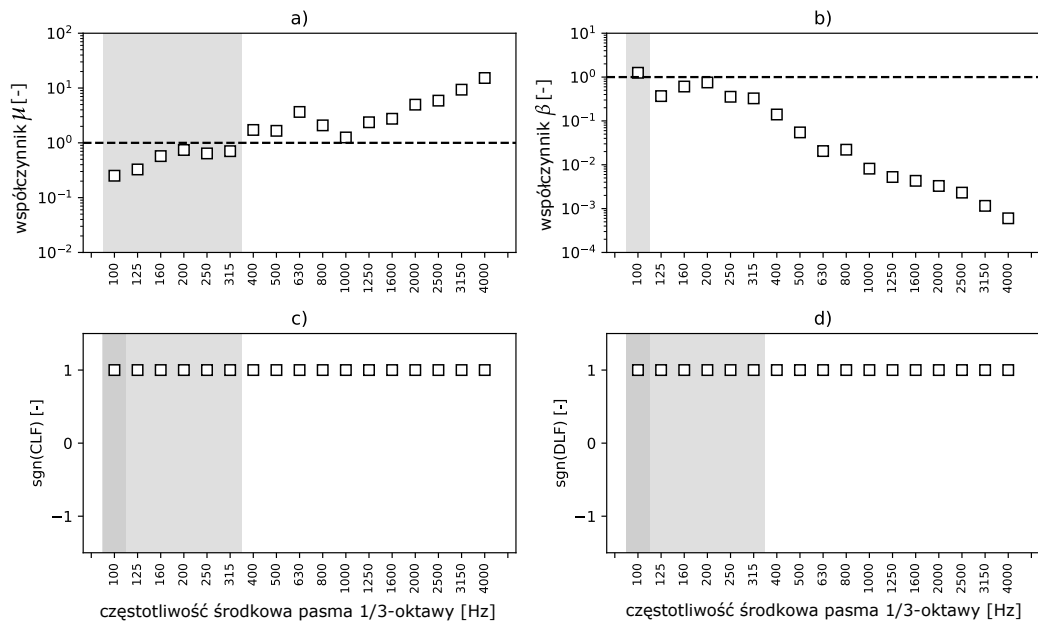
Na rysunkach 5.8, 5.9 oraz 5.10 pokazano zależność pomiędzy znakami wyznaczonych współczynników strat a założeniami SEA dla niskiego, średniego i wysokiego wytłumienia systemu ze złączem gumowym. Z kolei na rysunku 5.11 pokazano wpływ zastosowania metody MCF na wyniki identyfikacji tych systemów.



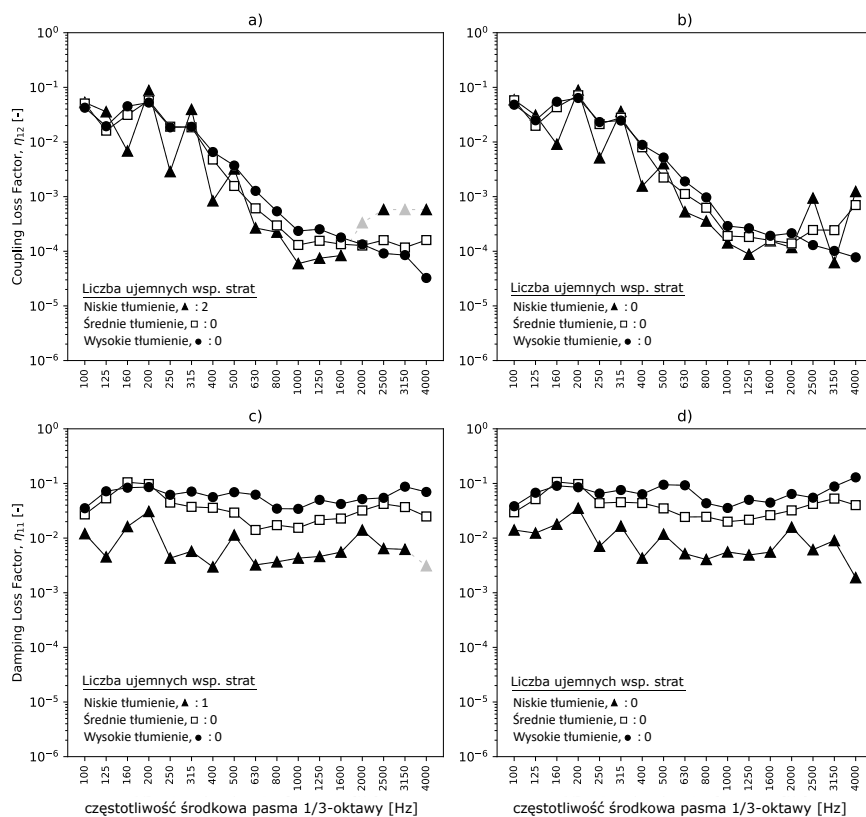
Rysunek 5.8: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z niskim tłumieniem i złączem gumowym (system 7)



Rysunek 5.9: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z średnim tłumieniem i złączem gumowym (system 8)



Rysunek 5.10: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z wysokim tłumieniem i złączem gumowym (system 9)



Rysunek 5.11: Wyniki identyfikacji dla systemów 7, 8 oraz 9. CLF bez stosowania MCF (a), CLF z MCF (b), DLF bez stosowania MCF (c), DLF z MCF (d)

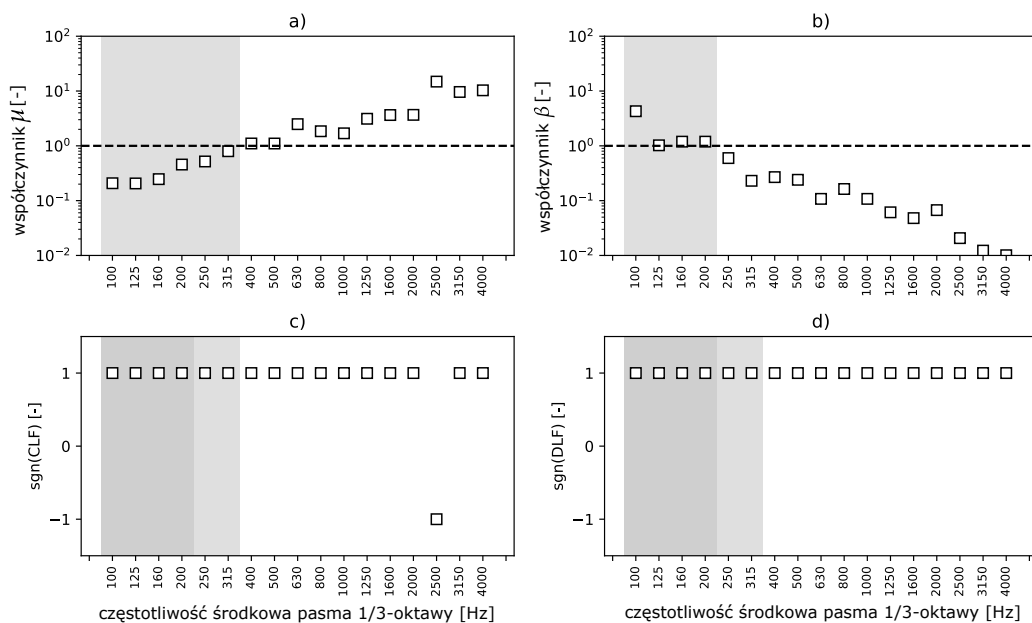
Guma jest materiałem wykazującym wysokie straty wewnętrzne, dlatego obecność złącza gumowego w systemie jest złamaniem założenia SEA o bezstratności złącza. Z kolei pozostałe analizowane założenia SEA były łatwiejsze do spełnienia w porównaniu do ciągłego złącza spawanego. Dodatkowe straty związane z materiałem gumowym wprowadziły pozorny wzrost współczynnika DLF w systemach, co ułatwiło uzyskanie dużych wartości parametru μ . Dla systemu słabo tłumionego ze złączem stratnym parametr μ był większy w porównaniu do systemu ze spawem ciągłym, ale nadal nie przekroczył granicznej wartości $\mu_{gr} = 1$ w żadnym paśmie częstotliwości (rysunek 5.8a). Dla systemu silnie tłumionego ze złączem gumowym spełniono warunek $\mu > 1$ powyżej 315 Hz (dla systemu ze złączem ciągłym było to 800 Hz), co widać na rysunku 5.10a. Słabe sprzężenie było również łatwe do osiągnięcia dzięki wysokiej podatności gumy (rysunki 5.8b, 5.9b oraz 5.10b), co pozwoliło wyizolować zakres częstotliwości, gdzie tylko jedno założenie SEA (bezstratność złącza) jest złamane. Niemniej jednak nie wyznaczono żadnego ujemnego współczynnika strat w tym zakresie.

Ujemne LF wyznaczono tylko dla słabo tłumionego systemu (rysunki 5.11a oraz 5.11c) i korekcja z zastosowaniem MCF wykazała pełną skuteczność (rysunki 5.11b oraz 5.11d). Ujemne wartości wyznaczono w zakresie częstotliwości, gdzie założenie o bezstratności złącza oraz warunek na μ nie są spełnione. Zatem przyczyną wyznaczenia ujemnych LF w tym przypadku jest prawdopodobnie obecność złącza stratnego, wrażliwość macierzy na błąd pomiarowy lub zbyt mała wartość μ .

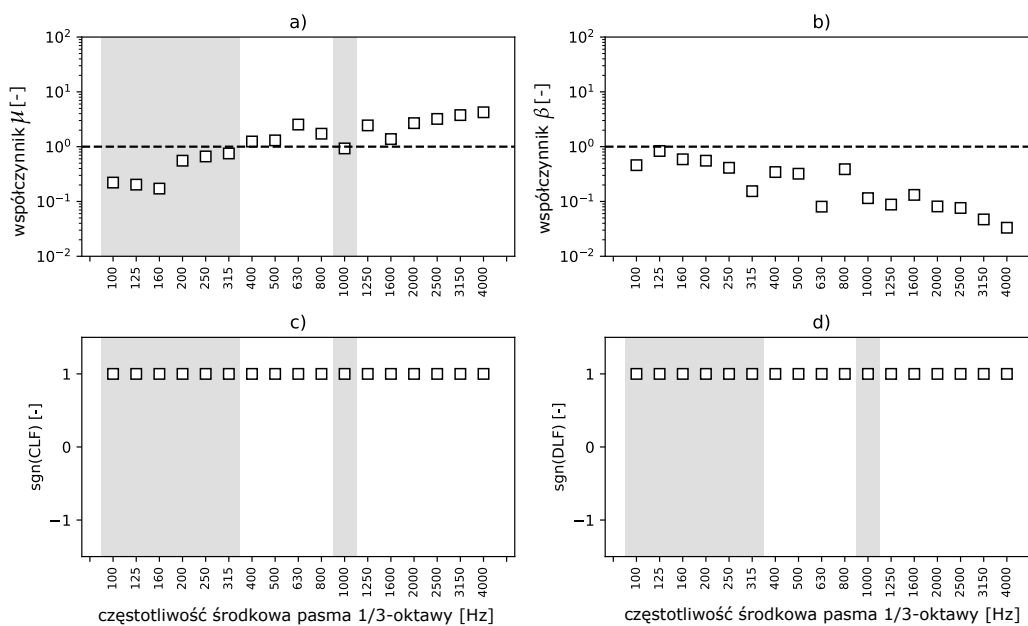
Złącze gumowe wprowadziło znaczącą redukcję drgań pomiędzy płytami, co odzwierciedlają bardzo małe wartości współczynników CLF. Jednak użyteczność złączy gumowych w zastosowaniach technicznych jest ograniczona z uwagi na częsty wymóg stosowania połączeń cechujących się wysoką sztywnością.

5.1.4 | Złącza punktowe

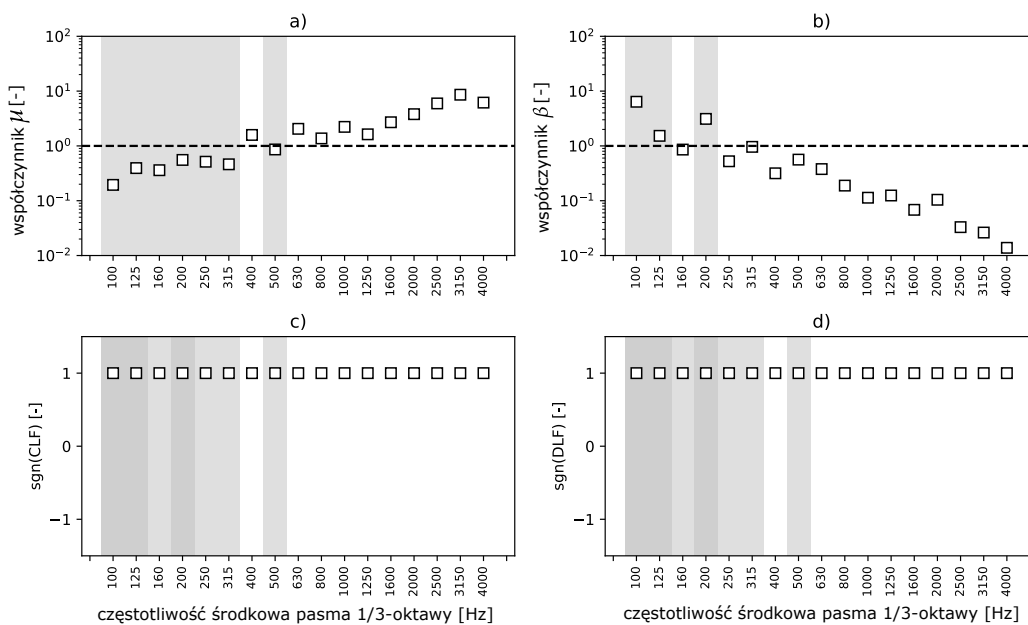
Na rysunkach 5.12, 5.13 oraz 5.14 pokazano zależność pomiędzy znakami wyznaczonych współczynników strat a założeniami SEA dla systemów silnie tłumionych, odpowiednio ze spawami punktowymi, złączem nitowym oraz złączem śrubowym. Z kolei na rysunku 5.15 pokazano wpływ zastosowania metody MCF na wyniki identyfikacji tych systemów.



Rysunek 5.12: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z wysokim tłumieniem i złączem spawanym punktowym (system 10)

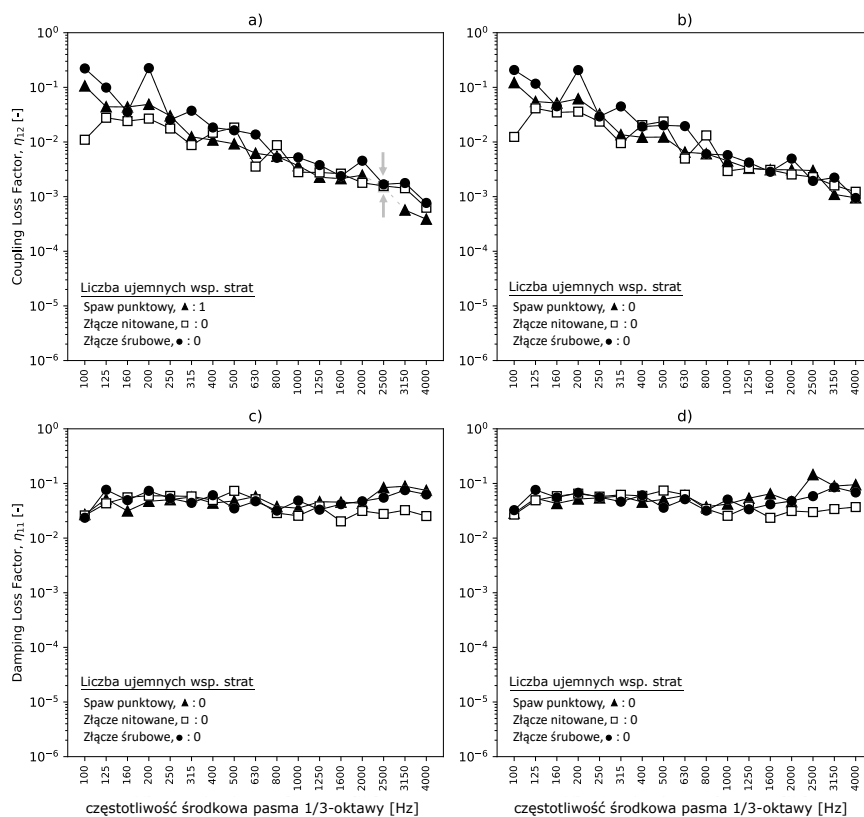


Rysunek 5.13: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z wysokim tłumieniem i złączem nitowanym (system 12)



Rysunek 5.14: Wpływ zachodzenia widmowego (a) oraz siły sprzężenia (b) na znaki CLF (c) oraz DLF (d) dla systemu z wysokim tłumieniem i złączem śrubowym (system 11)

Złącza punktowe zapewniły warunki słabego sprzężenia w szerokim zakresie częstotliwości (rysunki 5.12b, 5.13b oraz 5.14b). Słabe sprzężenie było łatwiejsze do osiągnięcia, w porównaniu do połączeń ciągłych, ponieważ podsystemy były ze sobą połączone tylko w trzech punktach. Wszystkie systemy ze złączami punktowymi były silnie tłumione, co z kolei pozwoliło spełnić warunek $\mu > 1$ (rysunki 5.12a, 5.13a oraz 5.14a). Zastosowane złącza punktowe można też uznać w przybliżeniu za bezstratne. Opisane warunki można uznać za bliskie idealnym z punktu widzenia modelu SEA. Niemniej jednak, nawet w korzystnych warunkach odnotowano pojedynczy ujemny współczynnik strat dla spawu punktowego w paśmie 2500 Hz, co oznaczono strzałkami na rysunku 5.15a. Zaznaczony punkt leży w zakresie częstotliwości, gdzie wszystkie założenia SEA są spełnione (rysunek 5.12c) z wyjątkiem założenia o polu rozproszonym (założenie 5). Zatem przyczyną wyznaczenia ujemnego współczynnika strat w tym przypadku jest prawdopodobnie niepewność pomiarowa lub niedostateczne warunki pogłosowe w analizowanym systemie. Metoda MCF pozwoliła skorygować wynik (rysunek 5.15b). Porównując rysunki 5.15a z 5.15b oraz 5.15c z 5.15d można stwierdzić, że metoda MCF nie wprowadziła dużych zniekształceń w widmie współczynników strat. Wartości CLF dla wszystkich złączy punktowych są do siebie podobne. Na rysunku 5.15b widać, że połączenie śrubowe wprowadza nieznacznie większą transmisję drgań w zakresie małych częstotliwości, natomiast największą redukcję drgań w szerokim zakresie częstotliwości zapewniło połączenie nitowane.

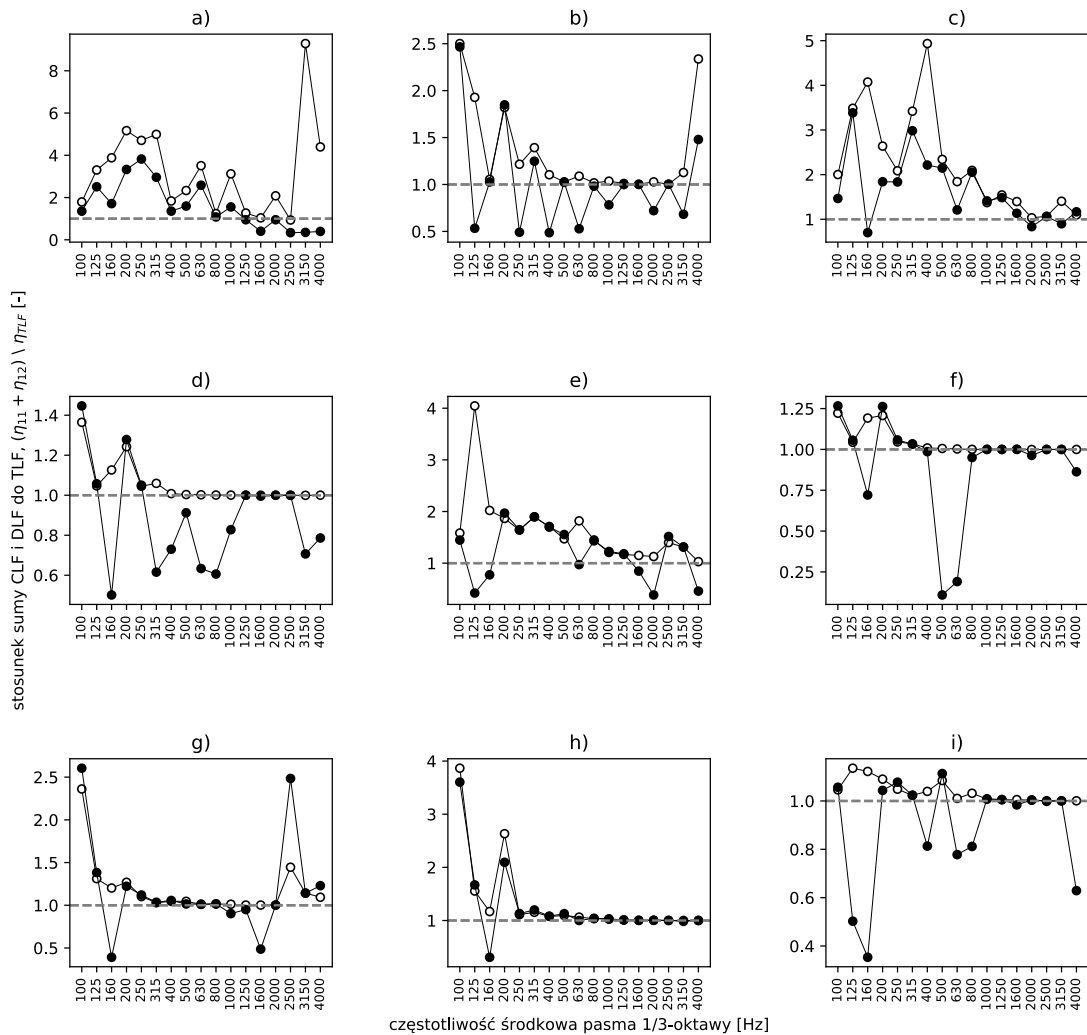


Rysunek 5.15: Wyniki identyfikacji dla systemów 10, 11 oraz 12. CLF bez stosowania MCF (a), CLF z MCF (b), DLF bez stosowania MCF (c), DLF z MCF (d)

5.1.5 | TLF oraz przyrosty DLF

Wszystkie omówione dotychczas współczynniki strat udało się skorygować bez wprowadzania ESA i korzystania z metod minimalizacji błędów zaproponowanych w rozdziale 3. W tym punkcie zostanie jednak wykazane, że w takich przypadkach korzystne może okazać się zawężenie obszaru poszukiwań podczas MCF (przyjęcie $\gamma < 1$), aby spełnić kryterium TLF wprowadzone w 3.3. Na rysunku 5.16 porównano stosunek η_{TOT}/η_{TOT} dla wszystkich systemów ($N > 1$) badanych w ramach pierwszego etapu walidacji. Każdy wykres w 5.16 dotyczy jednego systemu i zawiera dwie krzywe. Jedna z krzywych dotyczy skutecznej korekcji MCF z zastosowaniem $\gamma = 1$ (brak ESA), natomiast druga dotyczy skutecznej korekcji MCF z $\gamma < 1$. Z rysunku widać, że wyniki uzyskane metodą MCF w wersji podstawowej, pomimo pełnej korekcji ujemnych współczynników strat we wszystkich przypadkach, nie spełniają kryterium TLF w wielu pasmach częstotliwości i wykazują względnie dużą zmienność między sąsiadującymi pasmami.

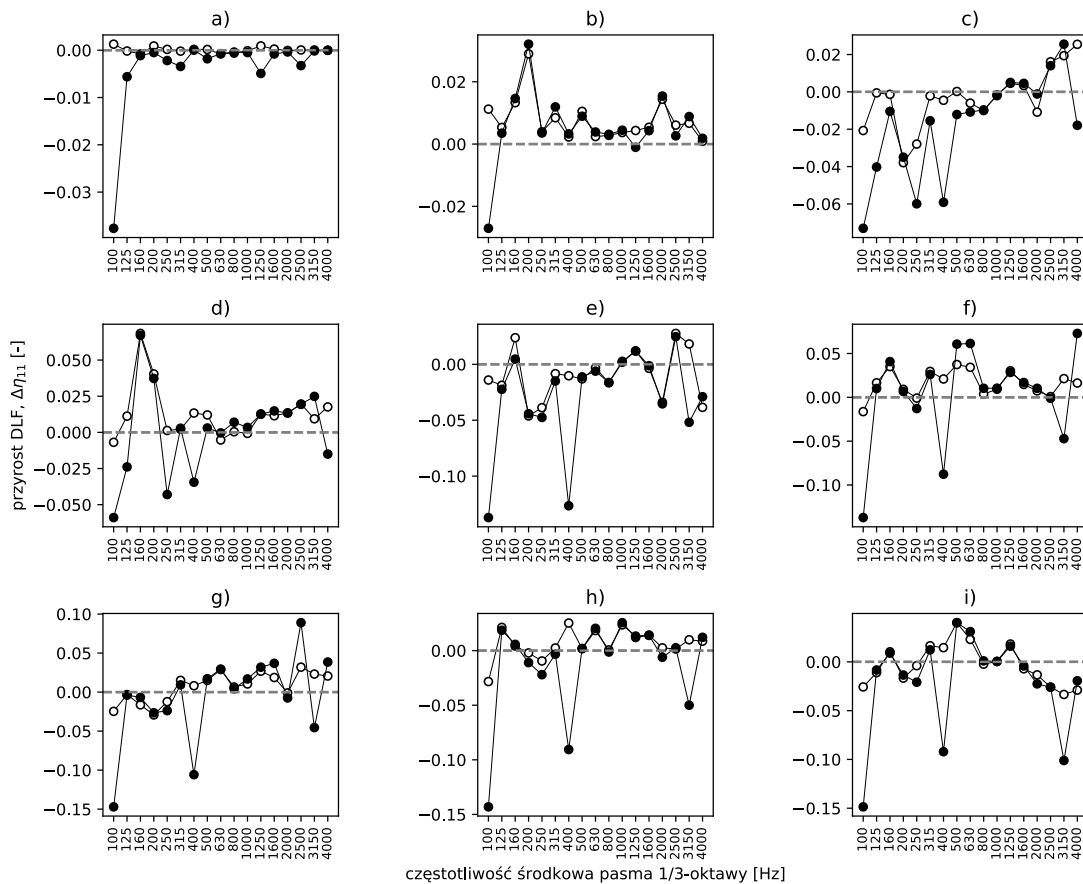
Z kolei zastosowanie zawężenia obszaru poszukiwań pozwoliło spełnić kryterium TLF we wszystkich analizowanych pasmach. Oprócz spełnienia kryterium TLF, współczynniki LF dla $\gamma < 1$ wykazały również mniejszy względny błąd średniokwadratowy, co widać w tabeli 5.3.



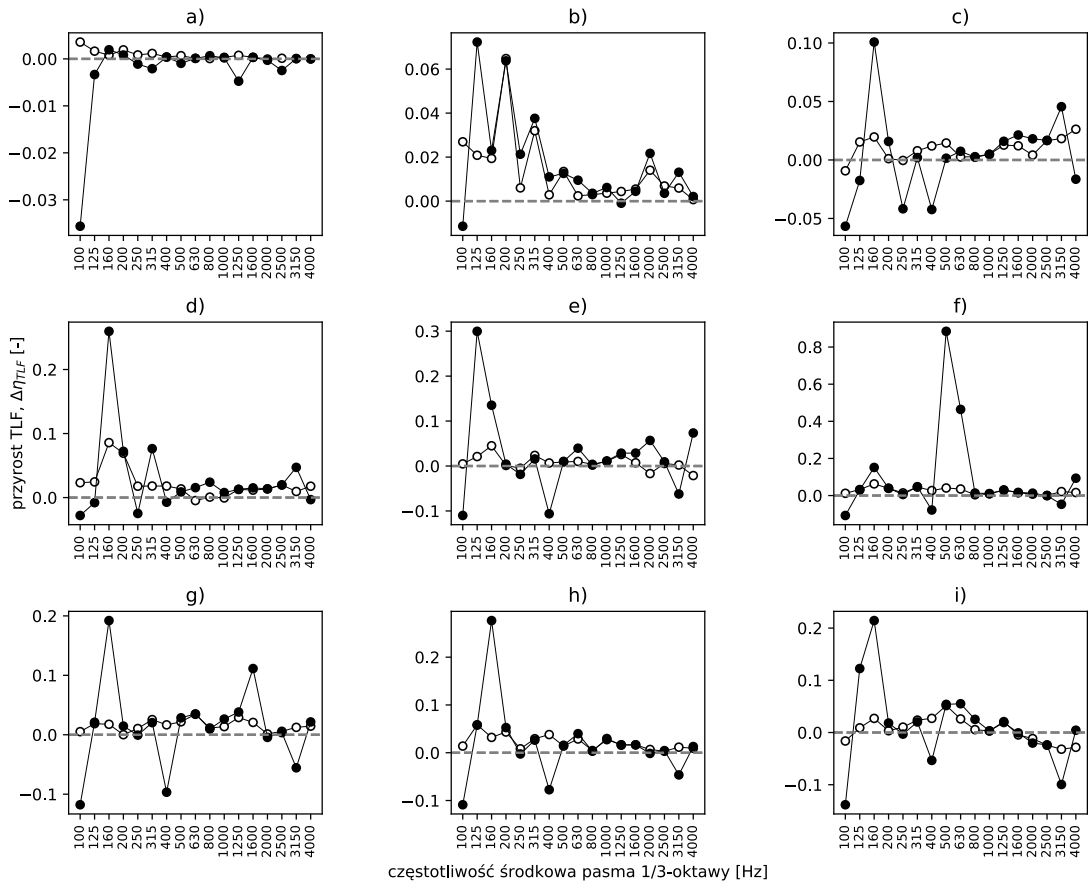
Rysunek 5.16: Ocena spełnienia kryterium TLF dla badanych systemów identyfikowanych metodą MCF bez zawężania obszaru poszukiwań (●) oraz z zawężaniem obszaru poszukiwań (○). a) System 4; b) System 7; c) System 5; d) System 8; e) System 6; f) System 9; g) System 10; h) System 11; i) System 12

Dla systemów z rysunku 5.16 przeprowadzono dodatkową analizę, gdzie zastosowano alternatywne kryterium oparte na przyrostach współczynników DLF. Przyjmuje się, że wprowadzenie złącza stratnego do systemu powoduje pozorny wzrost współ-

czynnika DLF wszystkich podsystemów będących przez to złącze ze sobą sprzężonymi (Beshara i Keane (1996)). Wpływ złącza stratnego na DLF podsystemu można modelować zatem jako $\eta'_{11} = \eta_{11} + \Delta\eta_{11}$. W podobny sposób powinien wzrosnąć również całkowity współczynnik strat. Na rysunku 5.17 pokazano przyrost DLF podsystemu nr „1” dla wszystkich badanych systemów w 1 etapie walidacji, natomiast na rysunku 5.18 pokazano przyrost TLF. Na rysunkach widać, że przyrosty DLF i TLF przyjmowały wartości również mniejsze od zera (zarówno dla przypadku $\gamma = 1$, jak i dla $\gamma < 1$). Rzeczywiście, zgodnie z dokładniejszymi modelami złączy stratnych przyrost współczynnika DLF nie musi być dodatni (Sheng i inni (2004))



Rysunek 5.17: Przyrost DLF badanych systemów identyfikowanych metodą MCF bez zawężania obszaru poszukiwań (●) oraz z zawężaniem obszaru poszukiwań (○). a) System 4; b) System 7; c) System 5; d) System 8; e) System 6; f) System 9; g) System 10; h) System 11; i) System 12



Rysunek 5.18: Przyrost TLF badanych systemów identyfikowanych metodą MCF bez zawężania obszaru poszukiwań (●) oraz z zawężaniem obszaru poszukiwań (○). a) System 4; b) System 7; c) System 5; d) System 8; e) System 6; f) System 9; g) System 10; h) System 11; i) System 12

Podsumowując, analiza przyrostów DLF oraz TLF nie dostarcza alternatywnego do wzoru 3.15 kryterium oceny dokładności MCF, gdyż nierówność $\Delta\eta_{11} > 0$ w ogólności nie obowiązuje. Warunek $\Delta\eta_{11} > 0$ w najszerszym zakresie spełnił system 7, ponieważ wykazywał ku temu sprzyjające warunki (płyta słabo tłumiona ze złączem gumowym wprowadzającym duże straty własne). Takie same wnioski można wyciągnąć w odniesieniu do przyrostów TLF i warunku $\Delta\eta_{TLF} > 0$.

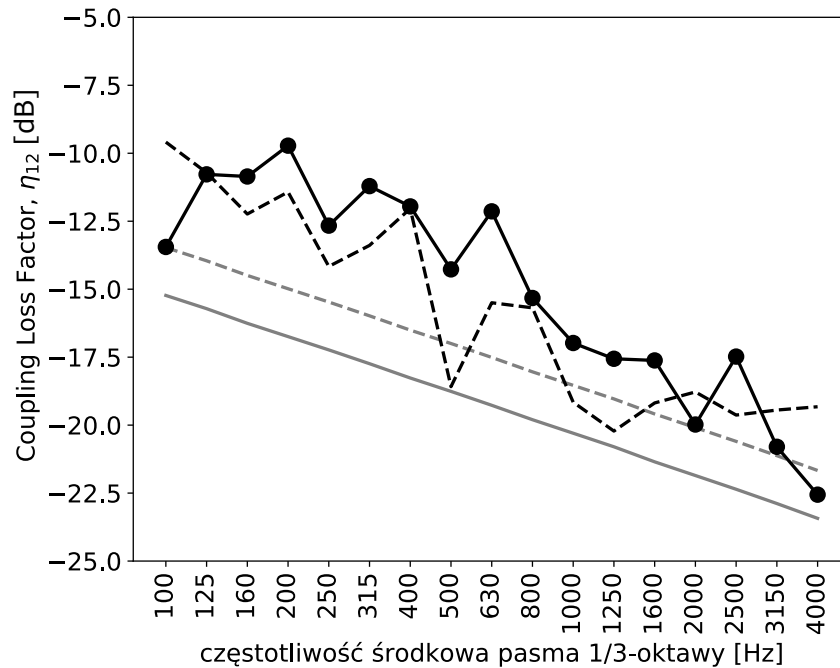
5.1.6 | Symulacje

W tym punkcie porównano wyniki symulacji i pomiarów transmisji drgań przez wybrane złącza techniczne. Badane złącza cechowały się różnym stopniem złożoności. Wskazano rosnącą przewagę metod eksperymentalnych nad symulacyjnymi, gdy stopień skomplikowania połączeń rośnie. Rozważono złącza ciągłe (spawane) oraz złącza punktowe (spawane, nitowane, śrubowe). Wyniki symulacji CLF pochodziły z opracowanych modeli FEM (Finite Element Method) oraz z teoretycznych zależności wyprowadzonych z teorii falowej. Uzyskano dobrą zgodność symulacji i pomiarów dla złącza spawanego, natomiast znacząca rozbieżność wystąpiła dla złączy punktowych. Wskazano problematyczne cechy złączy punktowych powodujące trudności w opracowaniu ich dokładnego modelu numerycznego.

Modele FEM przygotowano w programie COMSOL Multiphysics 6.0, natomiast modele SEA opracowano w programie VaOne 2021. Złącze spawane zamodelowano jako połączenie liniowe (kontakt płyt po całej długości wspólnej krawędzi). Z kolei wszystkie rzeczywiste złącza punktowe zamodelowano jako idealne złącza punktowe (kontakt płyt był zachowany tylko w trzech punktach rozmieszczonych równomiernie wzdłuż wspólnej krawędzi). Model FEM, zastał opracowany w taki sposób, aby w możliwie wierny sposób odtworzyć proces pomiarowy opisany w sekcji 4.3

Współczynniki CLF wyznaczone w oprogramowaniu VaOne dotyczą losowego kąta padania fali na złącze $\eta_{12,RAND}$). Na potrzeby analiz wyznaczono również współczynniki CLF dotyczące zerowego kąta padania $\eta_{12,0DEG}$, korzystając z uproszczonej zależności dla elementów połączonych ze sobą pod kątem prostym (Cremer i Heckl (2013)) $\eta_{12,0DEG} = 3/2 \cdot \eta_{12,RAND}$. Wyniki pomiarów i symulacji CLF pokazane w dalszej części są pokazane w skali decybelowej ($10 \log(\eta_{12})$) dla zachowania większej czytelności.

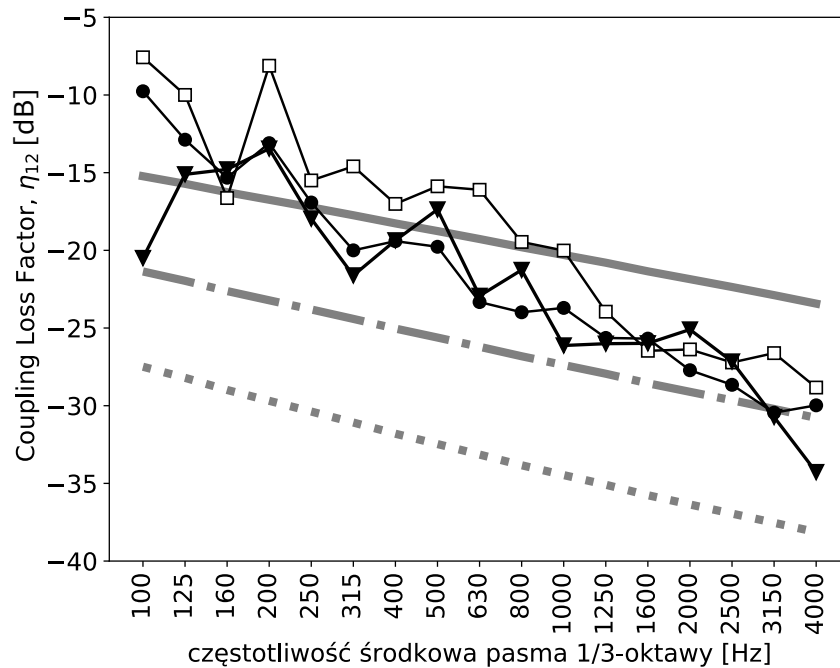
Jako odniesienie wybrano złącze spawane, które cechuje się stosunkowo niskim poziomem skomplikowania. Współczynniki CLF dotyczące tego złącza zasymulowano dwiema metodami: metodą FEM oraz metodą falową dla kąta padania 0 stopni oraz dla losowego kąta padania. Porównanie wyników symulacji z pomiarami przedstawiono na rysunku 5.19. Uzyskano dobrą zgodność między wynikami pomiarów, a wynikami symulacji FEM. Współczynniki CLF wyznaczone metodą falową wykazały tendencję do zaniżania wyników dla losowego kąta padania fali. Zbieżność została polepszona (zwłaszcza dla największych częstotliwości) gdy przyjęto w metodzie falowej zerowy kąt padania.



Rysunek 5.19: Porównanie wyników pomiarów i symulacji; złącze ciągle spawane. ●: pomiar, - - - -: model FEM, - · - · -: metoda falowa dla 0 stopni, —: metoda falowa dla losowego kąta padania.

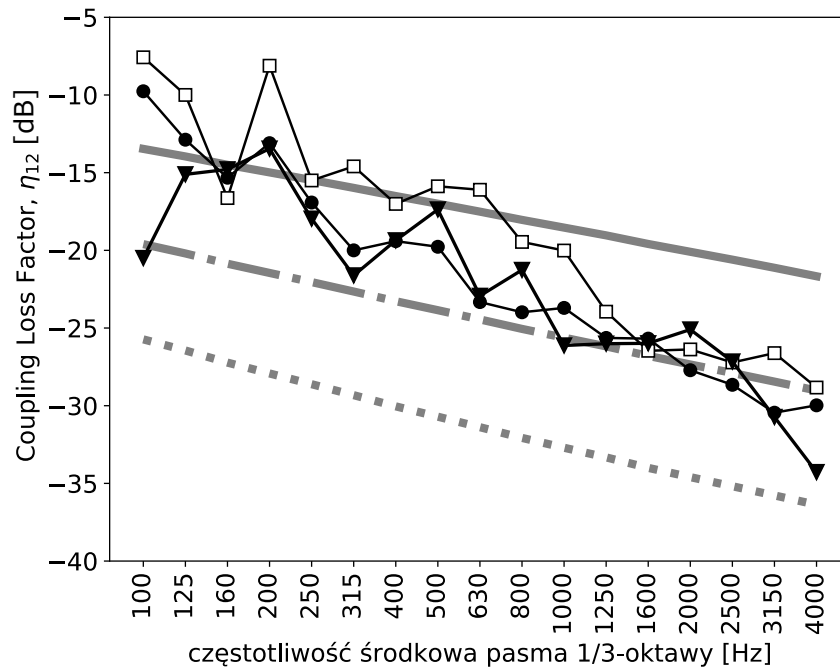
Współczynniki CLF dotyczące złączy punktowych zasymulowano metodą falową dla zerowego i losowego kąta padania. Porównanie wyników symulacji z pomiarami przyjmując losowy kąt padania w symulacjach SEA przedstawiono na rysunku 5.20. W celach referencyjnych, na wykresie pokazano również odpowiadające wyniki symulacji dla złącza ciągłego oraz średnią geometryczną $\sqrt{\eta_{12,LINIE}\eta_{12,POINT}}$ z symulowanych współczynników CLF dotyczących złącza ciągłego i punktowego. Analogiczne porównanie dla zerowego kąta padania w symulacjach SEA pokazano na rysunku 5.21.

Nie odnotowano dobrej zbieżności między wynikiem pomiarów złączy punktowych, a symulacją idealnego złącza punktowego. Podobne trudności z prowadzeniem symulacji złączy punktowych raportowali Sipos i inni (2022). Jednak analizując wyniki przedstawione w niniejszej pracy można zauważyć, że współczynniki CLF złączy punktowych w zakresie małych częstotliwości są zbliżone do symulacji złącza ciągłego. Z kolei wraz ze wzrostem częstotliwości zaobserwowano, że średnia geometryczna z wyniku symulacji złącza punktowego i ciągłego jest dobrą aproksymacją badanych rzeczywistych złączy punktowych, zwłaszcza powyżej 800 Hz.



Rysunek 5.20: Złącza punktowe: wyniki symulacji dla losowego kąta padania fali i wyniki pomiarów. □: złącze śrubowe, ▼: złącze nitowane, ●: spaw punktowy, —: symulacja metodą falową dla złącza ciągłego, - · - ·: średnia geometryczna z symulacji metodą falową dla złącza ciągłego i punktowego, ····: symulacja metodą falową dla złącza punktowego.

Możliwe wyjaśnienie poczynionych obserwacji jest następujące. Rzeczywiste złącza punktowe w istocie nie są idealnymi złączami punktowymi. W prawdzie badane płyty były ze sobą połączone w trzech punktach, jednak nadal miały ze sobą kontakt wzdłuż całej długości wspólnej krawędzi. Z tego powodu złącze punktowe do pewnego stopnia upodabnia się również do złącza ciągłego (spawu). Odtworzenie w ramach symulacji sytuacji pośredniej, gdzie złącze wykazuje cechy zarówno połączeń punktowych, jak i ciągłych, wydaje się być znacznie trudniejszym zadaniem. Z tego względu uzyskanie najdokładniejszych wyników w rozpatrywanym przypadku może zapewnić jedynie eksperyment (lub ewentualne znacznie bardziej skomplikowany model).



Rysunek 5.21: Złącza punktowe: wyniki symulacji dla zerowego kąta padania fali i wyniki pomiarów. □: złącze śrubowe, ▼: złącze nitowane, ●: spaw punktowy, —: symulacja metodą falową dla złącza ciągłego, - · - ·: średnia geometryczna z symulacji metodą falową dla złącza ciągłego i punktowego, · · ·: symulacja metodą falową dla złącza punktowego.

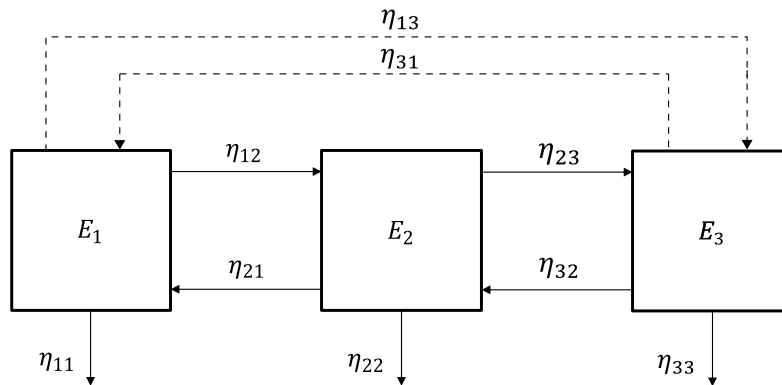
Uzyskane wyniki potwierdzają przewagę metod eksperymentalnych nad symulacyjnymi, gdy celem jest wyznaczenie współczynników CLF skomplikowanych złączy technicznych. Współczynniki CLF rzeczywistych złączy punktowych (a właściwie punktowo-liniowych) w większości przypadków mieszczą się pomiędzy wartościami granicznymi wyznaczonymi przez teoretyczne wartości CLF połączeń ciągłych (górna granica) i punktowych (dolna granica). Przedstawione przykłady sugerują, że zastosowanie średniej geometrycznej z obu wartości granicznych pozwala uzyskać wartości zbliżone do wyników eksperymentalnych powyżej 800 Hz. Potwierdzono skuteczność tej aproksymacji dla złącza nitowanego, śrubowego oraz spawanego punktowego.

5.2 | Walidacja II

W tym punkcie przeanalizowano wyniki pomiarów pod kątem zaplanowanego w sekcji 1.3 drugiego etapu walidacji metody MCF. W odróżnieniu od analiz prowadzonych w etapie pierwszym, na drugim etapie walidacji konieczne było zastosowanie technik ESA oraz minimalizacji błędów zaproponowanych w rozdziale 3.

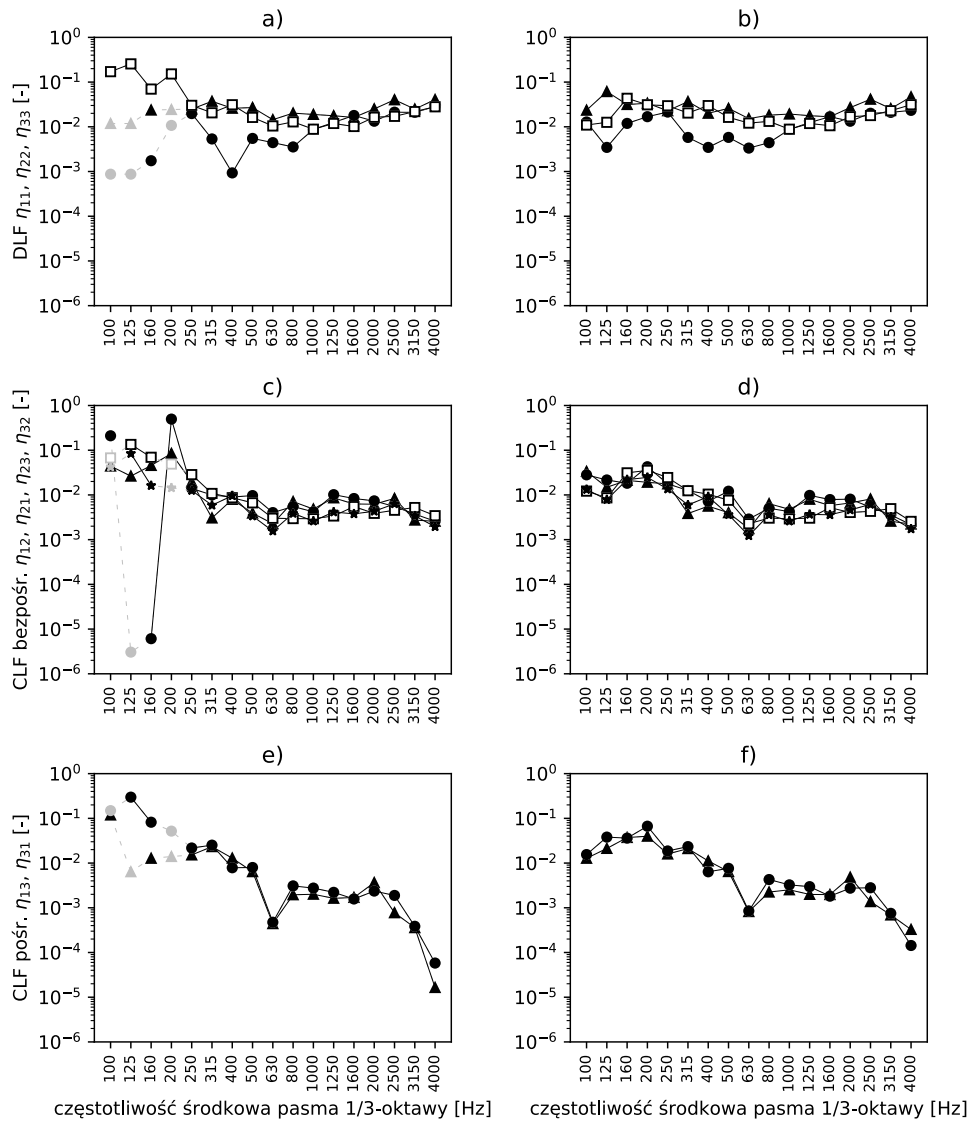
5.2.1 | Tunelowanie

Zjawisko tunelowania występowało w systemach 13 oraz 14 i objawiało się poprzez niezerowe współczynniki CLF między podsystemami nie będącymi w bezpośrednim kontakcie (podsystemy „1” oraz „3” na rysunku 5.22).

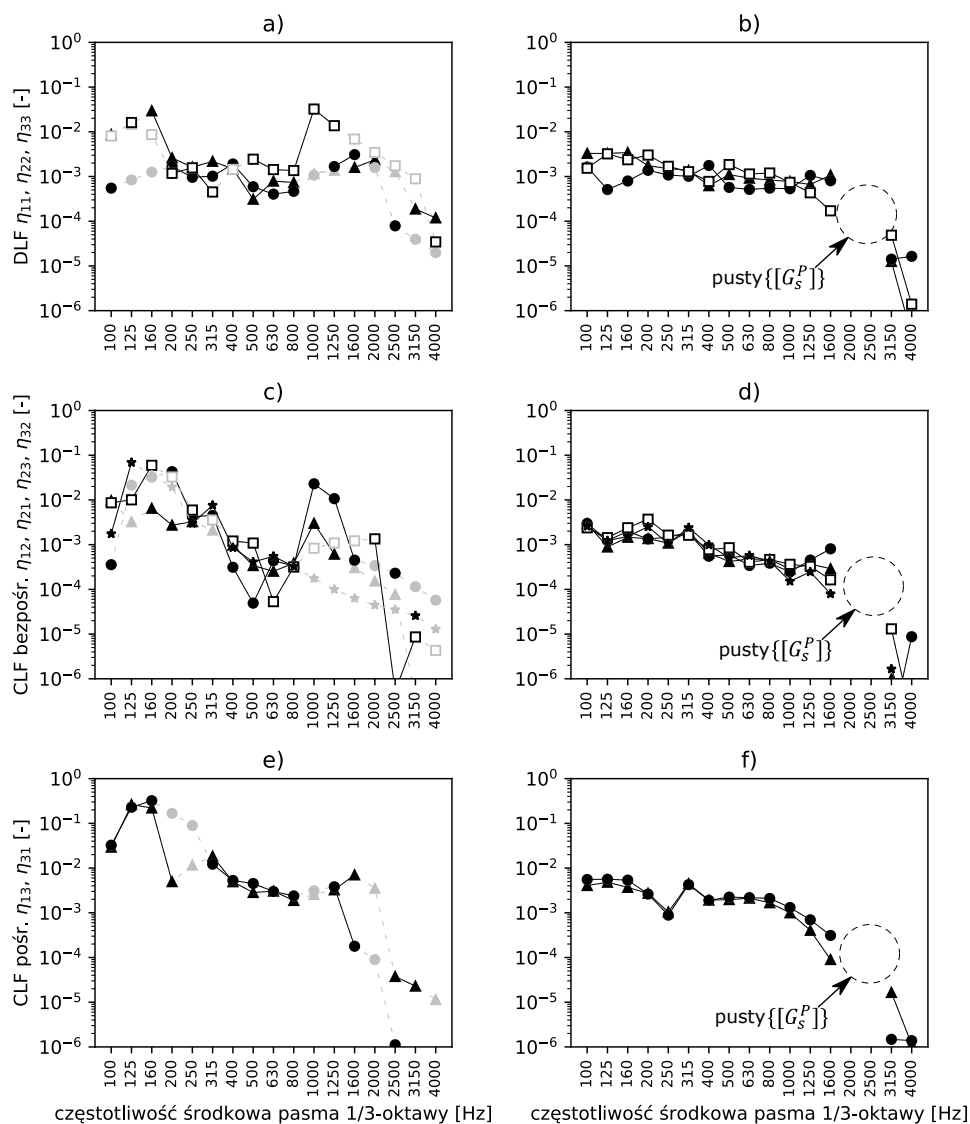


Rysunek 5.22: Zjawisko tunelowania w systemach 13 i 14 oznaczone linią przerywaną

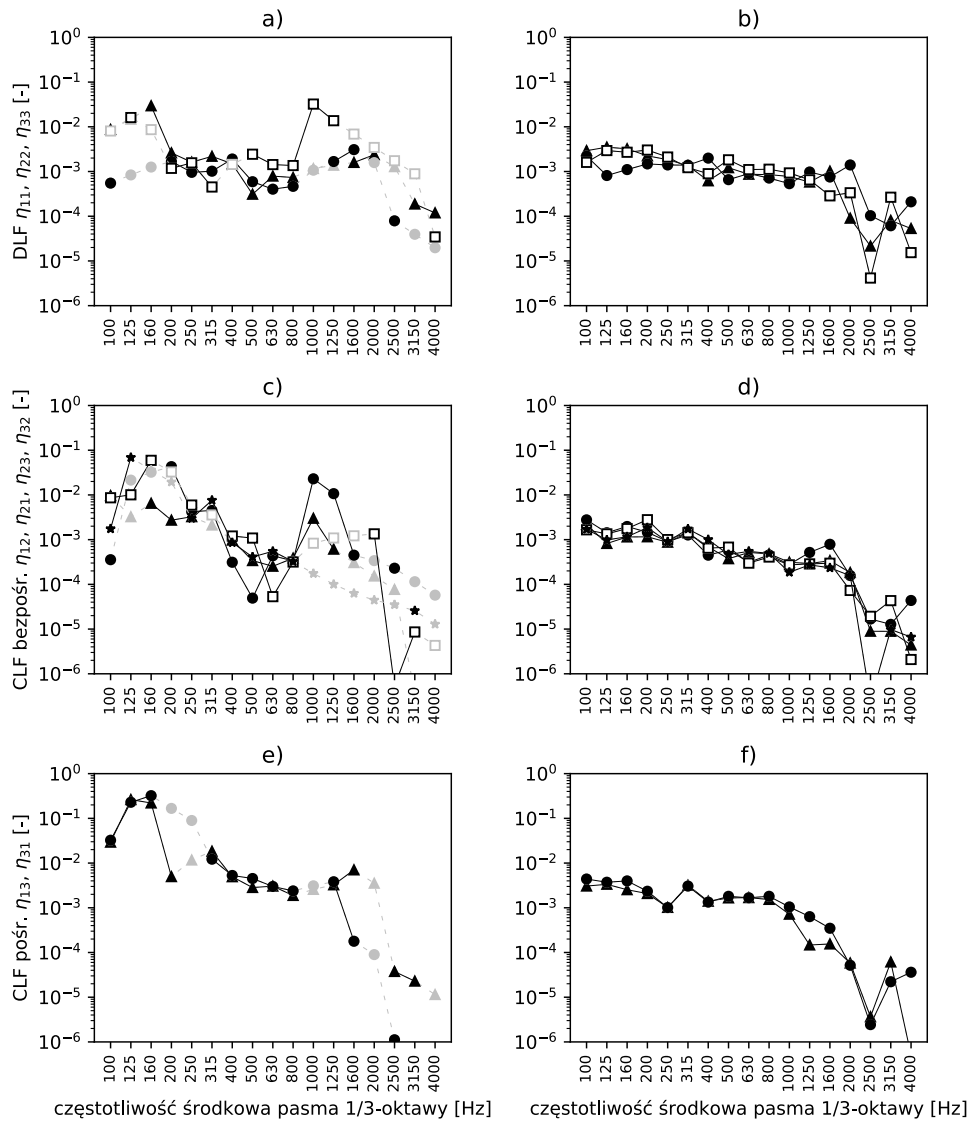
Wynik identyfikacji systemów 13 i 14 metodą PIM wymagał korekcji, gdyż wyznaczono ujemne współczynniki strat, a ich całkowita liczba była równa odpowiednio 52 i 15. Metoda MCF w wersji podstawowej pozwoliła na pełną korekcję tylko w przypadku średnio tłumionego systemu 14 (rysunek 5.23), natomiast w przypadku systemu 13, który był nisko wytłumiony, korekcja była niemożliwa dla pasm 2 kHz oraz 2.5 kHz (rysunek 5.24). Pełna korekcja wyników dla systemu 13 była możliwa jedynie po zastosowaniu UESA ze zoptymalizowaną $\gamma = 1.5$ w połączeniu z metodą B minimalizacji błędów (rysunek 5.25). Nie odnotowano istotnych różnic między korekcją bezpośrednich współczynników CLF (rysunek 5.25c i 5.25d), a korekcją pośrednich współczynników CLF (rysunek 5.25e i 5.25f). Nie wykazano zatem istotnych powiązań między zjawiskiem tunelowania występującym w złożonych systemach, a skutecznością metody MCF.



Rysunek 5.23: Wyniki identyfikacji systemu 14, bez ESA. a) DLF bez MCF: η_{11} (\blacktriangle), η_{22} (\bullet), η_{33} (\square); b) DLF z MCF: η_{11} (\blacktriangle), η_{22} (\bullet), η_{33} (\square); c) CLF bezpośrednie bez MCF: η_{12} (\blacktriangle), η_{21} (\bullet), η_{23} (\square), η_{32} (\blackstar); d) CLF bezpośrednie z MCF: η_{12} (\blacktriangle), η_{21} (\bullet), η_{23} (\square), η_{32} (\blackstar); e) CLF pośrednie bez MCF: η_{13} (\blacktriangle), η_{31} (\bullet); f) CLF pośrednie z MCF: η_{13} (\blacktriangle), η_{31} (\bullet)



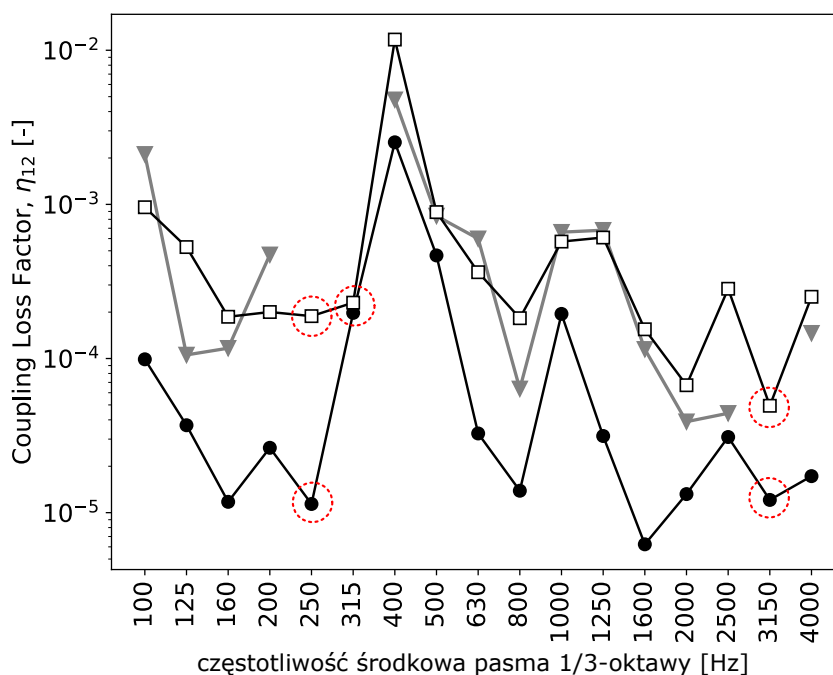
Rysunek 5.24: Wyniki identyfikacji systemu 13, bez ESA. a) DLF bez MCF: η_{11} (▲), η_{22} (●), η_{33} (□); b) DLF z MCF: η_{11} (▲), η_{22} (●), η_{33} (□); c) CLF bezpośrednie bez MCF: η_{12} (▲), η_{21} (●), η_{23} (□), η_{32} (★); d) CLF bezpośrednie z MCF: η_{12} (▲), η_{21} (●), η_{23} (□), η_{32} (★); e) CLF pośrednie bez MCF: η_{13} (▲), η_{31} (●); f) CLF pośrednie z MCF: η_{13} (▲), η_{31} (●)



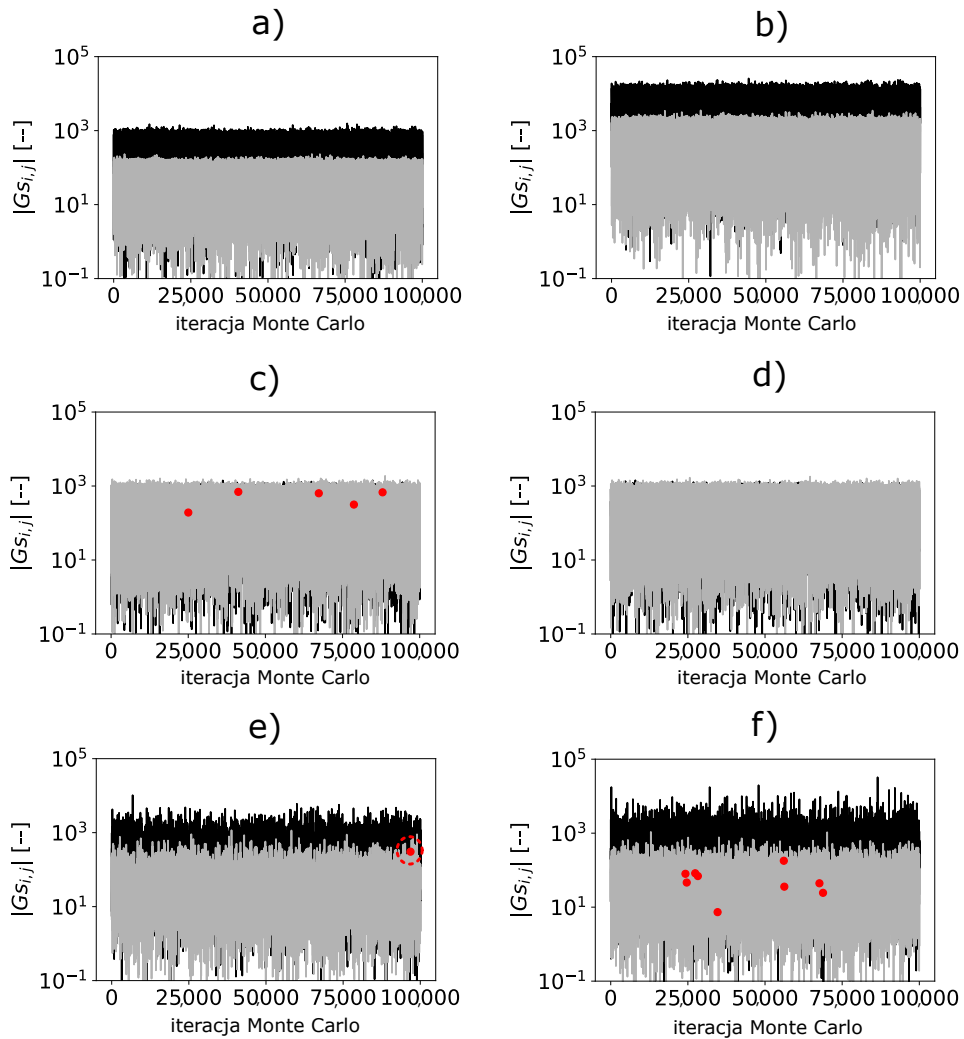
Rysunek 5.25: Wyniki identyfikacji systemu 13, z ESA. a) DLF bez MCF: η_{11} (▲), η_{22} (●), η_{33} (□); b) DLF z MCF: η_{11} (▲), η_{22} (●), η_{33} (□); c) CLF bezpośrednie bez MCF: η_{12} (▲), η_{21} (●), η_{23} (□), η_{32} (★); d) CLF bezpośrednie z MCF: η_{12} (▲), η_{21} (●), η_{23} (□), η_{32} (★); e) CLF pośrednie bez MCF: η_{13} (▲), η_{31} (●); f) CLF pośrednie z MCF: η_{13} (▲), η_{31} (●)

5.2.2 | Rozszczepienie fali

Zjawisko rozszczepienia fali występowało w systemie 16. Objawiało się to poprzez niezerowe współczynniki CLF między podsystemami fal giętnych B (podsystem „1” dla belki nr 1 oraz podsystem „3” dla belki nr 2), a podsystemami fal podłużnych L (podsystem „2” dla belki nr 1 oraz podsystem „4” dla belki nr 2). Wynik identyfikacji systemu 16 metodą PIM wymagał korekcji, gdyż wyznaczono ujemne współczynniki strat, a ich całkowita liczba była równa 79. Na rysunku 5.26 przedstawiono 3 przebiegi wybranego w celach demonstracyjnych współczynnika CLF (η_{13}) systemu 16, przy czym każdy przebieg był skorygowany innym wariantem MCF. Natomiast na rysunku 5.27 pokazano wartości dwóch wybranych elementów macierzy energii dla wszystkich iteracji Monte Carlo dla jednego z pasm, gdzie korekcja ujemnych współczynników strat była problematyczna (250 Hz). Elementy $G_{s,22}$ leżały na głównej przekątnej, natomiast elementy $G_{s,23}$ poza główną przekątną macierzy energii. Czerwone kropki na rysunku 5.27 wskazują na iteracje, podczas których udało się wyznaczyć macierz poprawną [G_s^P].



Rysunek 5.26: Widmo wybranego współczynnika CLF (η_{13}) systemu 16 dla różnych wariantów MCF. \blacktriangledown : MCF bez ESA; \bullet : MCF z DESA i zminimalizowanym współczynnikiem $\gamma = 6$; \square : MCF z UESA i wymuszoną symetrią populacji macierzy (metoda B) i zminimalizowanym współczynnikiem $\gamma = 1.5$. Czerwone kropki wskazują na pasma, gdzie MCF bez ESA była nieskuteczna

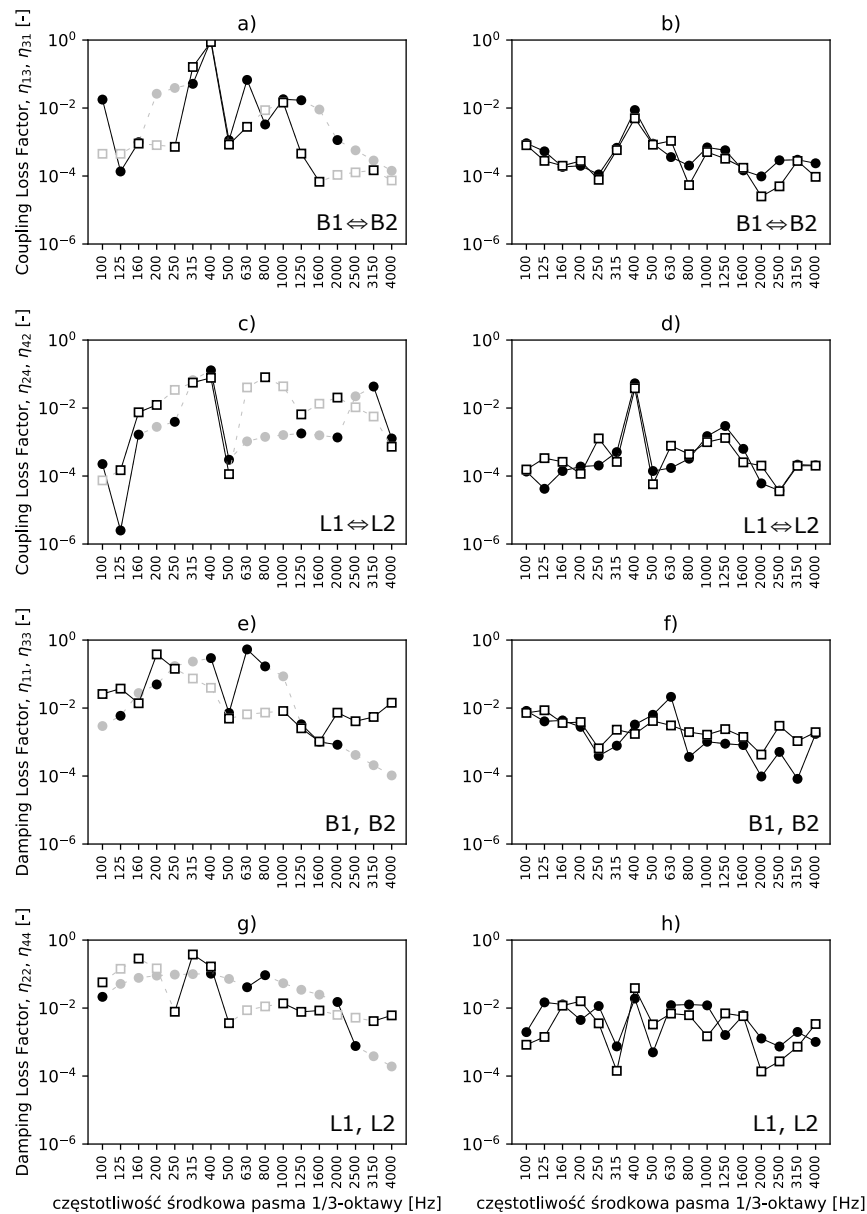


Rysunek 5.27: Wartości dwóch wybranych elementów macierzy energii (szara linia: element $G_{s,22}$, czarna linia: element $G_{s,23}$) dla wszystkich iteracji Monte Carlo i różnych wariantów MCF. a) MCF bez ESA; b) UESA z $\gamma = 20$; c) DESA z $\gamma = 6$; d) DESA z $\gamma = 6$ i z wymuszeniem symetrii populacji metodą A; e) DESA z $\gamma = 1.5$ i z wymuszeniem symetrii populacji metodą B; f) UESA z $\gamma = 1.5$ i z wymuszeniem symetrii populacji metodą B

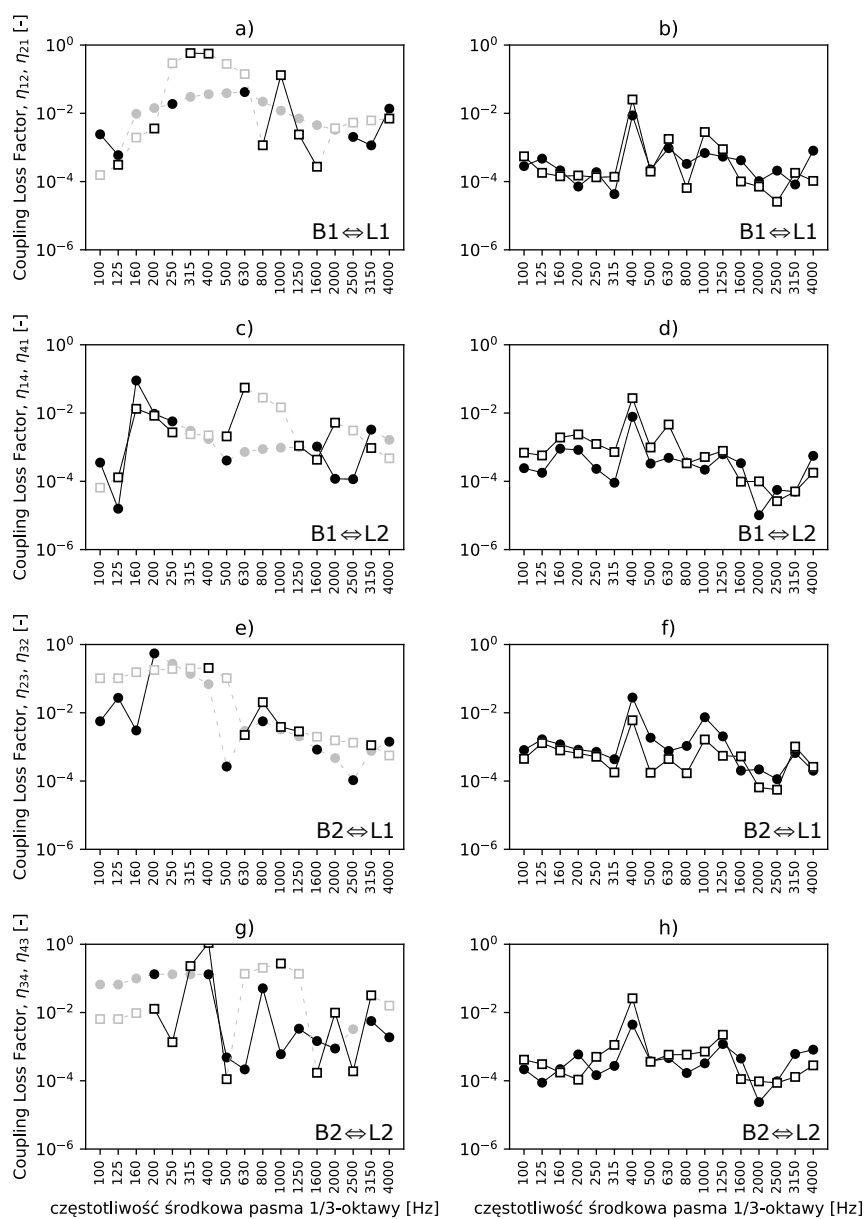
Na rysunku 5.26 widać, że zastosowanie MCF w wersji podstawowej (tzn. bez stosowania ESA i przyjmując populację o rozkładzie normalnym) nie pozwoliło na wyznaczenie dodatnich współczynników strat dla pasm 250 Hz, 315 Hz oraz 3150 Hz. Dla 250 Hz tej sytuacji w kontekście elementów macierzy energii odpowiada rysunek 5.27a. Analizując rysunek 5.27a widać, że macierz energii w żadnej iteracji nie ma okazji stać się macierzą dominującą przekątniową (gdzie energia systemu nadawczego jest większa

niż energia systemu odbiorczego), gdyż dla prawie każdej iteracji zachodzi $G_{s,22} < G_{s,23}$. Oczywiście nadal istnieje niezerowe prawdopodobieństwo zajścia $G_{s,22} > G_{s,23}$, jednak na podstawie śledzenia pojedynczej pary elementów nie można wyciągać wniosków na temat całej macierzy energii. Warunek $G_{s,22} > G_{s,23}$ jest konieczny, ale nie wystarczający do tego, aby macierz G_s była dominująca przekątniowo. Warunkiem wystarczającym jest spełnienie zestawu warunków $G_{s,ii} > G_{s,ji}, i \neq j$ dla każdego wiersza j . W przypadku analizowanej macierzy o wymiarze 4×4 prawdopodobieństwo równoczesnego spełnienia wszystkich narzuconych warunków okazało się zbyt małe, aby osiągnąć spodziewane rezultaty w akceptowalnym czasie. Liczba iteracji Monte Carlo na rysunku 5.27a jest równa $1 \cdot 10^5$, jednak próby kończące się niepowodzeniem kontynuowano do liczby iteracji równej $2 \cdot 10^7$. Rysunek 5.27b pokazuje, że zastosowanie UESA z $\gamma = 20$ poskutkowało jedynie równomiernym przesunięciem wartości wszystkich analizowanych elementów macierzy energii. Taka modyfikacja oczywiście nie mogła pozytywnie wpłynąć na skuteczność korekcji, gdyż wyrazy $G_{s,23}$ nadal dominowały nad $G_{s,22}$. Zastosowanie DESA ze zminimalizowanym współczynnikiem skalującym $\gamma = 6$ pozwoliło uzyskać niepusty zbiór macierzy poprawnych $\{[G_s^P]\}$, co widać na rysunku 5.27c. Jednak na rysunku 5.26 widać, że ten wariant spowodował uzyskanie spektrum CLF obarczone błędem przesunięcia (w rozpatrywanym przypadku wskaźnik asymetrii α był równy 1). Rzeczywiście, po wymuszeniu symetrii populacji metodą A (rysunek 5.27d), zbiór $\{[G_s^P]\}$ ponownie stał się pusty, gdyż wszystkie poprawne macierze znajdowały się w ogonie rozkładu normalnego. Przyjęcie logarytmicznie normalnego rozkładu populacji zgodnie z metodą B minimalizacji błędów (rysunek 5.27e dla DESA oraz rysunek 5.27f dla UESA) okazało się skuteczne. Uzyskano dodatnie współczynniki strat pozbawione błędu przesunięcia ($\alpha = 0$, rysunek 5.26). Zauważono, że można osiągnąć mniejsze wartości γ podczas procedury minimalizacji w przypadku stosowania rozkładu logarytmicznie normalnego (w omawianym przypadku $\gamma = 1.5$).

Wyniki korekcji metodą UESA z rozkładem logarytmicznie normalnym i $\gamma = 1.5$ dla pozostałych współczynników strat pokazano na rysunkach 5.28 i 5.29. Rysunek 5.28 dotyczy współczynników strat niezwiązanych ze zjawiskiem rozszczepienia fali, natomiast rysunek 5.29 pokazuje wyniki identyfikacji dotyczące zjawiska rozszczepienia fali, gdzie CLF opisują konwersję energii między polem fal giętnych, a polem fal podłużnych. Skorygowano wszystkie ujemne współczynniki strat i nie odnotowano istotnych różnic między korekcją współczynników CLF związanych i nie związanych z rozszczepieniem fali.



Rysunek 5.28: Wyniki identyfikacji systemu 16 metodą MCF z UESA, z metodą B i $\gamma = 1.5$. Współczynniki strat niezwiązane z rozszczepieniem fali. ● - LF, którego pierwszy indeks jest mniejszy od drugiego. a) CLF między polami B belek, bez MCF; b) CLF między polami B belek, z MCF; c) CLF między polami L belek, bez MCF; d) CLF między polami L belek, z MCF; e) DLF pola B belek, bez MCF; f) DLF pola B belek, z MCF; g) DLF pola L belek, bez MCF; h) DLF pola L belek, z MCF



Rysunek 5.29: Wyniki identyfikacji systemu 16 metodą MCF z UESA, z metodą B i $\gamma = 1.5$. Współczynniki strat związane z rozszczepieniem fali. ● - LF, którego pierwszy indeks jest mniejszy od drugiego. a) CLF między polem B i L belki „1”, bez MCF; b) CLF między polem B i L belki „1”, z MCF; c) CLF między polem B belki „1” i polem L belki „2”, bez MCF; d) CLF między polem B belki „1” i polem L belki „2”, z MCF; e) CLF między polem B belki „2” i polem L belki „1”, bez MCF; f) CLF między polem B belki „2” i polem L belki „1”, z MCF; g) CLF między polem B i L belki „2”, bez MCF; h) CLF między polem B i L belki „2”, z MCF

Warto odnotować fakt, że η_{13} pochodzący wprost z pomiarów pokazany na rysunku 5.28a jest dodatni dla 315 Hz, chociaż w wyniku identyfikacji MCF nie został wyznaczony dla tej tercji (rysunek 5.26, MCF w wersji podstawowej). Ten pozornie poprawny (gdyż był dodatni) wynik został jednak odrzucony, ponieważ dana macierz $[G_s]$ jest uznawana za poprawną tylko wtedy, gdy *wszystkie* związane z nią współczynniki LF są dodatnie. W analizowanym przypadku nie miało to miejsca (przykładowo η_{11} było ujemne).

Korekcję MCF przeprowadzono również dla systemu 15, gdzie wyznaczono 4 ujemne współczynniki strat (zauważalnie mniej w porównaniu do systemu 16). System 15 różnił się od systemu 16 tym, że zignorowano w nim obecność fal podłużnych, a tym samym pominięto efekt rozszczepienia fali. W przypadku systemu 15 składającego się tylko z dwóch podsystemów wystarczająca do pełnej korekcji okazała się metoda MCF w wersji podstawowej (tabela 5.1).

5.3 | Zbiorcza ocena metod

Tabela 5.1 pozwala w zbiorczy sposób (uwzględniając wszystkie badane systemy) ocenić skuteczność wszystkich testowanych w niniejszej pracy modyfikacji metody MCF. Tabela zawiera liczebność ujemnych współczynników strat N_{neg} wyznaczoną podczas odwrócenia macierzy oryginalnej $[G]$, N_{neg} po zastosowaniu MCF w wersji podstawowej, oraz N_{neg} dla wszystkich wariantów testowanych modyfikacji, tj. po zastosowaniu ESA (DESA lub UESA) ze zminimalizowanym γ oraz dla różnych rozkładów populacji (normalny, logarytmicznie normalny). Symbol „* ” oznacza wynik obarczony błędem przesunięcia (wynik, dla którego zastosowanie metody „A” wymuszenia symetrii populacji było nieskuteczne). W celu oceny dokładności poszczególnych wariantów MCF zastosowano wskaźnik w postaci względnego błędu średniokwadratowego (RRMSE, Relative Root Mean Square Error). RRMSE (oznaczony w tabeli symbolem e) wyznaczono względem pasm niewymagających korekcji pochodzących z macierzy pomiarowej (pierwotnej) $[L]$. Oczywiście ocena metody względem pasm, które wymagają korekcji jest w praktyce niemożliwa, gdyż prawdziwe wartości dla tych pasm są nieznane.

Tablica 5.1: Zbiorcza ocena badanych metod pod względem liczby skorygowanych ujemnych współczynników strat i błędu RRMSE (e) względem pasm nie wymagających korekcji. Symbol „*” oznacza wynik obarczony błędem przesunięcia (wynik, dla którego zastosowanie metody „A” wymuszenia symetrii populacji było nieskuteczne)

System	PIM	MCF ($\gamma = 1$)			Rozkład normalny						Rozkład log-normalny					
					UESA			DESA			UESA			DESA		
					N_{neg}	N_{neg}	e [%]	N_{neg}	e [%]	γ	N_{neg}	e [%]	γ	N_{neg}	e [%]	γ
1	4	4 (0*)	33.23*	0*	1.91*	0.25	0*	2.71*	0.25	0	0.68	0.25	0	0.67	0.25	
2	1	1 (0*)	21.14*	0*	0.26*	0.25	0*	0.26*	0.25	0	0.25	0.25	0	0.24	0.25	
3	0	0	18.36	0	0.28	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4	22	8 (0*)	15.12*	0*	14.51*	0.5	0*	14.53*	0.5	0	14.5	0.5	0	14.54	0.5	
5	6	4 (0*)	9.75*	0*	6.62*	0.25	0*	9.36*	0.25	0	6.78	0.25	0	9.31	0.25	
6	3	2 (0*)	5.5*	0*	3.16*	0.25	0*	4.53*	0.25	0	3.22	0.25	0	4.5	0.25	
7	4	4 (0*)	1.68*	0*	0.86*	0.5	0*	1.43*	0.5	0	0.77	0.5	0	0.98	0.5	
8	0	0	2.98	0	0.26	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
9	0	0	3.21	0	0.35	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
10	1	1 (0*)	2.68*	0*	0.21*	0.25	0*	0.29*	0.25	0	0.2	0.25	0	0.26	0.25	
11	0	0	1.32	0	0.57	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
12	0	0	1.87	0	0.2	0.25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
13	52	29 (22*)	10.47*	19*	10.75*	1.5	11*	10.21*	3	0	9.79	1.5	4	9.76	0.25	
14	15	0	6.85	0	6.86	0.5	0	6.92	0.5	0	7.22	0.5	0	7.18	0.5	
15	4	0	12.11	0	11.03	0.25	0	11.97	0.25	0	11.05	0.25	0	11.97	0.25	
16	78	59 (45*)	7.27*	75*	11.1*	6	0*	7.15*	6	0	7.12	1.5	7	7.29	1.5	

Wartość RRMSE wyznaczono z zależności

$$RRMSE = \sqrt{\frac{\frac{1}{N^2 \cdot K} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\eta_{ijk} - \hat{\eta}_{ijk})^2}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\hat{\eta}_{ijk})^2}} \quad (5.1)$$

gdzie N to liczba podsystemów w systemie, K to liczba pasm 1/3-oktawy niewymagających korekcji, η_{ijk} to współczynnik strat i, j po zastosowaniu MCF (średnia ze wszystkich poprawnych $[L_s]$) dla k -tego pasma niewymagającego korekcji, $\hat{\eta}_{ijk}$ to współczynnik strat i, j pobrany wprost z $[L]$ dla k -tego pasma niewymagającego korekcji. RRMSE jest wartością jednoczłonową i wyznaczoną na podstawie wszystkich współczynników strat obecnych w $[L]$, dlatego we wzorze 5.1 następuje sumowanie po wszystkich indeksach LF oraz pasmach.

Analiza danych z tabeli 5.1 prowadzi do następujących wniosków. Im mniejsza wartość μ , tym większy błąd RRMSE i więcej wyznaczonych ujemnych LF. Liczba ujemnych współczynników strat rośnie również wraz ze wzrostem liczby podsystemów. Podczas dostrajania parametrów MCF korzystne może być zastosowanie *zawężenia* obszaru poszukiwań ($\gamma < 1$), nawet gdy MCF w wersji podstawowej ($\gamma = 1$) jest w pełni skuteczne. Zawężenie obszaru poszukiwań ma niewielki wpływ na błąd RRMSE (systemy 4, 5, 6, 13, 14, 15 i 16) lub powoduje, że błąd RRMSE się znacząco zmniejsza (systemy 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11 i 12) niezależnie od wybranego rodzaju ESA oraz przyjętego rozkładu populacji. Dla systemów niewymagających korekcji (3, 8, 9, 11, 12) analizę ograniczono do zawężenia obszaru poszukiwań dla UESA rozkładu normalnego.

Dla większości badanych systemów podstawowa wersja MCF była dostateczna do przeprowadzenia pełnej korekcji, choć wyniki dla niektórych systemów były obciążone błędem przesunięcia. Względnie małe wartości γ wskazują jednak, że błąd przesunięcia powinien być mały. Systemy 14 i 15 to jedyne systemy, dla których wyniki są pozbawione błędu przesunięcia, gdyż w przypadku tych systemów zastosowanie metody „A” nie poskutkowało uzyskaniem pustego zbioru $\{[G_s^P]\}$. Metoda MCF w wersji podstawowej nie umożliwiła przeprowadzenia pełnej korekcji dla systemów 13 i 16. Pełną korekcję wyników związanych z systemem 13 zapewniła MCF z UESA o rozkładzie log-normalnym, natomiast pełną korekcję dla systemu 16 zapewniła DESA o rozkładzie normalnym oraz UESA o rozkładzie log-normalnym. Co ciekawe, w przypadku systemu 16, względny błąd dla UESA z rozkładem log-normalnym był bardzo zbliżony do względnego błędu dla DESA o rozkładzie normalnym, choć współczynniki γ znacząco się różniły. Na przykładzie systemu 16 widać również, że wprowadzenie ESA może pogorszyć skuteczność identyfikacji. Z przedstawionych analiz wynika, że każdy badany system wymaga zindywidualizowanego doboru rozkładu populacji, rodzaju ESA oraz wartości γ .

Podsumowanie

6.1 | Osiągnięte cele pracy

W pracy przeprowadzono dwuetapową walidację metody MCF, gdzie przebadano 16 różnych systemów. Wnioski płynące z walidacji pozwoliły osiągnąć cel pracy w postaci odpowiedzi na trzy pytania badawcze (P1, P2, P3) postawione w sekcji 1.3. Uzyskane odpowiedzi na pytania badawcze dowodzą głównej tezy pracy postawionej w sekcji 1.1. Podsumowanie przeprowadzonych badań jest następujące.

- Wykazano, że korekcja ujemnych współczynników strat jest możliwa niezależnie od stopnia spełnienia założeń SEA przez identyfikowany system, co stanowi odpowiedź na pytanie badawcze P1.
- Odpowiedź na pytanie badawcze P2 jest przecząca, ponieważ uzyskano pełną korekcję ujemnych współczynników strat dla wszystkich badanych systemów. Nie jest zatem możliwe wykorzystanie metody MCF jako empirycznego wskaźnika granic stosowalności SEA, co wykazano dla $N \leq 4$.
- Odnotowano niepełną skuteczność bazowej wersji metody MCF podczas identyfikacji złożonych systemów ($N > 2$), w których występuje zjawisko tunelowania i rozszczepienia fali. Dla wspomnianych przypadków wskazano na konieczność modyfikacji metody MCF poprzez odpowiedni dobór techniki ESA (w tym zaproponowanej w niniejszej pracy DESA) oraz dobór rozkładu populacji Monte Carlo. Po zastosowaniu opisanych technik możliwe było przeprowadzenie pełnej korekcji ujemnych współczynników strat dla złożonych systemów, co stanowi odpowiedź na pytanie badawcze P3.

- W pracy przeanalizowano wpływ stopnia rozszerzenia obszaru poszukiwań na skutkujące błędy wprowadzane do współczynników strat. Zaobserwowano tzw. błąd przesunięcia, który powiązano z asymetrią występującą w wygenerowanej populacji macierzy energii.
- Wskazano, że asymetria populacji rośnie wraz z rozszerzaniem obszaru poszukiwań (wzrostem współczynnika skalującego γ) i wynika ze zdominowania populacji przez macierze o elementach większych niż w oryginalnej macierzy wyznaczonej eksperymentalnie.
- Nadmiarowa reprezentacja macierzy energii z elementami o dużych wartościach zachodzi, gdy elementy macierzy wyznaczonej eksperymentalnie są mniejsze od przyrostów energii przyjętych w symulacji Monte Carlo. Wówczas powstają masowo odrzucone z populacji macierze o elementach z wartościami ujemnymi. Wskazano na konieczność przeprowadzenia minimalizacji parametru γ aby zredukować ten niekorzystny efekt.
- Zaproponowano nowy parametr opisujący stopień asymetrii populacji macierzy energii - wskaźnik asymetrii α oraz dwie metody (A i B) eliminacji błędu przesunięcia polegające na wymuszeniu symetrii populacji macierzy energii. Metoda A polega na detekcji macierzy wprowadzających asymetrię oraz odrzuceniu ich z obliczeń, natomiast metoda B polega na zastosowaniu rozkładu logarytmicznie normalnego podczas generacji populacji macierzy energii.
- Zaproponowana w pracy metoda DESA polega na zastosowaniu niejednorodnego rozszerzenia obszaru poszukiwań podczas generacji populacji Monte Carlo. Metoda pozwoliła skorygować ujemne współczynniki strat w pasmach częstotliwości, które były problematyczne podczas zastosowania standardowej UESA z populacją o rozkładzie normalnym dla systemu złożonego z dwóch stalowych belek, gdzie w modelu SEA uwzględniono zjawisko rozszczepienia fali (4 podsystemy). Równocześnie zaobserwowano, że zarówno UESA, jak i DESA mogą być metodami efektywnymi, gdy do generacji populacji zostanie przyjęty rozkład logarytmicznie normalny (tzn. po zastosowaniu metody B).
- Podczas stosowania metody A istnieje ryzyko odrzucenia wszystkich poprawnych macierzy energii z obliczeń, co uniemożliwia wyznaczenie współczynników strat. Wskazano, że metoda B jest pozbawiona tych ograniczeń, ponieważ w populacji o rozkładzie logarytmicznie normalnym nie mogą wystąpić macierze o wyrazach ujemnych.

- W pracy za wskaźnik jakości MCF przyjęto względny błąd średniokwadratowy (RRMSE) dla pasm częstotliwościowych nie wymagających korekcji. Odnotowano, że korzystnym zabiegiem może być zawężenie obszaru poszukiwań (tj. przyjęcie $\gamma < 1$). Przyjmując współczynnik skalujący mniejszy od jedności udało się zmniejszyć błąd RRMSE w przypadku systemów z liczbą podsystemów równą 1, oraz w przypadku niektórych systemów z liczbą podsystemów równą 2.
- Zawężenie obszaru poszukiwań pozwoliło badanym systemom spełnić zaproponowane w pracy kryterium oparte na pomiarze całkowitego współczynnika strat (TLF). Kryterium TLF pozwala ocenić, czy uzyskane wyniki mają sens fizyczny (wartość TLF wyznaczona z zależności przybliżonej powinna być większa lub równa dokładnej wartości TLF). Wyniki MCF z $\gamma = 1$ (bez ESA) często nie spełniały narzuconego kryterium.
- Dobra zbieżność między CLF wyznaczonymi pomiarowo, a CLF wyznaczonymi na podstawie symulacji jest możliwa zwłaszcza w przypadku prostych złączy, gdzie sposób sprzężenia struktur jest ściśle zdefiniowany i wszystkie parametry opisujące złącze są dostępne. Przykładem może być system ze złączem spawanym, dla którego uzyskano dobrą zbieżność między pomiarem MCF, symulacją FEM oraz CLF wyprowadzonym metodą falową.
- Uzyskanie dobrej zbieżności między CLF wyznaczonymi pomiarowo, a CLF wyznaczonymi na podstawie symulacji jest znacznie trudniejsze lub niemożliwe dla skomplikowanych złączy, gdzie sposób sprzężenia struktur nie jest jasno zdefiniowany lub parametry opisujące złącze są znane tylko w przybliżeniu. Przykładem może być dowolne z trzech złączy punktowych badanych w niniejszej pracy. Uzyskane złącze stanowiło hybrydę złącza punktowego oraz ciągłego (ponieważ płyty miały ze sobą kontakt wzdłuż całej swojej długości, pomimo zastosowania trzech punktów łączących). W takim wypadku, symulacja CLF oparta na równaniu falowym nie była w stanie przewidzieć rzeczywistego CLF wyznaczonego pomiarowo. Udało się jednak wyznaczyć górną i dolną wartość graniczną CLF, które odpowiadały odpowiednio teoretycznej wartości dla złącza ciągłego oraz teoretycznej wartości dla złącza punktowego. Średnia geometryczna z tych dwóch wartości okazała się dobrą aproksymacją eksperymentalnego CLF dla złączy śrubowych, nitowanych i spawanych punktowo powyżej 800 Hz.

6.2 | Dalsze kierunki badań

Dalsze kierunki badań, zdaniem autora, mogą skupić się na takich zagadnieniach jak

- Metody automatycznego doboru wariantu ESA oraz wartości współczynnika skalującego γ_{min} na podstawie postaci macierzy energii, co zniosłoby konieczność przeprowadzania procedury minimalizacji γ .
- Sposoby możliwie dokładnej estymacji wartości γ_{opt} , co pozwoliłoby uzyskiwać małe błędy w wyznaczonych współczynnikach strat nawet, gdy nie jest możliwe przyjęcie wartości γ bliskiej 0.
- Walidacja dla systemów nie spełniających założeń SEA z połączeniami mechanoakustycznymi oraz dla systemów z liczbą podsystemów $N > 4$.
- Dalsze prace nad usprawnieniami symulacji Monte Carlo w celu zmniejszenia wymaganej minimalnej liczby iteracji koniecznej do osiągnięcia pełnej korekcji ujemnych współczynników strat.
- Metody oceny wpływu obecności złączy stratnych na wartości współczynników DLF. Do chwili obecnej nie powstały żadne uogólnione metody pozwalające przewidzieć (bez przeprowadzenia eksperymentów) przyrostów wartości DLF systemów ciągłych po zastosowaniu poszczególnych typów złączy technicznych. To zagadnienie dla autora niniejszej pracy wydaje się być dobrym kandydatem do opracowania tzw. modelu zastępczego (ang. surrogate model, Cunha i inni (2022)) w oparciu o metody uczenia maszynowego. Istotnym krokiem będzie opracowanie odpowiednio dużej i reprezentatywnej bazy danych złączy stratnych i systemów. To zadanie może być ułatwione przez zastosowanie V-SEA (Virtual SEA) czyli eksperymentów PIM prowadzonych wirtualnie.

6.3 | Uwagi końcowe

Względnie prosta postać modeli matematycznych SEA oraz krótki czas obliczeń są cechami bardzo atrakcyjnymi z punktu widzenia osoby przeprowadzającej symulację. Między innymi z tego powodu metoda SEA jest chętnie wykorzystywana podczas symulacji rozptywu energii w złożonych systemach wibroakustycznych w zakresie średnich i dużych częstotliwości. Według autora, dalsze prace prowadzone nad udoskonalaniem i poszerzaniem zakresu stosowalności metod SEA i E-SEA stanowią ważny punkt w rozwoju metod wirtualnego prototypowania. Inżynierowie korzystający z opracowanych metod mogą jeszcze sprawniej projektować ciche maszyny, urządzenia i pojazdy. Efekt końcowy w postaci obustronnego zysku klienta (zapewniony komfort akustyczny) oraz producenta (atrakcyjny marketingowo parametr charakteryzujący dany produkt) wydaje się w pełni uzasadniać kontynuację badań nad znanymi metodami w celu ich dalszego rozwoju oraz usprawnienia.

Bibliografia

- Aung Aung Htut Khaung. Prediction of noise propagation on board a motor yacht using statistical energy analysis (sea). 2018.
- Mehmet Avcu i Ahmet Güney. Computation of dominant energy transmission paths for ship structure using a graph theory algorithm. *Ocean Engineering*, 161:136–153, 2018.
- M Beshara i AJ Keane. Statistical energy analysis of multiple, non-conservatively coupled systems. *Journal of sound and vibration*, 198(1):95–122, 1996.
- Mandale Maruti Bhagwan i Bangarubabu Popuri. Estimation of coupling loss factors for rectangular plates with different materials and junctions. *Noise & Vibration Worldwide*, 50(9-11):306–312, 2019.
- D_A_ Bies i S Hamid. In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method. *Journal of Sound and Vibration*, 70(2):187–204, 1980.
- Brandon Bloss i Mohan D Rao. A comparison between power injection and impulse response decay methods for estimating frequency averaged loss factors for sea. *SAE transactions*, strony 1878–1890, 2003.
- Gerard Borello. Prediction of sound transmission in aircraft over the mid and high frequency range. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 258, strony 5115–5124. Institute of Noise Control Engineering, 2018.
- G erard Borello i Laurent Gagliardini. Virtual sea: towards an industrial process. In *SAE Noise and Vibration Conference Proceedings*, numer 2007-01, strona 2302, 2007.
- Mohamed Bouhaj, O Von Estorff, i Alexander Peiffer. An approach for the assessment of the statistical aspects of the sea coupling loss factors and the vibrational energy transmission in complex aircraft structures: Experimental investigation and methods benchmark. *Journal of Sound and Vibration*, 403: 152–172, 2017.
- C Cacciolati i JL Guyader. Measurement of sea coupling loss factors using point mobilities. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 346(1681):465–475, 1994.

- Bahar Cavcar Yayladere. Prediction of noise transmission in a submerged structure by statistical energy analysis. Master's thesis, Middle East Technical University, 2012.
- Xin Chen, Dengfeng Wang, i Zhengdong Ma. Simulation on a car interior aerodynamic noise control based on statistical energy analysis. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 25(5):1016–1021, 2012.
- Raef Cherif, Jean-Daniel Chazot, i Noureddine Atalla. Damping loss factor estimation of two-dimensional orthotropic structures from a displacement field measurement. *Journal of sound and vibration*, 356:61–71, 2015.
- Benjamin Cimerman, Tej Bharj, i Gerard Borello. Overview of the experimental approach to statistical energy analysis. In *SAE CONFERENCE PROCEEDINGS P*, volume 2, strony 783–788. SOC AUTOMATIVE ENGINEERS INC, 1997.
- Terence Connelly. *Structural vibration transmission in ships using statistical energy analysis*. PhD thesis, Heriot-Watt University, 1999.
- V Cotoni, RS Langley, i MRF Kidner. Numerical and experimental validation of variance prediction in the statistical energy analysis of built-up systems. *Journal of Sound and Vibration*, 288(3):701–728, 2005.
- Vincent Cotoni, Phil Shorter, i Robin Langley. Numerical and experimental validation of a hybrid finite element-statistical energy analysis method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(1):259–270, 2007.
- Robert JM Craik. The prediction of sound transmission through buildings using statistical energy analysis. *Journal of sound and Vibration*, 82(4):505–516, 1982.
- Robert JM Craik. Sound transmission paths through a statistical energy analysis model. *Applied Acoustics*, 30(1):45–55, 1990.
- Lothar Cremer i Manfred Heckl. *Structure-borne sound: structural vibrations and sound radiation at audio frequencies*. Springer Science & Business Media, 2013.
- Antonio Culla i Aldo Sestieri. Is it possible to treat confidentially sea the wolf in sheep's clothing? *Mechanical systems and signal processing*, 20(6):1372–1399, 2006.
- Antonio Culla, Annalisa Fregolent, Silvia Milana, i inni. Vibroacoustic optimization using a statistical energy analysis model. *Journal of Sound and Vibration*, 375:102–114, 2016.
- Barbara Cunha, Christophe Droz, Abdelmalek Zine, Stéphane Foulard, i Mohamed Ichchou. A review of machine learning methods applied to structural dynamics and vibroacoustic. *arXiv preprint arXiv:2204.06362*, 2022.
- JM Cuschieri i JC Sun. Use of statistical energy analysis for rotating machinery, part i: Determination of dissipation and coupling loss factors using energy ratios. *Journal of Sound and Vibration*, 170(2):181–190, 1994.
- MJ Fernández de las Heras, M Chimeno Manguán, E Roibás Millán, LJ Fernández de las Heras, i F Simón Hidalgo. Determination of sea loss factors by monte carlo filtering. *Journal of Sound and Vibration*, 479: 115348, 2020.

- Cristina Díaz-Cereceda, Jordi Poblet-Puig, i Antonio Rodríguez-Ferran. Automatic subsystem identification in statistical energy analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 54:182–194, 2015.
- Mark Ewing, Kranthi Vatti, i Ignatius Vaz. Coupling loss factor estimation for plates joined at a point: Analysis and experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(3):1769–1769, 2010.
- FJ Fahy i HM Ruivo. Determination of statistical energy analysis loss factors by means of an input power modulation technique. *Journal of sound and vibration*, 203(5):763–779, 1997.
- Frank J Fahy. Statistical energy analysis: a critical overview. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 346(1681):431–447, 1994.
- Frank J Fahy. An alternative to the sea coupling loss factor: rationale and method for experimental determination. *Journal of Sound and Vibration*, 214(2):261–267, 1998.
- Frank J Fahy i Yao De-Yuan. Power flow between non-conservatively coupled oscillators. *Journal of Sound and Vibration*, 114(1):1–11, 1987.
- Maria Jos Fernández De Las Heras, Marcos Chimeno, Elena Roibs Milln, i Francisco Simn Hidalgo. On the influence of the condition number on the resolution of an esea model. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 257, strony 153–161. Institute of Noise Control Engineering, 2018.
- Svante Finnveden. A quantitative criterion validating coupling power proportionality in statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 330(1):87–109, 2011.
- Grant Fraser. *Structure borne sound in motor-vehicles using statistical energy analysis*. PhD thesis, Heriot-Watt University Edinburgh, 1998.
- Jintao Gu i Meiping Sheng. Improved energy ratio method to estimate coupling loss factors for series coupled structure. *Journal of Mechanical Engineering*, 45(1):37–40, 2015.
- Oriol Guasch. A direct transmissibility formulation for experimental statistical energy analysis with no input power measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 330(25):6223–6236, 2011.
- Oriol Guasch i Àngels Aragonès. Finding the dominant energy transmission paths in statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 330(10):2325–2338, 2011.
- Oriol Guasch i Lluís Cortes. Graph theory applied to noise and vibration control in statistical energy analysis models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(6):3657–3672, 2009.
- Oriol Guasch, Àngels Aragonès, i Marcel Janer. A graph cut strategy for transmission path problems in statistical energy analysis. *Mechanical systems and signal processing*, 30:343–355, 2012.
- Pavan Gupta i Anand Parey. Prediction of sound transmission loss of cylindrical acoustic enclosure using statistical energy analysis and its experimental validation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 151(1):544–560, 2022.
- Kazuo Hattori, Kazuo Nakamachi, i Masanobu Sanada. Prediction of underwater sound radiated from ship's hull by using statistical energy analysis. 1985.

- KH Heron. Advanced statistical energy analysis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 346(1681):501–510, 1994.
- KH Heron. Predictive sea using line wave impedances. In *IUTAM symposium on statistical energy analysis*, strony 107–118. Springer, 1999.
- Susumu Hirakawa i Carl Hopkins. Prediction of heavy impact sounds using transient statistical energy analysis and finite element methods. In *Proceedings of the 25th International Congress on Sound and Vibration*, strony 4377–4383, 2018.
- CH Hodges, P Nash, i J Woodhouse. Measurement of coupling loss factors by matrix fitting: An investigation of numerical procedures. *Applied Acoustics*, 22(1):47–69, 1987.
- C Hopkins. Statistical energy analysis of coupled plate systems with low modal density and low modal overlap. *Journal of sound and vibration*, 251(2):193–214, 2002.
- C Hopkins. Experimental statistical energy analysis of coupled plates with wave conversion at the junction. *Journal of Sound and Vibration*, 322(1-2):155–166, 2009.
- Ho-Jin Hwang. Prediction and validation of high frequency vibration responses of nasa mars pathfinder spacecraft due to acoustic launch load using statistical energy analysis. 2002.
- Marek Iwaniec. Damping loss factor estimation in plates. *Molecular and Quantum Acoustics*, 24:61–68, 2003.
- Marek Iwaniec i Jerzy Wiciak. Acoustical modelling of the double aluminium plate system by the use of the sea method. *Molecular and Quantum Acoustics*, 24:69, 2003.
- Lin Ji, Xiaozhen Sheng, Xinbiao Xiao, Zefeng Wen, i Xuesong Jin. A review of mid-frequency vibro-acoustic modelling for high-speed train extruded aluminium panels as well as the most recent developments in hybrid modelling techniques. *Journal of Modern Transportation*, 23(3):159–168, 2015.
- Hyun-Sil Kim, Jae-Seung Kim, Seong-Hyun Lee, i Yun-Ho Seo. A simple formula for insertion loss prediction of large acoustical enclosures using statistical energy analysis method. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 6(4):894–903, 2014.
- Thibault Lafont, Nicolas Totaro, i Alain Le Bot. Coupling strength assumption in statistical energy analysis. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 473(2200):20160927, 2017.
- ML Lai i A Soom. Prediction of transient vibration envelopes using statistical energy analysis techniques. *Journal of Vibration and Acoustics*, 112:127–137, 1990.
- N Lalor. Practical consideration for the measurement of internal and coupling loss factors on complex structures. *ISVR Technical Report*, 1990.
- N Lalor. Experimental statistical energy analysis: A tool for the reduction of machinery noise. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 99(4):2568–2574, 1996.
- Robin Stewart Langley, DH Hawes, Tore Butlin, i Y Ishii. A derivation of the transient statistical energy analysis (tsea) equations with benchmark applications to plate systems. *Journal of Sound and Vibration*, 445:88–102, 2019.

- RS Langley. Elastic wave transmission coefficients and coupling loss factors for structural junctions between curved panels. *Journal of Sound and Vibration*, 169(3):297–317, 1994.
- RS Langley i PJ Shorter. The wave transmission coefficients and coupling loss factors of point connected structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(4):1947–1964, 2003.
- Charles L Lawson i Richard J Hanson. *Solving least squares problems*. SIAM, 1995.
- Alain Le Bot. *Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics*. OUP Oxford, 2015.
- Alain Le Bot i Vincent Cotoni. Validity diagrams of statistical energy analysis. *Journal of sound and vibration*, 329(2):221–235, 2010.
- Jörg Liesen, Miroslav Rozložník, i Zdenek Strakos. Least squares residuals and minimal residual methods. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 23(5):1503–1525, 2002.
- Quanmin Liu, David J Thompson, Peipei Xu, Qingsong Feng, i Xiaozhen Li. Investigation of train-induced vibration and noise from a steel-concrete composite railway bridge using a hybrid finite element-statistical energy analysis method. *Journal of Sound and Vibration*, 471:115197, 2020.
- Richard H Lyon, Richard G DeJong, i Manfred Heckl. Theory and application of statistical energy analysis, 1995.
- FX Magrans. Definition and calculation of transmission paths within an sea framework. *Journal of Sound and Vibration*, 165(2):277–283, 1993.
- Maruti B Mandale, P Bangaru Babu, i SM Sawant. Statistical energy analysis parameter estimation for different structural junctions of rectangular plates. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 230(15):2603–2610, 2016.
- Laurent Maxit i J-L Guyader. Extension of sea model to subsystems with non-uniform modal energy distribution. *Journal of sound and vibration*, 265(2):337–358, 2003.
- R Ming. An experimental comparison of the sea power injection method and the power coefficient method. *The Shock and Vibration Digest*, 38(4):370–371, 2006.
- Ruisen Ming. The measurement of coupling loss factors using the structural intensity technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(1):401–407, 1998.
- Philippe Moron, Robert Powell, Dave Freed, Franck Perot, Bernd Crouse, Barbara Neuhierl, Frank Ullrich, Michael Höll, Artur Waibl, i Cornelia Fertl. A cfd/sea approach for prediction of vehicle interior noise due to wind noise. Technical report, SAE Technical Paper, 2009.
- P Nieradka i A Dobrucki. A modification of the monte carlo filtering approach for correcting negative sea loss factors. *Acoustics*, 4(4):1028–1044, 2022.
- P Nieradka i A Dobrucki. Study on the effectiveness of monte carlo filtering when correcting negative sea loss factors. *Archives of Acoustics*, 48(2):201–218, 2023.
- P Nieradka, A Dobrucki, i B Chmielewski. Assessing the quality of corrected negative sea loss factors using tlf criterion. In *Forum Acusticum*, 2023.

- R Panuszka, J Wiciak, i M Iwaniec. Experimental assessment of coupling loss factors of thin rectangular plates. *Archives of Acoustics*, 30(4):533–551, 2005.
- RJ Pinnington i D Lednik. Transient statistical energy analysis of an impulsively excited two oscillator system. *Journal of Sound and Vibration*, 189(2):249–264, 1996.
- AJ Price i MJ Crocker. Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 47(3A):683–693, 1970.
- MB Priestley. Power spectral analysis of non-stationary random processes. *Journal of Sound and Vibration*, 6(1):86–97, 1967.
- CJ Radcliffe i XL Huang. Putting statistics into the statistical energy analysis of automotive vehicles. 1997.
- MJ Sablik. Coupling loss factors at a beam l-joint revisited. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 72(4):1285–1288, 1982.
- MP Sheng, MQ Wang, i JC Sun. Effective internal loss factors and coupling loss factors for non-conservatively coupled systems. *Journal of sound and vibration*, 209(4):685–694, 1998.
- MP Sheng, MQ Wang, JC Sun, i B Qian. Statistical energy analysis for complicated coupled system and its application in engineering. *Journal of sound and vibration*, 274(3-5):877–891, 2004.
- Dávid Sipos, Marcell Ferenc Treszkai, i Dániel Feszty. Validation of finite element connection modeling by comparison of experimental and virtual power injection methods. *Journal of Vibroengineering*, 25(1), 2022.
- PW Smith Jr. Statistical models of coupled dynamical systems and the transition from weak to strong coupling. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 65(3):695–698, 1979.
- GM Spelman i RS Langley. Statistical energy analysis of nonlinear vibrating systems. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 373(2051):20140403, 2015.
- GJ Stimpson, JC Sun, i EJ Richards. Predicting sound power radiation from built-up structures using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 107(1):107–120, 1986.
- Jincai Sun. Measuring method of dissipation and coupling loss factors for complex structures. In *Chinese Science Abstracts Series A*, volume 4, strona 24, 1995.
- AN Thite i BR Mace. Robust estimation of coupling loss factors from finite element analysis. *Journal of sound and vibration*, 303(3-5):814–831, 2007.
- Nicolas Totaro i Jean-Louis Guyader. Sea substructuring using cluster analysis: The mir index. *Journal of Sound and Vibration*, 290(1-2):264–289, 2006.
- Nicolas Totaro i Jean-Louis Guyader. Modal energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 332(16):3735–3749, 2013.
- Marcell Ferenc Treszkai, Alexander Peiffer, Daniel Feszty, i inni. Power injection method-based evaluation of the effect of binding technique on the coupling loss factors and damping loss factors in statistical energy analysis simulations. *Manufacturing Technology*, 21(4):544–558, 2021.

- Bernard Troclet, B Hiverniau, MN Ichchou, L Jezequel, K Kayvantash, T Bekkour, JB Mouillet, i A Gallet. Fem/sea hybrid method for predicting mid and high frequency structure-borne transmission. *The Open Acoustics Journal*, 2(1), 2009.
- Yan K Tso. The evaluation of transmission efficiency and coupling loss factor of structural junctions. Technical report, MATERIALS RESEARCH LABS ASCOT VALE (AUSTRALIA), 1993.
- Gladys L Unger i Eric W Wood. Richard h. lyon—sounds of quality products. *SOUND AND VIBRATION*, 50 (6), 2016.
- Xu Wang. Coupling loss factor of linear vibration energy harvesting systems in a framework of statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 362:125–141, 2016.
- M Wilson, B Josefson, M Wilson, i B Josefson. Combining fea and sea in mechanical intensity analysis. In *38th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, strona 1035, 1997.
- J Woodhouse. An introduction to statistical energy analysis of structural vibration. *Applied Acoustics*, 14(6): 455–469, 1981.
- Qihang Xiao, Guiyong Zhang, Zhigang Chen, Guibin Wu, i Youyun Xu. A hybrid csrpim/sea method for the analysis of vibro-acoustic problems in mid-frequency range. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 146:146–154, 2023.
- Roberto Zarate, Marcelo Lopez, i Martín Ortega. Estimation of coupling loss factors employed in the statistical energy analysis of kitchen appliances. In *Proceedings of Meetings on Acoustics 173EAA*, volume 30, strona 030008. Acoustical Society of America, 2017a.
- Roberto Zarate, Edgardo Matus, Marcelo Lopez, i Luis Ballesteros. Design of quieter kitchen appliances: Sound pressure level modeling and validation of a household refrigerator using statistical energy analysis. In *Proceedings of Meetings on Acoustics 173EAA*, volume 30, strona 030009. Acoustical Society of America, 2017b.
- Roberto Zárate, Jordi Poblet-Puig, Martín Ortega, i Marcelo López-Parra. Statistical energy analysis model for sound pressure level prediction on refrigerators. *Acoustics Australia*, 48(2):233–250, 2020.