

**POLITECHNIKA WROCŁAWSKA**  
**WYDZIAŁ GEOINŻYNIERII, GÓRNICICTWA I GEOLOGII**

**Maksymilian Ozdoba**

**Modelowanie i identyfikacja drgań poprzecznych  
taśmy przenośnikowej**

Modelling and identification of transverse vibrations of the conveyor belt

**Promotor: dr hab. inż. Robert Król prof. PWr**

**Słowa kluczowe:** drgania poprzeczne; taśma przenośnikowa; przenośnik taśmowy; pomiar drgań; diagnostyka; rezonans.

WROCŁAW 2022

## Spis treści

1. <b>Wprowadzenie</b> .....	4
1.1. Wzbudzanie drgań .....	6
1.2. Zjawisko drgań poprzecznych taśmy.....	8
2. <b>Modelowanie drgań poprzecznych przenośnika taśmowego</b> .....	13
2.1. Czynniki wpływające na postać drgań taśmy przenośnikowej.....	13
2.2. Modele obliczeniowe drgań taśmy .....	19
2.2.1. Model struny .....	20
2.2.2. Model Lodewijksa .....	24
2.2.3. Model Harrisona .....	25
2.3. Modele drgań w praktyce projektowej .....	26
2.4. Pomiar drgań taśmy .....	28
3. <b>Motywacja</b> .....	32
4. <b>Teza pracy</b> .....	36
5. <b>Nowa metoda pomiaru drgań poprzecznych taśmy</b> .....	37
5.1. Zasada działania.....	38
5.2. Proces przetwarzania danych.....	41
6. <b>Model drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej bazujący na belce osiowo rozciąganej</b> .....	48
7. <b>Badania wpływu kąta niecki na częstotliwość drgań poprzecznych taśmy</b> .....	53
7.1. Stanowisko pomiarowe.....	53
7.2. Opracowanie wyników .....	57
7.3. Dokładność pomiaru .....	63
7.4. Zjawisko rezonansu .....	64
8. <b>Badania częstotliwości drgań poprzecznych w warunkach in-situ</b> .....	68
8.1. Przenośnik testowy .....	68
8.2. Model przenośnika – QNK-TT.....	70
8.3. Pomiar drgań na przenośniku .....	73
8.4. Porównanie wyników – pomiar i model .....	78
9. <b>Podsumowanie</b> .....	80
10. <b>Wnioski</b> .....	82
11. <b>Spis literatury</b> .....	83
Spis rysunków .....	91
Spis tabel.....	95
Streszczenie .....	96
Abstract.....	98

## Wykaz najważniejszych symboli

$B$  – szerokość taśmy [m]

$d_k$  – średnica krążnika, elementu obrotowego [m]

$f_k$  – częstotliwość obrotów krążnika [Hz]

$h_t$  – grubość taśmy przenośnikowej [m]

$l_k$  – rozstaw podpór krążnikowych [m]

$l_m$  – długość krążnika środkowego [m]

$l_t$  – długość odcinka taśmy między połączeniami [m]

$l_{ts}$  – długość krążnika formującego nieckę [m]

$m_t$  – masa powierzchniowa taśmy [ $\text{kg/m}^2$ ]

$S$  – pole przekroju poprzecznego taśmy [ $\text{m}^2$ ]

$T$  – siła w taśmie [N]

$v_t$  – prędkość liniowa taśmy [m/s]

$\zeta$  – przesunięcie w pionie od osi obojętnej środka ciężkości bocznego odcinka niecki [m]

$\rho$  – gęstość taśmy [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\omega_k$  – prędkość kątowa krążnika [m/s]

## 1. Wprowadzenie

Pracy przenośnika taśmowego towarzyszą zjawiska dynamiczne, wśród których szczególną pozycję mają drgania taśmy przenośnikowej. Drgania taśmy dzielą się na drgania poprzeczne oraz podłużne. Drgania podłużne taśmy stanowią obszerne zagadnienie badawcze i są związane z propagacją i tłumieniem fal naprężeń w taśmie przenośnikowej, prędkością propagacji oraz zjawiskiem tłumienia. W tematyce badań drgań podłużnych taśmy powstało wiele prac opisujących procesy modelowania oraz identyfikacji zjawiska [1]–[4]. Drgania poprzeczne, którym poświęcona jest praca są wielkością opisującą cykliczne przemieszczenia cięgna w kierunku pionowym między sąsiadującymi podporami krążnikowymi. Można wymienić wiele mechanizmów wzbudzania drgań poprzecznych. Występują drgania wzbudzone w sposób niekontrolowany, które wynikają z konstrukcji taśmy, z elektromechanicznych parametrów pracy, z wad produkcyjnych oraz wad konstrukcji trasy. Druga grupa drgań jest związana z drganiami powstałymi w trakcie pracy przenośnika w wyniku zmiany jego parametrów pracy, a także celowego wzbudzania drgań [5]. W literaturze przyjęto, że dominujący i możliwy do wyznaczenia wpływ na wzbudzanie drgań taśmy mają elementy obrotowe [3], [6]. Mimo wymagań projektowych, elementy obrotowe typu krążniki, bębny ze względu na mimośrodowość wynikającą z konstrukcji, wad produkcyjnych lub występujących uszkodzeń wzbudzają drgania taśmy. Częstotliwość wzbudzania drgań związana z obrotami krążników jest sprawdzana przy doborze rozstawu podpór krążnikowych [3], [6]–[9]. Drgania poprzeczne taśmy są zjawiskiem niezwykle istotnym i muszą być analizowane podczas projektowania przenośników taśmowych, ze względu na możliwość wystąpienia rezonansów taśmy. Nasilone zjawisko drgań taśmy w częstotliwościach rezonansowych często prowadzi do występowania kosztownych w skutkach awarii przenośnika [10]. Wibracje taśmy mogą oddziaływać na urobek powodując jego segregację na taśmie przenośnika [11]. Praca przenośnika w rezonansie prowadzi do przyspieszonego zużycia krążników oraz łożysk [12]–[15]. Drgania mogą również powodować wysypywanie się materiału, obniżenie trwałości cięgna, a także utratę właściwości nosiwa [16]. Istnieje także możliwość powiązania częstotliwości drgań taśmy z emisją hałasu przenośnika taśmowego [17]. Dlatego istotne jest wyznaczenie częstotliwości drgań poprzecznych taśmy jakie mogą wystąpić na przenośnikach dla wszystkich wariantów pracy, tak by wykluczyć dobór komponentów wzbudzających drgania w zakresach powodujących ryzyko wystąpienia rezonansu.

Na potrzeby projektowania przenośników taśmowy z uwzględnieniem drgań poprzecznych stosowane są modele obliczeniowe. Bardzo popularnym modelem jest model struny, który uwzględnia tylko gęstość liniową cięgna oraz siłę rozciągającą. W oparciu o ten prosty model formułowane są warunki krytycznego rozstawu krążników oraz wyznaczone obszary sił rezonansowych. Model strunowy jest rekomendowany w pracach [3], [6], jak również w przewodniku CEMA stanowiącym zbiór dobrych praktyk dla projektowania przenośników taśmowych [18]. Firmy

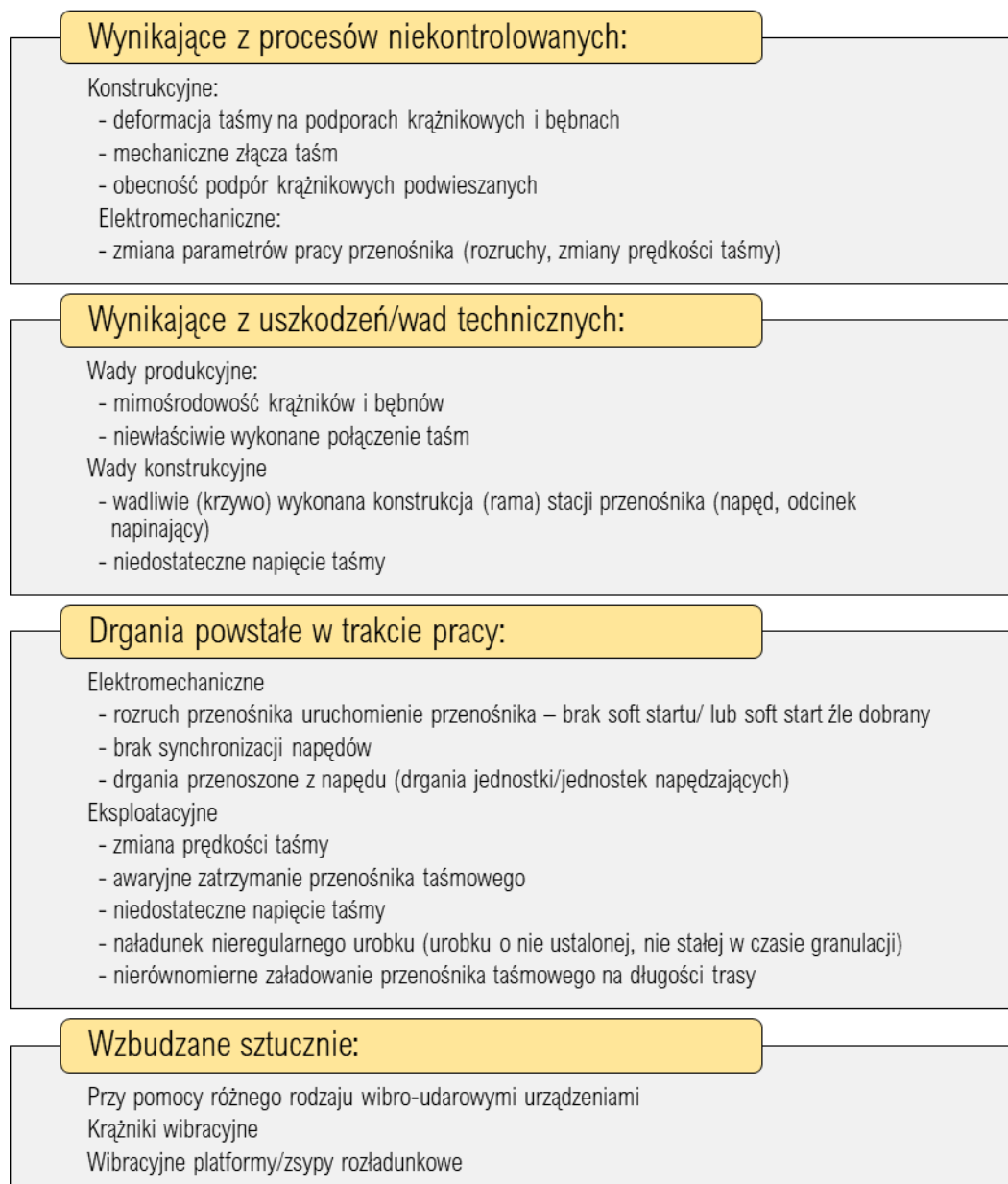
związane z projektowaniem przenośników taśmowych wykorzystują również zaproponowany przez Lodewijksa model drgań poprzecznych bazujący na metodzie elementów skończonych z elementami belki [19]. Obszerne rozwiązanie zagadnienia drgań zaproponował Harrison, wykorzystując mechanikę drgań płyty, z uwzględnieniem warunków brzegowych zależnych od geometrii niecki oraz wyróżników drgań [20]. Proponowane były również inne modele, które rozwijały zjawisko drgań struny lub belki, ale większość z nich nie została zaadaptowana na potrzeby rozpatrywania drgań taśmy oraz do praktyk projektowanych [21]–[24]. Większość modeli teoretycznych było testowanych w warunkach laboratoryjnych w małej skali [25], w warunkach statycznych [1] oraz dla płaskiego biegu taśmy [1], [10], [25], [26]. Prowadzone były również analizy teoretyczne modeli drgań taśmy w celu poszukiwania rozwiązań liniowych oraz nieliniowych, a także uwzględniające zmienną w czasie prędkość ciągu [27]–[31]. W literaturze znajdują się obszerne analizy zjawiska drgań belek, jednak nie są stosowane na potrzeby interpretacji drgań taśmy [32]–[36]. Część z modeli pomija moduł oraz sztywność taśmy przenośnikowej, co może wynikać z badań prowadzonych w specyficznych warunkach, nieuwzględniających rzeczywistych warunków pracy.

Weryfikacja drgań taśmy wymaga wykorzystania skutecznych metod pomiarowych. W literaturze można znaleźć prace, w których opisano stosowane sposoby pomiaru. Lodewijks wykorzystywał metodę bazującą na pomiarze odległości taśmy względem nieruchomego czujnika akustycznego [19]. Sawicki i Bartelmus wykorzystali mikrofon zbliżony do powierzchni taśmy przenośnikowej, oznaczając częstotliwości drgania taśmy cechujące się największymi amplitudami [26]. Harrison wykorzystywał pomiar zmiennego pola magnetycznego wywołanego ruchem linek stalowych w obszarze układu przetworników [10]. Możliwe jest wykorzystanie metod wizyjnych, które umożliwiają rejestrację przemieszczeń punktów w czasie pomiaru [37], [38]. Wszystkie te metody umożliwiają pomiar drgań taśmy w ustalonym punkcie na trasie przenośnika, niestety ich stosowalność ogranicza się do prowadzenia badań w warunkach laboratoryjnych. Zasadne jest poszukiwanie nowych metod pomiarowych, które umożliwią weryfikację drgań taśmy w warunkach in-situ dla przenośnika obciążonego urobkiem jak również dla biegu pustego.

Właściwie dobrany model oraz skuteczna metoda pomiarowa stanowią punkt wyjścia do prognozowania wybranych parametrów pracy przenośnika z wykorzystaniem zmierzonych drgań taśmy. Dla znanych warunków pracy oraz częstotliwości drgań możliwe jest wyznaczenie sił w taśmie przenośnika taśmowego na całej długości jego trasy. Stanowi to obszar badawczy o dużym potencjale poznawczym, ponieważ aktualnie stosowane techniki pomiarowe umożliwiają pomiar sił w taśmie dla konkretnej lokalizacji trasy przenośnika lub wyznaczane są teoretycznie dla konkretnych wariantów pracy na etapie projektowania przenośnika taśmowego.

## 1.1. Wzbudzenie drgań

Drgania taśmy wprowadzonej w ruch, zależą od rodzaju i budowy taśmy przenośnikowej, parametrów pracy a także konstrukcji trasy. Jednak niezwykle ważne jest uwzględnienie czynników, które wzbudzają drgania [24]. Przenośnik taśmowy jest złożonym układem dynamicznym, gdzie występuje wiele potencjalnych źródeł drgań, do których zaliczyć należy m.in. mimośrodowe elementy obrotowe [3], [6], [25] czy same złącza taśmy [15], [25]. Istnieje kompleksowy podział źródeł drgań taśmy przenośnikowej uwzględniający sposób i charakter wzbudzania związany z budową i sposobem pracy przenośnika taśmowego. Według [5] wyróżnia się źródła: wynikające z procesów niekontrolowanych, z normalnej pracy przenośnika oraz sztucznie wzbudzone. Klasyfikację źródeł wzbudzania drgań poprzecznych taśmy szczegółowo przedstawia rysunek 1.



Rysunek 1. Szczegółowy podział przyczyn powstawiania drgań taśmy [5].

Prezentowana klasyfikacja drgań obejmuje szereg czynników występujących podczas pracy przenośnika. Nie wszystkie z wymienionych źródeł występują na każdym przenośniku taśmowym. Część z opisanych czynników wzbudzających dotyczy warunków nieustalonych pracy np. rozruch, awaryjne zatrzymanie taśmy, co powoduje, że wymieniony czynnik może mieć wpływ na drgania przenośnika, jednak bez specjalistycznych badań nie ma możliwości oceny częstotliwości oraz rodzaju wzbudzanych drgań. Wiele z wymienionych czynników jest konsekwencją ruchu taśmy oraz elementów ruchomych. Mimośrodowość krążników, obecne na taśmie złącza w wyniku ruchu taśmy przenośnikowej powodują cykliczne wzbudzanie drgań, których częstotliwość jest zależna od prędkości taśmy. Nie bez znaczenia są również rodzaje uszkodzeń, liczba punktów wzbudzania na obwodzie krążnika oraz na pętli taśmy. Cykliczny charakter zależny od geometrii elementu oraz prędkości umożliwia na obliczenie teoretycznej częstości występowania uszkodzenia, co pozwala na wyznaczenie częstotliwości wzbudzanych drgań taśmy. W obliczeniach przenośników taśmowych powszechnie stosuje się wyznaczanie częstości drgań taśmy w oparciu o prędkość obwodową (1) oraz obroty krążnika (2):

$$\omega_k = \frac{2 \cdot v_t}{d_K} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \# (1)$$

$$f_k = \frac{v_t}{\pi \cdot d_K} [\text{Hz}] \# (2)$$

Gdzie:

$v_t$  – prędkość liniowa taśmy, m/s

$d_k$  – średnica krążnika, elementu obrotowego, m

W zależności od geometrii można przyjmować konkretne częstości wzbudzania drgań przypadające na obrót elementu. Przykładowo krążnik z punktowo uszkodzonym płaszczem będzie wzbudzał drgania jeden raz na obrót, natomiast krążnik, którego płaszcz uległ spłaszczeniu będzie wzbudzał drgania dwukrotnie na obrót [39]. Przykłady uszkodzeń krążnika przedstawiono na rysunku 2.



a)



b)

Rysunek 2. Przykłady uszkodzeń krążników: a) uszkodzenie punktowe płaszcza krążnika, b) uszkodzenie krążnika obwodowe krążnika (fotografia własna).

Złącze taśmy powoduje lokalną zmianę geometrii cięgna (grubości taśmy). Połączenie przechodzące przez podpory krążnikowe, wzbudza drgania, których częstotliwość zależy od ilości połączeń taśmy w całej pętli, prędkości liniowej oraz od rozstawu krążników. W zależności od ilości połączeń na taśmie w stosunku do prędkości taśmy oraz rozstawu krążników do prędkości taśmy możliwe jest wyznaczenie częstotliwości wzbudzenia. Częstotliwości te można opisać następującymi formułami (3 i 4):

$$f_s = \frac{v_t}{l_t} \# (3)$$

Gdzie:

$l_t$  – długość odcinka taśmy między połączeniami,  $m$

Oraz:

$$f_s^* = \frac{v_t}{l_k} \# (4)$$

$l_k$  – rozstaw podpór krążnikowych,  $m$

Pozostałe źródła drgań są charakterystyczne dla danej konfiguracji przenośnika, zastosowanego napędu lub innych zjawisk, których częstotliwości nie można opisać matematycznie. Często nie jest możliwe uwzględnienie tych częstotliwości na etapie projektowania, a dokładne informacje postaci drgań wynikają z pomiarów wykonanych na obiekcie. Drgania pozostałych komponentów stanowią osobne zagadnienia badawcze związane z drganiami napędów i innych podzespołów [40].

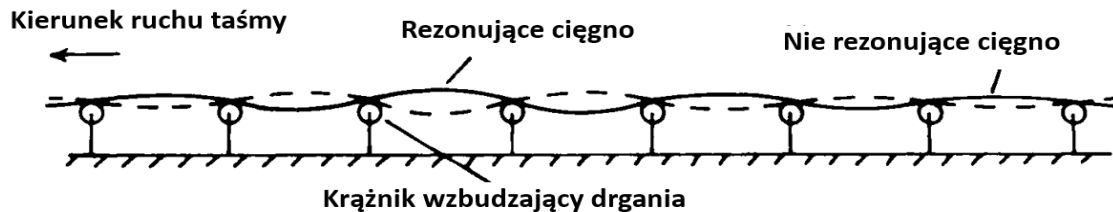
## 1.2. Zjawisko drgań poprzecznych taśmy

Drgania poprzeczne taśmy są zjawiskiem towarzyszącym pracy przenośnika i wynikającym z konkretnych warunków pracy, rozstawu podpór krążnikowych czy właściwości cięgna. W normalnych warunkach pracy drgania taśmy przyjmują postać cyklicznego ruchu cięgna między podporami krążnikowymi w kierunku poprzecznym do biegu taśmy, który może być opisany częstotliwością oraz amplitudą. Kiedy drgania taśmy nie przyjmują wartości zbliżonych do częstotliwości wzbudzenia nie stanowią zagrożenia. Zjawisko rezonansu występuje w momencie nałożenia się na siebie częstotliwości drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej oraz innego źródła wzbudzenia. Dochodzi wtedy do znacznego wzrostu amplitudy drgań taśmy. Drgające z określoną częstotliwością cięgno pobiera energię generowaną przez element pobudzający. Obecność urobku oraz właściwości materiału taśmy powodują zjawisko tłumienia drgań, jednak dla określonych amplitud oraz wartości sił wymuszających możliwe jest osiągnięcie stanu równowagi, co objawiać może się podtrzymaniem zjawiska rezonansu. Gdy układ nie jest w stanie rozproszyć energii drgań w postaci tarcia i tłumienia, dochodzi zazwyczaj do uszkodzenia lub zniszczenia elementów układu.

Rezonujące cięgno może przyjmować duże amplitudy i z uwagi na sztywność zginania, zachowywać się jak sprężysta fala poprzeczna. Zjawisko obejmuje kolejne etapy cięgna



z przeciwnymi fazami, powodując wystąpienie zjawiska rezonansu na dziesiątkach metrów. Cykliczne zginanie nie tylko obciąża taśmę, ale również prowadzi do gwałtownego zużycia elementów obrotowych z uwagi na spore obciążenia dynamiczne. Obecność nosiwa na taśmie powoduje tłumienie drgań taśmy, dlatego w największym stopniu zagrożone zjawiskiem rozprzestrzeniania się rezonansu jest ciągnio dolne oraz pusta taśma. Schemat zjawiska został przedstawiony na rysunku 3.



Rysunek 3. Typowe zjawisko rezonansu taśmy, wraz z falą giętą na odcinku taśmy, z uwzględnieniem przemieszczeń krawędzi na długości trasy [41].

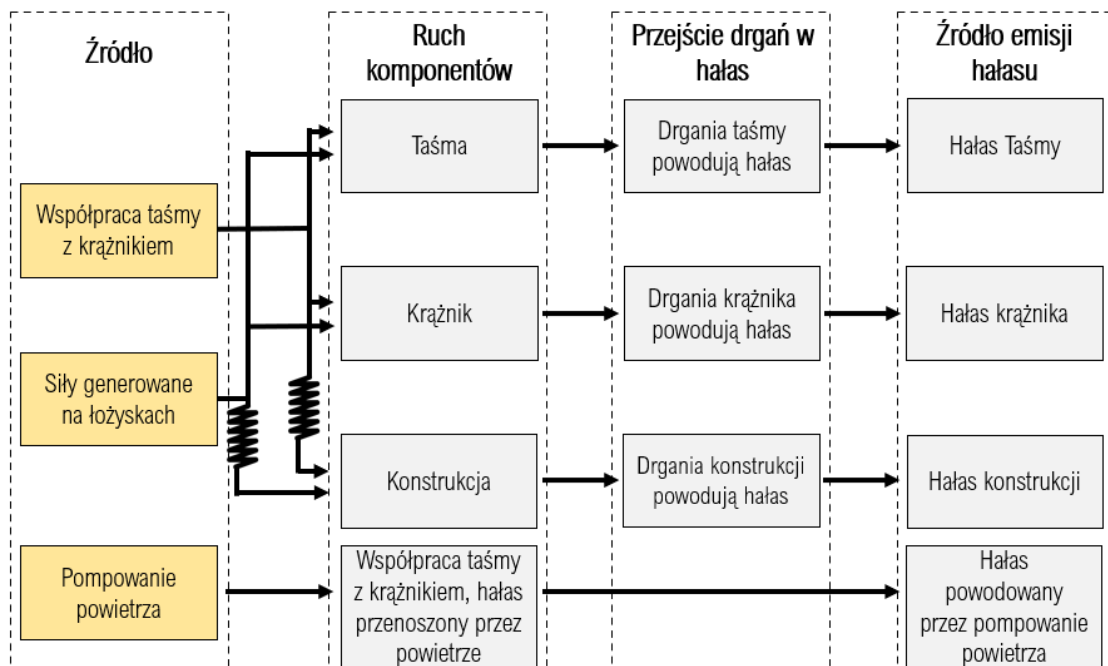
Drgania taśmy mogą również wpływać na transportowany materiał. W wyniku drgań taśmy typowym zjawiskiem jest warstwowanie się urobku. Cykliczne ruchy taśmy powodują przemieszczanie się drobnych frakcji w kierunku taśmy przenośnikowej. Drgania mogą powodować wysypywanie się materiału, obniżenie trwałości taśmy, a także utratę właściwości nosiwa [16]. Wystąpienie zjawiska rezonansu może powodować formowanie się charakterystycznych stożków materiału na taśmie powodując nieregularną dystrybucję materiału na długości przenośnika. Na rysunku 4 przedstawiono uformowane w wyniku wystąpienia rezonansu taśmy kopce rudy żelaza. Cykliczne pokonywanie podpór krążnikowych przez taśmę z uformowanymi kopcami urobku powodować może wprowadzenie do układu kolejnych okresowo występujących sił nasilających amplitudy drgań. Stąd istotne jest, aby rozważać drgania taśmy zarówno dla nieobciążonej taśmy jak i załadowanej taśmy.



*Rysunek 4. Charakterystyczne, formowane cyklicznie „kopce” transportowanego materiału, wywołane wystąpieniem rezonansu (Helix Technologies Pty Ltd).*

Przełożnik taśmowy jako układ mechaniczny znajdujący się w ruchu jest również źródłem hałasu. Poruszające się elementy tj. krążniki, bębny, ich łożyska czy drgająca poprzecznie taśma emitują hałas o określonym poziomie. Analiza mechanizmu generowania hałasu przez przełożnik taśmowy została przedstawiona na rysunku 5. Uwzględniona ona czynniki generujące hałas w postaci mechanicznej interakcji taśmy i krążnika, sił generowanych na łożyskach oraz pompowania powietrza. Sklasyfikowano elementy, które podczas ruchu mogą generować drgania. Poza ruchem taśmy wywołanym drganiami poprzecznymi taśmy przełożnikowej wyszczególniono ruch krążnika oraz konstrukcji.

Na emitowany przez przełożnik taśmowy hałas wpływ ma przede wszystkim charakter współpracy krążnika z taśmą oraz siły oddziałujące na wymienione już elementy obrotowe. Jednym ze zjawisk, które dotyczy ściśle charakteru współpracy ciernej taśmy i krążnika jest pompowanie powietrza. Jest to hałas wynikający z cyklicznego więzienia i uwalniania pęcherzy powietrza w strefie kontaktu taśmy z krążnikiem [42]. Zjawisko to wykazuje analogię do zjawiska emisji hałasu przez oponę samochodową. Na rysunku 5 przedstawiono mechanizm powstawiania hałasu przełożnika taśmowego z uwzględnieniem taśmy oraz czynników mających wpływ na wzbudzenie drgań, które przechodzą w hałas generowany przez odpowiedni komponent przełożnika.

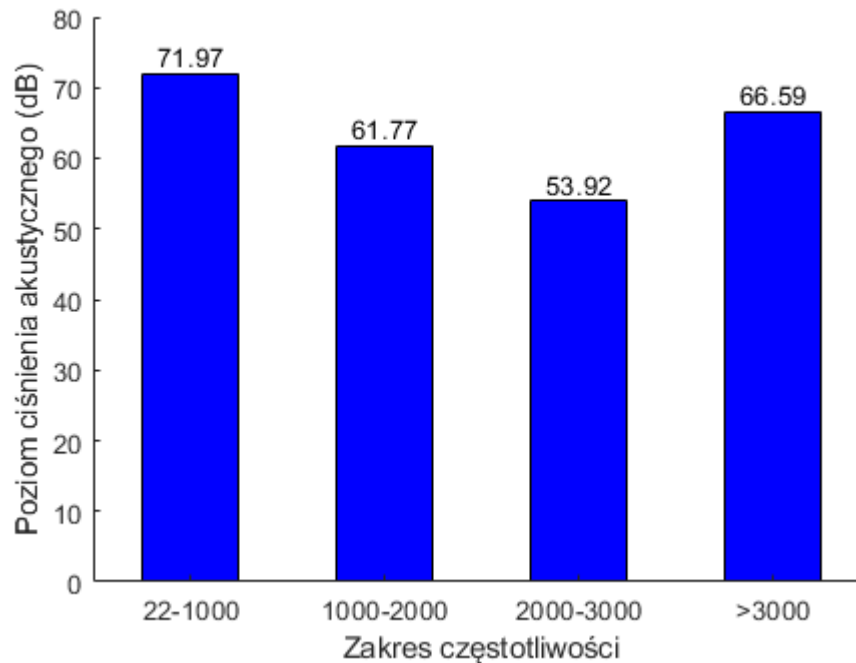


Rysunek 5. Mechanizm powstawania hałasu [42].

Bennett w pracy [43], analizując wpływ taśmy przenośnikowej na hałas do głównych przyczyn jego powstawania zaliczył: małe porcje powietrza uwięzione między taśmą a krążnikiem, drgania krążników zdominowane przez rezonanse, poślizg między elementami i drgania poprzeczne taśmy przenośnikowej. W pracy [17] dokonano podziału źródła hałasu generowanego przez przenośnik taśmowy w przedziałach częstotliwości w warunkach laboratoryjnych. Zaproponowano podział na cztery zidentyfikowane źródła oraz wskazano zakresy częstotliwości (Tabela 1). Natomiast na rysunku 6 przedstawiono poziom hałasu emitowanego przez poszczególne przedziały częstotliwości emitowanego hałasu. Z badań wynika, że hałas generowany przez drgania taśmy jest hałasem niskoczęstotliwościowym, o największym udziale w odniesieniu do całości.

Tabela 1. Główne źródła hałasu przenośnika w analizowanych przedziałach częstotliwości [17].

Zakres częstotliwości	Zidentyfikowane Źródło hałasu
22 - 1000	Napęd przenośnika, silnik, komponenty mechaniczne przenośnika w tym drgania poprzeczne taśmy
1000 - 2000	Napęd przenośnika, silnik elektryczny, komponenty mechaniczne przenośnika, łożyska krążników
2000 – 3000	Napęd przenośnika, silnik elektryczny, komponenty mechaniczne przenośnika, łożyska krążników, przejście taśmy przez bęben, zbieganie taśmy, nieliniowy bieg taśmy
3000 – 24 000	Silnik elektryczny, przejście taśmy przez bęben, zbieganie taśmy, nieliniowy bieg taśmy



Rysunek 6. Poziom hałasu dla zakresów częstotliwości [17].

Możliwe jest również teoretyczne wyznaczenie wpływu drgań poprzecznych na pobieraną przez napęd energię elektryczną. Próbę oszacowania ilości energii potrzebnej do powstawania drgań poprzecznych taśmy na podstawie cyklicznego przemieszczenia się masy taśmy obciążonej urobkiem, między podporami krążnikowymi przedstawiono w pracy [25]. Lodewijks oszacował, że dla płaskiego przenośnika o długości 1 000 m, transportującego węgiel o gęstości  $850 \text{ kg/m}^3$ , z wydajnością 2 500 t/h wartość mocy potrzebnej do podtrzymania drgań poprzecznych przenośnika taśmowego wynosi około 11,5 kW, co stanowi około 5,6% zainstalowanej mocy napędu. Co istotne założono, że amplituda cięga stanowi wartość około 1% długości rozstawu krążnikowego, zgodnie z sugestią Harrisona [10]. Przedstawiony przykład potwierdza, że zjawisko poprzecznych drgań taśmy może być rozpatrywane jako element powodujący konsumpcję energii przez przenośnik taśmowy, a występujące drgania są stałym elementem pracy przenośnika przyczyniającym się do dyssypacji energii napędu.

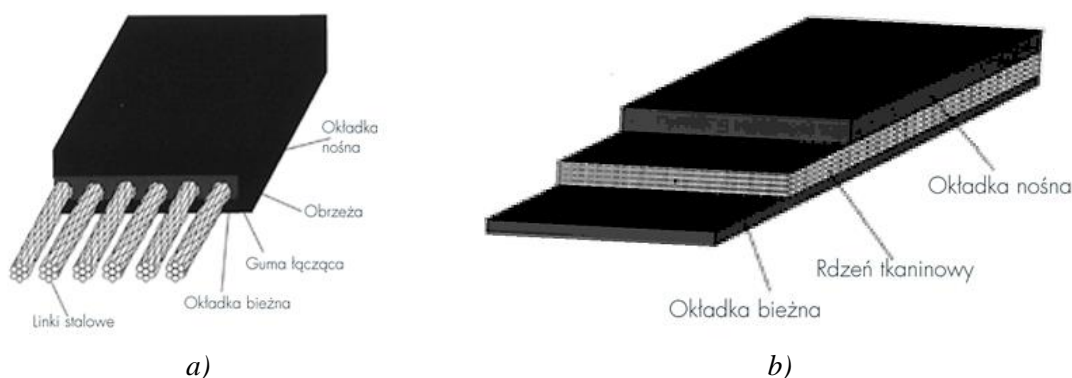
## 2. Modelowanie drgań poprzecznych przenośnika taśmowego

Aktualnie wiedza na temat drgań poprzecznych taśmy jest oparta na fizycznych modelach obliczeniowych. Według tych modeli drgająca między podporami krążnikowymi taśma jest sprowadzana do znanego obiektu mechanicznego, struny, belki lub płyty, a następnie na podstawie równań ruchu opracowany zostaje wzór użyteczny. Stosowane równania umożliwiają wyznaczenie częstotliwości drgań taśmy w oparciu o jej parametry oraz warunki pracy przenośnika. Stąd analizując drgania poprzeczne taśmy przenośnikowej konieczne jest dobre poznanie czynników wynikających z konstrukcji elementu drgającego oraz parametrów opisujących budowę całego układu.

### 2.1. Czynniki wpływające na postać drgań taśmy przenośnikowej

#### Budowa taśmy przenośnikowej.

Taśma przenośnikowa jest w większości przypadków kompozytem złożonym z gumy oraz rdzenia co powoduje to, że jest materiałem anizotropowym. Można wyróżnić dwa główne typy tj. taśmy z linkami stalowymi oraz taśmy tekstylne. W zależności od rdzenia taśmy zmienia się element przenoszący siły w taśmie oraz szereg zależnych parametrów takich jak sztywność, ciężar, zdolność układania się w nieckę oraz inne. Głównym zadaniem taśmy jest podtrzymywanie nosiwa, bowiem stanowi ona element nośny w trakcie wykonywania zadanie transportowe. W konsekwencji obciążenia urobkiem, napięcia wstępne oraz występujących na trasie oporów zmieniają się parametry pracy przenośnika wpływając na częstotliwości występujących drgań.



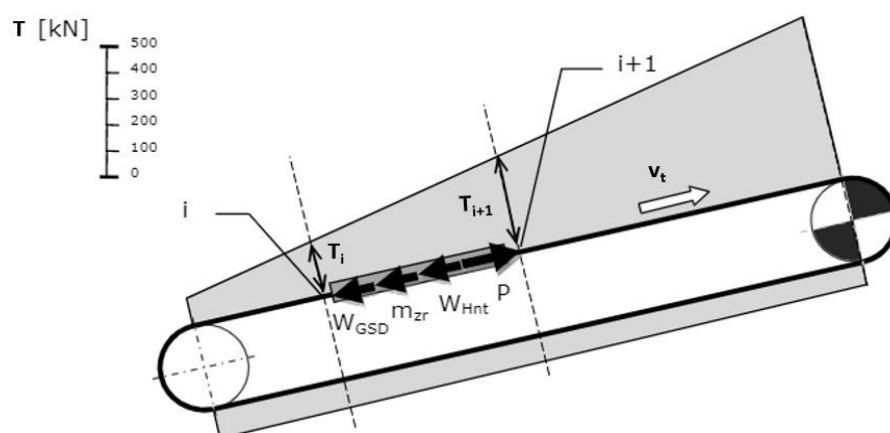
Rysunek 7. Rodzaje konstrukcji taśmy, a) taśma z linkami stalowymi, b) taśma tekstylna (LABOR SWTP INVESTMENT)

Pomimo wielu znanych rozwiązań konstrukcyjnych taśm przenośnikowych (rysunek 7), do wyznaczenia częstotliwość drgań poprzecznych najczęściej traktowana jest jako jednorodny ośrodek opisany siłą w taśmie oraz sztywnością przekroju. Harrison wykazał, że różnice między sztywnościami taśmy w kierunku poprzecznym i podłużnym na częstotliwość drgań jest niewielki, co pozwala traktować taśmę z linkami stalowymi jako izotropową płytę [44]. Konstrukcja taśmy ma pośredni wpływ na pozostałe parametry takie jak siła rozciągająca (moduł odkształceń, wytrzymałość na

rozciąganie) czy sztywność przekroju (moduł odkształceń, zdolność układania się taśmy w nieckę).

### Siła w taśmie

Siła w taśmie ma wpływ na wartość częstotliwości drgań poprzecznych. Jej wielkość jest związana z pracą przenośnika taśmowego, wynika z oporów na trasie przenośnika oraz siły napinającej. Opory ruchu przenośnika taśmowego dzielą się na dwie grupy związane z miejscem ich powstawania [3], [45]. Opory główne mają największy wpływ na opory ruchu przenośnika taśmowego [46]. Składowa oporów głównych jest związana oddziaływaniem taśmy i transportowanego materiału z krążnikami [47]–[50]. Opory skupione dotyczą głównie miejsc załadunku materiału, czyszczenia taśmy oraz przeginania taśmy na bębnach [3], [51], [52]. Ponadto nachylona trasa przenośnika generuje opory podnoszenia urobku oraz taśmy [53]. Wartość oporów zmienia się na długości przenośnika powodując nieliniowe zmiany sił w taśmie. Co istotne z punktu widzenia drgań poprzecznych taśmy, wykorzystanie modelu obliczeniowego wymaga wprowadzenia siły w taśmie dla konkretnego, analizowanego odcinka taśmy. Można zatem wnioskować, że wraz z przyrostem siły w taśmie przenośnika powinna zwiększać się częstotliwość drgań poprzecznych. Możliwość wykorzystania tej zależności zawarł w swojej pracy Lodewijks [19]. Przedstawił również wyniki badań częstotliwości w funkcji siły napinającej. Dynamika przyrostu oporów jest w dużej mierze zależna od rodzaju przenośnika, warunków pracy i przede wszystkim od kąta nachylenia przenośnika wymuszającego podnoszenie materiału skutkujące wystąpieniem dodatkowej składowej oporów podnoszenia. Na rysunku 8 przedstawiono przykładowy schemat przyrostu sił w taśmie na odcinku przenośnika. Zakładając obciążenie urobkiem ciągną górnego widoczny jest znacznie większy przyrost sił w taśmie ciągną górnego w porównaniu z ciągnem dolnym.

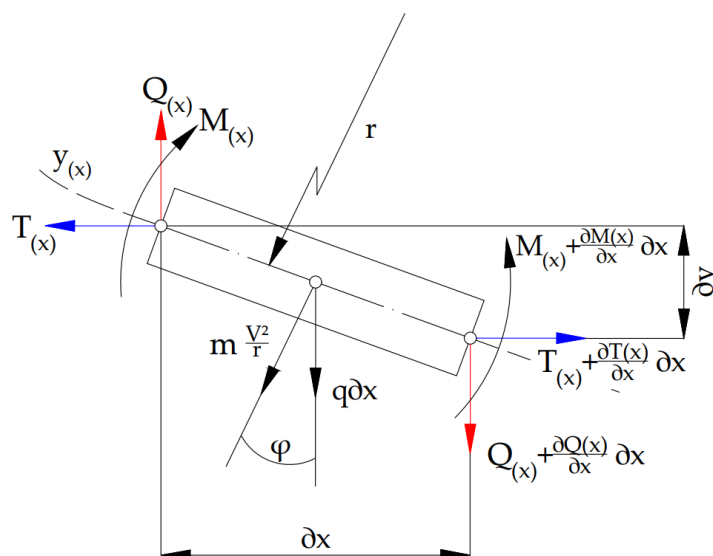


Rysunek 8. Schemat graficzny sił w taśmie przykładowego przenośnika, gdzie  $T_i$  - siła w  $i$ -tym punkcie,  $W_{GSD}$  - opory ruchu przenośnika,  $m_{zr}$  - zredukowana masa sekcji,  $W_{Hnt}$  - opory podnoszenia taśmy i urobku [54].

Dla prostych przypadków do wyznaczania wartości oporów ruchu przenośników taśmowych wykorzystuje się metodę podstawową [3], [6]. W przypadkach złożonych, gdzie wymagany jest większy zakres oraz dokładność prowadzonych obliczeń stosuje się metodę jednostkową wyznaczania oporów ruchu [3]. Aktualnie powszechnie stosowane jest oprogramowanie komputerowe, bazujące na jednostkowym wyznaczaniu wartości oporów [53], [55]. Badania poszczególnych składowych oporów są prowadzone zarówno in-situ jak i w warunkach laboratoryjnych [56]–[58]. Dobór siły napinającej taśmę jest oparty o warunki sprzężenia ciernego, gdzie uwzględnia się współczynnik tarcia, kąt opasania, współczynnik zabezpieczenia przed poślizgiem oraz konieczną do przekazania siłę obwodową, będącą konsekwencją wartości oporów na trasie dla zakładanej przez przenośnik wydajności. Dobór siły jest również determinowany warunkiem maksymalnego ugięcia taśmy na podporach krążnikowych [3]. Na podstawie równań stosowanych modeli obliczeniowych należy wnioskować, że wzrost siły w taśmie wpływa na zwiększenie wartości częstotliwości drgań poprzecznych taśmy.

### Prędkość taśmy

Jedną z form uwzględnienia ruchu taśmy w modelach obliczeniowych jest wykorzystanie zastępczej siły w taśmie [3]. Stosowana na przenośniku prędkość taśmy jest najczęściej związana z wydajnością dobieraną na potrzeby realizacji konkretnego zadania transportowego. Wydajność poza prędkością taśmy jest zależna od parametrów konstrukcyjnych opisujących geometrię przekroju niecki taśmy oraz właściwości materiału transportowanego. Zastępcza siła w taśmie pomniejszona jest w stosunku do rzeczywistej siły w taśmie o normalną siłę bezwładności (siłę odśrodkową) działającą na urobek oraz taśmę. Sposób wyprowadzenia tej wielkości został przedstawiony poniżej. Na rysunku 9 przedstawiono rozkład obciążenia dla krótkiego odcinka długości taśmy [3].



Rysunek 9. Obciążenie fragmentu taśmy o długości  $dx$  z opisem oznaczeń na rysunku:  $T$  – siła w taśmie,  $Q$  – siła tnąca,  $M$  – moment gnący,  $r$  – promień gięcia,  $q$  – obciążenie rozłożone,  $m$  – masa taśmy [3].

Z równowagi sił na kierunku pionowym działających na wydzielony element taśmy wynika równanie:

$$-dQ(x) = m \cdot g dx + m \frac{v^2}{r} \cos\varphi dx \quad (5)$$

Podobnie jak w przypadku równania (5) można przyjąć założenie o małych, pomijalnych ugięciach:

$$\cos\varphi \cong 1 \quad (6)$$

$$r = -\frac{1}{\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2}} \quad (7)$$

W takim przypadku (8) zastępuje równanie (7):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = m \cdot v^2 - m \cdot g \quad (8)$$

Siły poprzeczne (tnące) w taśmie zależne są od masy analizowanego wycinka oraz prędkości. Na tej podstawie możliwe jest wyprowadzenia parametru zwanego zastępczą siłą w taśmie:

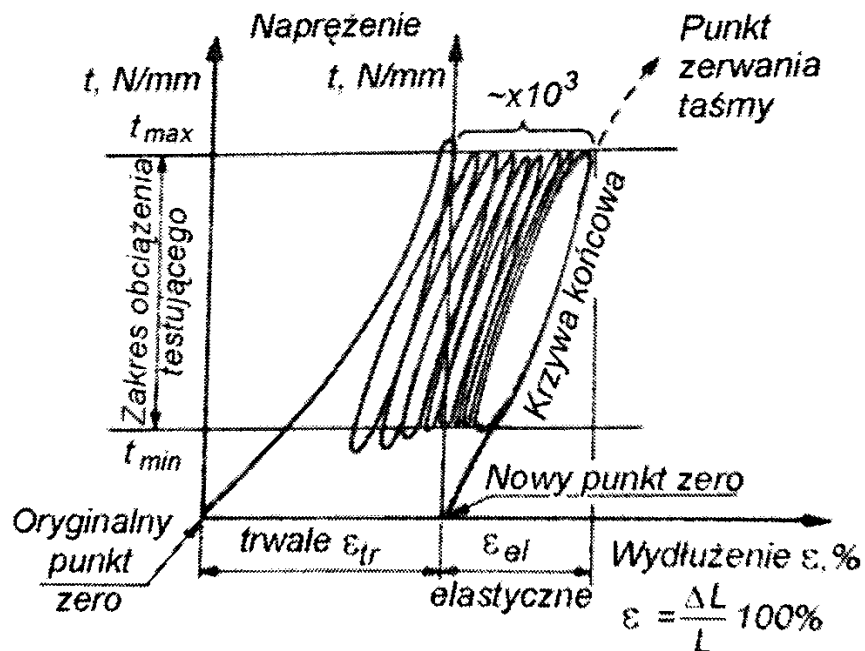
$$T_0 = T - m \cdot v^2 \quad (9)$$

### **Moduł sprężystości podłużnej**

Poprawna ocena częstotliwości drgań poprzecznych taśmy wymaga znajomości modułu sprężystości taśmy. Ze względu na niejednorodną budowę taśmy przENOŚnikowej oznaczenie modułu sprężystości jest zadaniem złożonym. Możliwe jest wyznaczenie wartości modułu sprężystości wzdłużnej taśmy bazując na teorii kompozytów warstwowych [59] lub eksperymentalnie, w warunkach laboratoryjnych. Taśma jako materiał wykazuje cechy reologiczne oraz zależność między modułem, a dynamiką zachodzących odkształceń [3], [59]. Badaniom modułu Younga poświęcona jest norma ISO 9856:2016. Wyznaczanie modułu wg. normy polega na wielokrotnym wydłużeniu próbki tak, aby zminimalizować wpływ trwałych odkształceń taśmy na wartość odkształcenia. Dobór sił stosowanych w trakcie badania jest dostosowany do wytrzymałości taśmy i stanowi około 20 %, wartości wytrzymałości nominalnej. Co istotne taśma wykazuje nieliniową zależność odkształcenia od naprężeń oraz z uwagi na cechy reologiczne może zmieniać swoje właściwości w trakcie czasu trwania eksploatacji. Wykres przedstawiający koncepcję badania modułu sprężystości podłużnej taśmy w funkcji cykli obciążania przedstawiono na rysunku 10. Widoczne są charakterystyczne krzywe histerezy, które w trakcie cyklicznego obciążania wykazują coraz większe bezwzględne wartości odkształceń. Moduł sprężystości taśmy



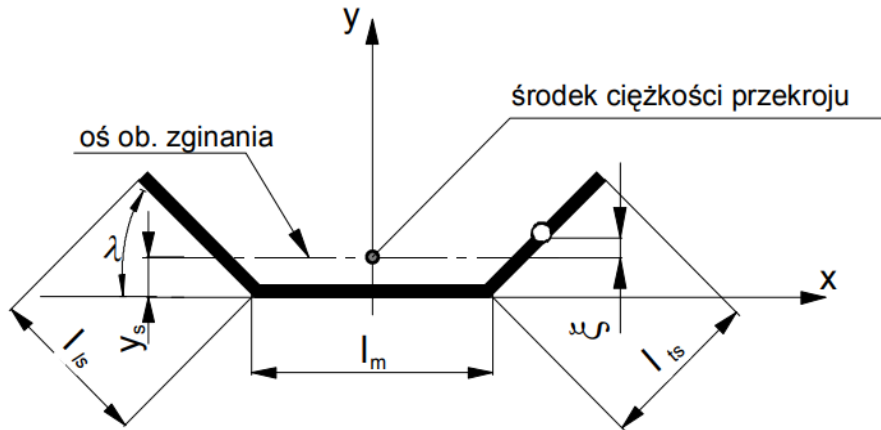
stanowi zatem parametr, który powinien być wyznaczany dla każdej taśmy, ponieważ warunki użytkowania, oraz zmiana właściwości w cyklach obciążeń powodują, że jego wartość nie jest wartością stałą dla danego typoszeregu taśm.



Rysunek 10. Przebieg obciążania w funkcji odkształceń na potrzeby oznaczenia modułu [60].

#### Sztywność przekroju poprzecznego niecki

Zazwyczaj prowadzone analizy drgań poprzecznych taśmy podparte były badaniami analitycznymi prowadzonymi dla cięgna płaskiego, uzasadniając takie podejście niewielkim wpływem sztywności na otrzymany wynik [19], [25]. Taśma przenośnikowa posiada sztywność zginania, która jest bardzo istotnym parametrem w przypadku ustalania zdolności taśmy do ułożenia w nieckę [61]–[64]. Harrison uwzględnił sztywność przekroju w swoim rozwiązaniu [10], [44] stosując specjalnie dobrane warunki brzegowe, dostosowane do typów przekroju poprzecznego taśmy, wynikającego z rodzaju jej podparcia. Klasyczny model struny przedstawiony w pracach [3], [6] nie uwzględnia sztywności przekroju poprzecznego. Możliwe jest wyznaczanie sztywności poprzecznej przekroju taśmy znieckowanej na podstawie wyprowadzeń dla niecki symetrycznej trójkątnikowej (rysunek 11) co zostało przedstawione poniżej.



Rysunek 11. Schemat obliczeniowy bezwładności przekroju poprzecznego taśmy [3].

Współrzędną określającą środek ciężkości przekroju poprzecznego niecki trójkątnikowej można opisać wzorem:

$$y_s = \frac{l_{ts}^2 \cdot \sin \lambda}{l_m + 2 \cdot l_{ts}} = \frac{l_{ts}^2}{B} \cdot \sin \lambda \#(10)$$

Gdzie:

$l_{ts}$  – długość krążnika formującego nieckę, [m]

$l_m$  – długość krążnika środkowego [m]

$\lambda$  – kąt niecki, [°]

$B$  – szerokość taśmy [m]

Znając współrzędną określającą środek ciężkości możliwe jest wyznaczenie przesunięcia w pionie od obojętnej środka ciężkości bocznego odcinka niecki  $l_{ts}$ :

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot l_{ts} \cdot \sin \lambda - y_s = l_{ts} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{l_{ts}}{B} \right) \cdot \sin \lambda \#(11)$$

Dalej wyznaczany jest moment bezwładności części niecki nachylonej względem osi obojętnej pod kątem  $\lambda$ :

$$J_s = \frac{h_t \cdot l_{ts}^3}{12} \cdot \sin^2 \lambda + h_t \cdot l_{ts} \cdot \xi^2 = h_t \cdot l_{ts}^3 \cdot \sin^2 \lambda \cdot \left[ \frac{1}{3} - \frac{l_{ts}}{B} + \left( \frac{l_{ts}}{B} \right)^2 \right] \#(12)$$

Moment bezwładności centralnego odcinka taśmy tworzącej nieckę  $l_m$ , który jest równoległe przesunięty względem osi obojętnej  $y_s$ , po uwzględnieniu zależności

$$J_m = h_t \cdot l_m \cdot l_{ts}^2 \cdot \left( \frac{l_{ts}}{B} \right)^2 \cdot \sin^2 \lambda \#(13)$$

Zależność opisująca sztywność zginania elementu płaskiego:

$$D = \frac{h_t^3 \cdot E}{12} \#(14)$$

Możliwe jest wyznaczenie modułu taśmy przy zginaniu:

$$E = \frac{12 \cdot D}{h_t^3} \#(15)$$

Po przemnożeniu modułu E przez moment bezwładności:

$$J = J_m + 2 \cdot J_s \#(16)$$

Ostateczny wzór na sztywność zginania przekroju poprzecznego taśmy przyjmuje wartość:

$$J = 12 \cdot D \cdot \frac{l_{ts}^3}{h_t^2} \cdot \sin^2 \lambda \cdot \left[ \frac{l_{ts} \cdot l_m}{B} + 2 \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{l_{ts}}{B} + \frac{l_{ts}^2}{B^2} \right) \right] \#(17)$$

Wzór w takiej postaci jest wykorzystywany na potrzeby modelu drgań poprzecznych bazującym na belce osiowo obciążonej. W literaturze można znaleźć wyprowadzenia dla innych geometrii podparcia taśmy [3].

### **Krażniki i zestawy krażnikowe**

Prowadzenie taśmy po określonej trasie oraz z zachowaniem geometrii niecki wymaga zastosowania podpór taśmy oraz elementów obrotowych, po których toczy się taśma. Dobór tych parametrów wynika z procedur projektowych. Dobierając rozstaw krażnikowy sprawdzany jest warunek dopuszczalnego zwisu taśmy, bazujący na prostym modelu ugięcia [3]. Warunek określa dopuszczalną wartość strzałki ugięcia taśmy między podporami krażnikowymi. W literaturze oraz w normie DIN 22101:2011-12 można znaleźć dopuszczalne wartości ugięcia taśmy [65]. Nadmierne ugięcie taśmy na podporach krażnikowych może powodować zwiększenie wartości oporów przeginięcia taśmy na krażnikach [66]. Poza innymi warunkami jakie spełniają te komponenty, mają one wpływ na drgania poprzeczne. Średnica krażnika ma wpływ na częstotliwość wzbudzania drgań przez krażnik, ponieważ krażnik o większej średnicy będzie wykonywał mniej obrotów na jednostkę czasu, przez co będzie się charakteryzował niskimi częstotliwościami wzbudzania. Dobór rozstawu podpór krażnikowych może zostać wyznaczony z modeli drgań poprzecznych taśmy, tak aby uniknąć wystąpienia częstotliwości rezonansowych z uwzględnieniem średnic krażników jako źródeł wzbudzających drgania. Dobór uwzględniający zachowanie dopuszczalnych wartości ugięcia taśmy ma swoje odzwierciedlenie w maksymalnych amplitudach cięgni oraz zużyciem energii elektrycznej przez napęd przenośnika [3], [15], [25].

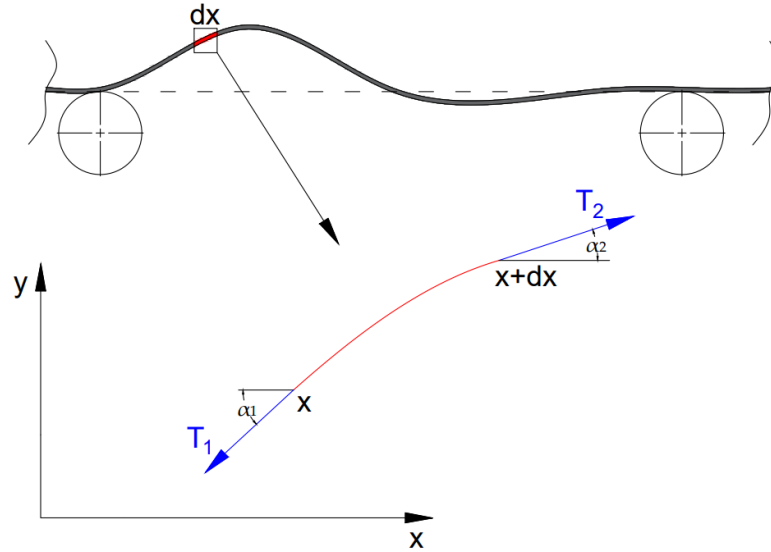
### **2.2. Modele obliczeniowe drgań taśmy**

Obszerny przegląd w zakresie wyprowadzeń równań modeli obliczeniowych przedstawił w swojej dysertacji Lodewijks [25]. Skupił się na analizie prac dotyczących drgań poprzecznych ruchomych układów strunowych oraz rozwiązań bazujących na modelu belki Eulera-Bernoullego. Dokonał również analizy dostępnych wówczas

równań ruchu porównując je z wynikami badań eksperymentalnych przeprowadzonych dla taśm płaskich, o małych wytrzymałościach. W pracy, z uwagi na dużą popularność w projektowaniu przenośników taśmowych analizie poddano klasyczny modelu struny [3], [6], [39] model Lodewijksa będący rozwiązaniem wykorzystującym metodę elementów skończonych z elementami belki [25] oraz zaprezentowano rozwiązanie Harrisona [20], [44], wykorzystujące równania ruchu płyty, popularne w latach 80 ubiegłego wieku.

### 2.2.1. Model struny

Interpretacja drgań poprzecznych jako struny oparta jest na analizie wycinka taśmy o długości  $\Delta x$  rozpiętego pomiędzy podporami krążnikowymi, który w wyniku wzbudzenia drgań przez elementy mimośrodowe ulega wychyleniom od osi  $x$  [67], [68]. Takie założenie stanowi niezbędne uproszczenie z uwagi na to, że w warunkach rzeczywistych stan równowagi taśmy przenośnikowej nie jest równoległy do osi poziomej układu współrzędnych, a sama taśma ulega ugięciu pomiędzy zestawami krążnikowymi pod wpływem ciężaru. Ugięcia taśmy mieszczą się w niewielkich zakresach, w głównej mierze zależą od siły napinającej taśmę. Ugięcie taśmy wywołane wpływem równomiernie rozłożonego urobku również zostaje pominięte, ale istnieją możliwości wprowadzenia do obliczeń parametru, który opisuje linię statycznego ugięcia jako początkowego położenia taśmy. Na końcach analizowanego wycinka cięgna  $\Delta x$  działają siły  $T_1$  oraz  $T_2$ , pochodzące od siły rozciągającej taśmę w sąsiednich segmentach. Wartość bezwzględna tych sił jest równa  $|T_1| = |T_2| = T$ . Rysunek 12 przedstawia model schemat struny stworzony na potrzebę obliczeń. W wyniku wytrącenie cięgna z położenia równowagi kierunek działania siła rozciągających przestaje być równoległy do osi  $x$ . Kąty pomiędzy kierunkami  $T_1$  oraz  $T_2$ , a osią  $x$  można zdefiniować symbolami  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$ . W zdefiniowanym układzie na odcinek  $\Delta x$  działa siła wypadkowa nadająca mu przyspieszenie dwukierunkowe:



Rysunek 12. Schemat taśmy przenośnikowej zinterpretowanej jako struna (opracowanie własne na podstawie [68]).

$$a = \frac{T_1 + T_2}{\Delta m} = \frac{1}{\Delta m} [T \cos \alpha_2 - T \cos \alpha_1; T \sin \alpha_2 - T \sin \alpha_1] \#(18)$$

gdzie:

$\Delta m$  – masa analizowanego wycinka taśmy,  $m$

$T$  – siła w taśmie,  $N$

W praktyce wychylenie taśmy jest zazwyczaj niewielkie, a co z tego wynika kąty  $\alpha_1$  oraz  $\alpha_2$  są również nieduże. W takim przypadku można zastosować przybliżenie równania (18), redukujące przemieszczenie odcinka taśmy  $\Delta x$  w osi  $x$  ( $\cos \alpha_n \cong 1, \sin \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_n$ ):

$$a = \left[ \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \right] = \frac{T}{\Delta m} [0, \operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1] \#(19)$$

Element wytracony z położenie równowagi ma więc przyspieszenie zgodne tylko z osią  $y$ :

$$a = \left[ \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \right] = \frac{T}{\Delta m} [\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1] \#(20)$$

Nachylenie determinujące kierunek sił  $T_1$  oraz  $T_2$  (nachylenie krzywej) w punktach przegięcia  $x_1$  oraz  $x_2$  (lokalizacja podpór krążnikowych wzdłuż osi  $x$ ) można w takim przypadku wyrazić za pomocą pochodnych:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\partial y(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_2} = \frac{\partial y(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_1+\Delta x} \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\partial y(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} \#(21)$$

Z uwagi na fakt, że rozważany jest bardzo mały odcinek  $\Delta x$ :

$$\frac{tg\alpha_2 - tg\alpha_1}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{\partial y(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_1+\Delta x} - \frac{\partial y(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_1} \right) = \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} \#(22)$$

Z równania (22) wynika, że:

$$tg\alpha_2 - tg\alpha_1 = \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} \Delta x \#(23)$$

Po podstawieniu (23) do równania (20) otrzymujemy:

$$\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = \frac{T\Delta x}{\Delta m} \frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} \#(24)$$

Przekształcając równanie (24) otrzymujemy:

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - \frac{\Delta m}{T\Delta x} \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = 0 \#(25)$$

Na tym etapie można zdefiniować parametry geometryczne oraz fizyczne taśmy traktowanej jako struna:

$$\frac{S\Delta m}{S\Delta x} = \rho \cdot S \#(26)$$

gdzie:

$S$  – pole przekroju poprzecznego taśmy,  $m^2$

$\rho$  - gęstość taśmy,  $kg/m^3$

Podstawiając (26) do równania (25) otrzymujemy:

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - \frac{\rho S}{T} \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = 0 \#(27)$$

Prędkość rozchodzenia się zaburzeń wzdłuż struny zdefiniowana jest jako:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot S}} \#(28)$$

Podstawiając (28) do (27) otrzymujemy podstawowe równanie definiujące falę poprzeczną:

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = 0 \#(29)$$

Równanie (27) opisuje przemieszczenia w zależności od czasu  $t$  oraz przestrzeni  $x$ , dla drgającej taśmy o podanych parametrach geometrycznych i fizycznych. Zdefiniowanie warunków początkowych i brzegowych pozwala na uzyskanie rozwiązania:

$$y_1 = A \cdot \sin(kx - \omega t) y_2 = A \cdot \sin(kx + \omega t) \#(30)$$

gdzie:

$A$  – amplituda,  $m$

$\omega$  – częstość,  $rad/s$

$k$  – liczba falowa,  $1/m$

Równanie  $y_1$  opisuje falę rozchodzącą się zgodnie z kierunkiem przyrostu osi  $x$ . W miejscu utwierdzenia na podporze fala ulega odbiciu  $y_2$  i porusza się w kierunku przeciwnym do przyrostu osi  $x$ . Dwie fale interferują w wyniku czego powstaje fala stojąca pomiędzy dwiema podporami o równaniu:

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) = 2A \sin kx \cos \omega t \#(31)$$

Wygaśnięcie fali na podporach wymaga zdefiniowania następujących warunków brzegowych:

$$y = 0 \rightarrow x = 0 \quad y = 0 \rightarrow \sin kl = 0 \#(32)$$

Warunki brzegowe (32) pozwalają na zdefiniowanie wyrażenia na długość fali stojącej:

$$kl = \frac{2\pi}{\lambda_n} l = n\pi \rightarrow \lambda_n = \frac{2l}{n} \#(33)$$

W oparciu o wzór opisujący prędkość fali  $v = \lambda_n f_n$  oraz warunek (28) i (33) można wprowadzić wzór na częstotliwość drgań własnych taśmy traktowanej jako struna:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot S}} \#(34)$$

Wiedząc, że częstotliwość i częstość kołowa połączone są relacją:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \#(35)$$

Można równanie (34) przekształcić do postaci:

$$\omega_n = \frac{\pi \cdot n}{l} \sqrt{\frac{T}{\rho \cdot S}} \#(36)$$

W obliczeniach przenośników taśmowych zamiast gęstości liniowej taśmy oraz pola przekroju poprzecznego wygodniej jest stosować parametry taśmy podawane przez producentów:

$$\rho \cdot S = B \cdot m_t \#(37)$$

gdzie:

$m_t$  – powierzchniowa masa taśmy,  $\text{kg/m}^2$

Wtedy równanie (34) przyjmuje postać:

$$f_n = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{B \cdot m_t}} \quad \#(38)$$

### 2.2.2. Model Lodewijksa

Lodewijks [25], [69], zakładał, że cięgno podparte przez dwa krążniki może zostać zamodelowane jako rozciągana belka. Przyjął przy tym założenie o pominięciu sztywności przekroju poprzecznego taśmy przenośnikowej. Założył również występowanie niewielkich przemieszczeń poprzecznych taśmy, pomiędzy rozstawem krążników oraz że zmiana długości cięgna w wyniku odkształcenia poprzecznego jest znikoma w odniesieniu do długości początkowej cięgna. Drgania poprzeczne mogą zostać wyznaczone na podstawie równania różniczkowego:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = (c_2^2 - v_b^2) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2v_b \frac{\partial^2 y}{\partial y \partial t} \quad \#(39)$$

Gdzie prędkość drgań poprzecznych definiuje następująca zależność:

$$c_2 = \sqrt{\frac{g \cdot l_k}{8K_s}} \quad \#(40)$$

W powyższym równaniu  $l_k$  oznacza rozstaw krążników, natomiast statyczny współczynnik ugięcia taśmy  $K_s$  jest definiowany jako:

$$K_s = \frac{q \cdot l_k}{8T} \quad \#(41)$$

Pierwsza częstotliwość własna drgań poprzecznych taśmy może zostać wyznaczona z równania (42). Przyjmuje się, że  $v(0,t) = x(l,t) = 0$  i jest równa:

$$f_b = \frac{1}{2l_k} c^2 (1 - \beta^2) \quad \#(42)$$

Gdzie  $\beta$  jest bezwymiarowym współczynnikiem prędkości rozumianym jako

$$\beta = \frac{v_b}{c_2} \quad \#(43)$$

Gdzie:

$c_2$  – prędkość fali podłużnej,  $\text{m/s}$

Częstotliwość drgań jest różna dla każdego odcinka taśmy, ponieważ siła w taśmie zmienia się na długości przenośnika. Co ciekawe autor w publikacjach sugeruje możliwość wykorzystania modelu na potrzeby oznaczania siły w taśmie [69].



### 2.2.3. Model Harrisona

Jednym z bardziej rozbudowanych modeli służących do wyznaczania częstotliwości drgań poprzecznych taśmy jest model opracowany przez Harrisona, bazujący na mechanice płyty [20]. W przeciwieństwie do modelu struny wykazał wpływ sztywności taśmy oraz parametru opisującego warunki brzegowe. Warunki brzegowe są dobierane na potrzeby analiz układu płaskiej taśmy, podpartej dwoma krążnikami lub trzema krążnikami, dla których przyjmuje się, że taśma jest utwierdzona na linii zgięcia między krążnikami. Sposoby oznaczania warunków brzegowych modelu są przedstawione na rysunku 13.



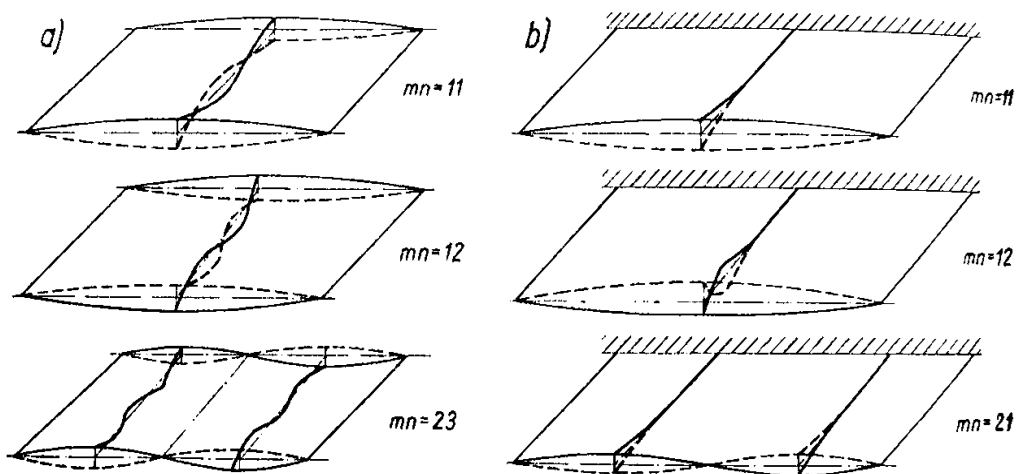
Rysunek 13. Rodzaje warunków brzegowych dla taśm w zależności od sposobu podparcia wg. Harrisona [44].

Analizując równania ruchu wynikające z teorii płyty, Harrison wyprowadził zależność:

$$f_{mn} = \frac{m}{2l_k} \sqrt{\frac{(T + T_{mn} - m_t \cdot B \cdot v^2)^2}{B \cdot m_t (T + T_{mn})}} \quad \#(44)$$

Gdzie:

$$T_{mn} = D_k \left( \frac{\lambda_{mn}}{m \cdot \pi \cdot l_k} \right)^2 \quad \#(45)$$



Rysunek 14. Przykładowe typy drgań poprzecznych taśmy, dla taśmy a) podpartej płasko b) podpartej na zestawie dwukrążnikowym [34].

Wartości wyrażenia  $\lambda_{mn}$  można wyznaczyć przy pomocy równań dla wybranych wyróżników drgań, dla taśmy płaskiej przedstawione na rysunku 14:

$$\sqrt{\lambda_{mn}} = \frac{n^2(n-1)}{4} \cdot r + \left( \frac{2n}{(n-1)^4 + n + 1} \right) \cdot m\pi \quad (46)$$

Dla taśmy podpartej dwoma krążnikami:

$$\sqrt{\lambda_{mn}} = \left( \frac{22n - 7 + m}{8} \right) \cdot r + (2m - 1)\pi \quad (47)$$

Dla taśmy podpartej w układzie nieckowym:

$$\sqrt{\lambda_{mn}} = \left( \frac{18n + 11}{6} \right) \cdot r \quad (48)$$

Gdzie  $r$  opisuje stosunek długości płyty  $b$  do jej szerokości  $a$ :

$$r = \frac{a}{b} \quad (49)$$

Autor zaleca wykorzystanie oprogramowania usprawniającego wykorzystanie tej teorii do wyznaczania częstotliwości drgań. W pracach wskazuje na dokładność większą niż dla modeli stunowych [20], [44]. Model drgań zaproponowany przez Harrisona charakteryzuje się największym stopniem złożoności, przez co jest wykorzystywany do szczegółowych obliczeń, gdzie konieczne i uzasadnione jest przeliczenie wartości współczynników pomocniczych oraz doboru wyróżników określających rodzaje drgań.

### 2.3. Modele drgań w praktyce projektowej

W trakcie projektowania przenośników taśmowych do prognozowania i wykluczania wystąpienia warunków pracy powodujących możliwość wystąpienia rezonansu uwzględniane są drgania taśmy, bazujące przede wszystkim na opisanym wcześniej modelu struny oraz geometrii elementów obrotowych. Na podstawie częstości wzbudzenia drgań przez krążnik sprawdzany jest warunek krytycznego rozstawu podpór krążnikowych [3], [39]. Minimalny rozstaw krążników musi być dobrany w taki sposób, aby nie było ryzyka wejścia w rezonans między taśmą a krążnikami. Warunek ten w największym stopniu dotyczy taśmy nieobciążonej transportowanym materiałem. Wzór na częstość drgań taśmy przenośnikowej przyjmuje wówczas postać:

$$\omega_t = \frac{\pi}{2 \cdot l_k} \sqrt{\frac{T}{B \cdot m_t}} \quad (50)$$

Gdzie:

$l_k$  – rozstaw podpór krążnikowych,  $m$

$T$  – siła w taśmie,  $N$

$m_t$  – masa powierzchniowa taśmy,  $kg/m^2$

$B$  – szerokość taśmy,  $m$

Uwzględniając prędkość kątową zapisaną wzorem (2) możliwe jest przekształcenie wzoru (50) do warunku rozstawy krążników, tak aby wykluczyć wystąpienie rezonansów:

$$l_{g,d} \neq \frac{\pi \cdot d_K}{2 \cdot v_t} \sqrt{\frac{T}{B \cdot m_t}} [m] \#(51)$$

Gdzie:

$d_k$  – średnica krążnika, elementu obrotowego,  $m$

$v_t$  – prędkość liniowa taśmy,  $m/s$

Bardzo istotne jest to, że w zależności od ilości uszkodzeń na obwodzie elementu obrotowego wzbudzającego drgania taśmy wyznaczana przy pomocy wzoru odległość krytyczna może przyjmować mniejsze wartości. Możliwe jest sprawdzenie czy zakres sił w taśmie projektowanego przenośnika nie obejmuje wartości siły rezonansowej. Wykorzystując przedstawione zależności, dla dobranych stałych wartości rozstawu krążników, możliwe jest ich przekształcenie do postaci:

$$S_{rez} = B \cdot m_t \cdot \left( \frac{2 \cdot v_t \cdot l_k}{\pi \cdot d_K} \right)^2 \#(52)$$

Zaleca się, aby weryfikacji według wzoru (53) poddać pełen zakres występujących sił w taśmie dla cięgna górnego i dolnego dla ustalonych warunków pracy. Jednocześnie wskazano, że drgania taśmy i występujące rezonanse mogą powodować nasilenie się hałasu emitowanego w trakcie pracy przenośnika. Z tego wynika, że ograniczając zjawisko rezonansu poprzez dobór odpowiednich parametrów konstrukcyjnych uwzględnionych we wzorach (51) oraz (52) możliwe jest uniknięcie nie tylko niebezpiecznych warunków pracy, ale również wyciszenie planowanego przenośnika.

Podobnie jak w przypadku przedstawionego modelu struny możliwe jest przekształcenie wzoru zaproponowanego przez Lodewijksa w oparciu porównanie z częstotliwością wzbudzania drgań przez krążnika zgodnie z wzorem (42). Otrzymujemy wtedy nierówność, z której wyznaczany jest rozstaw podpór krążnikowych:

$$l \neq \frac{\pi \cdot d_K}{2\beta} (1 - \beta^2) \#(42)$$

Gdzie:

$\beta$  – bezwymiarowy współczynnik prędkości, -

Ponadto Lodewijks przedstawia warunek częstotliwości dla ilości połączeń w taśmie, które powodują cykliczne wzbudzanie w wyniku ruchu pętli:

$$l \neq \frac{L_t}{2\beta} \sqrt{1 - \beta^2} \# (43)$$

Uwzględniając zjawiska pokonywania podpór przenośnikowych przez złącze z określoną prędkością taśmy, sformułowano warunek doboru prędkości taśmy.

$$v_t = \sqrt{\frac{1}{5}} c_2 \# (44)$$

Gdzie:

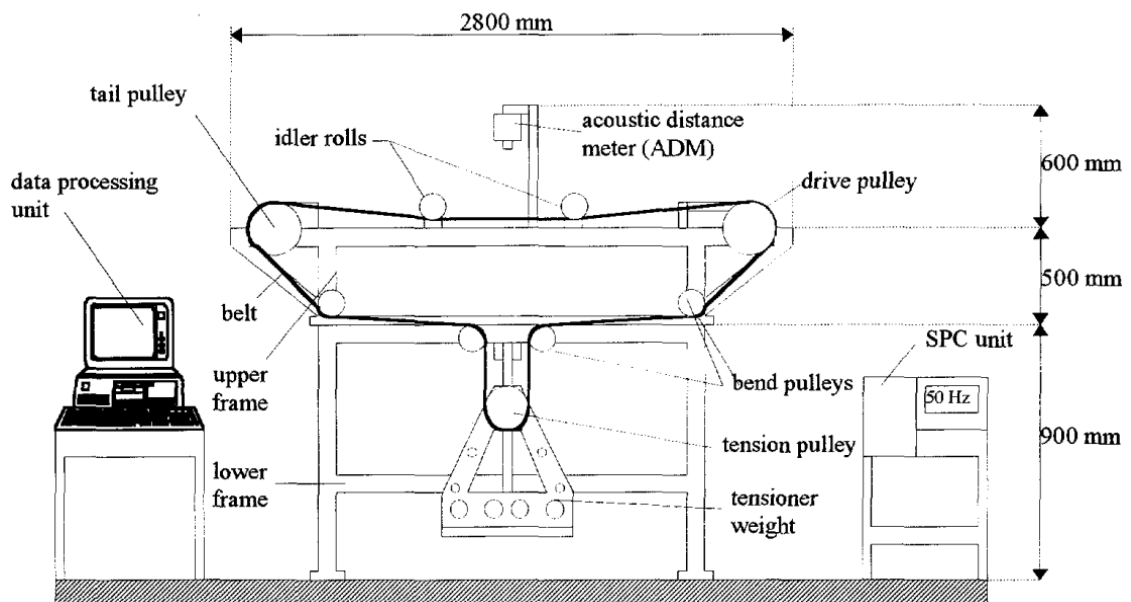
$c_2$  – prędkość fali podłużnej, m/s

W podobny sposób można przekształcić inne modele, należy jednak przywiązywać uwagę do sposobu interpretacji wzbudzenia drgań przez elementy obrotowe. Przedstawiona interpretacja na podstawie struny bazuje na założeniu wzbudzenia drgań przez krążnik, którego płaszczyzna uległa spłaszczeniu, w wyniku którego wzbudzenie następuje dwa razy na obrót [3]. Natomiast inne źródła sugerują wzbudzenie przez krążnik posiadający mimośród, jednokrotnie na obrót [69], [70]. Możliwe jest wykorzystanie zestawienia z innymi częstotliwościami wzbudzenia, przykładowo z prędkością taśmy oraz cyklicznym obrotem pętli względem wybranego złącza. Stosowane w praktyce projektowej modele wzbudzenia drgań są przykładem kompleksowego procesu projektowego, gdzie poza doborem podstawowych parametrów pracy uwzględnia się warunki bezpiecznej pracy bez zakresów rezonansowych.

#### 2.4. Pomiar drgań taśmy

Pomiar drgań poprzecznych taśmy jest dużo bardziej złożonym procesem niż pomiar drgań elementów mechanicznych. Wynika to z faktu, że taśma znajduje się w ciągłym ruchu o zmiennej amplitudzie zmian położenia w płaszczyźnie pionowej. Dodatkowo taśma jako kompozyt złożony m.in. z gumy posiada właściwości tłumiące. Bardzo ważne jest, aby metody pomiarowe mogły realizować pomiar z odpowiednimi częstotliwościami oraz spełniać warunek krytycznej częstotliwości Nyquista. Źle dobrane próbkowanie może doprowadzić do zniekształcenia sygnału, a w konsekwencji do błędnych odczytów drgań taśmy. Metoda pomiarowa dobrana zgodnie z warunkiem częstotliwości Nyquista, powinna zapewniać minimalnie dwukrotnie większe próbkowanie niż częstotliwość drgania taśmy. Z uwagi na charakter drgań taśmy, gdzie zazwyczaj przyjmują się niskie częstotliwości [19] do pomiaru drgań można wykorzystywać metody kontaktowe oraz bezkontaktowe. Ponieważ taśma znajduje się w ruchu zastosowanie metod kontaktowych jest trudne i ograniczone. Lodewijks krytycznie odniósł się do możliwości wykorzystania w tym celu enkodera inkrementalnego, powołując się na dużą ilość zakłóceń [44]. Wprowadzone elementy mocowane do konstrukcji mające kontakt z taśmą mogą tłumić drgania poprzeczne oraz wpływać na wartości odczytywanych częstotliwości. Dużo lepiej powinny spisywać się metody pośrednie, według których zastosowane narzędzia realizując pomiar nie

ograniczają ruchów taśmy w przestrzeni. W większości przypadków analiza sygnału odbywa się poprzez ocenę przebiegu amplitudy z wykorzystaniem szybkiej transformacji Fouriera. Bezkontaktowe metody pomiarowe wykorzystają zjawisko przemieszczanie taśmy. W wyniku wzbudzonych przez elementy obrotowe drgań taśma zaczyna poruszać się między podporami krążnikowymi z określoną amplitudą. Wykorzystując zjawisko cyklicznego przemieszczenia w funkcji czasu istnieje możliwość, aby na podstawie przetworzonego, przez analizę Fouriera sygnału odczytać częstotliwość drgań. Tego rodzaju rozwiązanie zastosował Lodewijks w swoich badaniach. Poniżej, na rysunku 15 przedstawiono schemat rozwiązania. Autor zaproponował wykorzystanie akustycznego czujnika odległości. Podobne pomiary z wykorzystaniem czujnika odległości zostały opisane w publikacji [71]. W różnych formach adaptacji tej metody możliwe jest wykorzystanie również innych czujników odległości, które będą poprawnie współpracowały z czarną powierzchnią okładziny gumowej taśmy. Mogą to być czujniki optyczne lub ultradźwiękowe.



Rysunek 15. Schemat stanowiska oraz aparatury do pomiaru drgań poprzecznych taśmy wg. Lodewijksa [25].

Dla tej metody pomiaru krytycznym parametrem jest dokładność urządzenia pomiarowego, która musi być dostosowana do konkretnych wartości amplitud taśmy. Jeżeli czułość urządzenia będzie mniejsza niż wartość amplitudy drgań poprzecznych taśmy pomiar może okazać się błędny. Wartości amplitud są zależne między innymi od rozstawy podpór krążnikowych jak również od siły napinającej cięgno.

Innym sposobem na określenie drgań taśmy jest wykorzystanie mikrofonu umieszczonego nad taśmą między dwoma podporami. Metodę tę wykorzystał Bartelmus w badaniach emisji hałasu przenośnika taśmowego [25]. Na skuteczność pomiaru w takiej formie w dużej mierze wpływa odległość mikrofonu od drgającej taśmy, która przekłada się na nasilenie częstotliwości na widmie. Problematyka

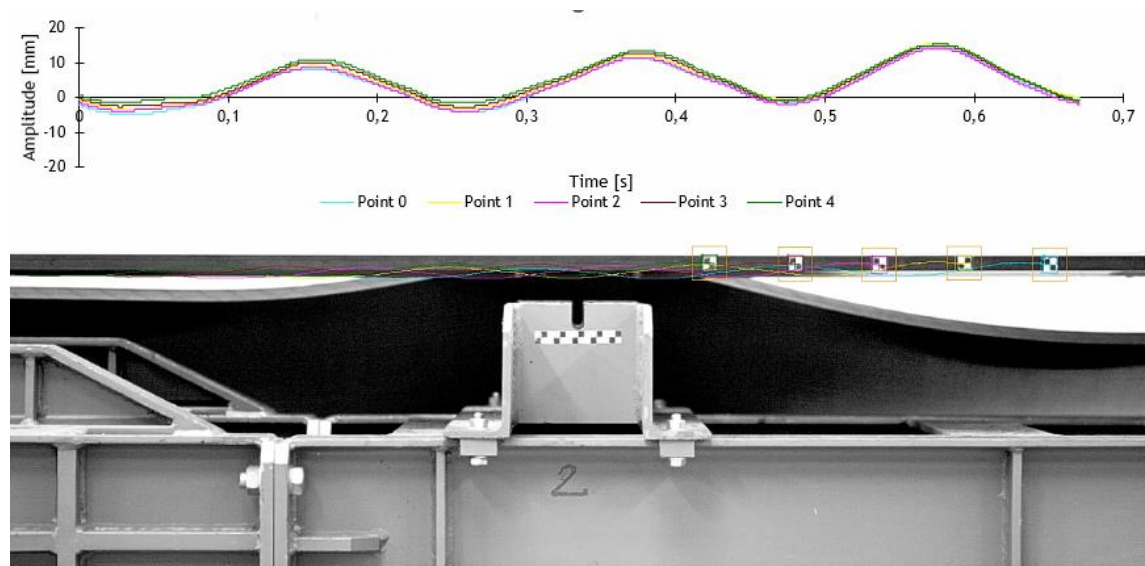
zagadnienia związana jest z rejestracją częstotliwości drgań za pośrednictwem zmian ciśnienia powietrza nad taśmą. Zjawisko będzie wyraźnie widoczne, kiedy membrana mikrofonu będzie w niewielkiej odległości od drgającej taśmy i w dużych odległościach od pozostałych źródeł hałasu, które będą stanowiły zakłócenia sygnału. Podobnie jak w innych metodach pomiaru istotna jest częstotliwość próbkowania mikrofonu, jednak z uwagi na aktualną dostępność mikrofonów, oferowane częstotliwości rejestracji nie są na ogół problemem. Przykład zastosowania metody w warunkach laboratoryjnych przedstawiono na rysunku rysunek 16.



*Rysunek 16. Mikrofon kierunkowy SVAN 979, umieszczony nad taśmą (fotografia własna).*

Istnieje również możliwość zaadaptowania metod wizyjnych na potrzeby pomiar częstotliwości drgań taśmy [26], [69]. Wówczas dla oznaczenia częstotliwości nagrany zostaje film, który dzięki odpowiedniej ilości klatek na sekundę umożliwia obserwację amplitudy drgań w czasie. Wykreślona amplituda pozwala na analizę FFT, która pozwala pomiar częstotliwości sygnału. Dostępne rozwiązania techniczne umożliwiają śledzenie punktów o charakterystycznym kształcie z wykorzystaniem gotowych i łatwych w użyciu algorytmów. Niestety pomiary wizyjne cechują się największą pracochłonnością ze wszystkich dostępnych metod. Przykład zastosowania metody przedstawiono na rysunku 17. Z uwagi na to, że mierzone są drgania poprzeczne taśmy, najwygodniej jest śledzić położenie punktu umieszczonego na obrzeżu taśmy przenośnikowej. W przykładowej aplikacji tej metody zaproponowano wykorzystanie znaku we wzorze szachownicy na potrzeby dokładnego wyznaczenia prędkości taśmy przenośnikowej w jednym kierunku, który dzięki wysokiemu kontrastowi był łatwy do śledzenia [72]. Ważnym elementem jest właściwie dobrana ilość klatek na sekundę,

która pozwala wyraźnie zarejestrować punkty wychyłu, co umożliwi poprawną interpretację sygnału. Dobór odpowiedniej ilości klatek na sekundę może odbywać się na podstawie przewidywanej częstotliwości drgań poprzecznych.



Rysunek 17. Ocena częstotliwości drgań poprzecznych taśmy z wykorzystaniem kamery poklatkowej. Widoczne trajektorie ruchu punktu umieszczonego na obrzeżu taśmy oraz wykreślona zależność przemieszczenia w funkcji czasu, wyznaczona częstotliwość wynosiła 16,6 Hz (fotografia własna).

Badanie z wykorzystaniem kamery poklatkowej, jest bardzo interesujące z punktu widzenia oceny przebiegu drgań taśmy. Zaproponowany sposób wyznaczania częstotliwości drgań, pozwala uzyskać wyniki zbliżone lub identyczne z wynikami uzyskanymi przy pomocy metody odległościowej oraz metody z wykorzystaniem mikrofony kierunkowego. W rzeczywistości ruch taśmy nie ogranicza się do przemieszczeń w górę i dół, identycznych dla całej szerokości taśmy. O rodzajach drgań pisał Harrison [26], [69].

Magnetyczną metodę pomiaru częstotliwości drgań taśmy przedstawił Harrison, w metodzie wykorzystano pomiar zmienności natężenia pola magnetycznego w wyniku ruchu stalowego rdzenia taśmy [15]. Jednakże oczywistym ograniczeniem tej metody było jej wykorzystanie tylko do taśmy posiadającej elementy stalowe i odpowiednich wymiarach, co wyklucza jej stosowanie do popularnych taśm z radzeniem tekstylnym lub aramidowym. Na potrzeby pomiaru prędkości zaproponowano również czujnik elektrostatyczny, który reagował na zmiany ładunków wywołane przez ruch poprzeczny taśmy [73].

### 3. Motywacja

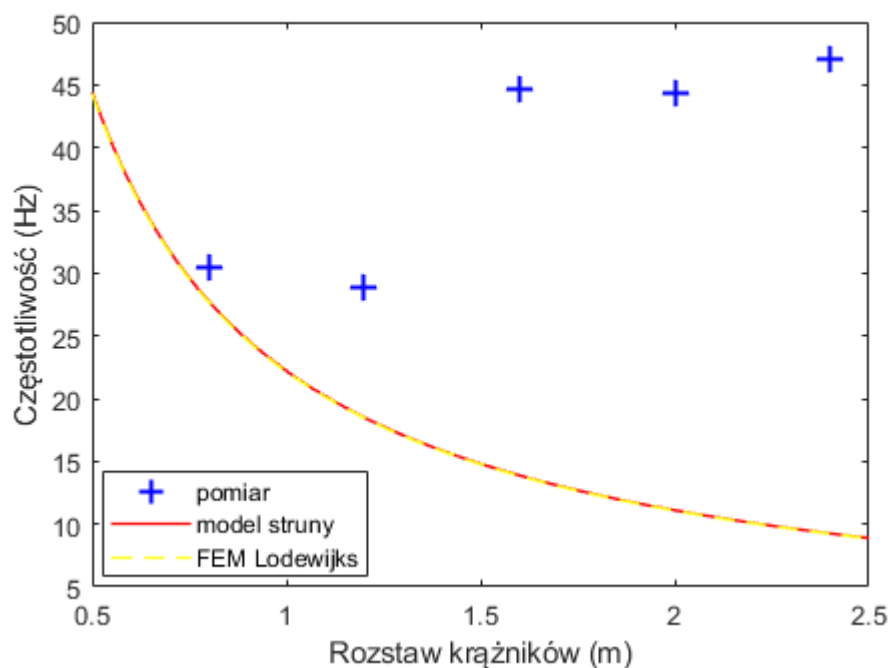
Zjawisko drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej jest istotne z punktu widzenia projektowania przenośników taśmowych. Dobór parametrów pracy ze szczególnym uwzględnieniem odległości podpór krążnikowych ma znaczenie w bezpieczeństwie eksploatacji przenośnika bez ryzyka wystąpienia zjawisk rezonansu. Drgania mają również wpływ na generowany przez przenośnik taśmowy hałas. Możliwe jest przedstawienie wpływu drgań poprzecznych na konsumpcję energii przez napęd przenośnika. Wiedza na temat drgań poprzecznych bazuje na modelach drgań, z czego najpopularniejszym modelem jest model struny, który pomija szereg istotnych parametrów taśmy, szczególnie kiedy jest ona ułożona w nieckę. Podobnie model Lodewijksa pomija geometrię przekroju poprzecznego taśmy oraz jej moduł odkształceń [69]. Model Harrisona jest najbardziej złożonym modelem drgań, przez co nie zyskał on dużej popularności, co mogło wynikać z dobieranych na potrzeby obliczeń wyróżników drgań [44]. Sztywność przekroju poprzecznego jest możliwa do oznaczenia przez model belki, jednakże występujące w literaturze modele często nie uwzględniają parametrów taśmy przenośnika, takich jak siła rozciągająca bądź prędkość ruchu [25]. Weryfikacja częstotliwości drgań taśmy odbywała się często w warunkach laboratoryjnych, na taśmach płaskich, kiedy podobieństwo taśmy do struny jest znacznie większe niż w warunkach rzeczywistych. Metody pomiaru posiadają ograniczenia wynikające z możliwości prowadzenia badań w wybranych punktach przenośnika na długości trasy oraz instalacji bądź ustawienia aparatury pomiarowej w określonej lokalizacji. Większość metod pomiarowych nie było testowanych w warunkach, gdzie występował urobek na taśmie, szczególnie problematyczne może to być dla metody odległościowej. Komplikacje w prowadzeniu pomiaru może również powodować charakterystyczny układ taśmy w nieckę, który sprawia, że taśma nie może być interpretowana jako płaski element na płaszczyźnie, z uwagi na występowanie pionowych i poziomych składowych ruchu wywołanych między innymi zbiegnięciem bocznym taśmy. Dotychczasowe badania drgań taśmy prowadzone były w warunkach stacjonarnych lub w małej skali dla płaskiego biegu taśmy [1], [25], [26].

W trakcie badań laboratoryjnych mających na celu określenie wpływu drgań poprzecznych taśmy na emitowany hałas, konieczna była znajomość częstotliwości drgań ciągną [17], [74]–[78]. Na potrzeby wyznaczenia częstotliwości drgań wykorzystano modele teoretyczne struny oraz Lodewijksa. W ramach części eksperymentalnej sprawdzono metodę akustyczną z wykorzystaniem miernika kierunkowego oraz kamerę poklatkową. Doświadczenia pokazały, że wyznaczone na podstawie modeli częstotliwości drgań nie mogą zostać jednoznacznie potwierdzone z wykorzystaniem metod pomiarowych. Modele obliczeniowe dla badanej konfiguracji stanowiska wskazały częstotliwości, które można było odnaleźć w zarejestrowanym przez miernik sygnale. Pomiar z wykorzystaniem kamery poklatkowej wykazał zupełnie inną częstotliwość drgań na poziomie 16,6 Hz, podobne częstotliwości były widoczne również na sygnale z miernika. Dodatkowo miernik pozwolił na obserwację



kolejnych częstotliwości harmonicznych, których wartością podstawą było 15,6 Hz. Dla takich warunków bardzo trudno o jednoznaczną interpretację zjawiska częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Na taki stan rzeczy mogła wpłynąć nietypowa konfiguracja stanowiska badawczego, zbliżona do przekładni pasowej, gdzie występował duży rozstaw krążnikowy wynoszący 5 m, a także zainstalowana taśma typu St 800 o szerokości 0,4 m. Nie odnaleziono w literaturze weryfikacji modeli teoretycznych dla takich warunków pracy. Częstotliwości harmoniczne zarejestrowane przy użyciu miernika udało się powiązać z odnalezionymi przy pomocy kamery akustycznej mapami rozkładu hałasu.

W badaniach laboratoryjnych prowadzonych w celu weryfikacji modeli teoretycznych drgań poprzecznych postanowiono zweryfikować wpływ parametrów pracy przenośnika na drgania przenośnika taśmowego. Przeprowadzono badania w funkcji prędkości liniowej taśmy, siły w taśmie oraz rozstawu krążnikowego. Wpływ prędkości taśmy na częstotliwość taśmy okazał się niewielki, natomiast udało się zaobserwować wzrost częstotliwości drgań w funkcji siły w taśmie [79]. Wyniki badań dla zmieniającego się rozstawu podpór krążnikowych pokazały, że między wynikami pomiaru a wartościami wyznaczonymi na podstawie modeli wyraźnie występuje duża rozbieżność. Widoczna na rysunku 18 rozbieżność modeli obliczeniowych oraz wyników pomiaru są dowodem na to, że zakres stosowania modeli obliczeniowych jest ograniczony. Warunki badania były znacznie inne niż ich odpowiedniki literaturowe [1], [25], [26], gdzie różnica dotyczyła przede wszystkim skali badania. Istnieją warunki, dla których modele struny oraz Lodewijksa, nie pozwalają dokładnie wyznaczyć częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Przedstawione wyniki wskazują, że dla popularnych rozstawów podpór krążnikowych między 1-1,5 m rozbieżność między wartościami zmierzonymi a wskazaniem modelu wynosi 10 Hz. Takie wartości niedoszacowań nie umożliwiają rzetelnego sprawdzenia warunków pracy rezonansowej. Zasadna jest zatem rewizja zagadnienia w aspekcie poszukiwania innych modeli umożliwiających w lepszym stopniu odwzorować taśmę przenośnikową.



Rysunek 18. Wyniki pomiaru częstotliwości drgań taśmy w zestawieniu z modelami obliczeniowymi struny i Lodewijksa (opracowanie własne).

Model belki jest polecany do interpretacji ugięcia taśmy znieckowanej między podporami krążnikowymi. Wykazano, że model struny, który pomija sztywność zginania taśmy, nie umożliwia oszacowania składowej oporów przegینania taśmy na krążnikach [3]. Interpretacja taśmy jako struny charakteryzuje się dużymi rozbieżnościami dla małych wartości sił nacinających [39]. Zjawisko drgań taśmy jest również związane z cyklicznym zginaniem taśmy względem położenia spoczynkowego, opisanym przy pomocy amplitudy. Może to być jedną z przyczyn, które wpływają na dokładność modeli obliczeniowych drgań poprzecznych taśmy, które pomijają sztywność taśmy przenośnikowej. Abrate w pracy [22] również rozpatrywał cięgna z uwzględnieniem ich sztywności zginania. Interpretacja taśmy jako belki Eulera – Bernoullego została również przedstawiona w innych pracach [80], [81]. Harrison stworzył specjalne warunki brzegowe dla taśm ułożonych w nieckę, których celem było uwzględnienie sztywności przekroju poprzecznego [15]. Lodewijks w swoich pracach analizował modele uwzględniające sztywność zginania, jednak w prowadzonych badaniach dla małej skali dla taśmy płaskiej wykazał jego niewielki wpływ na uzyskane częstotliwości drgań [25].

Z przeprowadzonych badań własnych oraz analizy literatury wynika, że sztywność zginania (giętną) taśmy przenośnikowej, która wynika z uformowanego kształtu niecki musi być uwzględniana podczas modelowania taśmy przenośnikowej. Otrzymane wyniki badań pokazały, że zarówno wyniki pomiarów, jak również wyznaczone przy użyciu modeli obliczeniowych częstotliwości drgań nie pozwalają na jednoznaczną interpretację zjawiska drgań poprzecznych. W przedstawionych badaniach skupiono się na odwzorowaniu rzeczywistych warunków pracy. Jako cięgno wykorzystano typową

taśmę z linkami stalowymi typu st800 stosowaną w kopalni. Stosowane rozstawy krążników mieściły się w zakresie od 0,8 do 2,4 m, co pokrywa się z rozstawami stosowanymi w transporcie taśmowym w górnictwie. Siły w taśmie, dla których przeprowadzono badanie mieściły się w zakresach od 20 kN do 60 kN. Sprawdzone w trakcie pomiarów metody pomiarowe posiadają wady, związane z czasochłonnością, podatnością na szumy oraz brakiem możliwości prowadzenia badań taśmy uformowanej nieckę. Zebrane doświadczenie stanowi motywację do tego, aby zweryfikować wpływ sztywności zginania taśmy na wartości częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Dodatkowo istotne jest prowadzenie badań w warunkach dobrze odwzorowujących pracę przenośnika.

#### 4. Teza pracy

Na podstawie wiedzy literaturowej oraz własnych doświadczeń zaprezentowanych w rozdziale Motywacja, sformułowano tezę pracy:

*„Model drgań poprzecznych ruchomej, osiowo rozciąganej jednorodnej belki pozwala na skuteczne wyznaczenie częstotliwości drgań taśmy przenośnikowej na podstawie wyznaczonych parametrów pracy przenośnika. Uwzględnienie sztywności zginania opisanej geometrią przekroju poprzecznego taśmy i modulem sprężystości podłużnej taśmy oraz jej prędkości ruchu umożliwia opisanie przebiegu drgań poprzecznych elastycznej taśmy przenośnikowej dokładniejsze w porównaniu z dotychczas znanymi i stosowanymi w praktyce inżynierskiej modelami teoretycznymi. Do pomiaru drgań poprzecznych taśmy niezbędne jest zastosowanie specjalnego urządzenia przydatnego w warunkach eksploatacyjnych oraz opracowanie dedykowanych algorytmów przetwarzania danych.”*

Zakres wykonanych w trakcie przygotowania rozprawy zadań obejmował:

1. Opracowanie metody kontaktowego pomiaru drgań taśmy, która pozwoliła na rozszerzenie możliwości rejestracji drgań taśmy przenośnikowej oraz ograniczy wady istniejących metod.
2. Opracowanie nowego modelu drgań taśmy przenośnikowej bazującego na belce rozciąganej, uwzględniającego sztywność zginania przekroju poprzecznego taśmy oraz jej prędkość ruchu.
3. Weryfikację wpływu kąta niecki przenośnika taśmowego na drgania poprzeczne taśmy z wykorzystaniem opracowanej metody pomiarowej oraz opracowanego modelu drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej w warunkach laboratoryjnych.
4. Weryfikację skuteczności działania modelu obliczeniowego in-situ, poprzez wyznaczenie sił rozciągających w taśmie przenośnikowej bazując na informacji na temat zmierzonych częstotliwości drgań poprzecznych taśmy dla dwóch wariantów pracy przenośnika

## 5. Nowa metoda pomiaru drgań poprzecznych taśmy

Podsumowując wiedzę literaturową oraz własne doświadczenia zdecydowano się na opracowanie nowej metody pomiaru drgań poprzecznych taśmy. Ograniczenie badań do jednego, ustalonego punktu na trasie przenośnika powoduje, że prowadzenie badań w punktach rozmieszczonych na długości trasy staje się bardzo pracochłonne. Dodatkowo prowadzenie pomiarów wzdłuż trasy wymaga przemieszczenia aparatury co wiąże się z koniecznością zatrzymania taśmy ze względów bezpieczeństwa. Czynniki te mogą wpływać na powtarzalność uzyskanych wyników (zmienne warunki pracy) oraz przestój w produkcji (pomiar in-situ). W przypadku większości metod nie ma informacji na temat możliwości prowadzenia badań na taśmie uformowanej w nieckę. Kształt niecki może wpływać na pomiary kamerą poklatkową, skutecznie utrudniając śledzenie punktu na obrzeżu taśmy, powodując wystąpienie składowych ruchu pionowej oraz poziomej wywołanej cyklicznym zbieganiem taśmy, nie związanym z drganiami poprzecznymi. Ponadto metody omówione w rozdziale 2, nie były testowane oraz posiadają ograniczenia w przypadku prowadzenia pomiarów na taśmie obciążonej urobkiem. Obecność strugi urobku wyklucza wykorzystanie metody bazującej na pomiarze odległości taśmy względem czujnika (pomiar dla powierzchni nośnej taśmy ciągną górnego) oraz mikrofonu kierunkowego. W celu wykorzystania wymienionych metod konieczne byłoby ich zaadaptowanie na potrzeby badań w bardziej złożonych warunkach niż płaski bieg taśmy. Z uwagi na problematykę zagadnienia zdecydowano się na opracowanie nowej metody pomiarowej, której zadaniem będzie pomiar drgań na długości trasy przenośnika z taśmą ułożoną w nieckę, transportującą materiał.

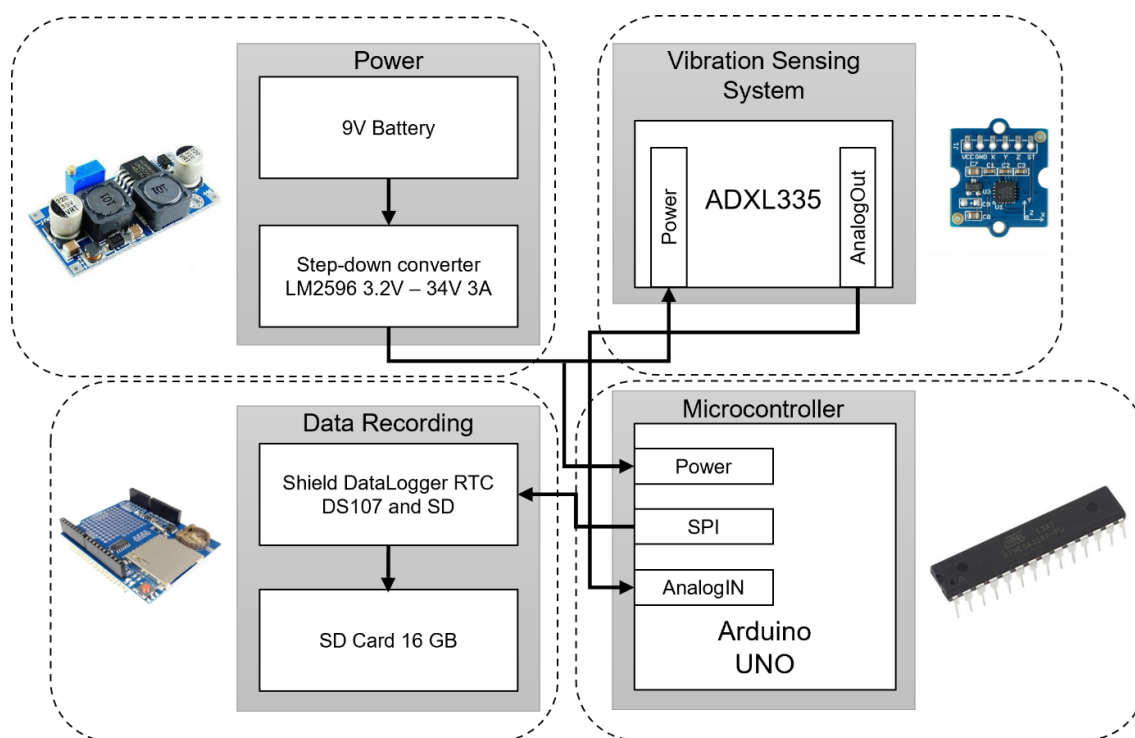
Założeniem badań było wykonanie rejestratora drgań, który będzie miał bezpośredni kontakt z ruchomą taśmą, pozwoli na pomiar zmiany częstotliwości drgań na całej długości trasy, a jednocześnie jego wymiary i masa nie będą generowały dodatkowych zakłóceń pomiarowych. Mając na uwadze warunki panujące w zakładach (agresywne warunki, wilgoć, woda o dużym zasoleniu oraz pył) aby nie ograniczać możliwości wykorzystywania urządzenia postanowiono zamknąć układ pomiarowy w hermetycznej obudowie. Dobrana obudowa chroni rejestrator przed uszkodzeniem w wyniku spadku z wysokości oraz uderzeń o bryły urobku. Zainstalowane przyciski umożliwiają sterowanie pracą urządzenia, natomiast diody LED, informują o gotowości do pracy oraz ewentualnych błędach w akwizycji danych. Idea badań z wykorzystaniem takiego urządzenia polega na przytwierdzeniu aparatury do ruchomej taśmy, przemieszczeniu przy nominalnych warunkach pracy przenośnika od stacji zwrotnej do stacji napędowej, a następnie odczytanie zarejestrowanych danych. Z uwagi na sztywne utwierdzenie pionowy ruch urządzenia jest tożsamy z pionowym ruchem taśmy, a niewielka masa (230 g) nie zmienia charakteru drgań. Na rysunku 19 przedstawiono urządzenie w trakcie rejestracji drgań in-situ, w kopalni kruszyw skalnych.



*Rysunek 19. Układ pomiarowy, składający się z rejestratora przytwierdzonego do taśmy przemieszczającej się na taśmie przenośnika w kopalni surowców skalnych (fotografia własna).*

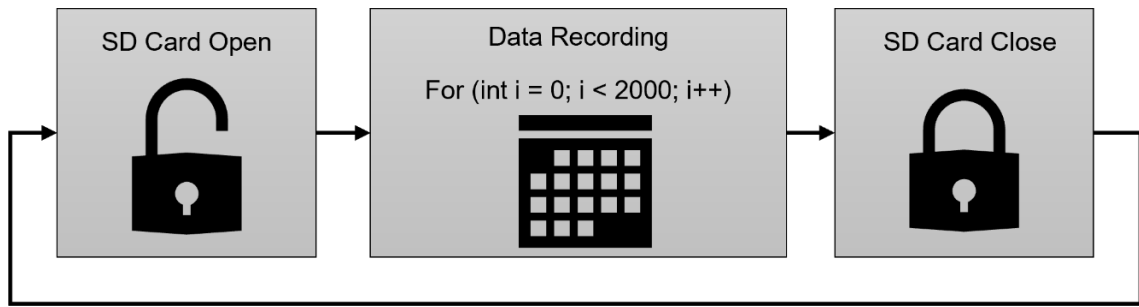
### **5.1. Zasada działania**

Rejestrator drgań składa się z mikrokontrolera Atmel ATmega328 umieszczonego na płytce Arduino Uno R3. Mikrokontroler Atmel ATmega328 pełni rolę nadrzędną jako główne urządzenie odczytujące wskazania czujnika drgań oraz wykonujące algorytm akwizycji i zapisu danych na zewnętrznym nośniku. Wyposażony jest w 14 cyfrowych wejść/wyjść oraz 6 wejść analogowych. Wejścia analogowe pozwalają na pomiar sygnałów napięciowych w zakresie od 0V do 5V. Taktowanie procesora odbywa się z częstotliwością 16 MHz. Zasilanie układu (poza zewnętrznym nośnikiem danych) realizowane było z baterii 9V, ale dla stabilizacji napięcia zasilania płytki i czujnika, w obwód wstawiono dodatkowo przetwornicę step down LM2596, o prądzie znamionowym 3A, wystarczającym do zasilenia układu. Do pomiaru przyspieszeń drgań wykorzystano analogowy 3-osiowy akcelerometr ADXL335, z wyjściami napięciowymi (w pomiarach analizowany tylko składową na osi Z). Zakres pomiaru akcelerometru to  $\pm 3g$ . Na każdej osi zamontowane są kondensatory filtrujące o pojemności elektrycznej 100 nF. Wytrzymałość czujnika na wstrząsy wynosi aż 10000 g, dlatego istnieje możliwość bezpiecznej lokalizacji układu pomiarowego na ruchomej taśmie przenośnika. Wejścia analogowe posłużyły od odczytu sygnału z czujnika drgań, natomiast wejścia/wyjścia cyfrowe do obsługi modułu karty SD DS107. Do zapisu danych na karcie wykorzystano interfejs szeregowy SPI. Architekturę systemu pomiarowego przedstawiono na poniższym schemacie (rysunek 20).



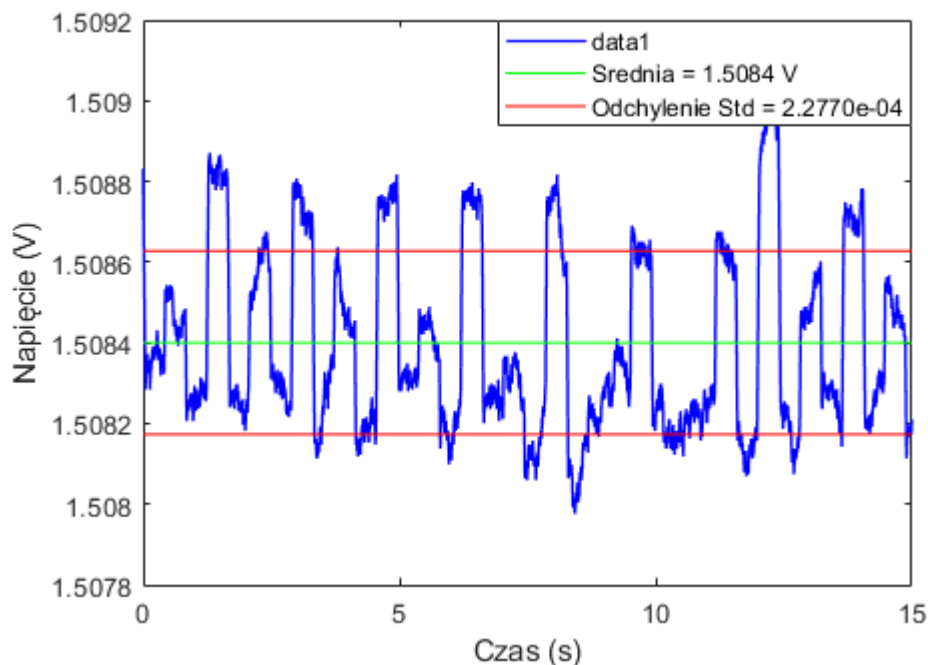
Rysunek 20. Architektura układu pomiarowego rejestratora drgań.

Analiza literaturowa oraz badania pilotażowe wykazały, że podstawowa częstotliwość drgań poprzecznych taśmy, w rzeczywistej skali, w zależności od parametrów pracy przenośnika (siła napinająca oraz rozstaw podpór) zlokalizowana jest zazwyczaj w zakresie do 200 Hz [23], [79]. W oparciu o maksymalną częstotliwość składowych widmowych sygnału poddawanego próbkowaniu, które można odtworzyć z ciągu próbek bez zniekształcenia (częstotliwość Nyquista), częstotliwość próbkowania sygnału akcelerometru powinna wynosić w tym przypadku przynajmniej 400 Hz [82]. Prędkość zapisu danych na typowej karcie SD wynosi od 2 Mb/s do 300 Mb/s. Konieczne było przygotowanie specjalnego algorytmu przechowującego odczytane dane w pamięci mikrokontrolera. Zestawy danych zawierające 2000 próbek były cyklicznie zapisywane na karcie pomiarowej, nie ingerując w proces bieżącego odczytu danych. Pozwala to na zminimalizowanie kolejnych inicjalizacji karty, które to są najbardziej czasochłonnym procesem. Zastosowanie tego rozwiązania i optymalizacja kodu programu pozwoliły na uzyskanie stabilnej częstotliwości próbkowania na poziomie 2500 Hz. Schemat działania algorytmu pomiarowego przedstawiono na poniższym rysunku 21.



Rysunek 21. Schemat algorytmu próbkowania i zapisu danych na karcie SD.

W przypadkach dokładnych pomiarów, oprócz standardowej kalibracji akcelerometru należy przeprowadzić samodzielnie dodatkową kalibrację uzupełniającą. Nie wpływa ona na wartość wyjść napięciowych czujnika, ale pozwala na precyzyjne określenie wskazań wszystkich osi czujnika dla stabilnej siły odniesienia, np. stabilnego spoczynku czujnika. Kalibracji dokonano dla wszystkich 3 osi czujnika, w dwóch kierunkach (dodatnim oraz ujemnym). Uzyskane wyniki kalibracyjne, dane na temat rozdzielczości przetwornika ADC (10 bitów), napięcia zasilania oraz czułości czujnika pozwoliły na wyprowadzenie końcowego wyniku pomiar w standardowych jednostkach opisujących przyspieszenie drgań. Sposób kalibracji oraz jej wyniki pokazano na kolejnym rysunku (rysunek 22). W trakcie rejestracji sygnału zaobserwowano zmienność sygnału opisaną odchyleniem standardowym na poziomie 0,0002277 V. Uśredniona wartość napięcia zarejestrowanego w trakcie, gdy akcelerometr znajdował się w spoczynku wynosiła 1,5084 V.



Rysunek 22. Kalibracja akcelerometru.

Orientacja akcelerometru określana jest względem ziemskiego pola grawitacyjnego. Dużą dokładność pomiaru można uzyskać tylko w przypadku bezruchu lub niewielkich



prędkości zmian pozycji i orientacji. Pomiary wykonane za pomocą akcelerometrów elektronicznych obarczone są wysokoczęstotliwościowym szumem, a sam pomiar jest mało odporny na drgania mechaniczne. W pomiarach akcelerometrem rzadziej występuje szum niskoczęstotliwościowy. Błędy wynikające z obecności szumu są szczególnie istotne przy algorytmach całkujących, wyznaczających prędkość i pozycję akcelerometru. W przypadku analizy przyspieszeń drgań zakłócenia mają mniejsze znaczenie, a mimo to konieczne jest odpowiednie filtrowanie uzyskanych przebiegów na długości trasy generującego drgania akustyczne przenośnika. W innym przypadku uzyskane sygnały nie spełniają minimalnych wymagań stawianych na potrzeby analizy widmowej. Standardowo zastosowano filtr Butterwortha, którego parametry dobrano metodą empiryczną, na bazie analizy uzyskanego w kolejnych iteracjach sygnału. Eliminowano wysokoczęstotliwościowy szum powyżej częstotliwości dominujących, determinujących częstotliwość odcięcia filtra oraz szum niskoczęstotliwościowy w zakresie poniżej 1 Hz.

Na potrzeby wyznaczania częstotliwości drgań na podstawie sygnału zarejestrowanego między sąsiadującymi podporami krążnikowymi wykorzystano krótkotrwałą transformatę Fouriera, zdefiniowaną jako:

$$STFT(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} w(t - \tau)X(\tau) \exp \exp (2j\pi\tau) d\tau \#(45)$$

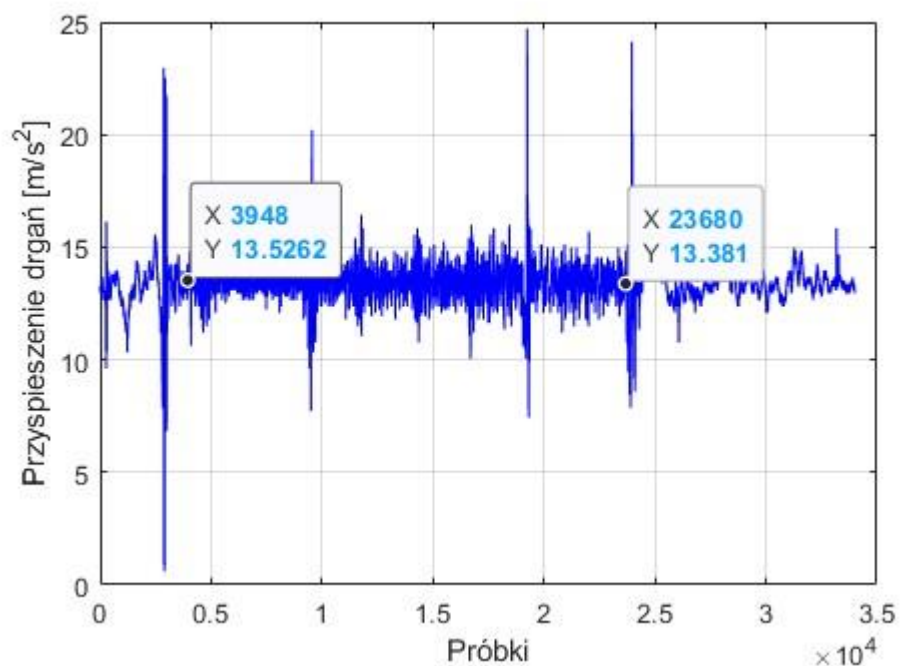
gdzie  $w(t - \tau)$  jest przesuniętym oknem Kaisera, a  $X(\tau)$  jest sygnałem wejściowym ciągłym. Dyskretna wersja równania 45, z której skorzystano w pracy dla obserwacji  $X_1, X_2, \dots, X_N$ , punktu czasowego  $t \in T$  i częstotliwości  $f \in F$  jest zdefiniowana [83].

$$STFT(t, f) = \sum_{k=0}^{N-1} w(t - k)X(k) \exp \left( \frac{2j\pi k}{N} \right) \#(46)$$

## 5.2. Proces przetwarzania danych

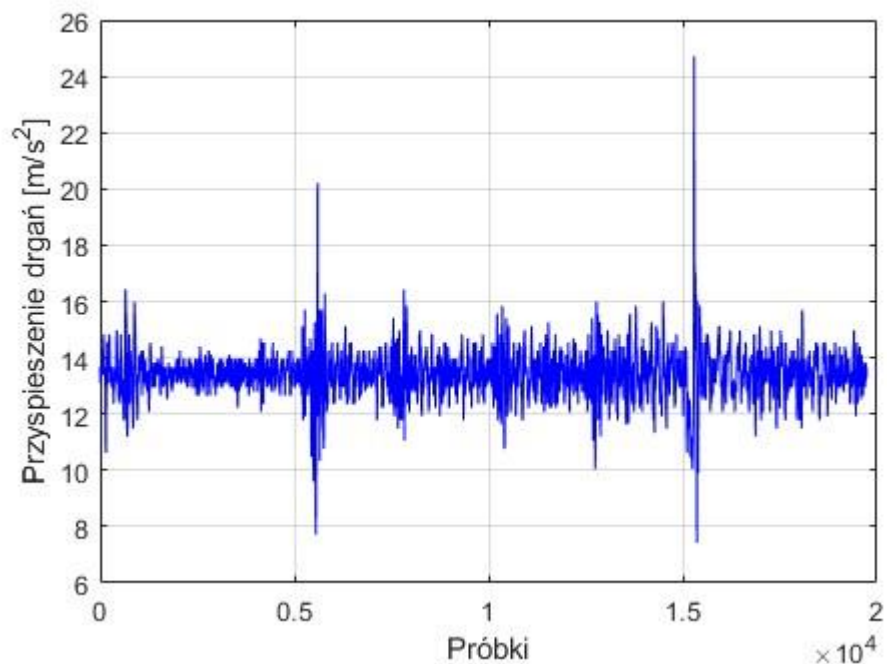
Proces przetwarzania danych obejmuje przeliczenie zarejestrowanego sygnału analogowego na przyspieszenie drgań. Zgodnie z omówionym sposobem działania urządzenia pomiarowego analiza danych odbywa się w usystematyzowany sposób, gdzie dobierane są fragmenty sygnału do analiz. Na podstawie częstotliwości próbkowania do sygnału przypisuje się wektor czasowy. W tej sekcji przedstawiono etapy przetwarzania danych. Zarejestrowany sygnał stanowi punkt wyjścia do kolejnych analiz, które pozwalają na wyznaczenie częstotliwości drgań.

Na rysunku 23 przedstawiono wykres przedstawiający przyspieszenie drgań w funkcji kolejno rejestrowanych próbek. Jest to surowy, zarejestrowany przez urządzenie pomiarowe sygnał od momentu od momentu zrzutu na taśmę w okolicach bębna zwrotnego do momentu przechwycenia przy bębnie czołowym.



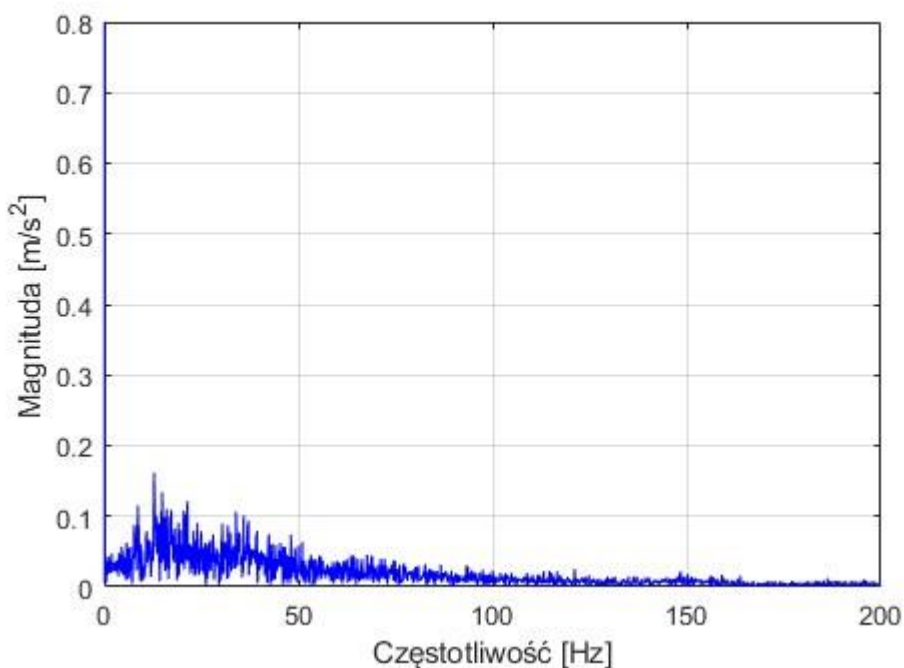
Rysunek 23. Przyspieszenie drgań w funkcji kolejno rejestrowanych odczytów od momentu włączenia urządzenia do przechwycenia go w okolicach bębna czołowego.

Widoczny charakterystyczny pik o dużym przyspieszeniu na początku rejestracji sygnału był związany z utwierdzeniem urządzenia na taśmie. Na wykresie oznaczono analizowany zakres przyspieszeń (kolejne próbki), zarejestrowany w trakcie przejazdu po trasie przenośnika laboratoryjnego do momentu przechwycenia urządzenia. Wyselekcjonowany zakres przedstawiono na rysunku 24. Specjalna metoda upuszczania urządzenia na taśmę pozwoliła wyeliminować zjawisko rozruchu z zarejestrowanego sygnału (rysunek 24).



Rysunek 24. Fragment sygnału zarejestrowanego podczas przejazdu urządzenia pomiarowego po trasie laboratoryjnego przenośnika taśmowego.

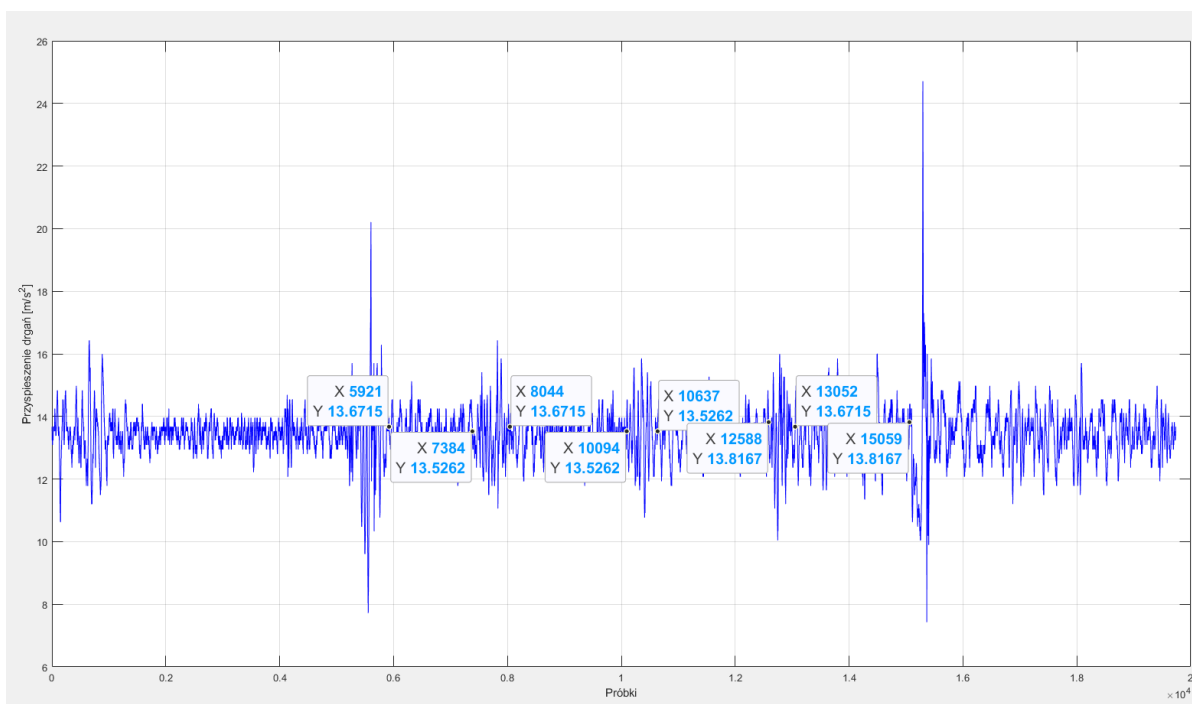
Tak przygotowany sygnał można poddać transformacji Fouriera. Rysunek 25 przedstawia widmo przyspieszenie drgań w funkcji częstotliwości. Widoczne jest nagromadzenie częstotliwości w obszarze 0 – 50 Hz.



Rysunek 25. Widmo sygnału zarejestrowanego przez urządzenie.

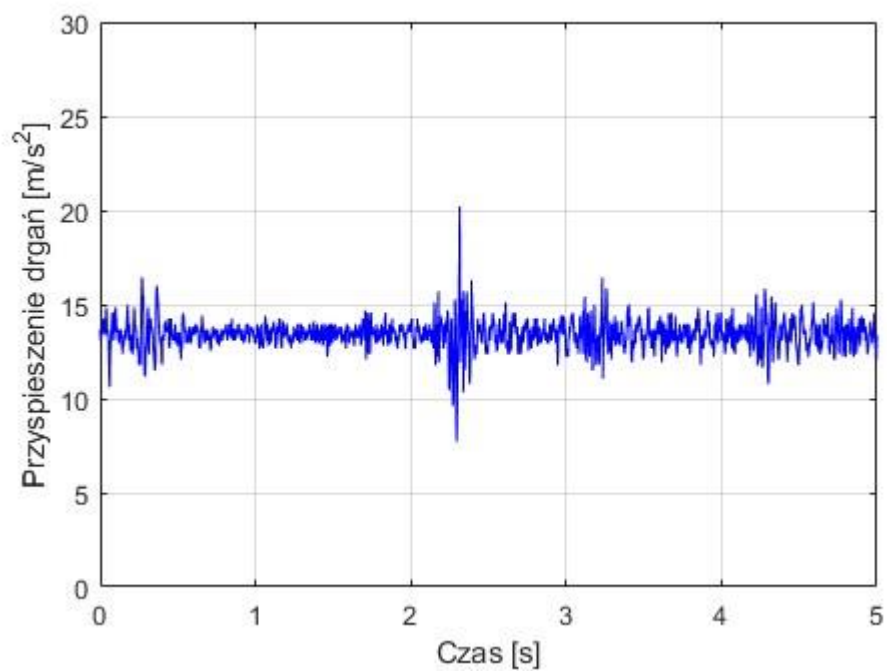
Uzyskane częstotliwości drgań, przedstawione na widmie (rysunek 25), dotyczą całego spektrum częstotliwości zarejestrowanych przez urządzenie w trakcie przejazdu. Aby

dokonać interpretacji częstotliwości drgań taśmy konieczne jest rozpatrywanie drgań ciągła między sąsiadującymi podporami krążnikowymi. Zarejestrowany sygnał zawiera charakterystyczne piki o dużych przyspieszeniach, co wynika z przejść przez sztywne podpory krążnikowe. Zjawisko cechuje się dużą regularnością, natomiast wartości przyspieszeń zarejestrowane przez urządzenie w trakcie pokonywania kolejnych podpór są tak duże, że możliwe jest wyznaczenie liczby podpór na trasie przenośnika oraz wytypowanie lokalizacji wadliwej współpracy krążników taśmą. W kolejnych krokach analizy dokonano selekcji odcinków, w których urządzenie znajduje się między podporami krążnikowymi. Na rysunku 26, będącym zrzutem ekranu z programu MATLAB, przedstawiono wytypowane zakresy.



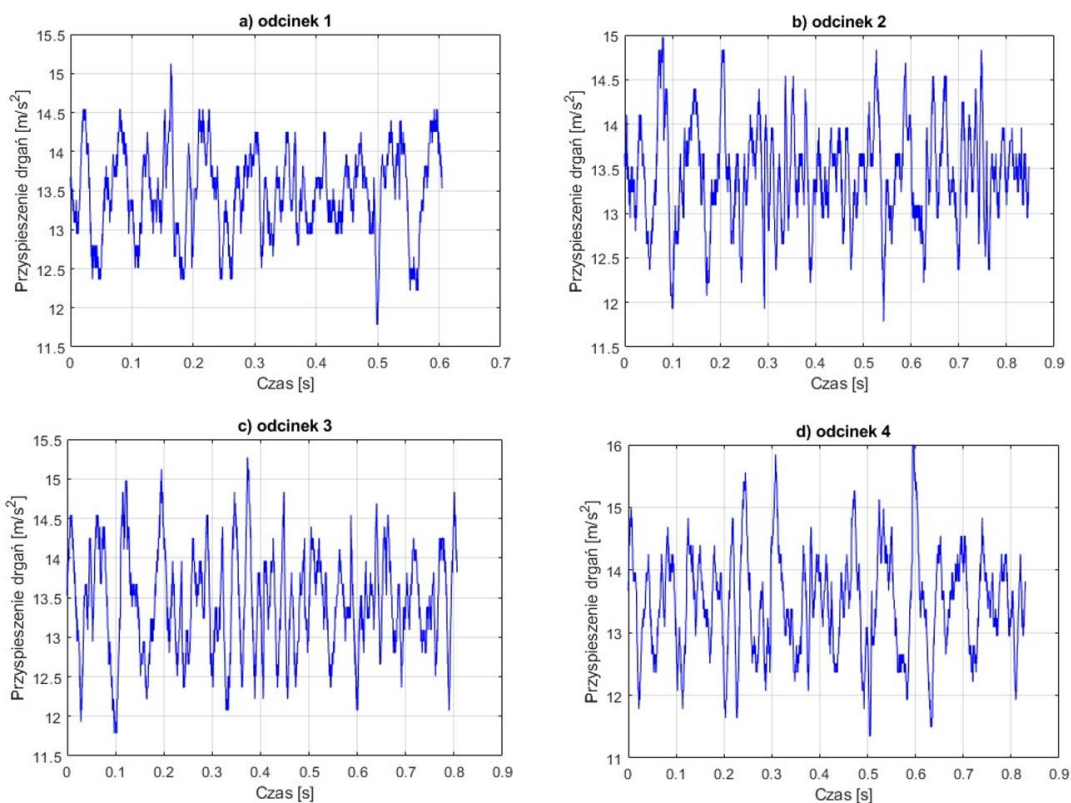
Rysunek 26. Obszary przejścia urządzenia pomiarowego przez sąsiednie podpory krążnikowe.

Na podstawie znanej częstotliwości próbkowania układu pomiarowego, kolejnym próbkom przypisano wektor czasowy. Rysunek 27 przedstawia sygnał zarejestrowanych drgań w czasie przejazdu urządzenie w ciągnie górnym stanowiska laboratoryjnego.



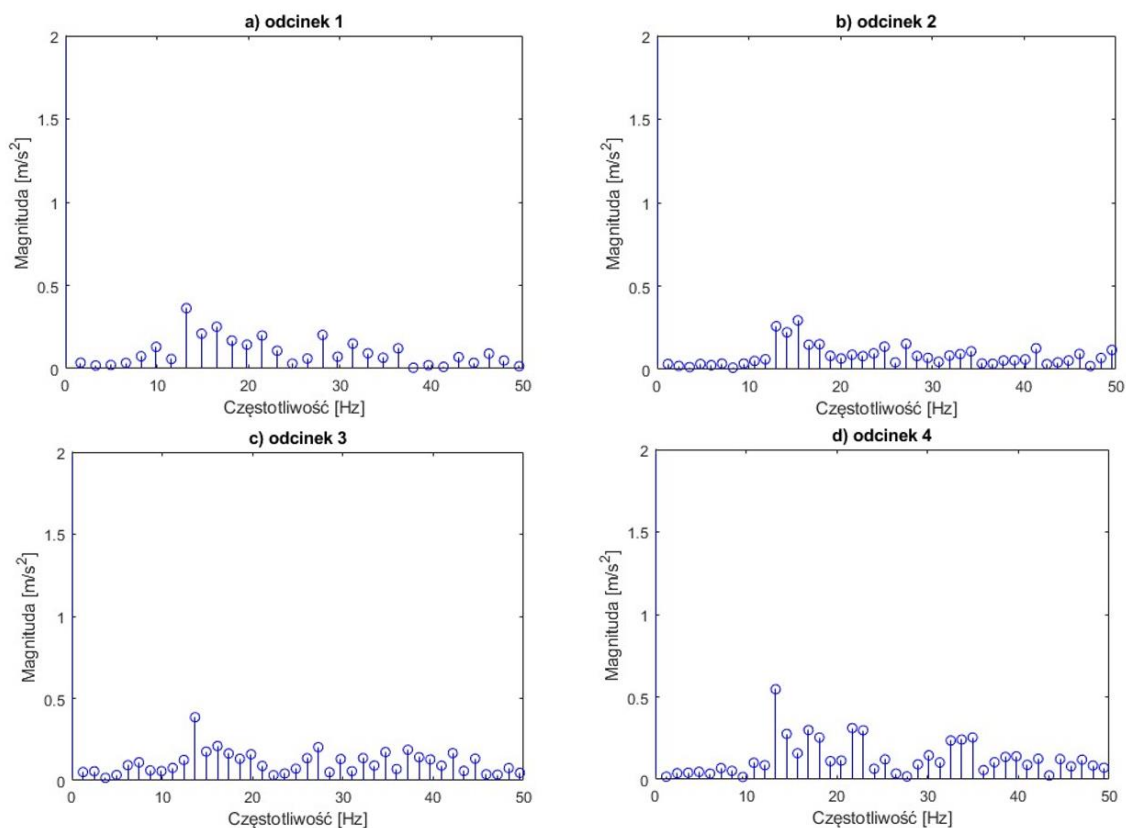
*Rysunek 27. Zarejestrowany sygnał przyspieszeń w funkcji czasu przejazdu urządzenia po przenośniku.*

Przebieg drgań między podporami krążnikowymi został przedstawiony na rysunku 28. Stanowisko pomiarowe wyposażone było w pięć podpór, co umożliwiło analizę czterech odcinków między podporami.



Rysunek 28. Przyśpieszenia drgań, zarejestrowane dla odcinków między sąsiadującymi podporami krążnikowymi.

W wyniku przetworzenia sygnału z wykorzystaniem transformaty Fouriera dla wąskich okien czasowych uzyskuje się widma sygnałów, gdzie widoczne są częstotliwości drgań. Widma dla odcinków 1-4 przedstawiono na rysunku 29. Dla przedstawionego przypadku zaobserwowano wystąpienie głównych składowych częstotliwości w obszarze 10 – 20 Hz. Uzyskany wynik przyjmuje racjonalne wartości wskazywane jako częstotliwości drgań poprzecznych taśmy przez innych badaczy.

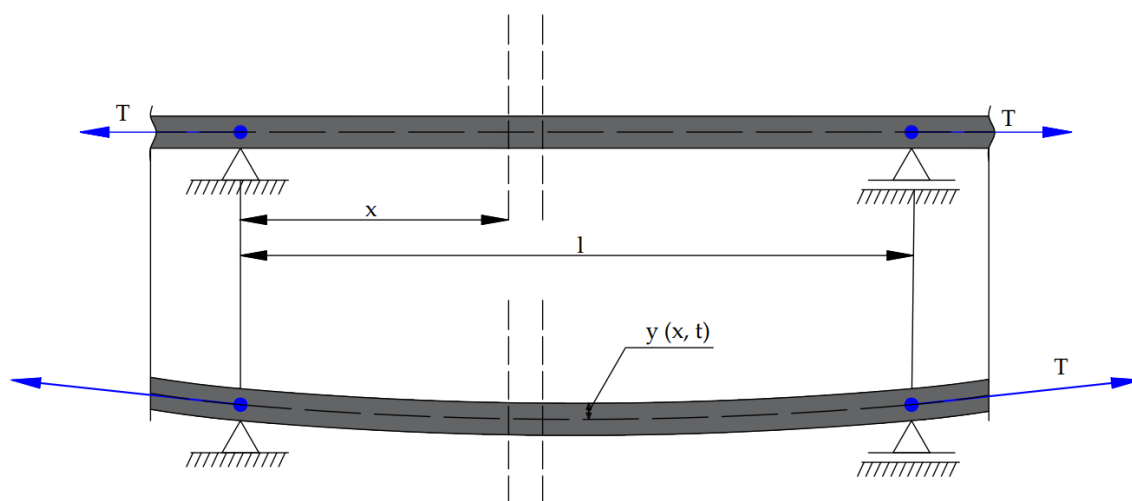


Rysunek 29. Widma sygnałów drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej, zarejestrowanych na odcinakach 1-4.

Otrzymane wyniki mogą różnić się w zależności od dobranych parametrów pracy oraz taśmy. Metoda pomiarowa pozwala na rejestrację dużych populacji danych do analiz co jest istotne z punktu widzenia statystyki. Możliwość rejestracji sygnału w funkcji długości przenośnika pozwala sprawdzić powtarzalność zarejestrowanych wyników oraz wykluczenie wyników skrajnie różniących się. Pomiar prowadzony przy pomocy metod stacjonarnych może być obciążony trudnym do odfiltrowania szumem, wynikającym np. z uszkodzenia krążnika w lokalizacji prowadzenia pomiaru. Testy laboratoryjne wykazały, że metoda z powodzeniem może zostać zaadaptowana na potrzeby badań drgań poprzecznych taśmy oraz pozwala prowadzić badania w znacznie szerszym zakresie niż metody standardowe.

## 6. Model drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej bazujący na belce osiowo rozciąganej

Eksperymenty prowadzone przez Lodewijksa dla wąskich próbek taśmy o małej wytrzymałości pokazały, że wpływ sztywności taśmy jest niewielki [25]. Jednak z uwagi na to, że wiele badań prowadzonych było w małej skali, zdecydowano się na wykorzystanie i weryfikację modelu drgań taśmy na bazie belki sprężonej z uwzględnieniem sztywności. Jako bazę zaproponowano model belki bazujący na sposobie uwzględnienia sił rozciągających opracowany przez Hopa [84]. Uwzględnia sztywność poprzeczną przekroju poprzecznego taśmy, która może odgrywać dużą rolę podczas przeliczania jej częstotliwości drgań poprzecznych. Model rozbudowano o wprowadzenie zastępczej siły w taśmie, która uwzględnia redukcję siły w oparciu o bezwładność wywołaną ruchem. Taśmę przenośnikową potraktowano jako jednorodną belkę o stałym przekroju (rysunek 30) dwustronnie utwierdzoną, gdzie z jednej strony taśmę podparto w sposób sztywny ( $x = 0$ ), a z drugiej - przegubowy ( $x = l$ ).

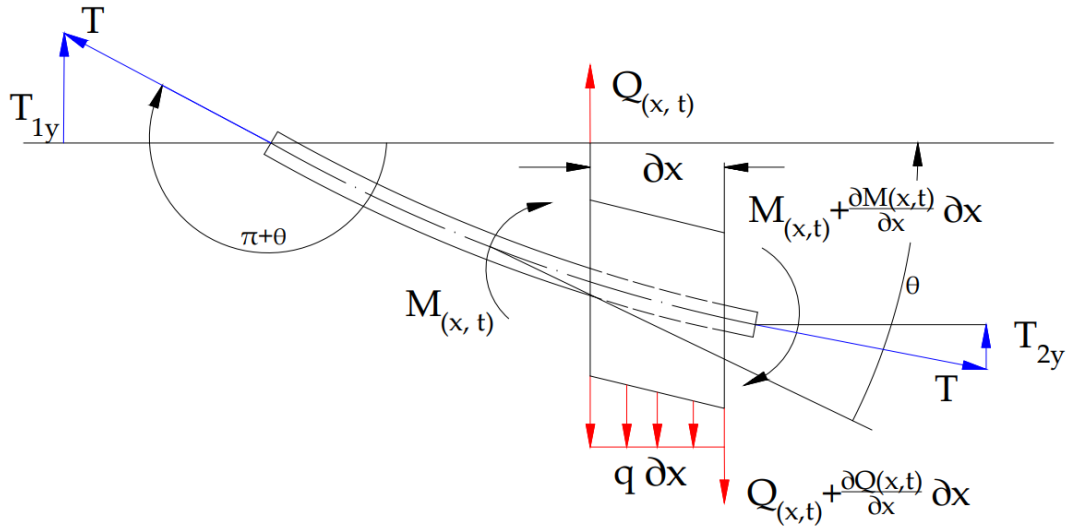


Rysunek 30. Schemat podparcia oraz obciążenia analizowanego układu. Na rysunku: T- siła w taśmie. (opracowanie własne, na podstawie[84])

Taśma wykonuje drgania giętne, a przemieszczenie przekroju określone jest jako:

$$y = y(x, t) \quad (47)$$





Rysunek 31. Wycinek przekroju poprzecznego taśmy o długości  $dx$  z oznaczeniem działających sił i momentów. Na rysunku:  $T$  – siła w taśmie,  $Q$  – siła tnąca,  $M$  – Moment gnący,  $q$  – obciążenie rozłożone (opracowanie własne, na podstawie [84])

Równanie ruchu dla analizowanego wycinka przekroju (rysunek 31), w kierunku zgodnym z przemieszczeniem jest równe [68]:

$$dm \cdot a = -Q(x, t) + Q(x, t) + dQ(x, t) - T \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} + T \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} + T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \quad \#(48)$$

Równania (48) ma sens dla założenia liniowo-sprężystego materiału oraz pominięcia obrotowego ruchu przekroju. W warunkach rzeczywistych taśmy przenośnikowe są kompozytami o nieliniowym module sprężystości, gdzie dodatkowo występują tłumienie materiału [85], [86]. Z uwagi na fakt, że szacowanie częstotliwości drgań prowadzi się zazwyczaj dla pewnego zakresu naprężeń taśmy można przeprowadzić odcinkową linearyzację charakterystyki sprężystości podłużnej, a powyższe założenia stają się słuszne. Znajdującą się w równaniu (48) masę elementu drgającego można opisać jako:

$$dm = \rho S dx \quad \#(49)$$

Zawarte w równaniu (49) przyspieszenie elementu  $dx$ :

$$a = \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \quad \#(50)$$

Natomiast siła poprzeczna jest równa:

$$Q(x, t) = \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} \quad \#(51)$$

Moment gnący można powiązać z promieniem krzywizny powstałym w wyniku ugięć belki:

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{r} \#(52)$$

Małe wychylenia determinują małe kąty powstałe pomiędzy osią poziomą, a kierunkiem działania siły wzdłuż osi belki:

$$\frac{1}{r(x, t)} = -\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \#(53)$$

Podstawiając (53) do równania (52) i wykonując przekształcenie otrzymujemy warunek na moment gnący:

$$M(x, t) = -EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \#(54)$$

Wstawiając (54) do równania (51) siła poprzeczna opisana jest jako:

$$Q(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] \#(55)$$

Natomiast przyrost siły poprzecznej wynosi:

$$dQ(x, t) = \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} dx = -\frac{\partial}{\partial x^2} \left[ EI \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] dx \#(56)$$

Wszystkie przedstawione relacje można teraz podstawić do pierwotnego równania ruchu (48), a uporządkowanie względem zmiennych oraz stopnia pochodnych daje następujące rozwiązanie:

$$EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} + \rho S \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} = 0 \#(57)$$

Pierwszy człon równania (57) to przyrost siły poprzecznej w belce na długości  $dx$ . Drugi człon opisuje siłę z jaką napięte ciągnie przeciwstawia się ruchowi elementu. Trzeci człon to elementarna siła bezwładności. Standardowe rozwiązanie równania ruchu (57), nieuwzględniające osiowego sprężenia prowadzi to otrzymania następującego wzoru na częstotliwość drgań giętych [68]:

$$f = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot S}} \#(58)$$

Rozwiązanie to całkowicie pomija wpływ sił wzdłużnych w taśmie oraz jej prędkość ruchu. Sposób na uwzględnienie sił poprzecznych zaproponował Hop [84], który zakłada dwustronne działanie siły ściskającej. Siła działająca wzdłuż osi wychylonej belki (krzywej) jest równa:

$$T_y = T_{1y} + T_{2y} = T \cdot \sin(\pi + \theta) + T \cdot \sin\theta_1 \#(59)$$

Z uwagi na fakt, że wychylenia poprzeczne taśmy są względnie niewielkie, można przyjąć założenie, że powstałe kąty pomiędzy płaszczyzną poziomą są bardzo małe, a przez to ich wpływ jest pomijalny. Dla takich założeń właściwe wydają się następujące założenia:

$$\sin\theta \cong \theta$$

$$\sin\theta_1 = \theta_1 = \theta(x, t) + \frac{\partial\theta(x, t)}{\partial x} dx \quad \#(60)$$

Równania (59) przyjmuje następującą postać:

$$T_y = T\theta + T \left( \theta + \frac{\partial\theta}{\partial x} dx \right) = T \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \quad \#(61)$$

Uwzględniając równanie (61) równanie ruchu (57) jest również właściwe dla belki ściskanej dwustronnie. Normalną postać drgań jako funkcję przemieszczenia i czasu można zapisać w następującej postaci [87].

$$y = \eta(x)f(t) = \eta \sin at \quad \#(62)$$

Wstawiając (62) do równania ruchu (57), po wykonaniu kilku przekształceń możliwe jest wyprowadzenia równania:

$$\frac{\partial^4 \eta(x, t)}{\partial \xi^4} - \gamma_1^2 \frac{\partial^2 \eta(x, t)}{\partial \xi^2} - \beta^4 \eta(x, t) = 0 \quad \#(63)$$

Gdzie:

$$\beta = l \sqrt[4]{\frac{\rho \cdot S \cdot \alpha^2}{E \cdot I}}$$

$$\gamma_1 = l \sqrt{\frac{T}{E \cdot I}}$$

$$\xi = \frac{x}{l}$$

Hop [84] w oparciu o rachunek operatorowy Rayleigha podał następujące rozwiązanie równania ruchu (17), opisujące częstotliwość drgań giętnych belki sprężonej osiowo:

$$f = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{E \nu I}{\rho \cdot S}} \cdot \sqrt{1 + \frac{T \cdot l^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I}} \quad \#(63)$$

W przypadku taśm przenośnikowych stosowanie gęstości materiału oraz pola powierzchni przekroju poprzecznego jest mało praktyczne. Z tego powodu, równanie (63) najlepiej zapisać w formie:

$$f = \frac{\pi}{2l_k^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{B \cdot m_t}} \cdot \sqrt{1 + \frac{T \cdot l_k^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I}} \quad \#(64)$$

Model w takiej postaci może zostać dostosowany do wykorzystania sztywności giętej taśmy przenośnikowej z wykorzystaniem geometrii przekroju poprzecznego oraz modułu odkształceń. W celu uwzględnienia prędkości taśmy należy w miejsce siły rozciągającej podstawić zastępczą siłę w taśmie w wzorze (65).

$$f = \frac{\pi}{2l_k^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{B \cdot m_t}} \cdot \sqrt{1 + \frac{T_0 \cdot l_k^2}{\pi^2 \cdot E \cdot I}} \quad \#(65)$$

*Gdzie:*

$T_0$  – siła zastępcza w taśmie,  $N$

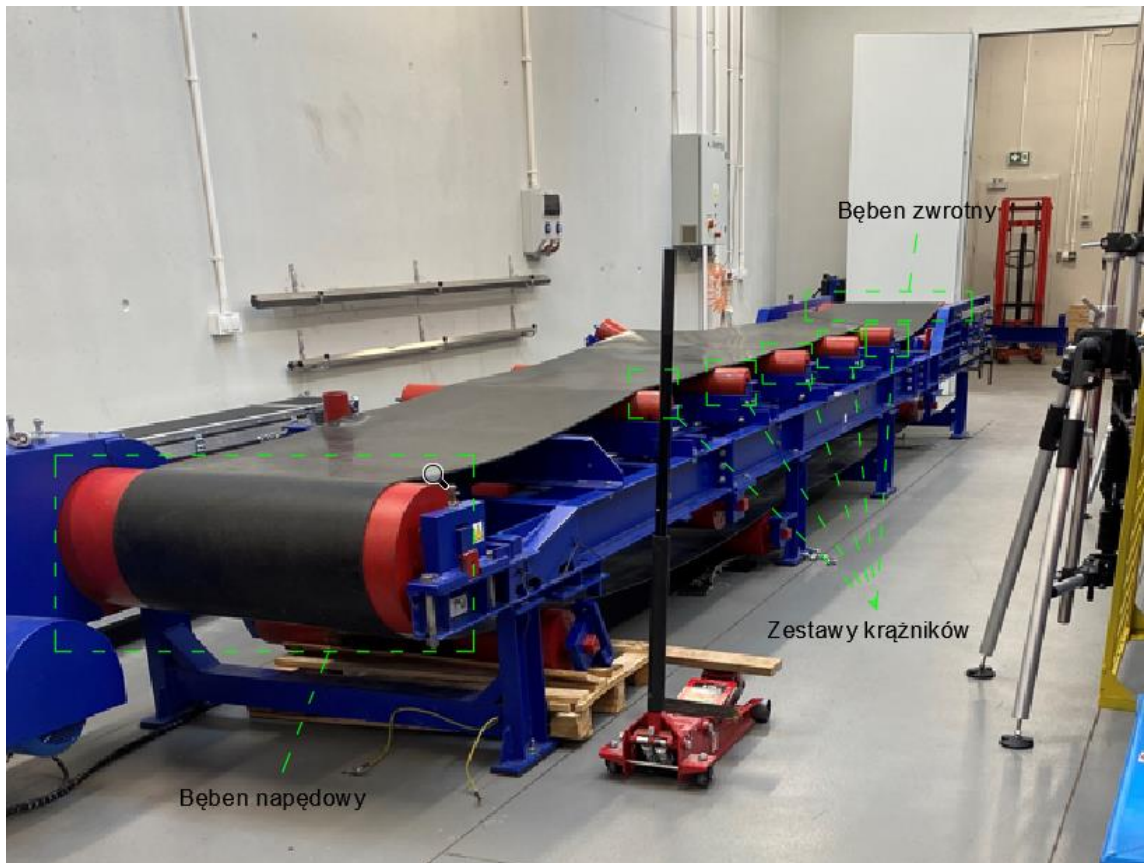
Model belki rozciąganej, uwzględniający prędkość taśmy przez siłę zastępczą oraz sztywność giętą taśmy w postaci przedstawionej we wzorze (65) jest wykorzystywany w przedstawionych w kolejnych rozdziałach badaniach częstotliwości drgań poprzecznych taśmy.

## **7. Badania wpływu kąta niecki na częstotliwość drgań porzecznych taśmy**

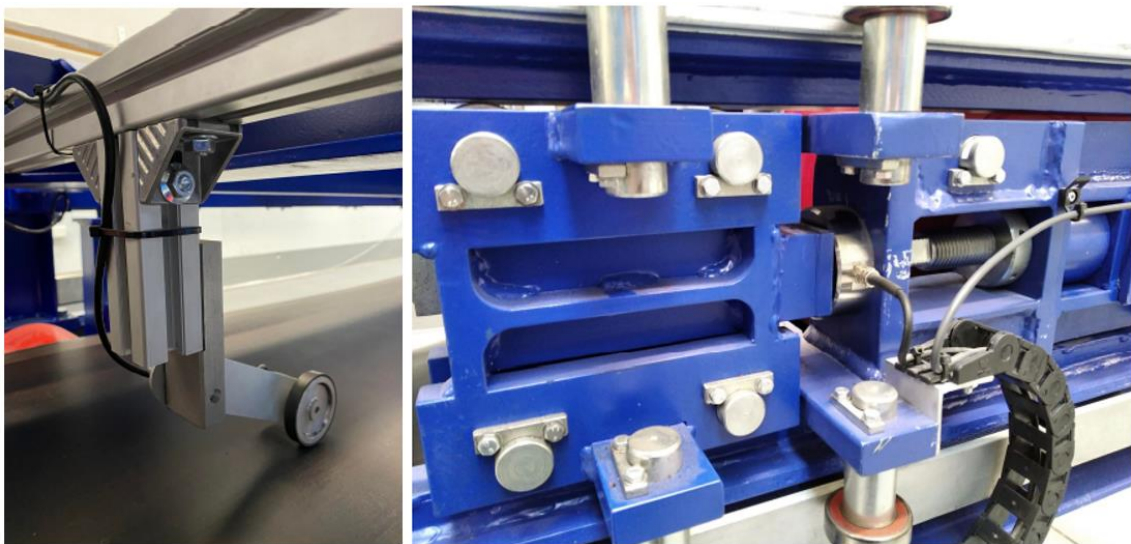
Zaproponowany model traktuję taśmę przenośnikową jako belkę. Główną różnicą między modelem belki rozciąganej, a innymi modelami jest uwzględnienie sztywności przekroju poprzecznego taśmy. W celu weryfikacji modelu oraz tego czy sztywność zginania taśmy ma wpływ na częstotliwość drgań konieczne jest przeprowadzenie eksperymentu, gdzie będzie możliwe formowanie taśmy w nieckę. Wyniki mogą okazać się pomocne w określeniu skuteczności modeli, które nie biorą pod uwagę sztywności zginania przekroju porzecznego taśmy. W kolejnych sekcjach przedstawiono stanowisko umożliwiające dobór kąta niecki w ciągnie górnym przenośnika taśmowego, badania z wykorzystaniem mobilnego urządzenia pomiarowego oraz wyniki i analizę błędów.

### **7.1. Stanowisko pomiarowe**

Do badań wykorzystano laboratoryjny przenośnik taśmowy (rysunek 32) o długości 8 m. Przenośnik wyposażony jest w pięć symetrycznych zestawów trójkrażnikowych, o regulowanym w pięciu pozycjach kącie nachylenia niecki (rysunek 34). Stosowane są gładkie, stalowe krażniki średnicy 133 mm. Średnia odległość pomiędzy zestawami wynosi 0,95 m. Stanowisko pozwala na płynną regulację prędkości taśmy do 5,3 m/s. Pomiar liniowej prędkości taśmy zrealizowano za pomocą enkodera mającego bezpośredni styk z ruchomym ciągnem. Stałą siłę rozciągającą w taśmie wymuszano za pomocą stałonapięciowego, hydraulicznego układu napinania, a pomiar siły naciągu zapewniały tensometryczne czujniki siły (rysunek 33).



Rysunek 32. Laboratoryjny przenośnik taśmowy wykorzystany do badań wpływu niecki taśmy na częstotliwość drgań poprzecznych (fotografia własna).



Rysunek 33. Widok enkodera inkrementalnego do pomiaru prędkości taśmy oraz układu napinania z czujnikiem do pomiaru siły napinającej (fotografia własna).



Rysunek 34. Konstrukcja przenośnika umożliwiające dostosowanie kąta niecki na potrzeby zmiany sztywności zginania przekroju porzecznego taśmy (fotografia własna).

Badania przeprowadzono dla typowej taśmy tekstylnej EP200 o długości pętli równej w przybliżeniu 17 m. Wszystkie niezbędne z punktu widzenia modelu obliczeniowego parametry taśmy zestawiono w tabeli 2. Przedstawiona w tabeli 2 jednostkowa sztywność taśmy jest parametrem wyznaczanym eksperymentalnie na podstawie wymiarów oraz zmierzonych odkształceń w funkcji siły rozciągającej. Parametr ten nie jest zależny od geometrii przekroju poprzecznego niecki.

Tabela 2. Parametry zainstalowanej taśmy.

Parametr	Wartość
Szerokość	0.8 m
Grubość	5.69 mm
Ilość przekładek	2
Masa	7.19 kg/m <sup>2</sup>
Moduł Younga	$3.75 \cdot 10^6$ N/m
Sztywność zginania	8.53 Nm

W celu oszacowania modułu sprężystości podłużnej taśmy przeprowadzono badania laboratoryjne typu MEVIX PN-EN ISO 283. Z uwagi na zakres zmian stosowanych sił zdecydowano się na badanie w warunkach statycznych, z pominięciem oznaczenia

wpływu reologii na wartość modułu. Na podstawie pomiaru siły taśmy oraz jej wydłużenia oszacowano moduł dla zakresu obciążeń jakie występują na stanowisku laboratoryjnym (rysunek 35). Wartość modułu odkształceń oraz przeliczonych wartości bezwładności przekroju poprzecznego dla uzyskanych kątów niecki przedstawiono w tabeli 3. Wykres przedstawiający zależność sztywność od kąta niecki przedstawiono na rysunku 36.



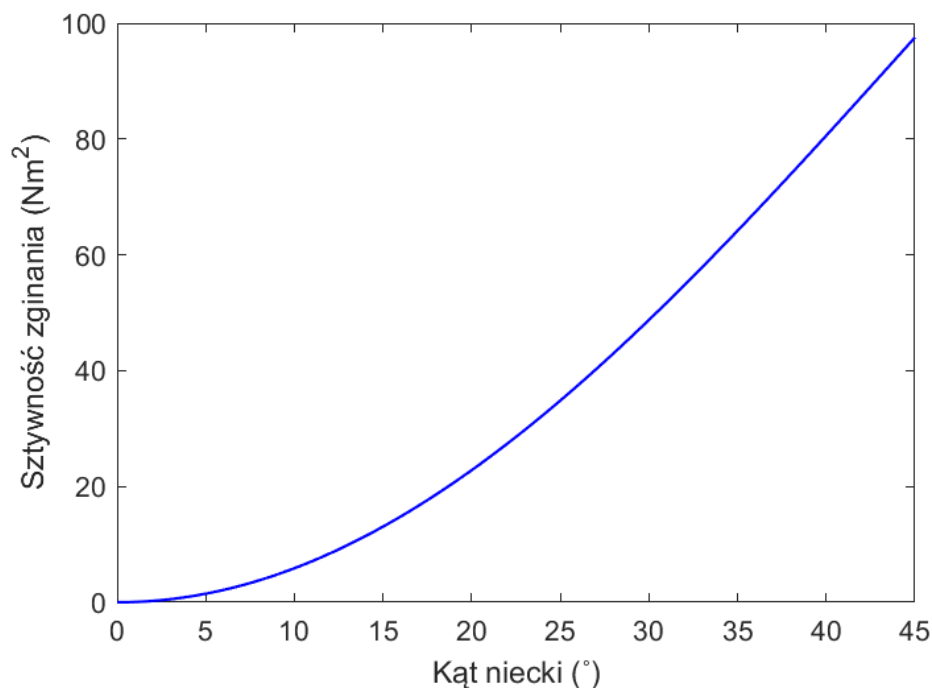
Rysunek 35. Pomiar modułu statycznego próbki taśmy przenośnikowej w warunkach laboratoryjnych (fotografia własna).

Tabela 3. Wartości kątów niecki, bezwładności przekroju oraz sztywność zginania.

Kąt [°]	0°	27°	31°	38°	41°
$I [m^4]$	0	9,0e-06	12e-05	17e-05	19e-05
$EI [N/m]$	0,04	34,84	44,84	64,07	72,75







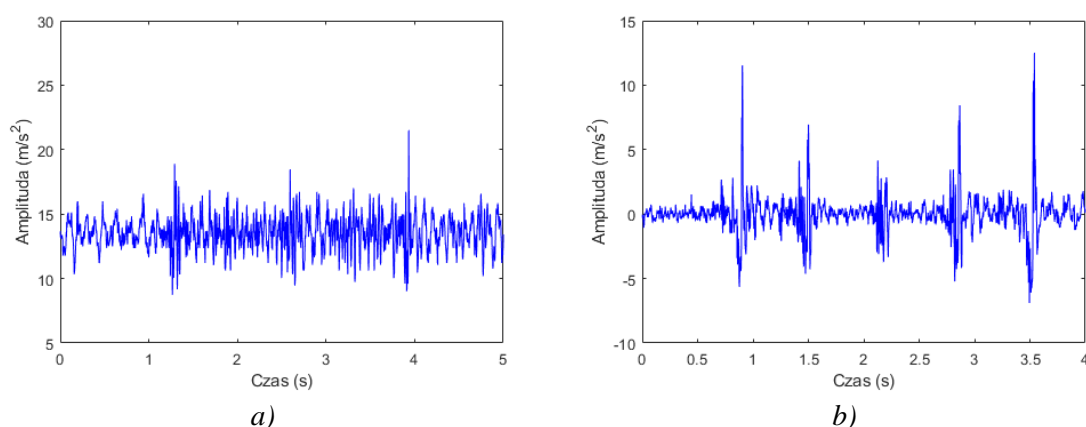
Rysunek 36. Zależność kąta wartości sztywności zginania w funkcji kąta niecki taśmy.

Kolejnym etapem badań była rejestracja przebiegów czasowych przez autorskie urządzenie pomiarowe poruszające się na taśmie, przy zadanym kącie niecki przenośnika. Kąt ten wpływa na zmianę sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy. Badanie przeprowadzono dla pięciu różnych kątów niecki (0°, 27°, 31°, 38°, 41°), w tym dla płaskiego biegu taśmy, oznaczonego jako kąt 0°. Płaski bieg taśmy nie jest stosowany dla cięgna górnego w przypadku transportu materiałów sypkich (wyjątek stanowią specyficzne odcinki przejściowe). Płaski bieg taśmy wykazuje się małymi wartościami sztywności zginania, wobec czego wpływ tego parametru można mieć mniejsze znaczenie niż w przypadku taśmy uformowanej w nieckę. Z tego powodu kąt 0° jako punkt charakterystyczny stanowi dobre potwierdzenie właściwego przebiegu prognozowanych przez model częstotliwości drgań. Płaski bieg taśmy jest częściej stosowany w przypadku cięgna dolnego, gdzie również istnieje możliwość wystąpienia rezonansów przenośnika. Z punktu widzenia częstotliwości drgań taśmy interesujące były rejestrowane sygnały czasowe pomiędzy podporami krążnikowymi, dla znanych i stałych odległości podpór. Realizowano przejazd urządzenia pomiarowego na całej długości trasy od bębna zwrotnego do bębna napędowego. Wydzielono krótkie odcinki czasowe zlokalizowane pomiędzy podporami krążnikowymi z całego sygnału czasowego. Następnie poddano je filtracji i analizie widmowej w celu wydzielenia charakterystycznych częstotliwości składowych. Odfiltrowanie sygnału pozwoliło na wyznaczenie teoretycznego przebiegu prognozowanej linii drgań. Badania przeprowadzono dla stałej siły napinającej taśmę 2 kN oraz prędkości 1,3 m/s.

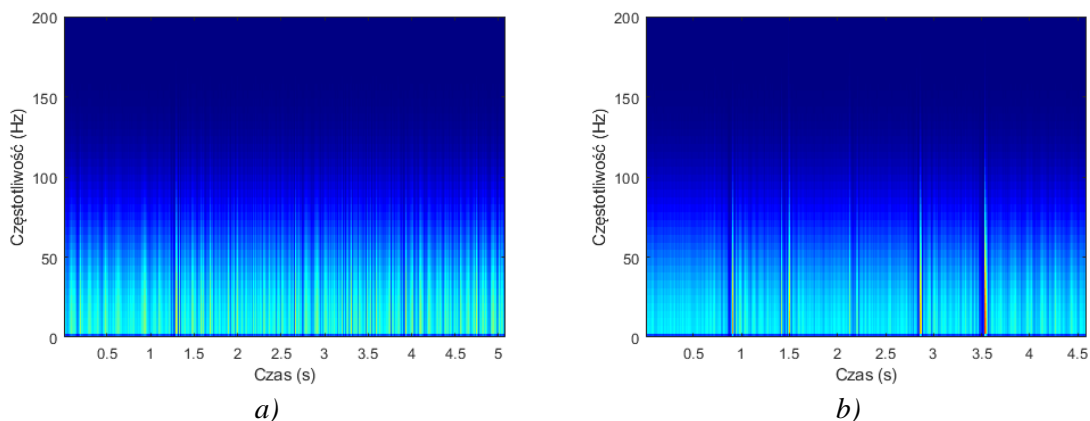
## 7.2. Opracowanie wyników

Rejestrator drgań przemieszczający się wraz z taśmą na długości trasy przenośnika rejestruje amplitudę drgań cięgna. Pomiar polegał na umieszczeniu urządzenia

w lokalizacji bębna zwrotnego i jego przejeździe wzdłuż trasy do bębna napędowego. Urządzenie podczas przebytej drogi miało pięć podpór krążnikowych, których zadaniem było uformowanie taśmy w nieckę. W wyniku pomiaru przeprowadzonego z wykorzystaniem urządzenia pomiarowego zarejestrowano przebiegi amplitud w czasie. Na rysunku 37 przedstawiono przebiegi zarejestrowanej amplitudy sygnału w czasie badania, dla kąta  $0^\circ$  oraz dla kąta  $41^\circ$ . W wyniku przetworzenia zarejestrowanych sygnałów wygenerowano spektrogramy, na których widoczne są częstotliwości. Spektrogramy dla kąta  $0^\circ$  oraz dla kąta  $41^\circ$ , przedstawiono na rysunku 38.

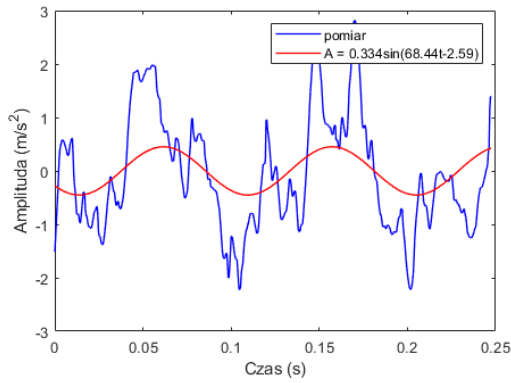


Rysunek 37. Sygnał czasowy drgań zarejestrowany na trasie przenośnika, a) dla kąta  $0^\circ$ , b) dla kąta  $41^\circ$ .

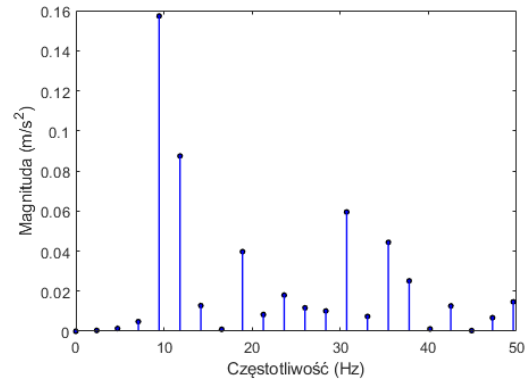


Rysunek 38. Spektrogramy uzyskane na podstawie sygnałów czasowych, a) dla kąta  $0^\circ$ , b) dla kąta  $41^\circ$ .

Uzyskane sygnały pozwalają zaobserwować, że taśma ułożona w nieckę cechuje się znacznie bardziej wyraźnym przebiegiem. Momenty przejścia urządzenia pomiarowego przez podpory krążnikowe są dobrze widoczne w postaci lokalnego przyrostu amplitud. Ilość przyrostów amplitud jest zgodna z ilością oraz lokalizacją podpór krążnikowych. Możliwość oceny przejścia urządzenia przez podpory krążnikowe na podstawie przebiegu sygnału w znaczącym stopniu ułatwia dobór przebiegów do oceny drgań taśmy w określonych lokalizacjach. W kolejnym etapie przetwarzania przedstawiono przebieg sygnału między sąsiadującymi podporami krążnikowymi (rysunki 39-43).

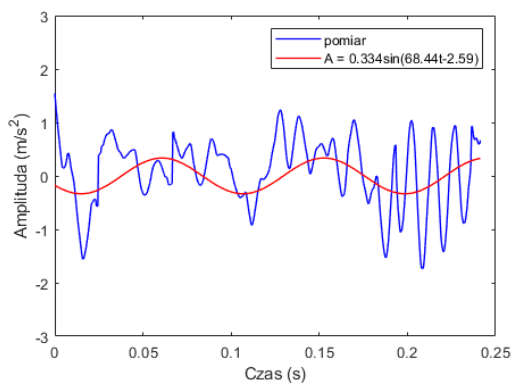


a)

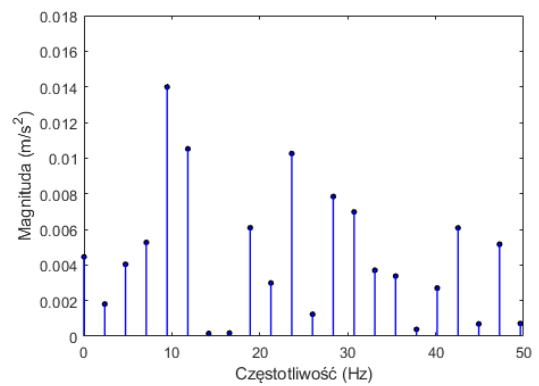


b)

Rysunek 39. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy płaskiej

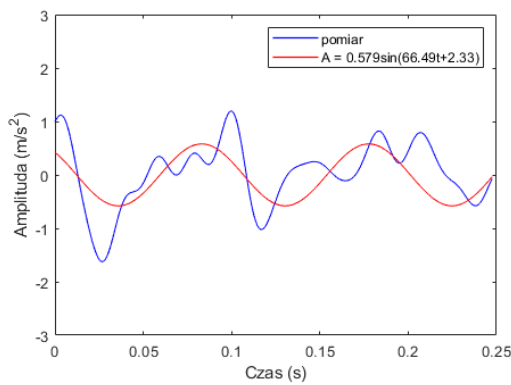


a)

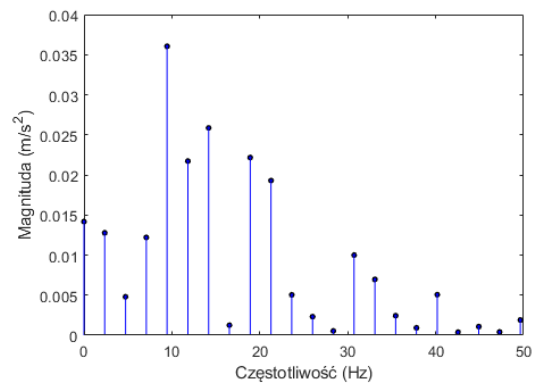


b)

Rysunek 40. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki 27°.

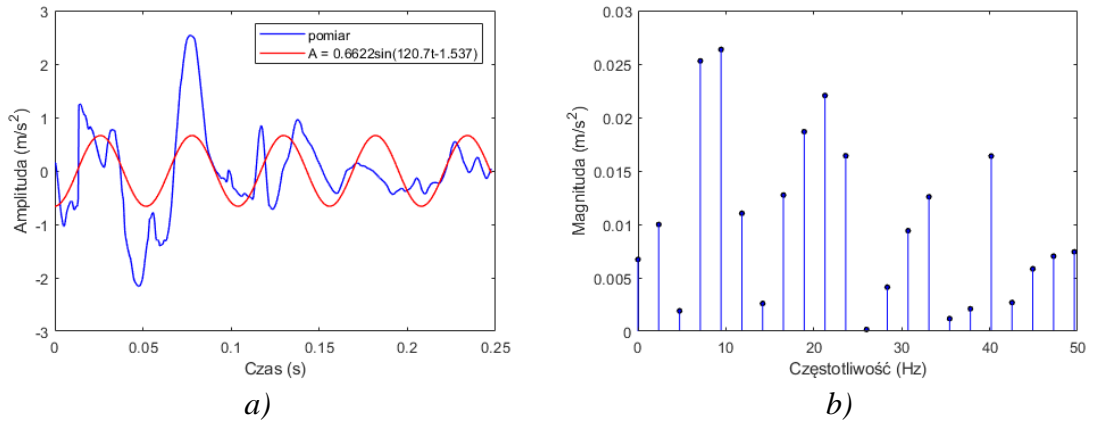


a)

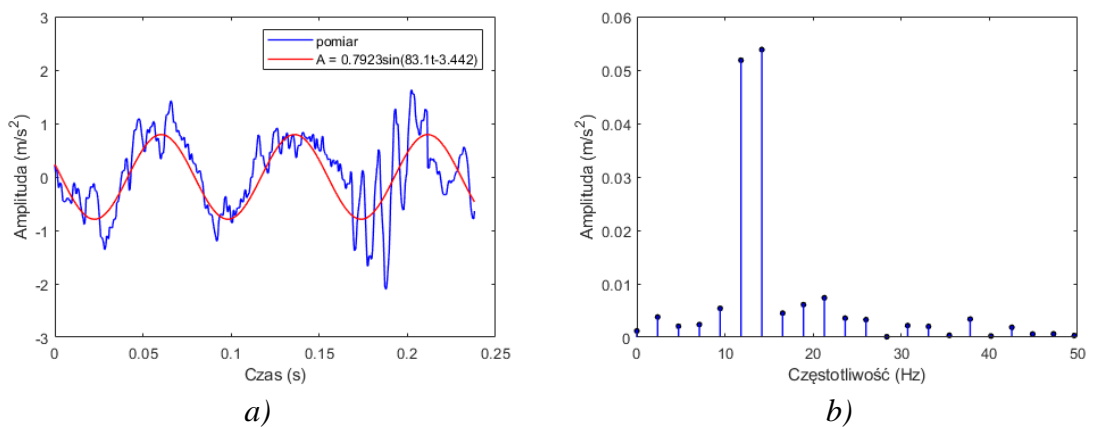


b)

Rysunek 41. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki 31°.



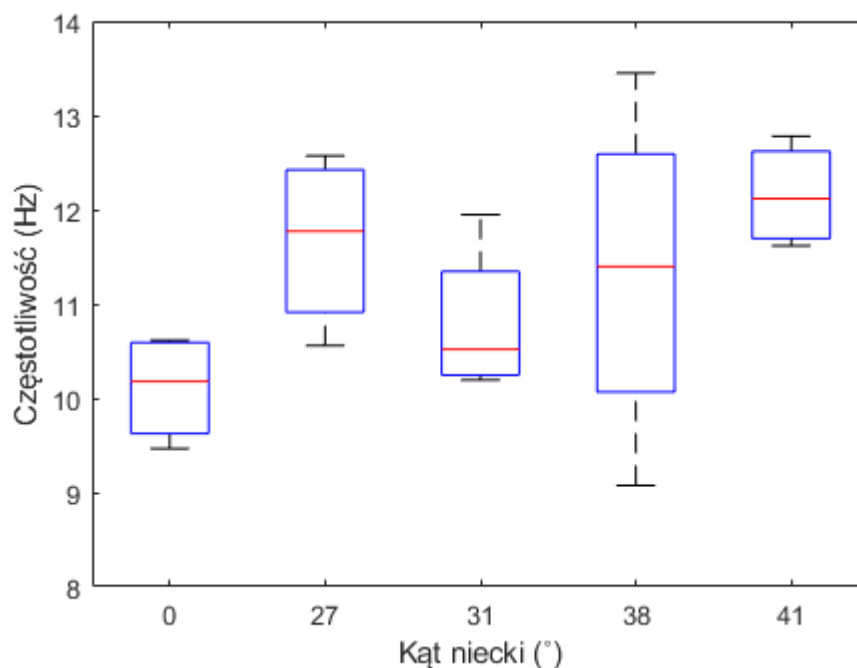
Rysunek 42. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki  $38^\circ$ .



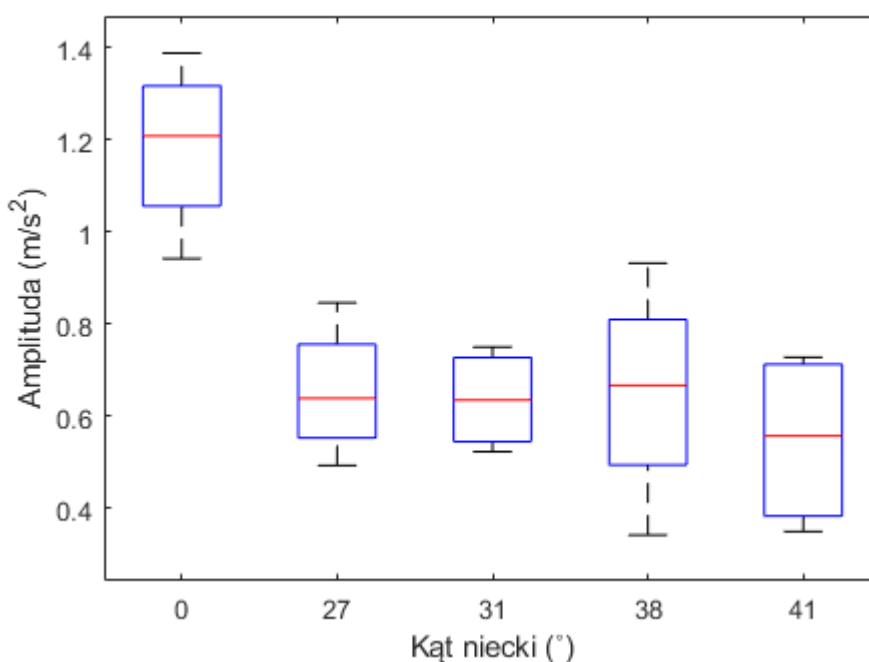
Rysunek 43. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki  $41^\circ$ .

W tego typu pomiarach typowe jest występowanie sporej ilości zakłóceń. Odpowiednia interpretacja sygnału pozwala na wyznaczenie trendów amplitud drgań poprzecznych pomiędzy podporami i dalszą analizę wyników. Po uwzględnieniu wszystkich zmierzonych odcinków możliwe jest uśrednienie uzyskanych częstotliwości dla serii pomiarowych prowadzonych na taśmie ułożonej w kąty niecki. Na rysunku 44 przedstawiono wykres pudełkowy dla częstotliwości zmierzonych w wybranych konfiguracjach niecki. Na rysunku 45 przedstawiono wartości amplitud w funkcji kąta niecki. Porównując wykresy (rysunek 44 i rysunek 45) zaobserwować można, że usztywnienie taśmy poprzez nieckowy układ taśmy, powoduje wzrost częstotliwości drgań, jednocześnie drgająca taśma przyjmuje mniejsze wartości amplitudy. Płaski bieg taśmy powoduje wystąpienie największych amplitud oraz najmniejszej wartości częstotliwości. Wykresy zostały przedstawione w formie pudełko wąs, gdzie obserwujemy medianę zmierzonych wartości oraz minimalne i maksymalne zmierzone wartości. Wyniki zmierzone dla taśmy uformowanej w nieckę charakteryzują się większym stopniem zmienności, gdzie dla kąta  $38^\circ$  zaobserwowano największą zmienność. Może to być spowodowane zmniejszeniem amplitudy, co przełożyło się na ograniczenie ruchu akcelerometru w osi pionowej, tym samym powodując

zmniejszenie maksymalnych różnic sygnału czasowego. Na rysunku 44 dla kąta niecki  $38^\circ$  widoczne jest, że sygnał poza dominującą częstotliwością zawiera sporą ilość zakłóceń. Usztywnienie przekroju poprzecznego taśmy poprzez uformowanie niecki sprawia, że taśma jest mniej podatna na zginanie, tym samym ograniczając zakres uzyskanych amplitud. Wpływ kąta niecki taśmy na uzyskane częstotliwości oraz wartości amplitud pozwala zaobserwować podobieństwo taśmy przenośnikowej (ułożonej w nieckę) do mechaniki belki osiowo rozciąganej posiadającej sztywność zginania.

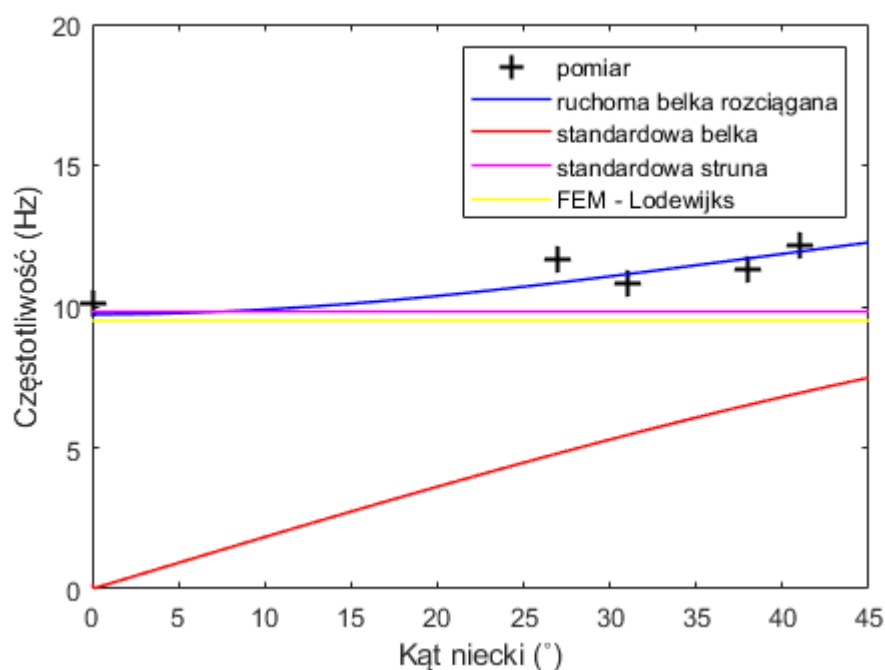


Rysunek 44. Uśrednione wartości zmierzonych częstotliwości dla poszczególnych kątów niecki.



Rysunek 45. Uśrednione wartości zmierzonych amplitud dla poszczególnych kątów niecki.

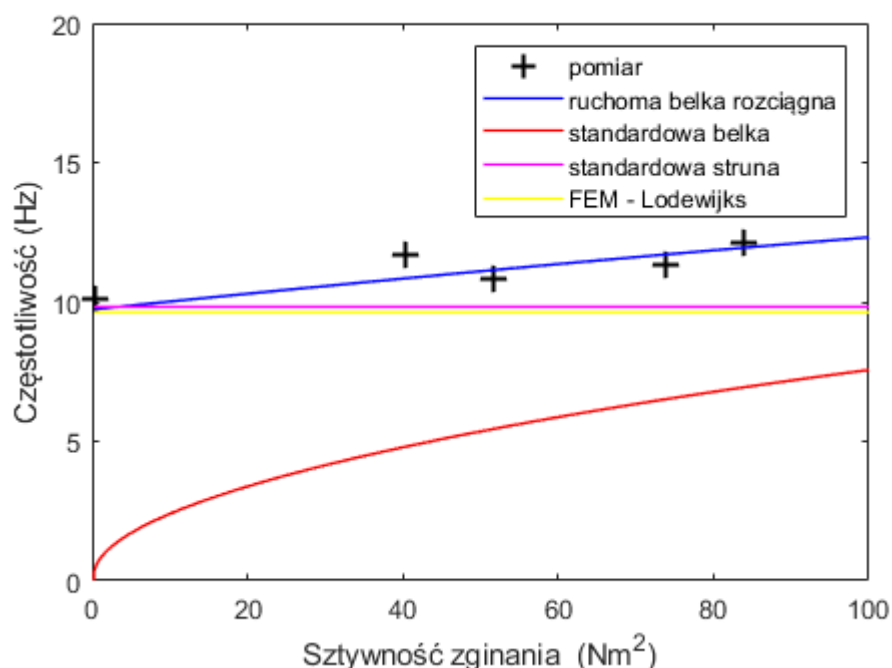
Wyniki pomiarów częstotliwości drgań poprzecznych zestawiono z wartościami przeliczonymi na podstawie zaproponowanego modelu belki osiowo rozciąganej. Obliczenia przeprowadzono w oparciu o znane parametry pracy, siła i prędkość taśmy dla badanych kątów niecki. Wyniki zebrano na rysunku 46, gdzie pokazane są wyniki pomiaru oraz wartości wyznaczone na podstawie modeli obliczeniowych. Częstotliwość drgań taśmy przedstawiono w funkcji kąta niecki, co umożliwia porównanie wyników pomiaru do modeli oraz oszacowanie niedoszacowania.



Rysunek 46. Zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy w zestawieniu z modelami teoretycznymi w funkcji kąta niecki, rozstaw krążników  $l_k = 0,95$  m.

Wśród zaproponowanych modeli tylko modele belki reagują na zmianę sztywności przekroju poprzecznego taśmy. Model standardowej belki, który nie uwzględnia sił rozciągających oraz prędkości taśmy pokazuje wyniki o dużej rozbieżności od zmierzonych częstotliwości drgań. Modele struny, model Lodewijksa oraz model własny pokazują zbliżone wartości dla taśmy płaskiej. Brak uwzględnienia sztywności przekroju poprzecznego taśmy przez model struny oraz model Lodewijksa powoduje, że pomiar częstotliwości w funkcji kąta niecki jest porównywany do stałych wartości zwróconych przez modele. Wartości zmierzone oraz otrzymane wg. modeli nieuwzględniających sztywności taśmy pokazują, stopniowy przyrost rozbieżności częstotliwości w funkcji kąta niecki. Wyniki przedstawiono również przy pomocy wykresu przebiegu częstotliwości drgań poprzecznych w funkcji sztywności zginania  $EI$  na (rysunku 47). Taka forma zobrazowania pozwala na interpretację wpływu konkretnej wartości sztywności zginania na częstotliwość drgań poprzecznych taśmy. Taka

wizualizacja pomija aspekty ważne z punktu widzenia eksploatacji przenośnika (kątniecki), tym samym skupiając się na relacji sztywność przekroju – częstotliwość drgań.



Rysunek 47. Zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy w zestawieniu z modelami teoretycznymi w funkcji sztywności zginania taśmy przenośnikowej, rozstaw krążników  $l_k = 0,95$  m.

### 7.3. Dokładność pomiaru

Na potrzeby wyznaczenia błędów pomiarowych wykorzystano średni błąd bezwzględny (MAE) oraz średni bezwzględny błąd procentowy (MAPE). Błąd MAE mówi o tym, ile średnio wynosi odchylenie wyniku wyznaczonego przez model w odniesieniu do wartości zmierzonej. Poniżej przedstawiono wzór na błąd MAE (66). Błąd MAPE informuje o średniej wielkości błędów modelu w odniesieniu do wartości zmierzonych, wyrażonych w procentach. Sposób obliczania błędów MAE oraz MAPE przedstawiono we wzorach (67 i 68).

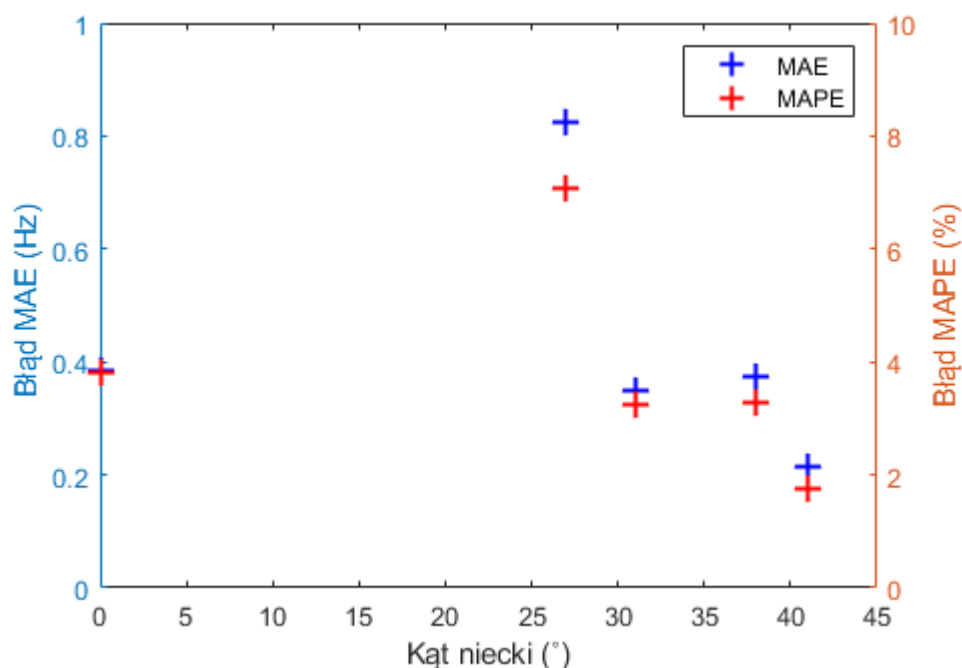
$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |x_t^P - x_t^M| \quad \#(66)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t^P - x_t^M}{x_t^P} \right| \cdot 100\% \quad \#(67)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{MAE}{|x_t^P|} \cdot 100\% \quad \#(68)$$

Zmierzone wartości częstotliwości drgań poprzecznych taśmy pomiędzy podporami krążnikowymi, dla tych konkretnych nastaw przenośnika mieściły się w przybliżonych

graniach od 10 Hz do 12 Hz. Można przyjąć, że wraz ze wzrostem kąta niecki, a co za tym idzie wykładniczego wzrostu sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy zmierzone częstotliwości drgań nieznacznie wzrastały. Zaproponowany model drgań poprzecznych taśmy, gdzie ciągnąco traktowane jest jako ruchoma belka o sprężeniu osiowym charakteryzował się małym błędem (rysunek 48) w porównaniu z innymi, dotychczas stosowanymi modelami. Średni MAE modelu wyniósł 0,43 Hz, a MAPE 3,83 %. Przy pomiarze dla kąta niecki 27° odnotowano największe wartości błędów, pomimo niewielkich rozrzutów wartości. Najmniejsze wartości błędów zaobserwowano dla kąta 41°.

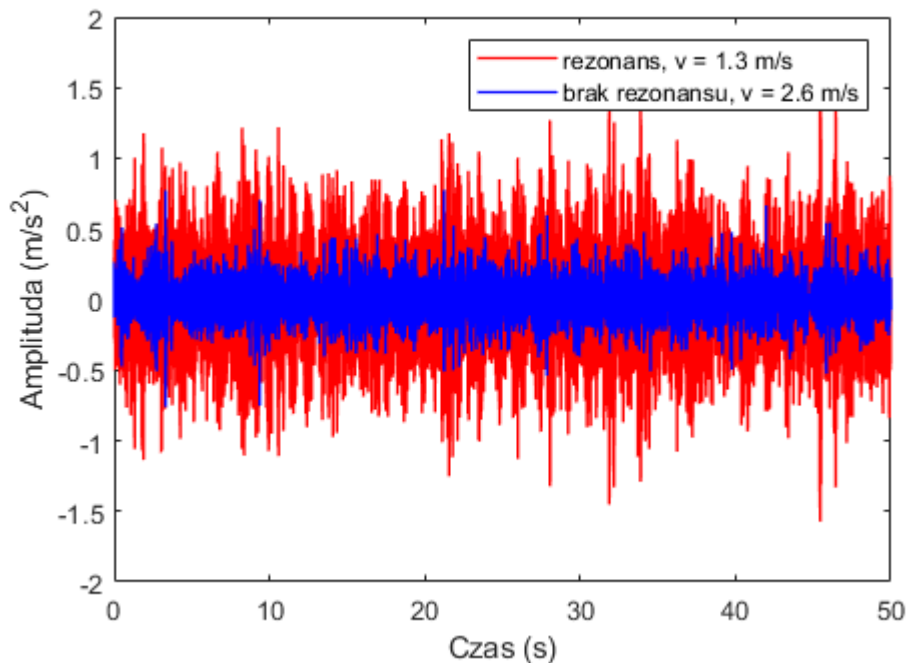


Rysunek 48. Błędy MAE i MAPE w funkcji kąta niecki.

#### 7.4. Zjawisko rezonansu

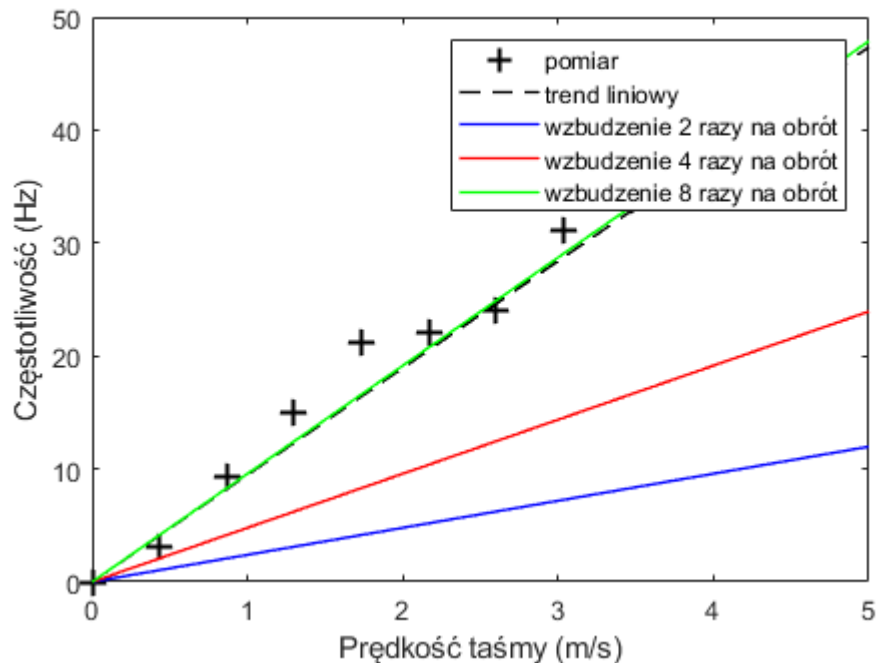
Zaproponowany model wyznaczania częstotliwości drgań poprzecznych taśmy może być wykorzystany na potrzeby prognozowania zjawiska rezonansów. Z uwagi na to, że na stanowisku laboratoryjnym częstotliwości zbudzenia krążników były zbliżone do częstotliwości drgań poprzecznych taśmy, możliwe było obserwowanie zjawiska rezonansu. Sterując prędkością taśmy, która ma wpływ na częstotliwości wzbudzenia, przeprowadzono serię pomiarową, której celem było odnalezienie rezonansowego zakresu pracy przenośnika. Dla prędkości taśmy wynoszącej 1,3 m/s i kąta niecki 41° zaobserwowano wyraźnie większą amplitudę (około dwa razy większą niż dla pozostałych badanych konfiguracji kąta niecki taśmy) zarejestrowanych drgań. Porównanie zarejestrowanych amplitud dla prędkości taśmy 1,3 m/s i 2,6 m/s przedstawiono na rysunku 49.





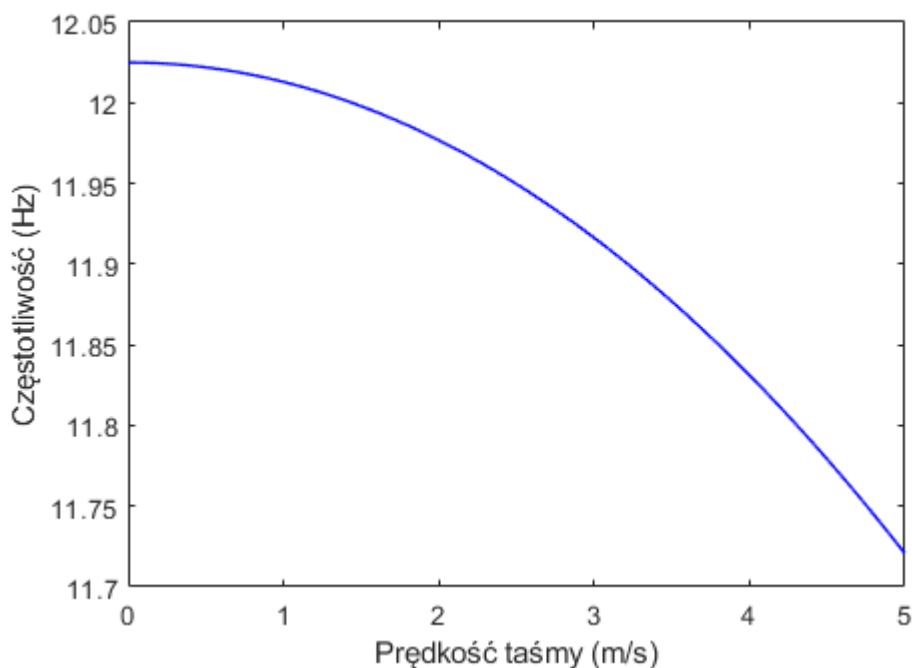
Rysunek 49. Amplituda drgań taśmy w funkcji czasu, dla pomiarów z różnymi prędkościami, dla kąta niecki  $41^\circ$ .

Przeprowadzono obliczenia z wykorzystaniem modelu belki rozciągniętej, podstawiając kolejne częstotliwości wzbudzenia przez krążnik, dla pełnego zakresu prędkości. Wyniki przedstawiono na wykresie, porównując je z zarejestrowanymi częstotliwościami. Wyniki pomiarów oraz wyznaczone na podstawie modelu pokryły się dla wartości ośmiokrotnego wzbudzenia drgań przez krążnik. Wyniki zestawiono na rysunku 50. Zjawisko obrazuje jak złożony pod względem analizy drgań jest układ przenośnika taśmowego. Większość wskazówek dotyczących sprawdzenia warunku wystąpienia rezonansu dotyczy sprawdzenia podstawowych częstotliwości wzbudzenia drgań przez krążnik lub wzbudzenia dwukrotnego. Pełna analiza dla kolejnych krotności częstotliwości podstawowych wiąże się z dużym nakładem pracy i bardzo często nie jest wykonywana.

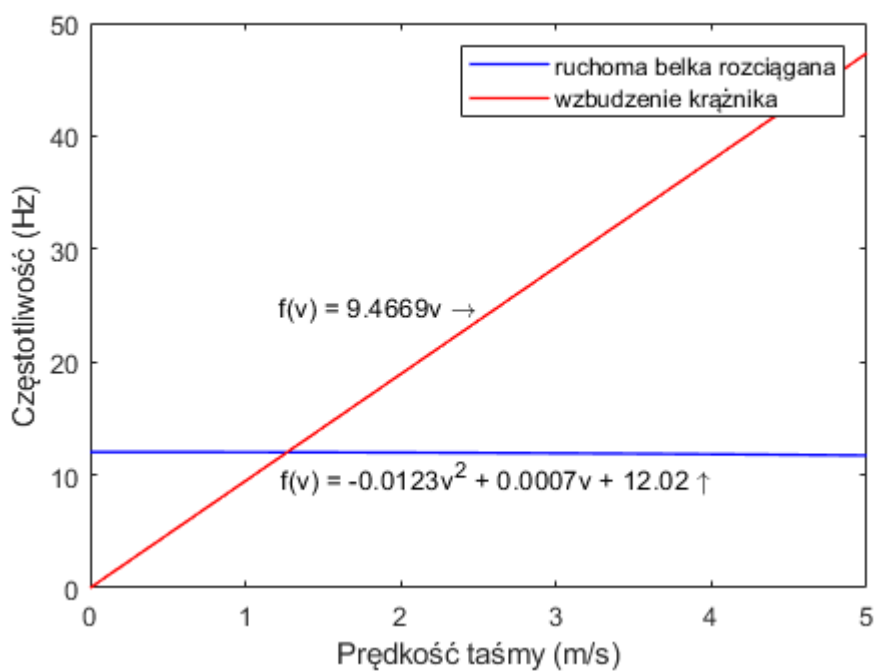


Rysunek 50. Częstotliwość wzbudzania drgań przez krążniki w funkcji prędkości taśmy, dla kąta  $41^\circ$ .

Zaproponowany model może zostać wykorzystany na potrzeby prognozowania częstotliwości rezonansowych. Wyznaczono przyrost częstotliwości drgań taśmy w funkcji prędkości liniowej, dla wybranego kąta niecki ( $41^\circ$ ). W proponowanym modelu parametrem, który uwzględnia prędkość liniową taśmy jest siła zastępcza w taśmie. Wyniki przedstawiono na rysunku 51. Następnie wyniki przeliczone zgodnie z modelem, porównano z częstotliwościami dla których odnaleziono rezonans (wzbudzenie ośmiokrotne na obrót krążnika) w funkcji prędkości taśmy (rysunek 52). Przecięcie się linii świadczy o nałożeniu się częstotliwości wzbudzania oraz drgań taśmy, gdzie występuje ryzyko wystąpienia rezonansu. Punkt przecięcia występuje w okolicy prędkości taśmy 1,3 m/s, której wyraźnie większa wartości amplitudy w czasie została przedstawiona na rysunku 49. W badaniach zaproponowano metodę inżynierii wstecznej, polegającą na identyfikacji zjawiska rezonansu w trakcji prowadzonych serii pomiarowych a następnie odnalezienie przyczyny występowania zjawiska. W praktyce projektowej model może być wykorzystany do zaawansowanych analiz, których celem będzie wykluczenie zakresów pracy które mogą powodować nałożenie się częstotliwości, z uwzględnieniem prędkości ruchu jak również parametrów komponentów przenośnika (krążniki i ich łożyska). Możliwość powiązania zjawiska zwiększonej amplitudy z wzbudzeniem drgań przez krążnik stanowi cenną wiedzę, która może zostać wykorzystana na potrzeby maksymalizowania trwałości elementów obrotowych.



Rysunek 51. Częstotliwość drgań taśmy w funkcji prędkości liniowej taśmy dla kąta niecki 41°.



Rysunek 52. Prognoza zakresu pracy rezonansowej przenośnika taśmowego dla kąta niecki 41°, w funkcji prędkości liniowej taśmy.

## 8. Badania częstotliwości drgań poprzecznych w warunkach in-situ

Wykorzystanie metody pomiarowej w in-situ pozwala na rejestrację częstotliwości drgań na długości przenośnika taśmowego. Zgodnie z tym co zasugerował Lodewijks i co wynika z modelu drgań poprzecznych taśmy częstotliwość drgań powinna zmieniać się w funkcji przyrostu siły w taśmie [69], [88]. W warunkach laboratoryjnych (dla krótkiego przenośnika), które przedstawiono w poprzednim rozdziale przyrosty oporów były zbliżone do zera, w związku z czym zostały one pominięte z rozważań. W warunkach kopalnianych, przyrost sił w taśmie w ciągu górnym, na trasie między bębnum zwrotnym a czołowym będzie przyjmował znaczące wartości, co może przełożyć się na zmianę częstotliwości drgań poprzecznych. W takich warunkach zarejestrowany sygnał drgań może być wykorzystany jako metoda diagnostyczna, w tym przypadku do wyznaczania przyrostu sił w taśmie. Opracowany model drgań taśmy, bazujący na belce rozciąganej został wykorzystany na potrzeby wyznaczania sił w taśmie na podstawie zarejestrowanego na długości trasy sygnału drgań poprzecznych z wykorzystaniem stworzonego urządzenia pomiarowego. Badania przeprowadzono in-situ w kopalni kruszyw skalnych na wznoszącym przenośniku taśmowym. W celu określenia wpływu obciążenie urobkiem zdecydowano się przeprowadzić badania dla pustej taśmy oraz dla taśmy załadowanej urobkiem. Zebrano dane z przenośnika i wykonano jego model w środowisku QNK-TT, gdzie możliwe było wyznaczenie przyrostu sił w taśmie. Dokonano analizy porównawczej zarejestrowanych sygnałów dla dwóch wariantów załadowania oraz wyznaczono przyrost sił na podstawie zarejestrowanego sygnału.

### 8.1. Przenośnik testowy

Pomiary przeprowadzono na przenośniku PT-1000/60 o długości 78 m, zlokalizowanym na terenie kopalni kruszyw ze względu na łatwy dostęp do konstrukcji urządzenia oraz możliwość sterowania załadowaniem (rysunek 53). Pomost naprawczo – remontowy wzdłuż trasy umożliwiał śledzenie pozycji urządzenia pomiarowego. Na przenośniku zainstalowana była gładka taśma trójprzekładkowa, typu Z4P – 630 - 1- I - 1000. W ciągu górnym taśma ułożona była w nieckę w trójkątnym układzie symetrycznym o kącie  $30^\circ$ , natomiast w ciągu dolnym w dwukątnym układzie symetrycznym o kącie  $15^\circ$ . W analizowanym ciągu górnym rozstaw podpór krążnikowych wynosił 0,8 m. Napinanie taśmy realizowane było poprzez urządzenie grawitacyjne, w pobliżu stacji zwrotnej. Parametry przenośnika oraz zainstalowanej taśmy zestawiono w poniższej tabeli 4.

Tabela 4. Parametry pracy przenośnik oraz właściwości zainstalowanej taśmy.

<b>Długość przenośnika</b>	<b>78 m</b>
<b>Moc napędu</b>	44 kW (2 x 22kW)
<b>Kąt pracy</b>	~16°
<b>Wydajność technologiczna</b>	300 Mg/h
<b>Szerokość taśmy</b>	1000 mm
<b>Grubość taśmy</b>	17,3 mm
<b>Wytrzymałość taśmy na zrywanie</b>	630 kN/m
<b>Prędkość taśmy</b>	1,81 m/s
<b>Masa taśmy</b>	18,9 kg/m <sup>2</sup>
<b>Siła napinająca taśmę</b>	10,5 kN
<b>Kąt niecki w ciągnie górnym</b>	30°



Rysunek 53. Przenośnik PT-1000/60 – widok stacji zwrotnej, przesypu oraz grawitacyjnego urządzenia napinającego (zdjęcie własne).

Z uwagi na wznoszącą trasę pod kątem 16°, na przenośniku występowała składowa oporów związana z podnoszeniem materiału na określoną wysokość. Konieczne było również utwierdzenie urządzenia na taśmie w celu zapobieżenia jego przesunięciem się względem położenia początkowego. W przypadku pomiaru z urobkiem, urządzenie zostało utwierdzone na taśmie a następnie przykryte materiałem, tak aby nie ingerować w stopień załadowania w okolicy urządzenia. Aparatura w trakcie realizacji pomiarów została przedstawiona na rysunku 54.



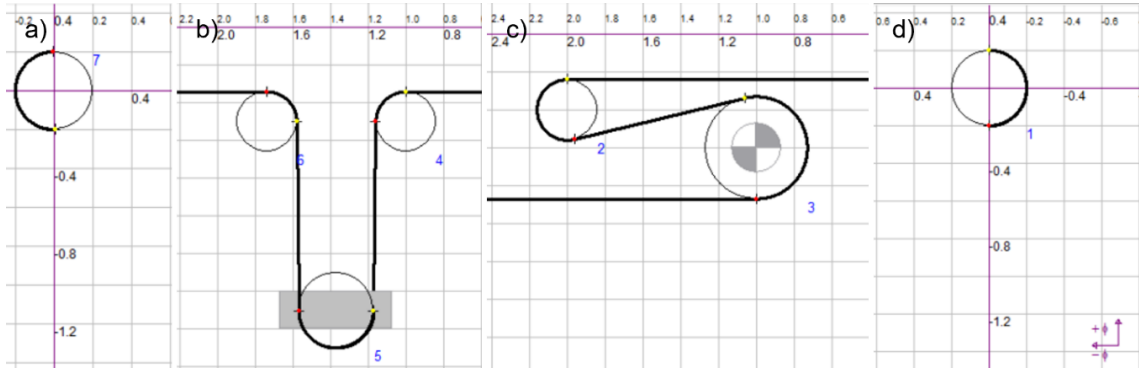
Rysunek 54. Urządzenie pomiarowe zlokalizowane na ruchomej taśmie przenośnika (zdjęcie własne).

## 8.2. Model przenośnika – QNK-TT

W celu oznaczenia przyrostu sił w taśmie wykorzystano oprogramowanie do modelowania przenośników taśmowych QNK-TT [53], [55], [89]. Program pozwala na obliczenia poszczególnych komponentów oporów przenośnika jak opory toczenia krążników, opory wgniatania taśmy w krążnik, przeginanie taśmy, przeginanie urobku na taśmie, opory poślizgu taśmy na krążnikach jak również opory skupione na punktach załadunku, bębnach oraz urządzeniach czyszczących [3], [90]. Standardowe metody obliczeniowe (DIN 22101) wykorzystują uproszczony, zastępczy współczynnik tarcia na potrzeby wyznaczania oporów przenośnika. Metody te są szczególnie niedokładne w przypadku przenośników krótkich (mniej niż 80 m) i nachylonych (więcej niż 15°) [3]. Analizowany przenośnik posiada parametry będące przeciwskazaniem do analiz z wykorzystaniem metody podstawowej (długość 78m, kąt nachylenia 16°) stąd wykorzystanie zaproponowanego oprogramowania jest jak najbardziej uzasadnione. W przeciwieństwie do metody podstawowej, algorytm wykorzystywany przez QNK-TT bazuje na analizach teoretycznych dyssypacji energii przez taśmę przenośnikową i transportowany materiał, a także analizach interakcji między taśmą i krążnikami. Wykorzystywane przez program formuły były testowane w warunkach przemysłowych oraz laboratoryjnych [91], [92]. Modelowanie obiektów z wykorzystaniem metod wirtualnych oraz modelowania rozmytego zastosowano do rozwiązania problemu zróżnicowania komponentów przenośnika oraz zmiennych warunków pracy [93]. Bazując na testach laboratoryjnych w oprogramowaniu QNK-TT wykorzystywane są spore bazy danych opisujących rodzaje taśm, transportowanego materiału oraz elementów takich jak krążniki, bębny, jednostki napędowe. Pozwala to na uzyskanie

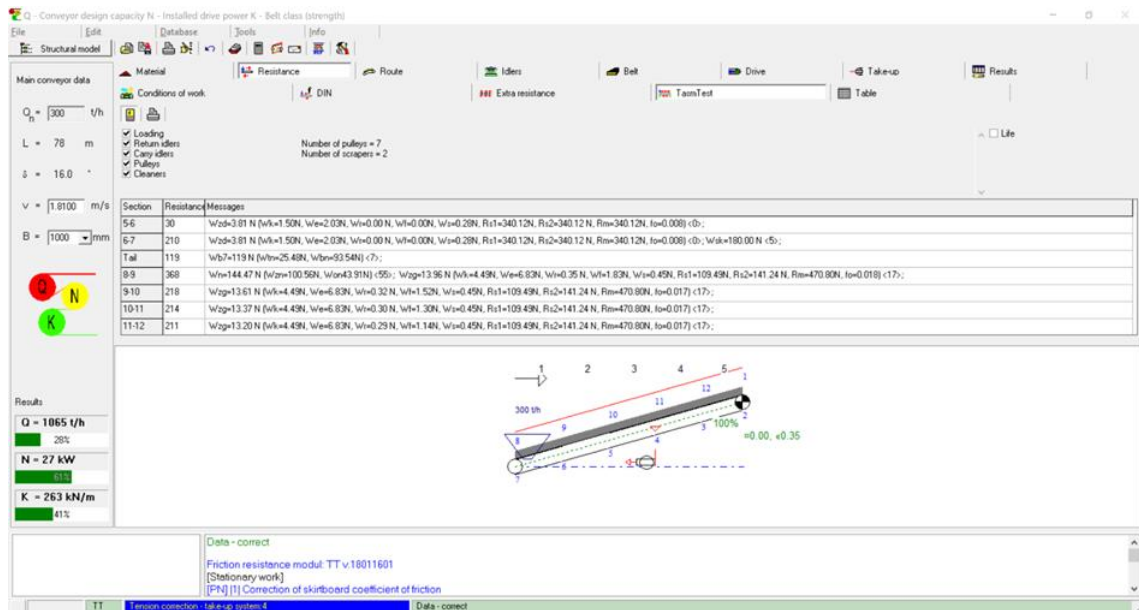
znacznie bardziej wiarygodnych wyników oporów ruchu oraz sił w taśmie. Dodatkowo oprogramowanie pozwala na obserwację wpływu wybranych parametrów na zapotrzebowanie energii przez jednostkę napędową.

Dane przenośnika taśmowego przedstawione w tabeli 4 zostały wykorzystane do stworzenia modelu w oprogramowaniu QNK-TT. Na rysunku 55 przedstawiono widok napędu, urządzenia napinającego oraz bębna czołowego oraz zwrotnego.



Rysunek 55. Elementy modelu, bębny (z uwzględnieniem kąta opasania) zlokalizowane na długości trasy przenośnika: a) bęben zwrotny, b) urządzenie napinające, c) napęd, d) bęben czołowy (QNK-TT).

Opory ruchu i siły w taśmie zostały obliczone dla typowych warunków pracy przenośnika opisanych wydajnością 300t/h. Poniżej widoczny jest zrzut ekranu głównego QNK-TT (rysunek 56), z widocznymi parametrami głównymi po lewej stronie (wydajność, prędkość linowa taśmy, długość przenośnika, zapotrzebowanie na moc napędu oraz wytrzymałość taśmy). W środkowej części widoczne są składowe oporów ruchu zaś w dolnej części widoczna są trasa oraz okno wiadomości. Podsumowanie parametrów modelu przedstawiono w tabeli 5. Wydajność 300 t/h stanowiła 28 % obciążenia przenośnika. Przenośnika podzielony został na 12 sekcji dla których wyznaczono siły w taśmie oraz wartości oporów ruchu.



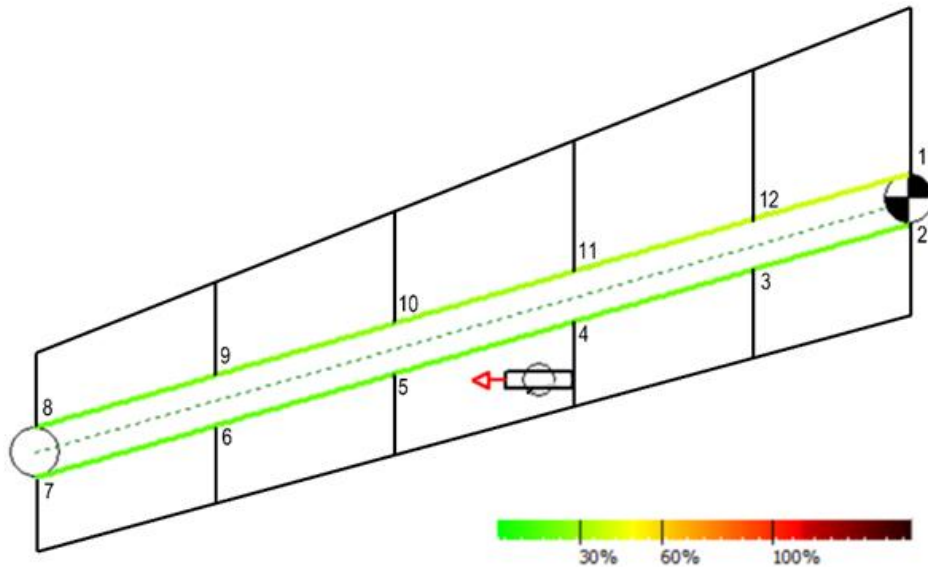
Rysunek 56. Ogólna charakterystyka przenośnika oraz wartości oporów ruchu, okno główne programu QNK-TT.

Tabela 5. Podsumowanie parametrów obliczeniowych QNK-TT.

Sekcja	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-1
Wydajność [t/h]							300					
Długość [m]							78					
Kąt nachylenia [°]							16					
Prędkość taśmy [m/s]							1.81					
Szerokość taśmy [m]							1					
Procent obciążenia [%]							28					
Moc [kW]							27					
Moc [%]							61					
Obciążenie taśmy [%]							41					
Opory ruchu [N]	451	352	516	30	30	210	119	368	218	214	211	183
Opory podnoszenia taśmy [N]	0	-683	-780	-780	-780	-780	0	780	780	780	780	683
Opory podnoszenia urobku [N]	0	0	0	0	0	0	0	1992	1992	1992	1992	1743
Siła obwodowa [N]	12613	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Wyznaczone wartości sił w ciągnię górnym przedstawiono na rysunku 57 oraz zebrano w tabeli 6. Przeprowadzone badania siły w taśmie z wykorzystaniem urządzenia pomiarowego oraz opracowanego modelu zostaną porównane z wartościami wyznaczonymi w środowisku QNK-TT, tabela 6 gdzie punkty 8-1 opisują wartości sił w taśmie w ciągnię górnym.





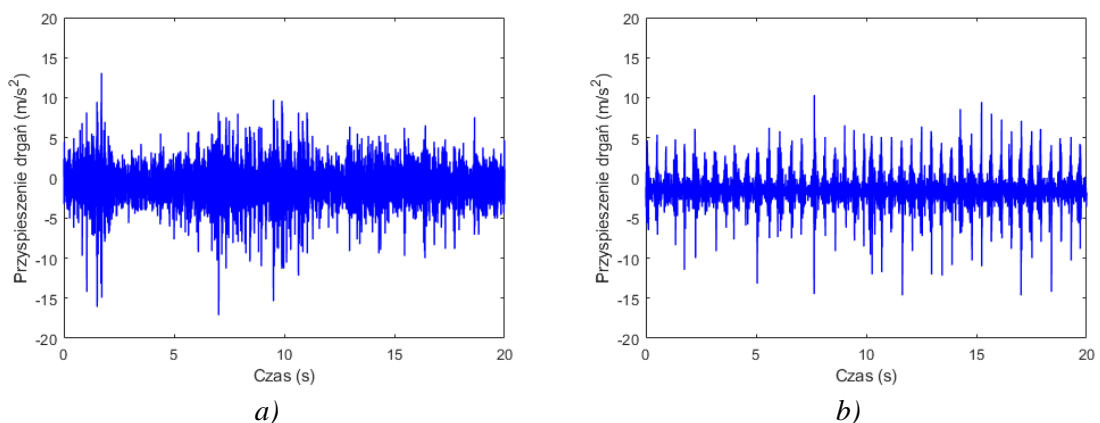
Rysunek 57. Wartości wyznaczonych sił w taśmie na długości pętli opisanych jako procent siły maksymalnej w taśmie (QNK-TT).

Tabela 6. Wartości sił w cięgnię górnym dla dwóch wariantów załadowania od bębna zwrotnego (8) do bębna czołowego (1).

Point	8	9	10	11	12	1
Pusta taśma [N]	11542	12490	13387	14284	15181	15967
Taśma z urobkiem [N]	11629	14769	17759	20745	23728	26337

### 8.3. Pomiar drgań na przenośniku

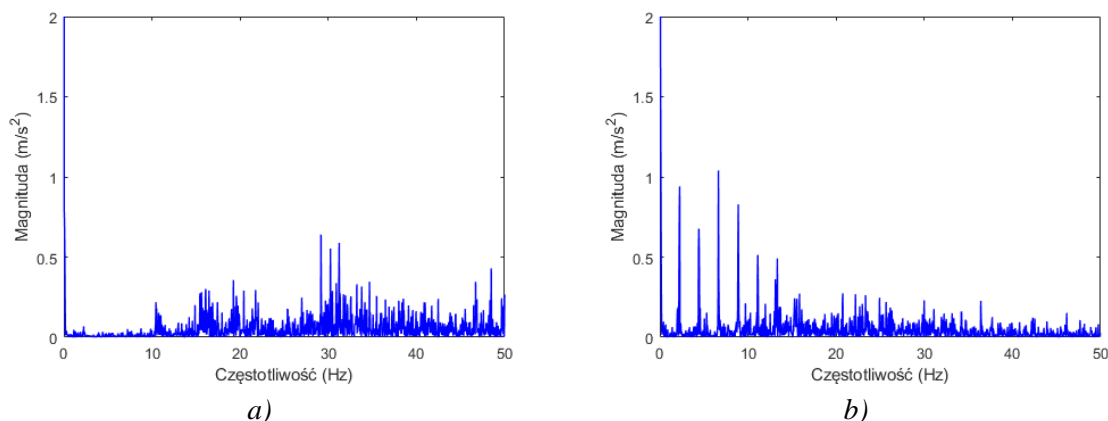
W wyniku pomiaru zarejestrowano sygnały które wstępnie odfiltrowano. Na rysunku (rysunek 58) przedstawiono 20 sekundowe przebiegi czasowe sygnału przyspieszeń drgań w kierunku osi pionowej z. Zarejestrowane sygnały dotyczą całego odcinka trasy przenośnika, od stacji zwrotnej do stacji napędowej, w kierunku wznoszącym.



Rysunek 58. Przebiegi czasowe sygnału dla przenośnika: a) pustego, b) załadowanego.

Wizualna ocena podobieństwa sygnałów pokazuje, że w sygnale drgań przenośnika załadowanego występują lokalne ekstrema, których nie widać gołym okiem w sygnale z przenośnika pustego. Wstępna analiza widmowa oparta o szybką transformatę

Fouriera (FFT) pozwoliła na identyfikację źródła tych ekstremów, pochodzących bezpośrednio od krążników zlokalizowanych na długości trasy w równych odstępach. W widmie można wyodrębnić częstotliwość podstawową równą 2,25 Hz (okres ~0,44 s) i częstotliwości harmoniczne (rysunek 59). W widmie sygnału powyżej częstotliwości ~50 Hz występuje szum, który w dalszych etapach odfiltrowano. Na podstawie wcześniejszych badań oraz przeglądu naukowego, w poszukiwaniu częstotliwości drgań poprzecznych taśmy analizowano zakres widma tylko do 50 Hz. Porównanie statystyczne dwóch sygnałów zestawiono w poniższej tabeli 7.

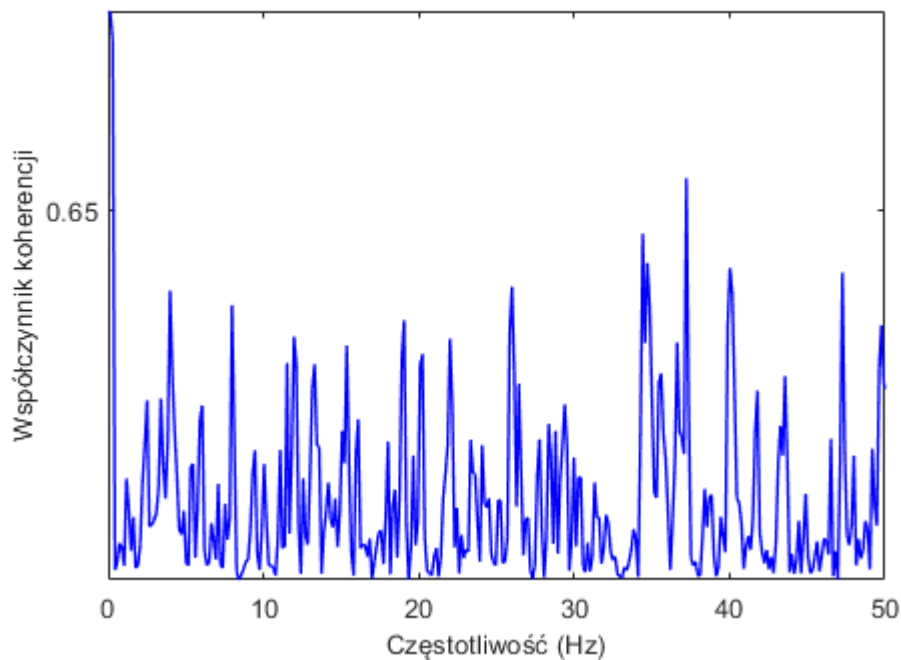


Rysunek 59. Widmo sygnału dla przenośnika a) pustego, b) załadowanego.

Tabela 7. Podstawowe parametry statystyczne sygnałów.

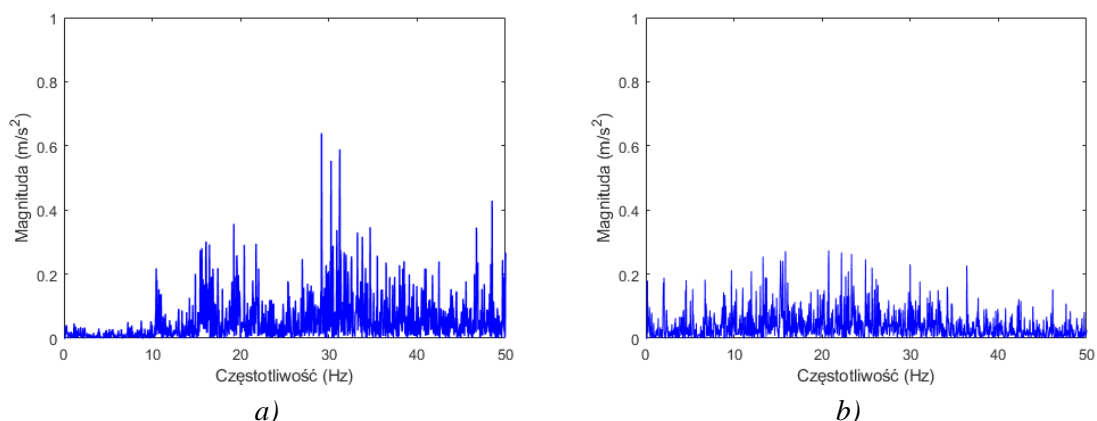
Wariant	Średnia	Max	Min	RMS	Std	Kurtoza	MAE
Pusta taśma	-0,76	6,46	-12,22	1,84	1,68	4,69	1,43
Taśma załadowana	-1,36	5,74	-11,35	2,04	1,52	6,78	1,73

Dodatknie wartości kurtozy w obu przypadkach świadczą o zwiększonej intensywności wystąpień wartości skrajnych niż dla rozkładu normalnego. Wartości te są jednak na tyle małe, że można przyjąć rozkład zbliżony z rozkładem normalnym. Podobieństwo sygnałów dla dwóch wariantów przeanalizowano również w dziedzinie częstotliwości. W tym celu zastosowano spektralną koherencję (rysunek 60). Przesunięcie wartości koherencji w kierunku 0 wskazuje, że składowe częstotliwości nie są ze sobą skorelowane, natomiast przesunięcie w kierunku 1 świadczy o korelacji składowych częstotliwości.



Rysunek 60. Koherencja spektralna sygnałów w zakresie analizowanych częstotliwości.

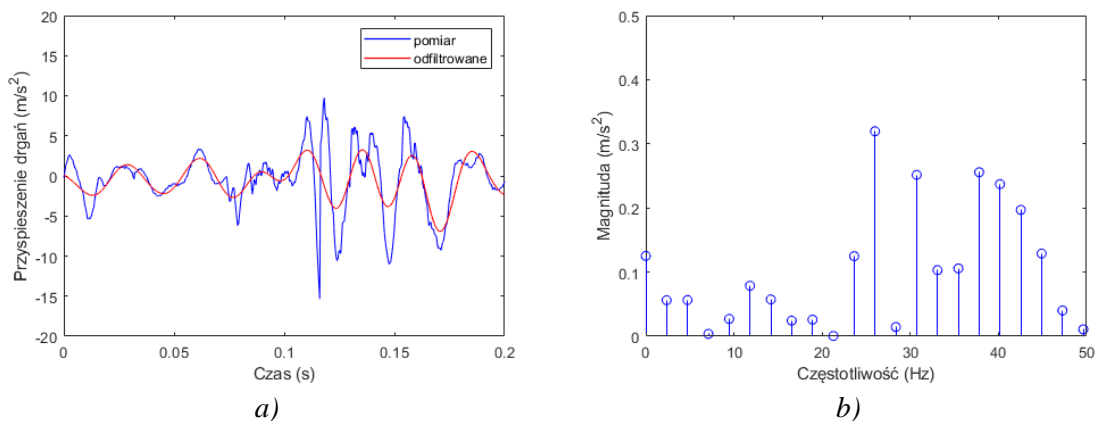
Duże wartości współczynnika koherencji dotyczą częstotliwości związanych z obecnością krążników na mierzonej trasie. Dopiero zastosowanie analizy porównawczej w domenie częstotliwości pozwala na odnalezienie tych składowych w sygnale z pustego przenośnika, ze względu ich wytłumienie i niewielką amplitudę. Zjawiska pochodzące bezpośrednio od krążników, zakłócające analizę widma pod kątem poszukiwań częstotliwości drgań poprzecznych taśmy wyeliminowano z widma sygnału, poprzez algorytm zerujący ekstrema lokalne. W oparciu o odwrotną transformatę Fouriera (IFFT) ponownie wygenerowano widma dla przenośnika pustego oraz załadowanego (rysunek 61).



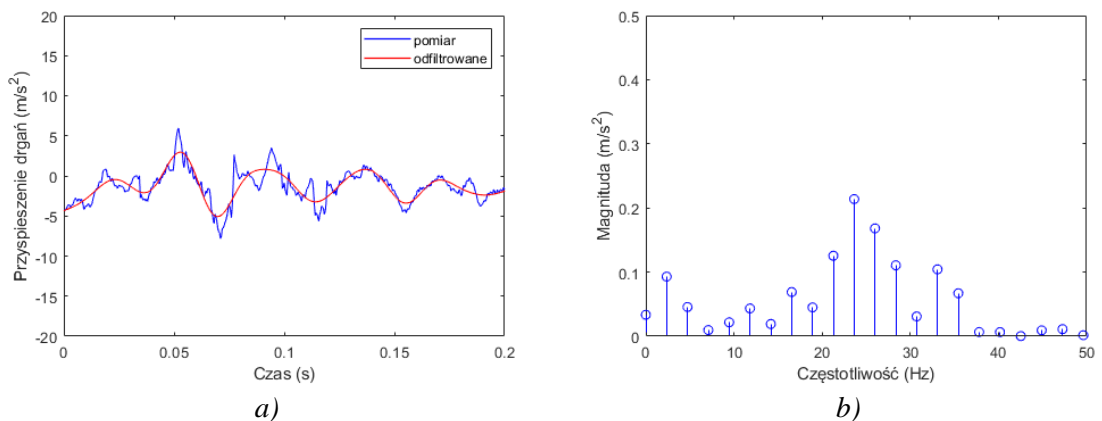
Rysunek 61. Widma sygnału po odfiltrowaniu częstotliwości związanych z obecnością krążników na trasie przenośnika: a) pustego, b) załadowanego.

Sygnał pozbawiony zakłóceń pochodzących od obecności krążników na trasie przenośnika poddano analizę pod kątem poszukiwań częstotliwości drgań poprzecznych

taśmy. Analiza teoretyczna oparta o wyprowadzony model rozciąganej belki sugeruje, że dla tych parametrów taśmy częstotliwość podstawowa jej drgań poprzecznych powinna wynosić  $\sim 35$  Hz. Właściwej częstotliwości drgań poprzecznych szukano w krótkich wycinkach czasowych ( $\sim 0,2$  s), zlokalizowanych pomiędzy kolejnymi krążnikami. Odfiltrowane zakłócenia od krążników wykorzystano jako punkty graniczne utworzonych wycinków czasowych. Pomędzy krążnikami częstotliwość drgań poprzecznych taśmy powinna być najbardziej widoczna, a sygnał najmniej zakłócony. Przykładowe wycinki czasowe oraz ich analizę widmową, dla przenośnika pustego oraz załadowanego przedstawiono na kolejnych rysunkach (rysunek 62 i rysunek 63).



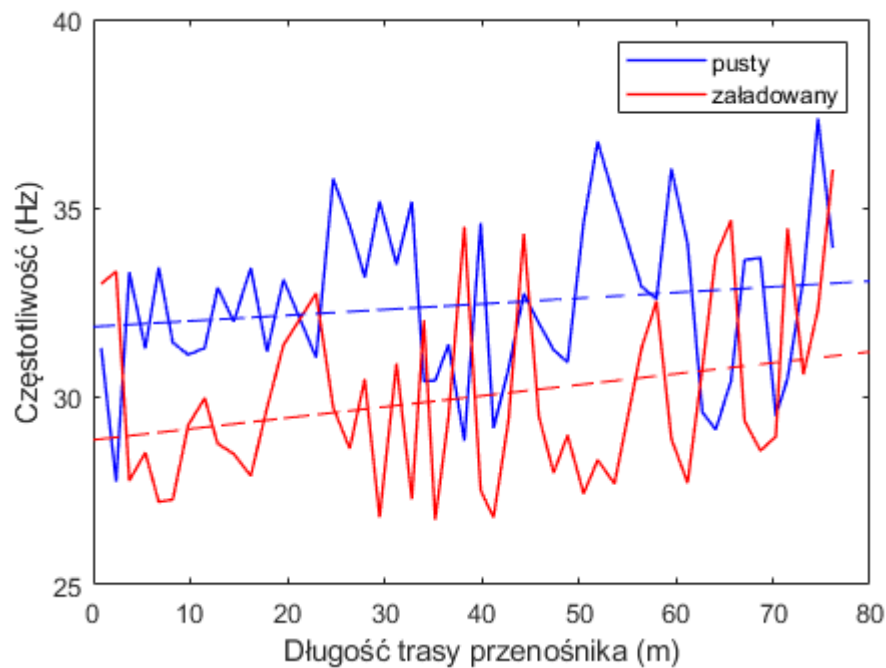
Rysunek 62. Okno sygnału dla przenośnika pustego: a) rzeczywisty sygnał w czasie oraz przebieg odfiltrowany, b) widmo sygnału.



Rysunek 63. Okno sygnału dla przenośnika załadowanego: a) rzeczywisty sygnał w czasie oraz przebieg odfiltrowany, b) widmo sygnału.

Prosta, wizualna analiza sygnałów pozwala na ocenę przebiegu amplitudy drgań poprzecznych taśmy, która po zastosowaniu filtracji jest zdecydowanie łatwiejsza do śledzenia i interpretacji. Analiza widmowa jednoznacznie potwierdza, że w obu przypadkach częstotliwość drgań poprzecznych skoncentrowana jest w zakresie od 20 do 50 Hz. W przypadku taśmy pustej zróżnicowanie wynika z bardziej gwałtownego przebiegu drgań, na co wskazywać może większa amplituda sygnału. W przypadku przenośnika załadowanego może mieć wpływ obciążenie dynamiczne oraz losowo

zmienna struga urobku. Zmienność częstotliwości drgań poprzecznych na całej długości trasy badanego przenośnika przedstawiono na poniższym rysunku 64.

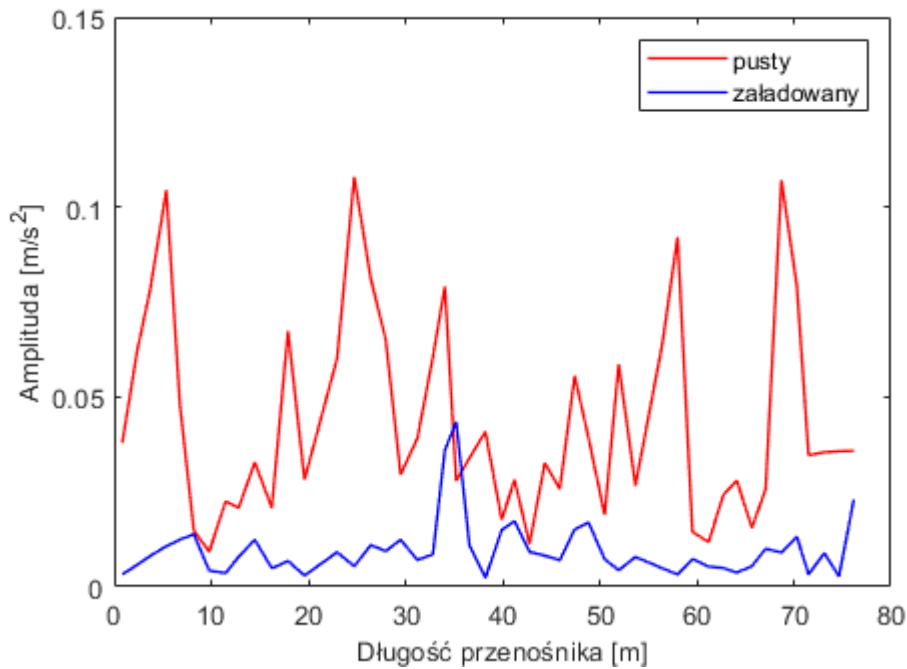


Rysunek 64. Średnia ważona częstotliwość drgań poprzecznych trasy na całej długości trasy przenośnika od stacji zwrotnej do stacji napędowej.

Rozkład częstotliwości drgań poprzecznych na długości trasy wskazuje na wyraźny, rosnący trend w kierunku stacji napędowej. Analizę wyników podjęto w oparciu o prosty, liniowy trend, ale fizyczna interpretacja modelu drgań sugeruje, że najlepszym estymatorem przedstawionej zależności jest funkcja mocy, o potęgze 0.5. W przypadku przenośnika pustego różnica częstotliwości drgań pomiędzy stacją zwrotną, a stacją napędową wynosi  $\sim 1,2$  Hz, natomiast w przypadku przenośnika załadowanego  $\sim 2,3$  Hz. Średnia częstotliwość drgań dla przenośnika pustego wynosi 32,4 Hz, a dla przenośnika załadowanego 30,0 Hz. Uzyskane wartości są zbliżone do wyników koherencji spektralnej, gdzie największe wartości współczynnika koherencji pomiędzy dwoma sygnałami znajdują się w zakresie od 30 Hz do 40 Hz. Różnica częstotliwości dwóch wariantów ta jest zgodna z założeniami teoretycznymi stosowanych modeli, ze względu na dodatkową masę urobku spoczywającą na powierzchni taśmy. Rzeczywisty spadek częstotliwości w funkcji obciążenia taśmy urobkiem jest jednak mniej gwałtowny, niż zakładają to modele teoretyczne. Szacowanie teoretyczne tylko na podstawie dodatkowej masy daje zaniżone wyniki.

W podobny sposób wyznaczono rozkład średniej i maksymalnej amplitudy drgań na całej długości trasy, co przedstawiono na rysunku 65. Amplituda drgań taśmy nie obciążonej urobkiem ma zdecydowanie większą wartość, a zjawisko przebiega gwałtowniej. Wynika z braku grawitacyjnego docisku taśmy do krążników i większej

swobody ruchu w osi pionowej. W przypadku taśmy obciążonej wartości amplitudy są mniejsza, a rozrzut na długości trasy bardziej systematyczny.



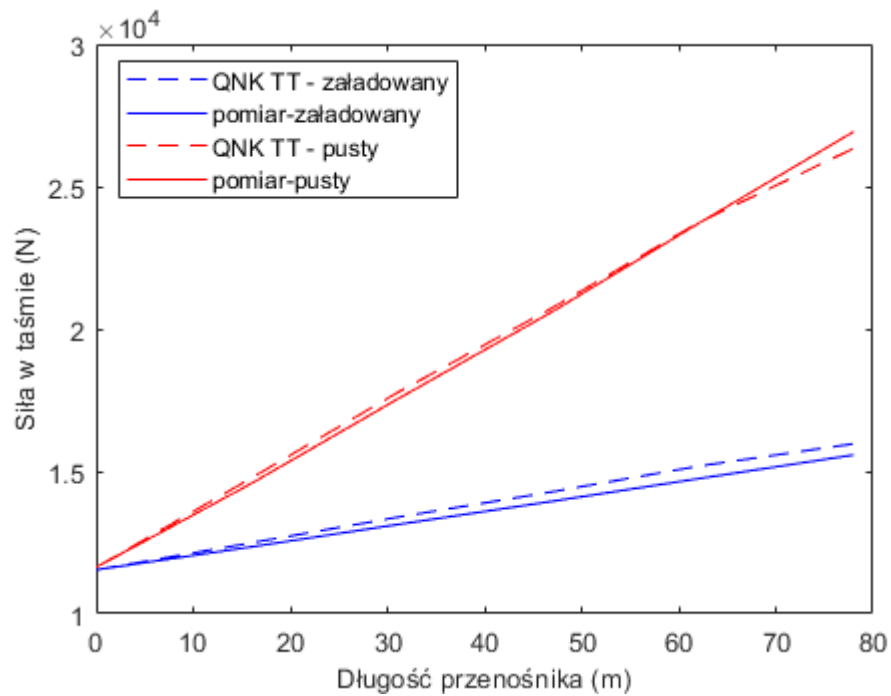
Rysunek 65. Średnia i maksymalna amplituda drgań poprzecznych trasy na całej długości trasy przonośnika od stacji zwrotnej do stacji napędowej.

#### 8.4. Porównanie wyników – pomiar i model

Wyznaczone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy na długości przonośnika umożliwiły oszacowanie odpowiadających im sił w taśmie. Wyniki wyznaczone na podstawie zmierzonych częstotliwości drgań oraz modelu belki rozciąganej porównano z wynikami z modelu opracowanego w QNK-TT. Siły w taśmie wyznaczone na podstawie częstotliwości drgań oraz modelu przedstawiono dla dwóch wariantów na rysunku 66. Porównanie dotyczy ciągu górnego, gdzie byłyby prowadzone badanie z wykorzystaniem urządzenia mobilnego.

Otrzymane wyniki są do siebie zbliżone, w obu przypadkach widoczny jest liniowy przyrost wartości siły w taśmie, który wynika z przyrostu oporów na długości ciągu górnego. Maksymalny błąd w wartości oraz w procentach przedstawiono w tabeli 8. Dla wariantu pracy z pustą taśmą maksymalna różnica wynosi 440 N co stanowi około 2,76% maksymalnej wartości siły. Dla wariantu z taśmą załadowaną różnica jest niewiele większa i wynosi 585 N, co stanowi około 2,22 % maksymalnej siły w taśmie. Warunki badania określono jako korzystne, z uwagi na możliwość sprawdzenia w warunkach terenowych modelu belki rozciąganej (taśma ułożona w nieckę). Duży kąt nachylenia powodował wystąpienie względnie dużych przyrostów sił w taśmie mimo krótkiej trasy przonośnika (opory podnoszenia urobku). W wyniku przeprowadzonych badań oraz analizy danych możliwe jest wyznaczenie przyrostu sił w taśmie z dużą

precyzją, co nie jest możliwe do osiągnięcia przy pomocy żadnej innej metody pomiarowej.



Rysunek 66. Porównanie sił w taśmie dla dwóch wariantów załadowania, otrzymanych na podstawie zarejestrowanych drgań i modelu teoretycznego QNK-TT.

Tabela 8. Maksymalne wartości różnic między dwoma metodami.

Wariant	Różnica względna [N]	Różnica procentowa [%]
Bez urobku	440	2,76%
Z urobkiem	585	2,22%

## 9. Podsumowanie

W pracy przedstawiono model drgań poprzecznych taśmy na bazie modelu belki rozciąganej, w którym uwzględniono prędkość taśmy w postaci zastępczej siły w taśmie. Przeprowadzono badania laboratoryjne, których celem było sprawdzenie wpływu sztywności zginania taśmy wynikającej z charakterystycznego kształtu niecki. Model własny zestawiono z modelami, które nie uwzględniają sztywności taśmy (model struny i model Lodewijksa) oraz porównano z wynikami uzyskanymi w trakcie pomiarów. Na potrzeby weryfikacji rzeczywistej częstotliwości drgań taśmy opracowano autorską kontaktową metodę pomiaru. W tym celu zaprojektowano, wykonano, a następnie skalibrowano urządzenie pomiarowe, które utwierdzone do powierzchni taśmy pozwoliło na rejestracje jej drgania na całej długości trasy przenośnika taśmowego. Przygotowano również autorski algorytm przetwarzania sygnału amplitudowego, na widmo częstotliwościowe umożliwiające odczyt wartości częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Metoda ta została poddana walidacji w warunkach laboratoryjnych oraz wykorzystana w badaniach zjawiska na potrzeby weryfikacji postawionej w pracy tezy badawczej.

Urządzenie pomiarowe rejestrujące sygnał w połączeniu z opracowanym algorytmem przetwarzania sygnału wykazało skuteczność zarówno na etapie prowadzonych badań w warunkach laboratoryjnych oraz w trakcie eksperymentów in-situ, na przenośniku taśmowym eksploatowanym w kopalni odkrywkowej kruszyw skalnych. W badaniach laboratoryjnych, na przenośniku testowym wykorzystano taśmę o znanych parametrach wytrzymałościowych oraz oznaczonym module odkształceń. Stanowisko umożliwiło regulację kąta niecki dla czterech wariantów oraz płaski bieg taśmy. Zmierzone częstotliwości drgań w funkcji sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy opisanej kątem niecki zestawiono z wynikami opracowanego modelu drgań oraz porównano ze wskazaniami innych modeli. Wykazano przy tym, że dla płaskiego biegu taśmy klasyczny model struny, model Lodewijksa oraz zaproponowany model belki rozciąganej pozwalają uzyskać wartości zbliżone do częstotliwości mierzonych, co wynika z pomijalnie małych wartości sztywności zginania płaskiej taśmy. Natomiast po ułożeniu taśmy w nieckę a tym samym po zmianie wartości sztywności zginania wystąpiły istotne rozbieżności wyników uzyskanych dla tych modeli w porównaniu z wartościami zmierzonymi. Zaproponowany model belki rozciąganej w najlepszym stopniu odwzorowywał zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy, zwracając rosnące wraz ze sztywnością zginania przekroju poprzecznego wartości częstotliwości drgań i dowodząc tego, że nieuwzględnianie parametrów wytrzymałościowych taśmy stanowi duże niedoszacowanie.

Ponadto, w trakcie badań zarejestrowano oraz dokonano analizy pracy w zakresie częstotliwości rezonansowych dzięki wyselekcjonowaniu częstotliwości wzbudzenia drgań przez krążnik. Dla wybranej konfiguracji prędkości liniowej taśmy 1,3 m/s oraz kąta niecki  $41^\circ$  podczas badań wpływu kąta niecki na częstotliwości drgań zaobserwowano dwukrotnie większe amplitudy drgań w porównaniu z pozostałymi



seriami pomiarowymi. Odnotowano wystąpienie zjawiska rezonansu wynikające z pokrywających się częstotliwości drgań poprzecznych taśmy i częstotliwości drgań wzbudzanych osiem razy na obrót krążnika. Potwierdziło to również możliwość wykorzystania autorskiego modelu na potrzeby wyznaczania bezpiecznych warunków pracy przenośnika co nie byłoby możliwe przy zastosowaniu pozostałych modeli teoretycznych.

Weryfikacje przyjętych założeń do autorskiego modelu przeprowadzono w warunkach in-situ gdzie zaproponowano jego wykorzystanie do wyznaczenia sił w taśmie na podstawie zmierzonych częstotliwości drgań poprzecznych taśmy, które następnie porównano z wartościami sił w taśmie wyznaczonymi za pomocą oprogramowania specjalistyczne QNK-TT. Badania terenowe z wykorzystaniem mobilnego urządzenia pomiarowego zbierające sygnał wibracyjny bezpośrednio z ruchomej taśmy użyto dla dwóch zaproponowanych wariantach pracy, tj.: dla pustej taśmy oraz dla pracy obciążonego przenośnika. Dla wariantu badań z taśmą nieobciążoną odnotowano występowanie większych amplitud co jest zgodne z teorią drgań. W efekcie uzyskano dużą zbieżność wartości sił wyznaczonych obiema metodami, charakteryzującą się błędem mniejszym od 3%. Trend wyznaczony podczas pomiarów pokrywa się z wykreślonym przyrostem sił w taśmie z różnicami na poziomie 440 N (2,76%) dla taśmy pustej oraz 585 N (2,22%) dla taśmy wypełnionej urobkiem.

Wyniki wykonanych eksperymentów przy pomocy dedykowanego rejestratora drgań dowiodły słuszności postawionej tezy pracy. Rejestrator umożliwia szybki i efektywny pomiar drgań oraz identyfikację siły w taśmie. Są to wartości potrzebne do oceny pracy przenośnika dzięki możliwości oszacowania poziomu oporów ruchu oraz emisji hałasu. Jego stosowanie w praktyce eksploatacyjnej może służyć jako przyrząd pomiarowy do audytów stanu przenośników taśmowych, zarówno dla celów planowania remontów (nadmierny wzrost oporów ruchu wskazuje na konieczność np. wymiany zużytych krążników) jak i dla oceny oddziaływania na środowisko (hałas).

## 10. Wnioski

Powszechnie stosowany model jednorodnej struny sprężystej nie sprawdza się dla uformowanych w nieckę taśm sztywnych o dużej wytrzymałości i przy małych rozstawach krążnikowych wynoszących ok. 1 m. Z tego względu w ramach pracy doktorskiej opracowano nowy model drgań poprzecznych, zaproponowano metodę pomiarową oraz zaplanowano i przeprowadzono badania, z których wynikają następujące wnioski:

- a) Opracowane i przetestowane urządzenie umożliwia pomiar częstotliwości drgań poprzecznych taśmy zarówno w warunkach laboratoryjnych jak eksploatacyjnych. Dzięki odpowiedniej interpretacji sygnałów pomiarowych i zastosowaniu opracowanych algorytmów przetwarzania sygnału uzyskuje się zadowalającą dokładność i powtarzalność pomiarów.
- b) Urządzenie to można stosować w pomiarach ruchomej taśmy pustej jak i taśmy załadowanej urobkiem. Urządzenie to eliminuje większość niedogodności dotychczas stosowanych metod pomiaru częstości drgań taśmy.
- c) Analizowanie drgań taśmy na obiektach przemysłowych wymaga stosowania modeli obliczeniowych traktujących taśmę jako rozciąganą belkę sprężystą o sztywności zginania wynikającej z geometrii przekroju poprzecznego (z układu niecki).
- d) Porównanie wyników pomiarów z wynikami obliczeń wskazuje na potrzebę uwzględniania w modelu obliczeniowym kąta niecki i prędkości taśmy. Prędkość taśmy można uwzględnić wprowadzając do modelu obliczeniowego zastępczą siłę w taśmie przez co uwzględnione są siły bezwładności występujące podczas ruchu taśmy z urobkiem po krzywej będącej linią ugięcia między zestawami krążnikowymi.
- e) Opracowany model drgań poprzecznych pozwala uzyskać dokładniejsze wyniki w porównaniu do aktualnie stosowanych modeli teoretycznych. Dla maksymalnego kąta niecki błędy pomiaru modeli struny i Lodewijksa osiągają poziom 25%, podczas gdy zaproponowany w pracy model wykazał błąd nie przekraczający 7%, w pełnym zakresie zmienności kąta niecki ( $0 - 41^\circ$ ).

## 11. Spis literatury

- [1] Y. fu Hou and Q. rui Meng, “Dynamic characteristics of conveyor belts,” *Journal of China University of Mining and Technology*, vol. 18, no. 4, pp. 629–633, 2008, doi: 10.1016/S1006-1266(08)60307-7.
- [2] Y. Pang, D. He, and G. Lodewijks, *Transient acceleration in belt conveyor speed control*. 2016.
- [3] L. Gładysiewicz, *Przenośniki Taśmowe: Teoria i obliczenia*. Wrocław (Poland): Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2003.
- [4] J. Li and X. Pang, “Belt Conveyor Dynamic Characteristics and Influential Factors,” *Shock and Vibration*, vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/8106879.
- [5] A. Yu. Zaharov and N. v. Erofeeva, “Вибрация ленты и рабочие процессы конвейера,” *Вестник КузГТУ*, vol. №6, no. 112, 2015, [Online]. Available: <https://cyberleninka.ru/article/n/vibratsiya-lenty-i-rabochie-protsessy-konveyera>
- [6] K. Golka, G. Bolliger, C. Vasili, *Belt conveyors : principles for calculation and design*. K. Golka, G. Bolliger, C. Vasili, 2007. [Online]. Available: <https://books.google.pl/books?id=eUu6AAAACAAJ>
- [7] G. Lech, W. Kawalec, and R. Król, “Selection of carry idlers spacing of belt conveyor taking into account random stream of transported bulk material,” *Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*, vol. 18, pp. 32–37, Jan. 2016, doi: 10.17531/ein.2016.1.5.
- [8] Q. He, D. Dong, Z. He, and D. Du, “Analytical Model between Power and Idler Spacing of Belt Conveyor,” in *2010 Second International Conference on Computer Modeling and Simulation*, 2010, vol. 3, pp. 8–10. doi: 10.1109/ICCMS.2010.315.
- [9] D. V. Subba Rao, *The Belt Conveyor: A Concise Basic Course*. Taylor & Francis Group, London, UK, 2021. doi: 10.1201/9781003089315.
- [10] A. Harrison, “Modern design of belt conveyors in the context of stability boundaries and chaos,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, vol. 338, no. 1651, pp. 491–502, Mar. 1992, doi: 10.1098/rsta.1992.0016.
- [11] A. G. Waters and R. A. Mikka, *Segregation of Fines in Lump Ore Due to Vibration on a Conveyor Belt*. Third International Conference on Bulk Materials, Storage, Handling and Transportation: Preprints of Papers, 1, 1, 1989, 89-93, 2022. doi: 10.3316/informit.650755928405800.

- [12] M. A. Parameswaran, "Effect of material loading on the starting and transition over resonance of a vibratory conveyor," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 22, pp. 169–176, 1987.
- [13] F. Klimenda, J. Kampo, and P. Hejma, "Vibration measurement of conveyor rollers," *Procedia Engineering*, vol. 136, pp. 198–203, 2016, doi: 10.1016/j.proeng.2016.01.197.
- [14] H. S. Bauomy and A. T. El-Sayed, "Vibration performance of a vertical conveyor system under two simultaneous resonances," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 88, pp. 1349–1368, 2018.
- [15] A. Harrison, "Modern Design of Belt Conveyors in the Context of Stability Boundaries and Chaos.," *Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering*, vol. 338, no. 1651, pp. 491–502, 1992.
- [16] A. G. Ulsoy and C. D. Mote, "Vibration of wide band saw blades," *Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 104, no. 1, pp. 71–78, 1982, doi: 10.1115/1.3185801.
- [17] P. Bortnowski, A. Nowak-Szpak, R. Król, and M. Ozdoba, "Analysis and distribution of conveyor belt noise sources under laboratory conditions," *Sustainability (Switzerland)*, vol. 13, no. 4, pp. 1–14, Feb. 2021, doi: 10.3390/su13042233.
- [18] "BELT CONVEYORS for BULK MATERIALS," *Conveyor Equipment Manufacturers Association*, no. SIXTH EDITION 2nd Printing. Engineering Conference of the Conveyor Equipment Manufacturers Association, United States of America, 2007.
- [19] G. Lodewijks, "On the application of beam elements in finite element models of belt conveyors part I," *Bulk Solids Handling*, vol. 14, no. 4, pp. 729–737, 1994.
- [20] A. Harrison, "Determination of the natural frequencies of transverse vibration for conveyor belts with orthotropic properties," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 110, no. 3, pp. 483–493, 1986, doi: 10.1016/S0022-460X(86)80149-3.
- [21] K. R. Korde, "On nonlinear oscillation of moving string," *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, vol. 52, no. 2, pp. 493–494, 1985, doi: 10.1115/1.3169081.
- [22] S. Abrate, "Vibrations of belts and belt drives," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 27, no. 6, pp. 645–659, 1992, doi: 10.1016/0094-114X(92)90064-O.
- [23] Y. Gao, "Research on vibration characteristics of large scale belt conveyor and its application," *Applied Mechanics and Materials*, vol. 686, pp. 491–496, 2014, doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.686.491.

- [24] J. E. Rhodes, “Parametric self-excitation of a belt into transverse vibration,” *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, vol. 37, no. 4, pp. 1055–1060, Dec. 1970, doi: 10.1115/1.3408658.
- [25] G. Lodewijks, “Dynamics of Belt Systems,” TU Delft, 1996.
- [26] W. Bartelmus and W. Sawicki, “Noise of belt conveyors,” in *Mine Planning and Equipment Selection 2000*, Routledge, 2000, pp. 879–884. doi: 10.1201/9780203747124-165.
- [27] G. Suweken and W. T. Van Horssen, “On the transversal vibrations of a conveyor belt with a low and time-varying velocity. Part II: The beam-like case,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 267, no. 5, pp. 1007–1027, 2003, doi: 10.1016/S0022-460X(03)00219-0.
- [28] G. Suweken and W. T. Van Horssen, “On the transversal vibrations of a conveyor belt with a low and time-varying velocity. Part I: the string-like case,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 264, no. 1, pp. 117–133, 2003.
- [29] I. V. Andrianov and W. T. van Horssen, “On the transversal vibrations of a conveyor belt: Applicability of simplified models,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 313, no. 3–5, pp. 822–829, 2008, doi: 10.1016/j.jsv.2007.11.053.
- [30] H. Ding, C. W. Lim, and L.-Q. Chen, “Nonlinear vibration of a traveling belt with non-homogeneous boundaries,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 424, pp. 78–93, 2018, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.03.010>.
- [31] L.-Q. Chen, J. W. Zu, J. Wu, and X.-D. Yang, “Transverse vibrations of an axially accelerating viscoelastic string with geometric nonlinearity,” *Journal of Engineering Mathematics*, vol. 48, no. 2, pp. 171–182, 2004, doi: 10.1023/B:ENGI.0000011929.17902.87.
- [32] X.-D. Yang and W. Zhang, “Nonlinear dynamics of axially moving beam with coupled longitudinal–transversal vibrations,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 78, no. 4, pp. 2547–2556, 2014.
- [33] B. B. Özhan and M. Pakdemirli, “A general solution procedure for the forced vibrations of a continuous system with cubic nonlinearities: primary resonance case,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 325, no. 4–5, pp. 894–906, 2009.
- [34] H. Ding, L. Huang, X. Mao, and L. Chen, “Primary resonance of traveling viscoelastic beam under internal resonance,” *Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 38, no. 1, pp. 1–14, 2017.
- [35] M. Pakdemirli and H. R. Öz, “Infinite mode analysis and truncation to resonant modes of axially accelerated beam vibrations,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 311, no. 3, pp. 1052–1074, 2008, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.10.003>.

- [36] F. Pellicano, A. Fregolent, A. Bertuzzi, and F. Vestroni, "Primary and parametric non-linear resonances of a power transmission belt: experimental and theoretical analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 244, no. 4, pp. 669–684, 2001, doi: <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3488>.
- [37] M. Pàmies-Vilà, I. A. Kubilay, D. Kartofelev, M. Mustonen, A. Stulov, and V. Välimäki, "High-speed line-camera measurements of a vibrating string," 2014. doi: 10.13140/2.1.3383.9362.
- [38] K. Shimasaki, Z. M. Aliansyah, T. Senoo, I. Ishii, and T. Ito, "Wide-area operation monitoring of conveyors using a panoramic vibration camera," *ISIJ International*, vol. 61, no. 10, pp. 2587–2596, 2021, doi: 10.2355/isijinternational.ISIJINT-2021-182.
- [39] T. Żur, *Przenośniki taśmowe w górnictwie*, Wyd. 2 prz. Katowice: "Śląsk," 1996.
- [40] H. L. Guntur and Y. Krisnahadi, "Vibration Monitoring and Analysis of Conveyor Driving Unit of a Coal Transporter," *IPTEK The Journal for Technology and Science*, vol. 28, no. 2, pp. 42–50, 2017.
- [41] A. Harrison, "Belt vibration and its influence on conveyor reliability," *Bulk Solids Handling*, vol. 14, no. 4, pp. 723–727, 1994.
- [42] G. Ladányi, "Study on the noise emission of belt conveyor idler rolls," *Annals of the University of Petrosani, Mechanical Engineering*, vol. 18, pp. 83–92, 2016.
- [43] S. C. Bennett, "Conveyor belt noise," *Min. Mag.; (United Kingdom)*, vol. 148:6, 1983.
- [44] A. Harrison, "Flexural Behaviour of Tensioned Conveyor Belts.," *Bulk Solids Handling*, vol. 4, no. 2, pp. 333–337, 1984.
- [45] J. Antoniák, "Resistances to the motion in mining belt conveyors," *Acta Montanistica Slovaca*, vol. 6, no. 2, pp. 150–157, 2001.
- [46] M. Bajda and R. Krol, "Experimental Tests of Selected Constituents of Movement Resistance of the Belt Conveyors Used in the Underground Mining," *Procedia Earth and Planetary Science*, vol. 15, pp. 702–711, 2015, doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeps.2015.08.098>.
- [47] L. Gładysiewicz and W. Kawalec, "Długie, energooszczędne przenośniki taśmowe," *Górnictwo i Geoinżynieria*, vol. 33, no. 2, pp. 137–150, 2009.
- [48] C. Wheeler, P. Munzenberger, D. Ausling, and B. Beh, "How to design energy efficient belt conveyors," *Bulk Solids Handling*, vol. 35, no. 5, pp. 40–50, 2015, [Online]. Available: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84953333394&partnerID=40&md5=a32f06012f99e81d1ec8ac3bb534c302>

- [49] P. Kulinowski, P. Kasza, and J. Zarzycki, "The methodology of testing rotational resistances of the rollers under the operation load," *New Trends in Production Engineering*, vol. 2, no. 1, p. 337, 2019.
- [50] R. Król and W. Kisielewski, "The influence of idlers on energy consumption of belt conveyor," *Mining Science*, vol. 21, no. Special Issue 2, pp. 61–61–72, 2014, doi: <https://doi.org/10.5277/ms142106s>.
- [51] D. S. Zhang, X. H. Liu, J. G. Shi, J. Mao, and Z. Li, "Scraper Conveyor Dynamic Modeling and Simulation," *Advanced Materials Research*, vol. 217–218, pp. 426–430, 2011, doi: [10.4028/www.scientific.net/AMR.217-218.426](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.217-218.426).
- [52] D. Ilic and C. Wheeler, "Measurement and simulation of the bulk solid load on a conveyor belt during transportation," *Powder Technol*, vol. 307, no. 16, pp. 190–2002, 2017.
- [53] W. Kawalec and R. Król, "Generating of Electric Energy by a Declined Overburden Conveyor in a Continuous Surface Mine," *Energies 2021, Vol. 14, Page 4030*, vol. 14, no. 13, p. 4030, Jul. 2021, doi: [10.3390/EN14134030](https://doi.org/10.3390/EN14134030).
- [54] P. Kulinowski, "Analytical Method of Designing and Selecting Take-Up Systems for Mining Belt Conveyors," *ArMiS*, vol. 58, no. 4, pp. 1301–1315, 2013, doi: [10.2478/AMSC-2013-0090](https://doi.org/10.2478/AMSC-2013-0090).
- [55] W. Kawalec and D. Woźniak, "Energy efficiency of the bottom cover of a conveyor belt – the first step to the new classification of belts," *Mining Science*, vol. 21, no. 2, pp. 47–60, 2014.
- [56] L. Gładysiewicz, D. Woźniak, and M. Konieczna-Fuławka, "Laboratoryjne badania oporów toczenia taśmy po krążnikach," Jun. 2017.
- [57] L. Gładysiewicz, R. Król, and W. Kisielewski, "Experimental studies on the resistance to motion in an overburden belt conveyor system," vol. 64, pp. 374–381, Nov. 2012.
- [58] M. Bajda and M. Hardygóra, "Analysis of the Influence of the Type of Belt on the Energy Consumption of Transport Processes in a Belt Conveyor," *Energies 2021, Vol. 14, Page 6180*, vol. 14, no. 19, p. 6180, Sep. 2021, doi: [10.3390/EN14196180](https://doi.org/10.3390/EN14196180).
- [59] M. Hardygóra, J. Wachowicz, K. Czaplicka-Kolarz, S. Markusik, W. N.-Techniczne. Wydawca, and F. "Książka N.-T. Wydawca, *Taśmy przenośnikowe*, Wyd. 1. Warszawa: Warszawa : Wydawnictwa Naukowo-Techniczne : Fundacja Książka Naukowo-Techniczna, 1999.
- [60] J. Antoniak, *Przenośniki taśmowe w górnictwie podziemnym i odkrywkowym*, Wydanie trzecie. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2007.

- [61] P. Kulinowski, "Wybrane problemy badania sztywności poprzecznej taśm przenośnikowych," *Transport Przemysłowy i Maszyny Robocze*, vol. 4, pp. 6–9, 2009.
- [62] A. Harrison, "Troughability measurement of fabric reinforced belting for the powder and bulk handling industry," *Bulk Solids Handl.:(Germany, Federal Republic of)*, vol. 7, no. 3, 1987.
- [63] M. E. Zamiralova and G. Lodewijks, "Review of the troughability test ISO 703 for quantifying a uniform transverse bending stiffness for conveyor belts," *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 2, pp. 249–270, 2017, doi: <https://doi.org/10.1016/j.acme.2016.10.007>.
- [64] EN ISO 703: 2007, Conveyor belts–Transverse flexibility (troughability)
- [65] DIN 22 101, Belt conveyors for loose bulk materials –Basis for calculation and dimensioning
- [66] B. Beh, C. A. Wheeler, and P. Munzenberger, "Analysis of conveyor belt flexure resistance," *Powder Technology*, vol. 357, pp. 158–163, Dec. 2019, doi: 10.1016/J.POWTEC.2019.08.067.
- [67] J. Ginter, *Fizyka fal. [T. 1.], Fale w ośrodkach jednorodnych : fale w ośrodkach niejednorodnych*. Warszawa: Warszawa : Wydawnictwo Naukowe PWN, 1993.
- [68] Z. Osiński, *Teoria Drgań*, Wyd. 2. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1980.
- [69] G. Lodewijks, "On the Application of Beam Elements in Finite Element Models of Belt conveyors Part II," *Bulk Solids Handling*, vol. 15, no. 4, pp. 587–591, 1995.
- [70] A. Harrison and A. W. Roberts, "Technical Requirements for Operating Conveyor Belts At High Speed.," *Bulk Solids Handling*, vol. 4, no. 1, pp. 99–104, 1984.
- [71] H. Okubo, K. Takano, O. Matsushita, K. Watanabe, and Y. Hirase, "Vibration and Control of Axially Moving Belt System: Analysis and Experiment by Parametric Excitation," *Journal of Vibration and Control*, vol. 6, no. 4, pp. 589–605, May 2000, doi: 10.1177/107754630000600406.
- [72] P. Bortnowski, L. Gladysiewicz, R. Krol, and M. Ozdoba, "Tests of belt linear speed for identification of frictional contact phenomena," *Sensors (Switzerland)*, vol. 20, no. 20, pp. 1–13, 2020, doi: 10.3390/s20205816.
- [73] Y. Hu, L. Wang, X. Wang, X. Qian, and Y. Yan, "Simultaneous measurement of conveyor belt speed and vibration using an electrostatic sensor array," *Conference Record - IEEE Instrumentation and Measurement Technology*



- Conference*, vol. 2015-July, pp. 757–761, Jul. 2015, doi: 10.1109/I2MTC.2015.7151363.
- [74] P. Bortnowski, R. Król, A. Nowak-Szpak, and M. Ozdoba, “A Preliminary Studies of the Impact of a Conveyor Belt on the Noise Emission,” *Sustainability (Switzerland)*, vol. 14, no. 5, pp. 1–15, 2022, doi: 10.3390/su14052785.
- [75] P. Bortnowski, A. Nowak-Szpak, M. A. Ozdoba, and R. Król, “Laboratoryjne badania źródeł hałasu przenośnika taśmowego,” *Transport Przemysłowy i Maszyny Robocze*, no. 4, pp. 2–8, 2020.
- [76] A. Nowak-Szpak, M. A. Ozdoba, P. Bortnowski, L. Gładysiewicz, and R. Król, “Badanie wpływu taśmy na poziom generowanego hałasu w warunkach laboratoryjnych.,” Wrocław, 2021.
- [77] P. Bortnowski, M. A. Ozdoba, A. Nowak-Szpak, L. Gładysiewicz, and R. Król, “Badanie wpływu standardowej taśmy przenośnikowej firmy Sempertrans sp. z o.o. na poziom generowanego hałasu w warunkach laboratoryjnych,” Wrocław, 2020.
- [78] P. Bortnowski, A. Nowak-Szpak, M. Ozdoba, and R. Król, “The acoustic camera as a tool to identify belt conveyor noises,” *Journal of Sustainable Mining*, vol. 19, no. 4, pp. 286–295, 2020, doi: 10.46873/2300-3960.1036.
- [79] P. Bortnowski, L. Gładysiewicz, R. Król, and M. Ozdoba, “Models of transverse vibration in conveyor belt—investigation and analysis,” *Energies (Basel)*, vol. 14, no. 14, p. 4153, Jul. 2021, doi: 10.3390/en14144153.
- [80] L. Kong and R. G. Parker, “Coupled belt-pulley vibration in serpentine drives with belt bending stiffness,” *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, vol. 71, no. 1, pp. 109–119, 2004, doi: 10.1115/1.1641064.
- [81] V. Ravindra, C. Padmanabhan, and C. Sujatha, “Static and free vibration studies on a pulley-belt system with ground stiffness,” *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 32, no. 1, pp. 61–70, 2010, doi: 10.1590/S1678-58782010000100009.
- [82] L. Lévesque, “Nyquist sampling theorem: understanding the illusion of a spinning wheel captured with a video camera,” *Physics Education*, vol. 49, no. 6, p. 697, Nov. 2014, doi: 10.1088/0031-9120/49/6/697.
- [83] G. Zak, J. Obuchowski, A. Wylomanska, and R. Zimroz, “Novel 2D representation of vibration for local damage detection,” *Mining Science*, vol. 21, pp. 105–113, Jul. 2014, doi: 10.5277/MS142109.
- [84] T. Hop, *Drgania Belek Sprężonych*. Gliwice: Sekcja Wydawnictw Naukowych Politechniki Śląskiej, 1962.

- [85] S. M. Kim and J. M. Roeset, "Dynamic response of a beam on a frequency-independent damped elastic foundation to moving load," *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 30, no. 2, pp. 460–467, Apr. 2003, doi: 10.1139/102-109.
- [86] M. H. Kargarnovin, R. A. Jafari-Talookolaei, M. T. Ahmadian, and M. Abedi, "Analytical expressions for frequency and buckling of large amplitude vibration of multilayered composite beams," *Advances in Acoustics and Vibration*, vol. 2011, p. 407470, 2011, doi: 10.1155/2011/407470.
- [87] W. Weaver, S. P. Timoshenko, and D. H. Young, *Vibration Problems in Engineering*. Wiley, 1991. [Online]. Available: <https://books.google.pl/books?id=YZ7t8LgRqi0C>
- [88] A. Harrison, "Alternatives to Strain Gauging for Accurate Determination of Torque Required When Extending Belt conveyors," *Bulk Solid Handling*, vol. 14, no. 2, pp. 287–288, 1994.
- [89] P. Kulinowski and W. Kawalec, "Program Komputerowy QNK-TT do Wspomagania Projektowania Przenośników Taśmowych." <http://www.entertech.com.pl/QNK> (accessed Nov. 30, 2021).
- [90] L. Gładysiewicz, M. Hardygóra, and W. Kawalec, "Determining belt resistance," *Bulk Handling Today*, vol. 5, pp. 23–28, 2009.
- [91] W. Bartelmus and W. Sawicki, "Progress in quality assessment of conveyor idlers," in *XVI IMEKO World Congress*, 2000, p. 6.
- [92] L. Gładysiewicz, R. Król, and J. Bukowski, "Tests of belt conveyor resistance to motion," *Maintenance and Reliability*, vol. 3, no. 51, pp. 17–25, 2011.
- [93] L. Gładysiewicz and W. Kawalec, "Modelling chose operating conditions of a belt," in *Proceedings of the Tent International Symposium on Mine Planning and Equipmei Selection*, 2001, pp. 181–188.

## Spis rysunków

Rysunek 1. Szczegółowy podział przyczyn powstawiania drgań taśmy [5].	6
Rysunek 2. Przykłady uszkodzeń krążników: a) uszkodzenie punktowe płaszcza krążnika, b) uszkodzenie krążnika obwodowe krążnika (zdjęcia własne).	7
Rysunek 3. Typowe zjawisko rezonansu ciągła, wraz z falą giętną na odcinku taśmy, z uwzględnieniem przemieszczeń krawędzi na długości trasy [31].	9
Rysunek 4. Charakterystyczne, formowane cyklicznie „kopce” transportowanego materiału, wywołane wystąpieniem rezonansu (Helix Technologies Pty Ltd).	10
Rysunek 5. Mechanizm powstawania hałasu [32].	11
Rysunek 6. Poziom hałasu dla zakresów częstotliwości [14].	12
Rysunek 7. Rodzaje konstrukcji taśmy, a) taśma z linkami stalowymi, b) taśma tekstylna (LABOR SWTP INVESTMENT).	13
Rysunek 8. Schemat graficzny sił w taśmie przykładowego przenośnika, gdzie $T_i$ -siła w i-tym punkcie, $W_{GSD}$ -opory ruchu przenośnika, $m_{zr}$ – zredukowana masa sekcji, $W_{Hnt}$ – opory podnoszenia taśmy i urobku [35].	14
Rysunek 9. obciążenie fragmentu taśmy o długości $dx$ [3].	16
Rysunek 10. Przebieg obciążania w funkcji odkształceń na potrzeby oznaczenia modułu[39].	17
Rysunek 11. Schemat obliczeniowy bezwładności przekroju poprzecznego taśmy [3].	18
Rysunek 12. Schemat taśmy przenośnikowej zinterpretowanej jako struna (opracowanie własne).	21
Rysunek 13. Rodzaje warunków brzegowych dla taśm w zależności od sposobu podparcia wg Harrisona [34].	25
Rysunek 14. Przykładowe typy drgań poprzecznych taśmy, dla taśmy a) podparte płasko b) podparte na zestawie dwukrążnikowym [34].	25
Rysunek 15. Schemat stanowiska oraz aparatury do pomiaru drgań poprzecznych taśmy wg. Lodewijksa [21].	29
Rysunek 16. Mikrofon kierunkowy SVAN 979, umieszczony nad taśmą (opracowanie własne).	30
Rysunek 17. Ocena częstotliwości drgań poprzecznych taśmy z wykorzystaniem kamery poklatkowej. Widoczne trajektorie ruchu punktu umieszczonego na obrzeżu taśmy oraz wykreślona zależność przemieszczenia w funkcji czasu, wyznaczona częstotliwość wynosiła 16,6 Hz (opracowanie własne).	31
Rysunek 18. Wyniki pomiaru częstotliwości drgań taśmy w zestawieniu z modelami obliczeniowymi struny i Lodewijksa (opracowanie własne).	34
Rysunek 19. Układ pomiarowy przemieszczający się na taśmie przenośnika w kopalni surowców skalnych (zdjęcie własne).	38
Rysunek 20. Architektura system pomiarowego (opracowanie własne).	39
Rysunek 21. Schemat algorytmu próbkowania i zapisu danych na karcie SD (opracowanie własne).	40
Rysunek 22. Kalibracja akcelerometru (opracowanie własne).	40

Rysunek 23. Przyspieszenie drgań w funkcji kolejno rejestrowanych odczytów od momentu włączenia urządzenia do przechwycenia go w okolicach bębna czołowego (opracowanie własne). .....	42
Rysunek 24. fragment sygnału zarejestrowanego podczas przejazdu urządzenia pomiarowego po trasie laboratoryjnego przenośnika taśmowego (opracowanie własne). .....	43
Rysunek 25. Widmo sygnału zarejestrowanego przez urządzenie (opracowanie własne). .....	43
Rysunek 26. Obszary przejścia urządzenia pomiarowego przez sąsiednie podpory krążnikowe (opracowanie własne). .....	44
Rysunek 27. Zarejestrowany sygnał przyspieszeń w funkcji czasu przejazdu urządzenia po przenośniku (opracowanie własne). .....	45
Rysunek 28. Przyspieszenia drgań, zarejestrowane dla odcinków między sąsiadującymi podporami krążnikowymi (opracowanie własne). .....	46
Rysunek 29. Widma sygnałów drgań poprzecznych taśmy przenośnikowej, zarejestrowanych na odcinakach 1-4 (opracowanie własne). .....	47
Rysunek 30. Schemat podparcia oraz obciążenia analizowanego układu (opracowanie własne). .....	48
Rysunek 31. Wycinek przekroju poprzecznego taśmy o długości $dx$ (opracowanie własne). .....	49
Rysunek 32. Laboratoryjny przenośnik taśmowy wykorzystany do badań wpływu niecki taśmy na częstotliwość drgań poprzecznych (opracowanie własne). .....	54
Rysunek 33. Widok enkodera inkrementalnego do pomiaru prędkości taśmy oraz układu napinania z czujnikiem do pomiaru siły napinającej (zdjęcie własne). .....	54
Rysunek 34. Konstrukcja przenośnika umożliwiająca dostosowanie kąta niecki na potrzeby zmiany sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy (zdjęcie własne). .....	55
Rysunek 35. Pomiar modułu statycznego próbki taśmy przenośnikowej w warunkach laboratoryjnych (zdjęcie własne). .....	56
Rysunek 36. Zależność kąta wartości sztywności zginania w funkcji kąta niecki taśmy. .....	57
Rysunek 37. Sygnał czasowy drgań zarejestrowany na trasie przenośnika, a) dla kąta $0^\circ$ , b) dla kąta $41^\circ$ . .....	58
Rysunek 38. Spektrogramy uzyskane na podstawie sygnałów czasowych, a) dla kąta $0^\circ$ , b) dla kąta $41^\circ$ . .....	58
Rysunek 39. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy płaskiej .....	59
Rysunek 40. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki $27^\circ$ . .....	59
Rysunek 41. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki $31^\circ$ . .....	59
Rysunek 42. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki $38^\circ$ . .....	60

Rysunek 43. Amplituda drgań poprzecznych taśmy (a) oraz spektra (b) sygnału dla taśmy o kącie niecki $41^\circ$ .	60
Rysunek 44. Uśrednione wartości zmierzonych częstotliwości dla poszczególnych kątów niecki.	61
Rysunek 45. Uśrednione wartości zmierzonych amplitud dla poszczególnych kątów niecki.	62
Rysunek 46. Zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy w zestawieniu z modelami teoretycznymi w funkcji kąta niecki, rozstaw krążników $l_k = 0,95$ m.	62
Rysunek 47. Zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy w zestawieniu z modelami teoretycznymi w funkcji sztywności zginania taśmy przenośnikowej, rozstaw krążników $l_k = 0,95$ m.	63
Rysunek 48. Błędy MAE i MAPE w funkcji kąta niecki.	64
Rysunek 49. Amplituda drgań taśmy w funkcji czasu, dla pomiarów z różnymi prędkościami, dla kąta niecki $41^\circ$ .	65
Rysunek 50. Częstotliwość wzbudzenia drgań przez krążniki w funkcji prędkości taśmy, dla kąta $41^\circ$ .	66
Rysunek 51. Częstotliwość drgań taśmy w funkcji prędkości liniowej taśmy dla kąta niecki $41^\circ$ .	67
Rysunek 52. Prognoza zakresu pracy rezonansowej przenośnika taśmowego dla kąta niecki $41^\circ$ , w funkcji prędkości liniowej taśmy.	67
Rysunek 53. Przenośnik PT-1000/60 – widok stacji zwrotnej, przesypu oraz grawitacyjnego urządzenia napinającego (zdjęcie własne).	69
Rysunek 54. Urządzenie pomiarowe zlokalizowane na ruchomej taśmie przenośnika (zdjęcie własne).	70
Rysunek 55. Elementy modelu, bębny (z uwzględnieniem kąta opasania) zlokalizowane na długości trasy przenośnika: a) bęben zwrotny, b) urządzenie napinające, c) napęd, d) bęben czołowy (QNK-TT).	71
Rysunek 56. Ogólna charakterystyka przenośnika oraz wartości oporów ruchu, okno programu QNK-TT.	72
Rysunek 57. Wartości wyznaczonych sił w taśmie na długości pętli opisanych jako procent siły maksymalnej w taśmie.	73
Rysunek 58. Przebiegi czasowe sygnału dla przenośnika: a) pustego, b) załadowanego.	73
Rysunek 59. Widmo sygnału dla przenośnika a) pustego, b) załadowanego.	74
Rysunek 60. Koherencja spektralna sygnałów w zakresie analizowanych częstotliwości.	75
Rysunek 61. Widma sygnału po odfiltrowaniu częstotliwości związanych z obecnością krążników na trasie przenośnika: a) pustego, b) załadowanego.	75
Rysunek 62. Okno sygnału dla przenośnika pustego: a) rzeczywisty sygnał w czasie oraz przebieg odfiltrowany, b) widmo sygnału.	76
Rysunek 63. Okno sygnału dla przenośnika załadowanego: a) rzeczywisty sygnał w czasie oraz przebieg odfiltrowany, b) widmo sygnału.	76

Rysunek 64. Średnia ważona częstotliwość drgań poprzecznych trasy na całej długości trasy przesyłnika od stacji zwrotnej do stacji napędowej. ....	77
Rysunek 65. Średnia i maksymalna amplituda drgań poprzecznych trasy na całej długości trasy przesyłnika od stacji zwrotnej do stacji napędowej.....	78
Rysunek 66. Porównanie sił w taśmie dla dwóch wariantów załadowania, otrzymanych na podstawie zarejestrowanych drgań i modelu teoretycznego QNK-TT.....	79

## Spis tabel

Tabela 1. Główne źródła hałasu przenośnika w analizowanych przedziałach częstotliwości [14]. .....	11
Tabela 8. Właściwości zainstalowanej taśmy. ....	55
Tabela 9. Wartości kątów niecki, bezwładności przekroju oraz modułu zginania. ....	56
Tabela 10. Parametry pracy przenośnik oraz właściwości zainstalowanej taśmy. ....	69
Tabela 11. Podsumowanie parametrów obliczeniowych QNK-TT. ....	72
Tabela 12. Wartości sił w cięgnie górnym dla dwóch wariantów załadowania od bębna zwrotnego (8) do bębna czołowego (1). ....	73
Tabela 13. Podstawowe parametry statystyczne sygnałów. ....	74
Tabela 14. Maksymalne wartości różnic między dwoma metodami. ....	79

## Streszczenie

Taśma przenośnikowa jest elementem transportującym nosiwo na przenośniku, poddanym zróżnicowanym i zmiennym obciążeniom. Powodują one drgania taśmy, które mogą mieć niekorzystny wpływ na pracę przenośnika, m.in. generują emisję hałasu. W przeciwieństwie do zjawiska drgań wzdluznych, spowodowanych przenoszeniem fali napiecia taśmy, drgania poprzeczne są dotychczas znacznie słabiej rozpoznane.

W literaturze spotykane są modele obliczeniowe częstotliwości drgań poprzecznych, które traktują taśmę jako strunę, tym samym eliminują wpływ sztywności poprzecznej zginania taśmy przenośnikowej. Modele te pomijają istotny wpływ sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy oraz jej modułu odkształcalności podłużnej. Z uwagi na te uproszczenia, zaproponowano nowy model, który bazuje na modelu belki rozciąganej osiowo. Model ten pozwala uwzględnić geometrię przekroju poprzecznego taśmy przenośnikowej, modułu sprężystości podłużnej taśmy, a także liniową prędkość ruchu taśmy. W pracy omówiono założenia teoretyczne dla własnego modelu oraz wykazano zasadność stosowania tego rozwiązania przy dynamicznych zmianach siły rozciągającej taśmę.

W celu weryfikacji modelu przeprowadzono badania, gdzie spośród znanych metod pomiarowych wytypowano pomiar przy użyciu mikrofonu kierunkowego oraz kamery poklatkowej. Przydatność wytypowanych metod przebadano w warunkach laboratoryjnych. Z uwagi na ich wady oraz ograniczenia możliwości stosowania w nieraz bardzo trudnych warunkach eksploatacyjnych przenośników (np. w kopalniach) wskazano konieczność opracowania nowej, kontaktowej metody pomiaru drgań poprzecznych taśmy. W tym celu zaprojektowano, wykonano, a następnie skalibrowano urządzenie pomiarowe, które utwierdzone do powierzchni taśmy pozwala na rejestrację jej drgania na całej długości trasy przenośnika taśmowego. Przygotowano również autorski algorytm przetwarzania sygnału amplitudowego na widmo częstotliwościowe umożliwiający odczyt wartości częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Metoda ta została poddana przetestowana w warunkach laboratoryjnych oraz wykorzystana w badaniach zjawiska na potrzeby weryfikacji postawionej w pracy tezy badawczej.

Udowodnienie postawionej w pracy tezy wymagało przeprowadzenie badań analitycznych oraz licznych badań eksperymentalnych korzystając z zaplecza laboratoryjnego oraz in-situ, na przenośniku taśmowym w kopalni odkrywkowej kruszyw skalnych. Na etapie badań na przenośniku laboratoryjnym dokonano oceny wpływu geometrii niecki taśmy na zmierzone częstotliwości drgań. Do eksperymentu wykorzystano taśmę o znanych parametrach wytrzymałościowych oraz oznaczonym module sprężystości podłużnej. Stanowisko umożliwiało regulację kąta niecki lub płaski bieg taśmy. Zmierzone częstotliwości drgań w funkcji sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy zestawiono z wynikami opracowanego modelu drgań oraz porównano ze wskazaniem innych modeli. Zaproponowany model w najlepszym



stopniu odwzorowywał zmierzone częstotliwości drgań poprzecznych taśmy, dowodząc tego, że pominięcie sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy stanowi duże niedoszacowanie. W trakcie badań zarejestrowano oraz dokonano analizy pracy w zakresie częstotliwości rezonansowych. Przedstawiono możliwość wykorzystania modelu na potrzeby wyznaczania bezpiecznych warunków pracy przenośnika. Do weryfikacji modelu w warunkach in-situ wykorzystano analityczną metodę wyznaczania sił w taśmie na podstawie zmierzonych częstotliwości drgań poprzecznych taśmy. Wybrano przenośnik pracujący w kopalni kruszyw skalnych o znanych parametrach pracy. Opisano również parametry taśmy na podstawie udostępnionych przez kopalnię danych. W oparciu o opis parametrów pracy dokonano obliczeń sił w taśmie na trasie przenośnika taśmowego z wykorzystaniem specjalistycznego oprogramowania obliczeniowego QNK-TT. Opracowaną metodykę identyfikacji drgań poprzecznych taśmy z wykorzystaniem mobilnego urządzenia pomiarowego użyto w badaniach dla dwóch zaproponowanych stanów pracy, tj.: dla pustej taśmy oraz dla pracy załadowanego urobkiem. Następnie porównano wartości siły w taśmie wyznaczone za pomocą oprogramowania QNK-TT z wynikami wyznaczonymi w oparciu o zarejestrowane na rzeczywistym przenośniku taśmowym częstotliwościami drgań poprzecznych taśmy, wykazując przy tym dużą zbieżność (błąd ok. < 3%). Zweryfikowana doświadczalnie poprawność prognoz zaproponowanego modelu potwierdza jego użyteczność oraz dowodzi słuszności postawionej tezy o tym, że w porównaniu z aktualnie stosowanymi w praktyce inżynierskiej modelami teoretycznymi, uwzględnienie sztywności zginania przekroju poprzecznego taśmy oraz jej prędkości ruchu umożliwia dokładniejsze opisanie przebiegu drgań poprzecznych elastycznej taśmy przenośnikowej.

## **Abstract**

The work of the belt conveyor is accompanied by transverse vibrations of the belt, which are excited by the eccentricity of the idlers. The issue is important due to the safety of conveyor operation and the risk of resonance. Transient state of work caused by resonance may affect the spillage of material from the belt and its quality. The resonating belt also causes faster wear of the idler bearings. In extreme cases, the conveyor structure may be damaged, causing long-term and costly breakdown caused by the conveyor being excluded from the transport system. The cyclic transverse movement of the belt also causes noise in the operating environment of the device.

In the literature, there are models of the frequency of current vibrations, which treat the belt as a string, thereby eliminating the influence of the transverse stiffness of the bending of the conveyor belt. These models ignore the significant impact of the inertia of the belt cross-section and its elasticity module. Due to this kind of simplification, its own model was proposed, which is based on the model of an axially stretched beam. This model allows you to consider the geometry of the conveyor belt cross-section, the belt deformation module as well as the linear speed of the belt movement. The paper discusses theoretical assumptions for its own model and demonstrates the legitimacy of using this solution with dynamic changes in the tensile force in the belt.

To verify the model with real transverse frequency measurements, methods using a directional microphone and a time-lapse camera was selected from among the known measurement methods and their suitability in laboratory conditions was verified. Due to their disadvantages and the limitations of their use in mining conditions, it was indicated that it was necessary to develop a new, contact method of measuring transverse vibrations of the belt. For this purpose, a measuring device was designed, manufactured, and then calibrated, which, fixed to the surface of the belt, allows to record its vibration along the entire length of the belt conveyor route. It also required the development of proprietary algorithms for converting the amplitude signal into a frequency signal, enabling the presenting of the frequency values of transverse vibrations of the belt. This method has been validated in laboratory conditions and used in the study of the phenomenon for the purpose of verifying the research thesis put forward in the work.

Proving the thesis put forward in the work required conducting analytical research and numerous experimental studies using laboratory facilities and in-situ conditions, on a belt conveyor operated in an open-pit rock aggregate mine. At the stage of research on the laboratory conveyor, the impact of the geometry of the belt trough on the measured vibration frequencies was evaluated. For the experiment, a belt with known strength parameters and an elasticity module was used. The stand made it possible to adjust the angle of the trough for four variants and a flat belt run. The measured vibration frequencies as a function of the bending stiffness of the belt cross-section were compared with the results of the developed vibration model and compared with the

indications of other models. The proposed model present best fitting with the measured frequencies of transverse vibrations of the belt, proving that the effect of the bending stiffness of the belt cross-section is a great underestimation. During the research, work in the resonant frequency range was recorded and analyzed. The possibility of using the model for the purpose of determining safe operating conditions of the conveyor was presented. As verification of the model in in-situ conditions, it was proposed to use the developed model to determine the forces in the belt based on the measured frequencies of transverse vibrations of the belt. A conveyor working in the aggregates mine was selected, the parameters of its operation and data characterizing the belt installed on it were collected. Based on the description of the operating parameters, the forces in the belt on the belt route were calculated using specialized QNK-TT calculation software. The developed methodology for identifying transverse vibrations of the belt using a mobile measuring device was used in research for two proposed variants of work, i.e.: for an empty belt and for the operation of a loaded conveyor. Next, the belt force values determined by the QNK-TT software were compared with the results determined based on the frequencies of transverse vibrations of the belt recorded on the actual belt conveyor, showing a high accuracy (error of approx.  $< 3\%$ ). The experimentally verified correctness of the forecasts of the proposed model confirms its usefulness and proves the correctness of the thesis that considering the bending stiffness of the belt cross-section and its speed of movement, it is possible to more accurately describe the phenomena of transverse vibrations of a flexible conveyor belt compared to the theoretical models currently used in engineering practice.