

Recoverable Robust Discrete Optimization Problems under Interval Uncertainty Representation

Mikita Hradovich

Streszczenie

Problemy optymalizacji dyskretnej to klasa problemów, w których szukamy "najlepszej" konfiguracji bądź zestawu parametrów w celu osiągnięcia pewnego celu. Te problemy mają szerokie zastosowanie w wielu sytuacjach życia codziennego, między innymi w logistyce, planowaniu produkcji, dostarczaniu przesyłek, tworzeniu harmonogramów lub projektowaniu sieci. Do powszechnie znanych problemów optymalizacji dyskretnej zaliczane są: problem plecakowy (Knapsack Problem), problem minimalnego drzewa rozpinającego (Minimum Spanning Tree Problem) oraz problem najkrótszej ścieżki w grafie (Shortest Path Problem).

Zgodnie z klasycznym podejściem dokładne wartości poszczególnych parametrów dla każdego problemu są znane z góry. Natomiast w praktyce znajomość tych wartości niekoniecznie jest możliwa. W wielu przypadkach dane problemu są niepewne, podobnie jak nie są znane rozkłady prawdopodobieństw dla takich danych. W takich sytuacjach niepewność jest najczęściej modelowana przez zestaw scenariuszy, czyli wszystkie możliwe realizacje niepewnych danych. Rozwiązaniem problemów z użyciem właśnie takiego modelu niepewności zajmuje się podejście odporne w problemach optymalizacji dyskretnej. To podejście ma również swoje ograniczenia, mianowicie szuka rozwiązania, które jest akceptowalne dla każdego scenariusza. To w wielu sytuacjach skutkuje rozwiązaniem o zwiększonym koszcie. W literaturze to zjawisko nosi miano "cena odporności" (the price of robustness).

Przedstawiona rozprawa doktorska skupia się na rozwinięciu podejścia odpornego dla problemów optymalizacji dyskretnej, czyli podejściu odpornym odnawialnym (recoverable robustness). Przy zastosowaniu odpornego odnawialnego podejścia możemy lekko zmodyfikować rozwiązanie wybrane w warunkach niepewności, wybierając nowe rozwiązanie z otoczenia poprzedniego.

W pierwszej części tej pracy rozważamy problem minimalnego drzewa rozpinającego w wersji odpornej odnawialnej z użyciem przedziałowego modelu niepewności. Pokazujemy że problem jest rozwiązywalny w czasie wielomianowym oraz podajemy wielomianowy algorytm rozwiązujący go. Uogólniamy również powyższe wyniki do rozwiązania problemu minimalnej bazy matroida w wersji odpornej odnawialnej z przedziałowym przedstawieniem niepewności. W dalszej części rozprawy podajemy wielomianowy kombinatoryczny algorytm dla opisanego powyżej problemu minimalnego drzewa rozpinającego.

W drugiej części pracy rozważamy odporne odnawialne problemy optymalizacji binarnej z wielościanowym przedstawieniem niepewności. Dla tych problemów podajemy przybliżone rozwiązania oraz dolne i górne granice dla ewaluacji jakości rozwiązania aproksymacyjnego. Przedstawiamy również wyniki testów obliczeniowych dla problemu przydziału oraz problemu plecakowego.

Przedstawione w tej pracy wyniki zostały wcześniej opublikowane w trzech artykułach, które ukazały się w prestiżowych czasopismach naukowych oraz były przedstawione na konferencji naukowej o zasięgu międzynarodowym.

01.09.2021 Mikita Hradovich

Recoverable Robust Discrete Optimization Problems under Interval Uncertainty Representation

Mikita Hradovich

Abstract

Combinatorial optimization problems are a class of problems in which we are looking for the "best" configuration or a set of parameters to meet some objective. There is a number of applications of combinatorial optimization in real-world situations, including logistics, production planning, package delivery, designing networks, scheduling and more. Among widely known combinatorial optimization problems there are the knapsack problem, the minimum spanning tree problem, the minimum selection problem, the shortest path problem, etc.

According to a classical approach the exact values of the problem parameters are known in advance. However in many practical application neither exact values of parameters nor their probability distributions are known. A widely adopted way to model such uncertainty is to use a scenario set, in other words, a set of all possible realizations of parameter values. Robust framework is used to solve problems with uncertain data defined this way. The robust approach has some disadvantages. Namely, it produces a solution acceptable under all scenarios that has an increased cost. This feature is also known as the price of robustness in literature.

In this thesis we focus on recoverable robust discrete optimization problems. This model addresses some of the limitations of the robust approach at the cost of added complexity. In a recoverable robust model a complete solution is decided in the first stage. We are allowed to modify this solution after the true scenario is revealed with a recourse action.

In the first part of the thesis we study recoverable robust spanning tree problem with interval uncertainty representation. We first construct a polynomial time algorithm for this problem and later improve this result by designing a strongly polynomial time combinatorial algorithm. We also generalize some of the ideas to show that recoverable robust matroid basis problem can also be solved in polynomial time.

In the second part of the thesis we consider recoverable robust 0-1 optimization problems under polyhedral uncertainty representation. We provide a framework to solve this problems and also propose several lower bounds and approximate solutions. We also present the results of computational tests for the assignment problem and the knapsack problem.

The results presented in this thesis were published as three articles in high ranking journals. Some results were also presented on an international conference.

01.09.2021 Mikita Hradovich