prof. dr hab. inż. **Piotr Kulczycki**
Polska Akademia Nauk, Instytut Badań Systemowych
Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
ul. Jaracza 30, 31-216 Kraków
tel.: 601 314159
e-mail: kulczycki@ibspan.waw.pl, kulczycki@agh.edu.pl

Kraków, 21 listopada 2021

RECENZJA

rozprawy doktorskiej

mgr inż. Mikity Hradovicha

„Recoverable Robust Discrete Optimization Problems under Interval Uncertainty Representation"

(„Odporne odnawialne problemy optymalizacji dyskretnej z przedziałową reprezentacją niepewności")

Recenzowaną rozprawę wykonano pod kierunkiem Pana prof. dr hab. Pawła Zielińskiego. Przewód doktorski został wszczęty na Politechnice Wrocławskiej, w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, dyscyplinie *informatyka techniczna i telekomunikacja*. Praca powstała w Katedrze Podstaw Informatyki na Wydziale Informatyki i Telekomunikacji Politechniki Wrocławskiej.

Dysertacja napisana jest w języku angielskim. Ponieważ jednak Rada Dyscypliny nie poleciła wykonania recenzji w tym języku, to według mojej znajomości obecnych przepisów, powinienem to zrobić w języku polskim, co niniejszym czynię. W celu uściślenia polskojęzycznej terminologii, poprosiłem o dostarczenie mi streszczenia/autoreferatu w języku polskim, które bez zwłoki otrzymałem (datowane na 5 listopada 2021). Treść recenzji opieram zatem na dostarczonym mi egzemplarzu rozprawy, a polskojęzyczne nazewnictwo na owym streszczeniu.

1. Charakterystyka rozprawy

Idea optymalności – działania najlepszego w konkretnych uwarunkowaniach – jest naturalną podstawą konstrukcji większości współczesnych systemów inżynieryjno-technicznych, stosowaną w różnych ich układach i podukładach, potencjalnie wobec całkowicie odmiennych aspektów aplikacyjnych. Podstawowe rozwiązanie problemu w postaci deterministycznej/ostrej, gdy wszystkie parametry są ustalonymi liczbami rzeczywistymi, pozwala określić jaka jest formuła (np. konkretna liczba, wektor czy funkcja) czy też zasadnicze własności rozwiązania, ale w praktyce parametry obiektu rzadko są niezmienne, ani tym bardziej dokładnie pomierzone, co w połączeniu z uproszczeniami stosowanych modeli wymaga wprowadzenia do nich nieokreśloności i odpowiedniej modyfikacji takiego podstawowego rozwiązania. Trzy najczęściej spotykane formy opisu nieokreśloności, to probabilistyczna, rozmyta i przedziałowa[1]. Pierwsza i druga są najczęściej stosowne, ale wymagają wyznaczenia charakterystyk – odpowiednio – rozkładu probabilistycznego lub funkcji przynależności. W przeciwieństwie, formuła przedziałowa wymaga określenia jedynie ograniczeń dolnych i górnych wartości rozważanego parametru/atrybutu, co jest znacznie łatwiejsze do spełnienia, ale powoduje dodatkowe trudności badawcze[2]. Wspomagającym aspektem jest tu jednak możliwość traktowania przedziałów jako zbiorów i bezpośredniego, nawet podświadomie, korzystania z wyników dobrze rozpracowanej i powszechnie znanej matematycznej teorii mnogości. Taki punkt widzenia został – ogólnie rzecz ujmując – zastosowany w recenzowanej rozprawie doktorskiej p. Mikity Hradovicha. Ściślej, proces decyzyjny podzielono na dwie fazy: w pierwszej znajdowane jest optymalne rozwiązanie modelu deterministycznego, które w fazie drugiej ulega ograniczonej modyfikacji (niewykluczone, iż po uzyskaniu dodatkowej informacji o rozważanym obiekcie/systemie) na podstawie modelu z przedziałową reprezentacją nieokreśloności. W drugiej fazie stosowane jest podejście odporne (czyli „radzące sobie" z każdą potencjalną nieokreślonością), a możliwość modyfikacji w drugiej fazie rozwiązania znalezionego w fazie pierwszej nadaje całemu rozwiązaniu problemu optymalizacji charakter jakby naprawialny (odnawialny). Minimalizowany jest koszt, będący sumą kosztów wynikłych z obu powyższych faz. W pracy szczegółowo rozważano zagadnienia drzewa rozpinającego i ogólniejszego problemu bazy matroidu.

Recenzowana praca liczy 14 + 88 = 102 strony standardowo zedytowanego tekstu i poza wstępem, podsumowaniem, bibliografią (73 pozycje) oraz dodatkiem (programowanie w języku Julia), składa się z trzech rozdziałów merytorycznych.

Pierwszy z nich ma charakter preliminariów matematycznych i przedstawia pojęcia i definicje wprowadzające do późniejszego meritum dysertacji, w szczególności dotyczące zagadnień optymalizacji w obecności czynników nieokreślonych typu przedziałowego, a także złożoności obliczeniowej takich problemów.

---

1 Pisząc tę recenzję dla Politechniki Wrocławskiej chciałbym w tym miejscu nadmienić również o zmiennych niepewnych, sformułowanych i propagowanych przez nieodżałowanego Pana prof. Zdzisława Bubnickiego, jako wyraz hołdu Jego pamięci.

2 W ramach swoistej prywaty, pozwolę sobie wspomnieć z niekłamaną nostalgią swój doktorat, gdzie rozważałem system dynamiczny, działający poprawnie jedynie wtedy gdy parametry modelu są dokładnie (!) równe wartości w obiekcie, skąd sformułowana została propozycja wprowadzenia nieokreśloności, aby poradzić sobie z tą dyskwalifikującą w praktyce cechą. Por. także Piotr Kulczycki, „Czasowooptymalne sterowanie stochastyczne nieciągłym układem dynamicznym", WPK, Kraków, 1992.

Rozdział drugi ma kluczowe znaczenie w recenzowanej pracy. Przy odpowiednich założeniach, rozważono tu problemy drzewa rozpinającego, a następnie ogólniejsze – znajdowania bazy matroidu, w odpornym odnawialnym modelu z przedziałową reprezentacją niepewności. Skonstruowane zostały nowatorskie algorytmy o wielomianowej złożoności obliczeniowej, oparte na technice iteracyjnej relaksacji. Stosowne fakty zostały wykazane w postaci twierdzeń, a dowody składnie zdekomponowane na odpowiednie lematy. Treść tego rozdziału została oparta na wcześniejszych artykułach:

[33] M. Hradovich, A. Kasperski, and P. Zieliński. Recoverable robust spanning tree problem under interval uncertainty representations. *Journal of Combinatorial Optimization*, 34:554–573, 2017.

[34] M. Hradovich, A. Kasperski, and P. Zieliński. The recoverable robust spanning tree problem with interval costs is polynomially solvable. *Optimization Letters*, 11:17–30, 2017.

w przypadkach obu czasopism uznawanych na liście MEN po 70 punktów. Publikacje te były już wielokrotnie cytowane, a ich tezy stały się przedmiotem poszerzeń i uogólnień.

I wreszcie, materią rozdziału trzeciego jest klasa problemów optymalizacji kombinatorycznej, sprowadzanych do modelu programowania binarnego z liniową funkcją celu – podobnie jak poprzednio – w odpornym odnawialnym modelu z przedziałową reprezentacją niepewności. Ponieważ są one złożone obliczeniowo, zaproponowano metody wyznaczania rozwiązań przybliżonych, a w celu oszacowania ich jakości – procedury obliczania dolnych i górnych ograniczeń na koszt rozwiązania optymalnego. Zagadnienia te zobrazowano wynikami ilustracyjnych symulacji numerycznych dla problemów przydziału oraz plecakowego. Treść tego rozdziału została oparta na wcześniejszym artykule:

[36] M. Hradovich, A. Kasperski, and P. Zieliński. Robust recoverable 0–1 optimization problems under polyhedral uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 278(1):136 – 148, 2019.

opublikowanym w periodyku uznawanym na liście MEN za 140 punktów.

Fakt opublikowania powyższych badań w renomowanych, wysokopunktowanych czasopismach, stanowi sam w sobie obronę jakości, zasadności i aktualności prezentowanych badań.

Ostatecznie, recenzowana rozprawa doktorska zasługuje na generalnie pozytywną ocenę.

2. Uwagi krytyczne i dyskusyjne

Praca przywodzi szereg uwag o charakterze krytycznym i dyskusyjnym, które jednak nie zmieniają ogólnej pozytywnej jej oceny. Trzy z nich, dotyczące:

1. precyzji sformułowań,
2. zaklasyfikowania do dyscypliny i dziedziny badań,

3. użycia jedynie kryterium minimaksu,

zostaną uszczegółowione poniżej.

Ad. 1.

Generalnie nie mogę wyzbyć się zdziwienia, że autor tak wyrafinowanych twierdzeń i składnie przeprowadzonych dowodów, czasem popełnia rażące błędy w prostych *de facto* fragmentach. Weźmy pierwsze linie strony 1, a zatem początkowy urywek tekstu, który ze swej natury jeszcze nie odwołuje się do poprzedzającego tekstu, a zatem nie może być uznany za wyrwany z kontekstu:

> In this chapter we are concerned with a class of *optimization problems*. In this class of problems we are looking for a solution which is the "best" under some decision rule, or criterion. In the most generic way the problem can be defined as follows:
>
> $$\mathcal{P} : \min_{X \in \Phi} f(X) \tag{1.1}$$
>
> where $f : \Phi \to \mathbb{R}$ is a cost function and Φ is a *set of feasible solutions*.
>
> We call an optimization problem *continuous* if its variables are continuous, whereas an optimization problem with discrete variables is called a *combinatorial* (*discrete*) problem. In the combinatorial problems we are looking for an object from some finite set, e.g., a set, permutation or graph. On the other hand, in the continuous problems we are looking for a set of real numbers or a function.

Co ma oznaczać fraza *its variables are continuous*? Jak do tej pory nic nie było o żadnych zmiennych. Co ma być ciągłe, funkcjonał *f* czy elementy *a set of feasible solutions*? W pierwszym przypadku wątpię aby mowa była o funkcjonałach liniowych i ciągłych badanych w ramach analizy funkcjonalnej, a w drugim o funkcjach ciągłych, gdyż nawet w klasycznej optymalizacji dynamicznej dopuszcza się funkcje (np. sterowania) przedziałami ciągłe, a poza domeną klasyczną możliwe są znacznie szersze klasy, np. mierzalnych i całkowalnych z *p*-tą potęgą. Obawiam się, że Autor w sobie znanym kontekście nawiązuje do zbioru liczb rzeczywistych, który utożsamia z jakąś ciągłością...

Nie mam nawet śmiałości dochodzić co Autor mógł mieć na myśli w ostatnim zdaniu powyższego fragmentu „w problemach ciągłych szukamy zbioru liczb rzeczywistych lub funkcji". O jaki poszukiwany zbiór liczb rzeczywistych chodzi w problemie ciągłym?

To był tylko przykład; i wystarczy.

Ad. 2.

Istotnym problem, który wymaga rozważenia jest kwestia zaliczenia recenzowanego doktoratu do dyscypliny *informatyki technicznej i telekomunikacji* w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, czy raczej do *informatyki* w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych. W obecnej postaci raczej przeważa to drugie. Główne osiągnięcia lokują się bowiem w zakresie formalnym, dowodowym, zmatematyzowanym, a poza prostymi symulacjami pod koniec trzeciego rozdziału brak jest nawiązania do zastosowań, w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych lub nawet po części pokrewnych im metodyką – ekonomicznych oraz społecznych. Zlecono mi recenzję w dyscyplinie *informatyki technicznej i telekomunikacji* w dziedzinie nauk inżynieryjno-technicznych, zatem chciałbym zaproponować sanowanie sytuacji, aby pozbyć się wątpliwości w tym zakresie.

Proponuję aby Doktorant przygotował i przedstawił w odpowiedzi na recenzję, a potem podczas obrony, swoisty suplement do rozprawy, zawierający 2-3 zastosowania swoich algorytmów do benchmarków dostępnych w internecie, z zakresu nauk inżynieryjno-technicznych, ewentualnie ekonomicznych i społecznych. Jeśli zabraknie danych z nieokreślonością przedziałową, to proponuję adaptację do formuły przedziałowej danych deterministycznych, poprzez dodanie składowej nieokreślonej (losowej). Ciekawe byłoby również, aby ta składowa nie pochodziła z rozkładu jednostajnego (gdyż zbytnio podchodzi to pod teoretyczne założenia pracy, a przecież istotnym aspektem rozważań jest odporność), ale innego rozkładu o ograniczonym nośniku, np. beta. Z przyjemnością przeczytam otrzymane wyniki w odpowiedzi na niniejszą recenzję, a potem wysłucham w czasie obrony, co uspokoi moje sumienie w zakresie prawidłowości wyboru dyscypliny.

Ad. 3.

W doktoracie wielokrotnie podnoszone jest, iż reguła minimaksu często prowadzi do zbyt defensywnych rozwiązań, nadmiernie zwiększając koszt odporności. Wszakże wybór minimaksu nie jest przecież obligatoryjny.

Otóż, w praktyce decyzyjnej dominują dwie reguły: minimaksu i Bayesa. Pierwsza ma charakter pesymistyczny, druga realistyczny. Dodatkowo druga wymaga estymacji charakterystyk rozkładu. Aby zrównoważyć tę niedogodność zaproponowano następująca regułę Hurwicza, polegającą na minimalizacji (stosując zapis wzoru (1.8) z dysertacji):

$$\min_{X\in\Phi}[\lambda \min_{S\in U} f(X,S) + (1-\lambda) \max_{S\in U} f(X,S)] \;, \tag{*}$$

przy czym $\lambda \in [0,1]$. Dla $\lambda = 0$ mamy stąd regułę minimaksu, natomiast jeśli $\lambda = 0.5$, to wynik jest zbliżony do reguły Bayesa, ale w przeciwieństwie do tej reguły nie jest wymagana estymacja żadnej charakterystyki rozkładu (podobnie jak minimaks), a zatem może być z powodzeniem zaaplikowana do danych przedziałowych. W szeroko rozumianej praktyce korzystne wyniki otrzymuje się łącząc kryteria minimaksu i Bayesa, co dla kryterium Hurwicza odpowiadałoby $\lambda = 0.25$. Oczywiście λ może być zmieniane dowolnie, ale w praktyce stosuje się $\lambda \in [0, 0.5]$, gdyż nadmierny optymizm (dla $\lambda > 0.5$) bywa niekonstruktywny. Zastanawiam się, czy zastosowanie kryterium Hurwicza zamiast minimaksu nie polepszyłoby działania drugiej fazy modyfikacji, w konsekwencji generując korzystniejszy wynik, w sensie mniejszego kosztu odporności. Innymi słowy czy potencjalnie nawet nieduży dodatek czynnika $\min_{S\in U} f(X,S)$ we wzorze (*) nie zaszkodzi odporności, zmniejszając jej koszt. Prosiłbym o przedstawienie wyników w odpowiedzi na recenzję i w trakcie obrony, przy zastosowaniu do któregoś z benchmarków z powyższego punktu 2, porównując zastosowanie kryterium minimaksu ($\lambda = 0$) i Hurwicza dla kilku wybranych wartości z zakresu $(0, 0.5]$. *A priori* powinienem jednak zaznaczyć, że nie jestem całkowicie pewien czy realizacja powyższego okaże się utylitarna wobec koncepcji recenzowanego doktoratu.

Ogólnie: przytoczone powyżej uwagi mają charakter drugorzędny oraz dyskusyjny i nie negują generalnie pozytywnej mojej oceny przedstawionej dysertacji.

3. Konkluzja

Podsumowując uważam, że recenzowana praca doktorska Pana Mikity Hradovicha spełnia wymagania stawiane w odpowiednich przepisach rozprawom doktorskim i wobec tego wnioskuję o dopuszczenie Go do dalszych, przewidzianych ustawą, etapów przewodu doktorskiego.

(prof. dr hab. inż. Piotr Kulczycki)

Kraków/Warszawa, 21 listopada 2021.