

prof. dr hab. Leszek Słomiński
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Wydział Matematyki i Informatyki
ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń

Toruń, 2 stycznia 2024 r.

RECENZJA W POSTĘPOWANIU HABILITACYJNYM
DR MAŁGORZATY KUCHTY

1. Dane o karierze naukowej

Małgorzata Kuchta w 1990 roku ukończyła studia matematyczne na Uniwersytecie Wrocławskim. W roku 1998 na Politechnice Wrocławskiej obroniła z wyróżnieniem rozprawę doktorską (tytuł rozprawy „Kwadratowe nierówności całkowite typu Opiala”).

Począwszy od 1991 do chwili obecnej Małgorzata Kuchta pracuje na Politechnice Wrocławskiej na stanowiskach asystenta (do 1998 roku) i adiunkta.

2. Ocena osiągnięcia naukowego

Rozprawę habilitacyjną dr Kuchty na temat „Optymalne zatrzymywanie procesów iterowanych oraz procesów z ukrytą informacją” tworzy cykl powiązanych tematycznie siedmiu publikacji:

- [H1] A secretary problem with many lives, *Communication in Statistics -Theory and Methods*, 43 (2014), 210–218 (wspólna z M. Morayne).
- [H2] Iterated full information secretary problem, *Mathematical Methods of Operations Research*, 86(2) (2017), 277–292.
- [H3] Monotone case for an extended process, *Advances in Applied Probability*, 46 (2014), 1106–1125 (wspólna z M. Morayne).
- [H4] Maximizing survival time in a random walk on an interval, *Stochastic Models*, 34 (2018), 154–165 (wspólna z E. Kubicką i G. Kubickim).
- [H5] Tail probabilities of a random walk on an interval, *Communication in Statistics - Theory and Methods*, 50 No. 9 (2019), 2161–2169 (wspólna z E. Kubicką, G. Kubickim i M. Morayne).
- [H6] An optimal algorithm for stopping on the element closest to the center of an interval, *Advances in Applied Mathematics*, 133 (2022), 102281, 15 p (wspólna z E. Kubicką, G. Kubickim i M. Sulkowską).
- [H7] A secretary problem with hidden information: searching for a high merit candidate, *Advances in Applied Mathematics*, 144 (2023), 102468, 35 p (wspólna z E. Kubicką, G. Kubickim i M. Morayne).

Jak widać, wszystkie prace ukazały się w uznanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Treść rozprawy podsumowana jest w dobrze zredagowanym autoreferacie. Do dokumentacji dołączone zostały oświadczenia współautorów opisujące ich wkład w powstanie wspólnych prac. Ponieważ prace przedstawione jako rozprawa habilitacyjna stanowią cykl artykułów powstałych i opublikowanych po doktoracie, o wspólnej tematyce, więc w mojej opinii przedłożona rozprawa spełnia formalne wymogi ustawy o stopniach naukowych i tytule naukowym, i w szczególności stanowi osiągnięcie naukowe w rozumieniu tejże ustawy.

Celem rozprawy habilitacyjnej dr Kuchty jest badanie zagadnień optymalnego zatrzymywania będących uogólnieniami tzw. problemu sekretarki. Zagadnienia tego typu rozważane są już od 1961 roku, w którym Lindley podał rozwiązanie klasycznego problemu sekretarki. W modelu Lindleya do konkursu na stanowisko sekretarki zgłosiło się n kandydatek, które podlegały kolejno jedna po drugiej weryfikacji swoich kwalifikacji (rang). Bezpośrednio po weryfikacji danej kandydatki podejmowana była decyzja o odrzuceniu (bezpowrotnym) lub akceptacji jej kandydatury. Rozważanym kryterium wyboru była maksymalizacja prawdopodobieństwa wyboru najlepszej kandydatki. Wiadomo, że w tym klasycznym przypadku asymptotyka prawdopodobieństwa sukcesu, tzn. jego granica przy $n \rightarrow \infty$ wynosi e^{-1} . Niedługo po pracy Lindleya oprócz maksymalizacji prawdopodobieństwa wyboru elementu o najwyższej randze ważnym stało się kryterium wyboru elementu o największej wartości oczekiwanej (praca Chow, Moriguti, Robins i Samuels (1964)). W kolejnych latach można zaobserwować dalszy rozwój badań podobnych zagadnień, w których na przykład odrzucone elementy były brane pod uwagę z pewnym prawdopodobieństwem w zależności od czasu jaki minął od momentu weryfikacji, dokonywano wyboru dwóch elementów itp. (prace Gussein-Zade (1966), Yang (1974), Tamaki (1979, 1980)). Warto dodać, że taką tematyką zajmowali się tak znani probabiliści jak Dynkin i Samuels, a z polskich matematyków Bartoszyński i Bojdecki. Według mnie z matematycznego punktu widzenia jest to dość ciekawa problematyka będąca istotną częścią teorii optymalnego zatrzymania procesów z czasem dyskretnym. Dowody twierdzeń z prac na ten temat mają często techniczny charakter i wymagają użycia poważnych argumentów kombinatorycznych.

Dr Kuchta w swojej rozprawie koncentruje się na badaniu:

- problemu wieloetapowego optymalnego zatrzymania,
- problemu optymalnego zatrzymania z ukrytą informacją.

We obu przypadkach udało jej się uzyskać szereg wartościowych wyników.

Wyniki dotyczące pierwszego tematu zawarte są w pracach [H1]–[H4].

W pracy [H1] rozważany jest przypadek wielokrotnej (m -krotnej) weryfikacji rang ocenianych elementów. W każdej serii weryfikacja ma podobny charakter jak w klasycznym problemie sekretarki, ale dopuszcza się brak wyboru w danej serii i przechodzenie do następnej. W twierdzeniu 2.1 dla danych liczb elementów weryfikowanych w kolejnych seriach n_1, n_2, \dots, n_m skonstruowano optymalny moment zatrzymania oraz podano prawdopodobieństwo sukcesu. W jego dowodzie wykorzystano umiejętnie twierdzenie o przypadku monotonicznym z pracy Chow, Robbins i Siegmund (1971). Z kolei w twierdzeniu 3.1 wyznaczono asymptotykę prawdopodobieństwa sukcesu.

Praca [H2] stanowi iterowaną modyfikację klasycznego problemu najlepszego wyboru w przypadku tzw. pełnej informacji. Głównymi wynikami pracy są twierdzenia 2.2 i 3.1, w których udało się wyznaczyć odpowiednio prawdopodobieństwo sukcesu i jego asymptotykę. Wykorzystane metody dowodowe są istotnym rozwinięciem metod z pracy [H1].

Ciekawą częścią rozprawy jest praca [H3]. Najpierw w twierdzeniach 2.2 i 2.3 sformułowano w niej warunki dostateczne dla spełniania założenia twierdzenia o przypadku monotonicznym. Następnie, dzięki wprowadzonemu pojęciu procesu MIA (maximum identification average) oraz twierdzeniom 3.3 i 4.1, uzyskano mocne narzędzie pozwalające na wyznaczanie optymalnych czasów zatrzymań w ogólnych przypadkach. Pracę [H3] uzupełniają liczne ciekawe przykłady jego zastosowań.

W kolejnej pracy [H4] badany jest specjalny problem najlepszego wyboru, który opisany został w języku gry opartej na spacerze losowym. W twierdzeniu 3.2 wyznaczony został optymalny czas zatrzymania dla gry maksymalizującej wartość oczekiwaną jej wygranej e_N . Twierdzenie 4.1 podaje dokładną asymptotykę dla e_N przy $N \rightarrow \infty$.

Praca [H5] dotyczy spacerów losowych z barierami pochłaniającymi. Jej główny wynik stanowi twierdzenie 1 opisujące własności monotoniczności dla odpowiednio zdefiniowanych ciągów prawdopodobieństw warunkowych. Szczególny przypadek twierdzenia 1 jest ważny dla rozwiązania problemu optymalnego zatrzymania rozważanego w pracy [H4].

Drugi typ zagadnień, tzn. problem optymalnego zatrzymania dla procesów z ukrytą informacją badany jest w ważnych pracach [H6] i [H7].

W ciekawej pracy [H6] obserwowany jest ciąg n niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0, 1]$. Zakłada się, że nieznane są ich dokładne realizacje, a znane są tylko ich względne rangi (w sensie nierówności \leq). W pracy wyznacza się moment zatrzymania, gdy uzyskane realizacje są najbliższe połowy przedziału, a rozważanym kryterium optymalności jest maksymalizacja prawdopodobieństwa sukcesu. W pracy podany został algorytm pozwalający na wyznaczenie optymalnego momentu zatrzymania oraz pokazano, że dla dużych n prawdopodobieństwo sukcesu jest rzędu $\frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ (twierdzenie 3.10).

W pracy [H7] korzysta się z modelu z pracy [H6]. W odróżnieniu jednak od [H6] wyznacza się moment zatrzymania, gdy uzyskane realizacje są mniejsze niż $\frac{1}{n}$. Autorzy uzasadniają, że rozważane zagadnienie obejmuje w szczególności przypadki z prac [H1] i [H2]. Podobnie jak w [H6], podany został algorytm pozwalający na wyznaczenie optymalnego momentu zatrzymania oraz pokazano, że przy $n \rightarrow \infty$ prawdopodobieństwo sukcesu jest w przybliżeniu równe 0.289202 (twierdzenie 6).

Obie prace [H6] i [H7] są według mnie ciekawe i wartościowe. Podobają mi się zwłaszcza umiejętnie przeprowadzone, wielokrokowe dowody asymptotyki prawdopodobieństwa sukcesu.

Uważam przedstawione powyżej wyniki za wartościowe. Uogólniają one lub rozszerzają wcześniejsze rezultaty na podobne tematy. Przeprowadzane w pracach dowody są z reguły trudne technicznie.

W mojej opinii przedłożona przez dr Kuchtę rozprawa habilitacyjna zawiera wartościowe wyniki, które stanowią znaczący wkład do teorii optymalnego zatrzymania procesów dyskretnych.

3. Pozostałe osiągnięcia i aktywność naukowa

Pozostały dorobek habilitantki składa się z 8 prac, z których 7 jest współautorskich, 3 prace powstały przed doktoratem. Prace, które nie zostały włączone do rozprawy habilitacyjnej, ze względu na badaną w nich tematykę można podzielić na cztery główne grupy:

- 1) nierówności całkowe z funkcjami wagowymi (prace [P1], [P2], [P4]),
- 2) mocna różniczkowalność (praca [P3]),
- 3) binarne kliki (praca [P6]),
- 4) częściowy porządek (prace [P5], [P7], [P8]).

Jest to poważny i różnorodny dorobek naukowy. Większość z prac jest opublikowana, podobnie jak prace włączone do habilitacji, w uznanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym. Chciałbym wyróżnić dwie z nich [P3] i [P7], które wydają mi się szczególnie ciekawe. Pierwsza z nich zawiera martyngałowy dowód twierdzenia Jessena, Marcinkiewicza i Zygmunda o mocnej różniczkowalności całek. Druga natomiast dotyczy optymalnego zatrzymania w przypadku wersji problemu sekretarki dla zbiorów częściowo uporządkowanych. Prace dr Kuchty są zauważalne przez matematyków. Baza MathSciNet informuje o 34 cytowaniach przez 30 autorów, baza Web of Science o 39 cytowaniach (27 bez autocytowań). Ogólną ocenę osiągnięć naukowych dr Kuchty obniża fakt, iż prawie wszystkie jej prace są współautorskie (często mają trzech lub czterech autorów).

Dr Kuchta aktywnie uczestniczyła w kilkunastu konferencjach naukowych. Odbyła staże zagraniczne w Rostocku (Niemcy (2001), jeden miesiąc) i University of Louisville (USA (2019), 2 tygodnie oraz (2022), 1 miesiąc). Była wykonawcą w grantach NCN DEC-2015/17/B?ST6/01868, MNiSW NN 206369739 oraz KBN 3T11C01126.

Uważam, że opisane wyżej pozostałe osiągnięcia dr Kuchty oraz jej aktywność naukowa spełniają wymagania stawiane przy przewodach habilitacyjnych.

4. Konkluzja

Podsumowując, uważam, że rozprawa habilitacyjna jak i też aktywność naukowa dr Małgorzaty Kuchty spełniają zwyczajowe i ustawowe wymagania i wnoszę o dopuszczenie habilitantki do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

S. Stojanowski

