Warszawa, 12 grudnia 2023 r.

prof. dr hab. Adam Osękowski
Instytut Matematyki
Uniwersytet Warszawski
ul. Banacha 2
02-097 Warszawa

Recenzja rozprawy habilitacyjnej i dorobku naukowego dr Małgorzaty Kuchty

Dr Małgorzata Kuchta ukończyła studia matematyczne w 1990 r. na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Wrocławskiego. W 1998 r. uzyskała ona dyplom doktora nauk matematycznych, przyznany przez Politechnikę Wrocławską, na podstawie rozprawy pt. „Kwadratowe nierówności całkowe typu Opiala". Promotorem pracy był prof. dr hab. Bronisław Florkiewicz. W latach 1991–1998 dr Kuchta była zatrudniona na Wydziale Matematyki Politechniki Wrocławskiej na stanowisku asystenta, od 1998 r. jest zatrudniona, w tej samej jednostce, na stanowisku adiunkta.

Dr Małgorzata Kuchta przedstawiła we wniosku o wszczęcie postępowania habilitacyjnego, jako osiągnięcie naukowe, cykl publikacji pod tytułem „Optymalne zatrzymywanie procesów iterowanych oraz procesów z ukrytą informacją", w skład którego wchodzi następujących siedem prac:

[H1] M. Kuchta, M. Morayne. A secretary problem with many lives. Communications in Statistics -Theory and Methods, 43 (2014), 210-218.

[H2] M. Kuchta. Iterated full information secretary problem. Mathematical Methods of Operations Research, 86(2) (2017), 277-292.

[H3] M. Kuchta, M. Morayne. Monotone case for an extended process. Advances in Applied Probability, 46 (2014), 1106-1125.

[H4] E. Kubicka, G. Kubicki, M. Kuchta, M. Morayne. Maximizing survival time in a random walk on an interval. Stochastic Models, 34 (2018), 154-165.

[H5] E. Kubicka, G. Kubicki, M. Kuchta, M. Morayne. Tail probabilities of a random walk on an interval. Communications in Statistics -Theory and Methods, 50, No. 9, 2161-2169 (2021).

[H6] E. Kubicka, G. Kubicki, M. Kuchta, M. Sulkowska. An optimal algorithm for stopping on the element closest to the center of an interval. Advances in Applied Mathematics, 133 (2022), 102281, 15 p.

[H7] E. Kubicka, G. Kubicki, M. Kuchta, M. Morayne. Secretary Problem with hidden information; searching for a high merit candidate. Advances in Applied Mathematics, 144 (2023), 102468, 35 p.

Powyższy cykl publikacji jest jednotematyczny, a zatem spełniony jest art. 16 pkt 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki. Do wniosku dołączono oświadczenia dr Ewy Kubickiej, dr hab. Grzegorza Kubickiego, prof. Michała Morayne oraz dr inż. Małgorzaty Sulkowskiej, współautorów prac [H1], [H3]–[H7], z których wynika, że wkład Habilitantki w przygotowanie każdej z tych publikacji był znaczący (w większości oświadczeń pojawia się stwierdzenie, iż każdy ze współautorów w tym samym stopniu przyczynił się do powstania prac).

Opis wyników rozprawy. Ogólnie rzecz ujmując, tematyka rozprawy koncentruje się wokół problemów optymalnego stopowania w wieloetapowych doświadczeniach losowych. Dysponujemy ciągiem $X^{(1)}$, $X^{(2)}$, ..., $X^{(m)}$ wielowymiarowych zmiennych losowych, przy czym $X^{(j)}$ jest wektorem o wartościach w $\mathbb{R}^{n_j}$ oraz zakładamy, że zmienne $X_k^{(j)}$, $1 \leq k \leq n_j$, $j = 1, 2, \ldots, m$, są niezależne łącznie. Obserwujemy kolejno zmienne

$$X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \ldots, X_{n_1}^{(1)}, X_1^{(2)}, X_2^{(2)}, \ldots, X_{n_2}^{(2)}, \ldots, X_1^{(m)}, X_2^{(m)}, \ldots, X_{n_m}^{(m)},$$

ustawione w naturalnych m etapów (tytułowych „iteracji"). Naszym celem jest zatrzymanie się w chwili τ maksymalizującej średnią wartość $\mathbb{E}\xi_\tau$ pewnego funkcjonału, którego definicja odwołuje się do wspomnianego podziału obserwacji na etapy. Prace cyklu w większości dotyczą rozwiązania konkretnych zagadnień, wyjątkiem jest praca [H3], w której zawarto analizę ogólnej struktury optymalnych momentów stopu w problemach powyższego typu.

Publikacje [H1]-[H7] można w naturalny sposób podzielić na trzy grupy, omówimy je teraz dokładniej.

I. Uogólniony problem sekretarki: [H1], [H2], [H3]. Punktem wyjścia jest klasyczny problem wyboru sekretarki, który pojawił się w literaturze na początku lat sześćdziesiątych. Na stanowisko sekretarki zgłasza się N kandydatek, które można uporządkować liniowo względem posiadanych kompetencji. Uporządkowanie to, nieznane w chwili przyjęcia wszystkich zgłoszeń, odkrywane jest stopniowo, wskutek rozmów kwalifikacyjnych przeprowadzanych kolejno z każdą z kandydatek. Po każdej rozmowie należy podjąć decyzję, czy zatrudnić osobę, z którą właśnie rozmawiano, tym samym kończąc proces rekrutacji, czy też nie. W przypadku decyzji negatywnej, nie ma możliwości jej zmiany w przyszłości: kandydatka odrzucona po rozmowie „przepada". Problem polega na zmaksymalizowaniu prawdopodobieństwa, że wybrana kandydatka jest najbardziej kompetentna ze wszystkich. Zagadnienie to można łatwo sformułować w języku permutacji losowych. Mianowicie, dysponując permutacją η zbioru $\{1, 2, \ldots, N\}$ losowaną w sposób jednostajny, szukamy momentu zatrzymania τ względem filtracji $\mathcal{F}_n = \sigma(\{\eta_j < \eta_k\} : j, k \leq n)$, $n = 1, 2, \ldots$, maksymalizującego prawdopodobieństwo $\mathbb{P}(\sigma_\tau = N)$. Problem ten doczekał się licznych modyfikacji i uogólnień, i jest wciąż intensywnie badany w literaturze.

W pracy [H1] Habilitantka rozważa wieloetapowe rozszerzenie powyższego zagadnienia na przypadek m kolejnych serii rozmów. Zakładamy, że dla każdego $j = 1, 2, \ldots, m$, w j-tej serii mamy do czynienia ze zwykłym problemem sekretarki z n_j kandydatkami, $j = 1, 2, \ldots, m$. Różnica tkwi w tym, że jeśli w j-tej serii ($j < m$) nie podejmiemy decyzji o zatrzymaniu (co w oryginalnym sformułowaniu wymusiłoby wzięcie ostatniej kandydatki), to przechodzimy do serii nr $j + 1$. Naszym celem jest zmaksymalizować szansę, że wybrana przez nas osoba jest najbardziej kompetentna w serii, w której aktualnie się znajdujemy (czyli chcemy zmaksymalizować prawdopodobieństwo zatrzymania się na jednej z osób K_1, K_2, ..., K_m, gdzie K_j oznacza najlepszą kandydatkę w serii nr j). Zagadnienie to rozwiązano w pracy [H1] przy użyciu rekurencji wstecznej oraz twierdzenia o przypadku monotonicznym (por. [H3] poniżej). Zbadano także asymptotykę (dla ustalonego m, gdy $\min\{n_1, n_2, \ldots, n_m\} \to \infty$) prawdopodobieństwa sukcesu oraz

Osęk

progów będących komponentami optymalnego momentu stopu. Praca jest bardzo elementarna i korzysta ze standardowych metod.

Praca [H2] jest modyfikacją [H1] na przypadek tzw. pełnej informacji. Ponownie mamy do czynienia z ciągiem $X^{(1)}$, $X^{(2)}$, ..., $X^{(m)}$ wektorów losowych, których współrzędne obserwujemy kolejno, wyraz po wyrazie, tym razem nie pochodzą one jednak od losowych permutacji: zakładamy, że zmienne $X_k^{(j)}$ mają rozkład jednostajny na $[0, 1]$ (i są niezależne). Celem jest zatrzymanie obserwacji w takim momencie, by zmaksymalizować szansę znalezienia się w zbiorze $\{\max X^{(1)}, \max X^{(2)}, \dots, \max X^{(m)}\}$. Rozwiązanie ponownie opiera się na indukcji wstecznej i wykorzystuje twierdzenie o przypadku monotonicznym (por. [H3] poniżej). Tak jak w pracy [H1], optymalny moment zatrzymania ma naturalną „wieloetapowo-progową" strukturę, zbadano również asymptotykę obiektów pojawiających się w jego definicji. Praca jest elementarna, ale nieco bardziej złożona niż [H1]: analiza problemu i asymptotyki wymaga dość technicznych rozważań.

Praca [H3] ma najbardziej teoretyczny charakter spośród wszystkich prac cyklu i częściowo zawiera w sobie wyniki uzyskane w [H1] i [H2]. Z grubsza rzecz ujmując, jej tematem przewodnim jest struktura optymalnych momentów zatrzymania dla ogólnych wieloetapowych problemów optymalnego stopowania. Punktem wyjścia jest następujące klasyczne twierdzenie o przypadku monotonicznym.

Twierdzenie 1. *Załóżmy, że $X = ((X_j)_{j\leq m}, (\mathcal{F}_j)_{j\leq m})$ jest procesem stochastycznym spełniającym następujący warunek warunkowej monotoniczności: dla każdego $j \leq m-2$, oszacowanie $X_j \geq \mathbb{E}(X_{j+1}|\mathcal{F}_j)$ p.n. implikuje $X_{j+1} \geq \mathbb{E}(X_{j+2}|\mathcal{F}_{j+1})$ p.n. Wówczas moment zatrzymania*

$$\tau_* = \min\{j : X_j \geq \mathbb{E}(X_{j+1}|\mathcal{F}_j)\}$$

jest optymalny dla problemu $\sup_\tau \mathbb{E}X_\tau$.

Tak więc przy założeniu powyższej warunkowej monotoniczności procesu, optymalny moment zatrzymania ma prostą strukturę. W drugim rozdziale pracy [H3] wyprowadzono nieco silniejszy „log-wypukły" warunek, gwarantujący powyższą monotoniczność, łatwiejszy do sprawdzenia w konkretnych zagadnieniach, w których X jest nieujemny oraz 0 jest jego stanem pochłaniającym. W rzeczywistości, wykazano ogólniejszy rezultat dla procesów przedłużonych o zadaną niezależną zmienną losową Q: dzięki temu przedłużeniu, możliwe jest przejście do przypadku wieloetapowego. Dalej, w rozdziale trzecim, Habilitantka rozważa pokrewną sytuację, w której mamy do czynienia z dwoma niezależnymi procesami, obserwowanymi jeden po drugim, i podaje opis struktury optymalnego momentu zatrzymania. Wyniki te wykorzystano w dalszych rozdziałach pracy do analizy tzw. procesów MIA (ang. maximum identification average), pewnych specjalnych procesów o wartościach w klasie zbiorów częściowo uporządkowanych, rosnących ze względu na relację inkluzji, w naturalny sposób wywodzących się z problemu sektretarki. Praca zawiera analizę problemów optymalnego stopowania, w których celem jest zmaksymalizowanie prawdopodobieństwa znalezienia się w elemencie największym. Wykazano, iż przy pewnych założeniach procesy te spełniają wspomniany log-wypukły warunek, co pozwala w efektywny sposób je zatrzymywać. Publikacja zawiera również analizę kilku przykładów i kontrprzykładów, ilustrujących wzajemne przenikanie się warunków monotoniczności i log-wypukłości, jak również struktury optymalnych momentów zatrzymania. Praca ma dość kombinatoryczny charakter.

Osękl

II. Stopowanie pewnego błądzenia losowego: [H4], [H5]. W pracy [H4] wprowadzony jest inny problem optymalnego stopowania. Mianowicie, załóżmy, iż w chwili początkowej gracz kupuje N żetonów za cenę d_N. Każdy żeton umożliwia jedną rundę gry, w której maszyna losująca uruchamia symetryczny spacer losowy po liczbach całkowitych, startujący z zera. W każdej chwili maszyna wyświetla liczbę kroków wykonanych przez błądzenie, runda kończy się (a licznik wraca do zera), gdy spacer dojdzie do $\pm r$, dla pewnej ustalonej liczby całkowitej $r > 0$. Gracz może w każdej chwili przerwać grę, otrzymując wypłatę równą liczbie kroków wykonanych przez spacer w aktualnej rundzie; celem jest wyznaczenie optymalnej strategii. Widać, że powyższy problem wpada w ogólny schemat wieloetapowego zagadnienia. Jego analiza jest treścią prac [H4] i [H5].

Dość techniczna praca [H5] ma charakter teoretyczny i poświęcona jest wyłącznie badaniu zachowania powyższego błądzenia losowego (problem optymalnego stopowania nie został tu nawet sformułowany). Dokładniej, [H5] dostarcza pewnych rekurencyjnych wzorów na prawdopodobieństwo znalezienia się procesu w zadanym punkcie oraz zawiera dowód monotoniczności odpowiadających prawdopodobieństw ogonowych. Część z tych wyników wykorzystana jest w pracy [H4], w celu rozwiązania powyższego problemu optymalnego stopowania. Okazuje się, iż zachodzi twierdzenie o przypadku monotonicznym, na mocy którego optymalny moment zatrzymania jest typu progowego. Zbadano również asymptotykę wartości oczekiwanej powyższej gry. Tak jak w przypadku [H2], praca [H4] jest raczej elementarna, ale dowód asymptotyki wymaga pewnych technicznych i złożonych rozważań.

III. Przewidywanie jawnej wartości na podstawie rang: [H6], [H7]. Załóżmy, że N jest ustaloną liczbą całkowitą dodatnią i obserwujemy (w sposób niepełny) ciąg $X_1, X_2, \ldots, X_N$ niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie jednostajnym na $[0, 1]$. Poprzez niepełną obserwację rozumiemy, tak jak w przypadku problemu sekretarki, iż σ-ciało $\mathcal{F}_n$ jest generowane przez zdarzenia $\{X_j < X_k\}$ dla $j, k \leq n$. Z grubsza rzecz ujmując, celem prac [H6] i [H7] jest zatrzymanie obserwacji tak, by ostatnia ze zmiennych znalazła się w pewnym zadanym zbiorze z możliwie dużym prawdopodobieństwem. Dokładniej, celem [H6] jest zastopowanie w taki sposób, by zmaksymalizować szansę, że ostatnia z obserwowanych liczb jest najbliższa $1/2$ (spośród wszystkich N); w przypadku pracy [H7] chcemy zmaksymalizować prawdopodobieństwo, że ostatnia z obserwowanych liczb jest mniejsza niż $1/N$. Habilitantka w dość przekonujący sposób przedstawia motywację stojącą za tymi pytaniami.

Okazuje się, iż w przypadku pracy [H6], optymalna reguła zatrzymania ma charakter niejawny: jest zadana jako rozwiązanie odpowiedniej rekurencji wstecznej. Następnie w całkiem pomysłowy sposób zbadano jej asymptotykę. W tym celu, wskazano pewne (prostsze) algorytmy, zachowujące się w ten sam sposób w granicy, pozwalające szacować z góry i z dołu prawdopodobieństwo sukcesu optymalnej procedury. Praca opiera się z jednej strony na dość subtelnych oszacowaniach, a z drugiej na nietrudnych argumentach kombinatorycznych.

Praca [H7] jest całkiem obszerna: liczy ponad trzydzieści stron. Wykazano w niej, że optymalny moment zatrzymania we wspomnianym problemie jest typu progowego, a następnie zbadano asymptotyczne zachowanie odpowiednich progów oraz prawdopodobieństwa sukcesu. Analiza zachowania granicznego jest techniczna, żmudna (choć elementarna) i zajmuje większość pracy.

OsLl

Ocena rozprawy. Ocenę podzielę na dwie części.

Pozytywy. Teoria optymalnego stopowania jest wdzięczną poddziedziną rachunku prawdopodobieństwa i cieszy się dużą popularnością na całym świecie: większość problemów bardzo łatwo się formułuje, często posiadają one bardzo interesującą motywację. Pytania badane w rozprawie są bardzo naturalnymi uogólnieniami klasycznych problemów i prowadzą do dalszych ciekawych zagadnień. Z tego powodu uważam, że matematyka uprawiana w pracach [H1-H7] jest wartościowa. Trochę szkoda, że Habilitantka ogranicza rozważania do przypadku dyskretnego: podejrzewam, że część uzyskanych wyników można rozszerzyć na przypadek procesów z czasem ciągłym.

Mankamenty. Moim zdaniem, rozprawa posiada następujące słabe strony.

1. Mała liczba uzyskanych wyników. Wydaje mi się, iż zasadzie każdy z bloków [H1-H3], [H4-H5] oraz [H6-H7] można traktować jako jedną publikację. Ponadto, każdy z tych bloków (być może za wyjątkiem bloku z pracą [H3]) zawiera rozwiązanie jednego bądź dwóch bardzo konkretnych zagadnień z teorii optymalnego stopowania.

2. Prostota stosowanych argumentów, powierzchowność analizy. Rozważania prezentowane w pracach z cyklu są bardzo elementarne; w moim odczuciu, w żadnej z prac cyklu nie zastosowano ani jednego głębszego twierdzenia matematycznego. Ponadto, w pracach [H1], [H2], [H4], [H6] i [H7], konstruowane optymalne reguły stopowania są bardzo standardowe i narzucające się. W tym momencie, główny ciężar tych prac spoczywa na technicznych rozważaniach związanych z asymptotyką badanych zagadnień. Trochę brakuje mi nietypowych, zaskakujących pomysłów bądź złożonych kombinatorycznych konstrukcji - być może jednak ich brak związany jest z tematyką, która na takie rozważania nie pozwala.

Za mankamentem 2. przemawia fakt, iż prace cyklu opublikowano w stosunkowo słabych czasopismach.

Opis i ocena innych wyników. Dorobek Habilitantki niewchodzący w skład przedstawionego osiągnięcia naukowego zawiera osiem prac, w tym trzy opublikowane przed obroną rozprawy doktorskiej. Co warto podkreślić, prace te są bardzo różnorodne tematycznie, choć dość krótkie i proste. Mianowicie, trzy prace (jedna samodzielna, dwie współdzielone z prof. Florkiewiczem) dotyczą tematyki związanej z rozprawą doktorską Habilitantki: nierówności całkowych z funkcjami wagowymi. Jedna, napisana wspólnie z prof. Morayne oraz prof. Soleckim, zawiera martyngałowy dowód twierdzenia Jessena, Marcinkiewicza i Zygmunda o różniczkowalności prawie wszędzie całki z funkcji klasy $L(\mathrm{Log}^+\mathrm{L})^{n-1}$ na $\mathbb{R}^n$, i odwołuje się do teorii martyngałów multiindeksowych. Kolejne trzy (dwie napisane wspólnie z prof. Morayne oraz dr Niemcem, jedna napisana wspólnie z dr Stasiak) mają charakter kombinatoryczny i dotyczą własności maksymalnych klik binarnych oraz struktury łańcuchów w drzewach binarnych. Wreszcie, ostatnia z prac jest związana tematycznie z cyklem habilitacyjnym i dotyczy optymalnego stopowania w wersji problemu sekretarki dla zbiorów częściowo uporządkowanych: współautorami tej pracy są prof. Georgiou, prof. Morayne oraz dr Niemiec.

Dr Kuchta wygłaszała referaty na kilkunastu krajowych i zagranicznych konferencjach naukowych. Z przedstawionej dokumentacji wynika, iż Habilitantka odbyła miesięczny staż w Niemczech (Rostock, 2001 r.) oraz złożyła dwie wizyty naukowe na University of Louisville (2019 r. oraz 2022 r.). W związku z tym,

Oyl

udział Habilitantki w działalnośći międzynarodowego środowiska matematycznego można ocenić pozytywnie. Dr Kuchta była wykonawcą w trzech grantach: NCN DEC-2015/17/B/ST6/01868, MNiSW NN 206369739, KBN grant; 3T11C01126; z przedstawionej dokumentacji wynika, iż nie kierowała nigdy pracą zespołu badawczego. Warto również wymienić trzy nagrody otrzymane przez Habilitantkę: nagrodę za wyróżniony doktorat (1998); Złotą Odznakę Politechniki Wrocławskiej (2006); oraz Nagrodę Rektora w uznaniu wyróżniającego wkładu w działalność uczelni (2014).

Niestety, wniosek nie zawiera informacji o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę; nie mogę także w nim odnaleźć danych naukometrycznych. Nie mogę więc w ocenie uwzględnić dorobku w tym zakresie.

Konkluzja. W mojej ocenie, osiagnięcia naukowe dr Kuchty są raczej skromne, niepokój budzi brak informacji o aktywności dydaktycznej i popularyzatorskiej. Tym niemniej, przedstawiony cykl siedmiu powiązanych tematycznie publikacji stanowi pewien wkład w rozwój teorii optymalnego stopowania. Wobec tego, pomimo powyższych zastrzeżeń, wydaje mi się, iż wskazane osiągnięcie naukowe spełnia - w minimalnym stopniu - ustawowe i zwyczajowe wymagania w postępowaniach habilitacyjnych. W związku z tym, wnoszę o dopuszczenie dr Małgorzaty Kuchty do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Adam Osękowski