Lublin, 10.06.2023 r.

dr hab. Łukasz Kruk, prof. nadzw. UMCS
Instytut Matematyki UMCS
Pl. Marii Curie-Skłodowskiej 1, 20-031 Lublin

Recenzja osiągnięcia naukowego stanowiącego podstawę do ubiegania się o nadanie stopnia doktora habilitowanego pt. "Problem sprawiedliwego podziału i twierdzenie Lapunowa" doktora inżyniera Jerzego Leguta oraz pozostałego dorobku naukowego habilitanta

Pan doktor inżynier Jerzy Legut jest absolwentem kierunku matematyka (specjalności matematyka stosowana) Politechniki Wrocławskiej. W roku 1984 uzyskał stopień naukowy doktora nauk matematycznych, również na Politechnice Wrocławskiej, na podstawie rozprawy pt. "Gry sprawiedliwego podziału" pod kierunkiem prof. dra hab. Rastislava Telgarsky'ego. W latach 1981-1994 pracował na Wydziale Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej, kolejno na etatach asystenta, wykładowcy i adiunkta. Po dłuższej przerwie w pracy akademickiej powrócił w 2016 na Politechnikę Wrocławską, tym razem na Wydział Matematyki, gdzie obecnie pracuje na stanowisku adiunkta. Zgodnie z załączonym do dokumentacji wykazem, dr Legut jest autorem 18 prac naukowych opublikowanych w czasopismach i 6 w materiałach konferencyjnych. Baza MathSciNet podaje 19 publikacji dr Leguta, cytowanych 33 razy; Web of Science indeksuje 15 prac i podaje 60 cytowań; Scopus - 18 prac cytowanych 83 razy, natomiast na Google Scholar naliczyłem 138 cytowań. Wyniki te odpowiadają zwyczajowym wymaganiom stawianym habilitantom (nawet z pewnym naddatkiem, jeśli chodzi o liczbę prac), choć biorąc pod uwagę, że pierwsze artykuły doktora Leguta ukazały się jeszcze w latach osiemdziesiątych, liczby cytowań mogłyby być wyższe. Natomiast proporcje między tymi liczbami sugerują, że większość cytowań Habilitanta pochodzi z dobrych czasopism, z których duża część reprezentuje raczej szeroko pojęte zastosowania niż "czystą" matematykę.

Obszarem badawczym Habilitanta są problemy sprawiedliwego podziału i ich zastosowania. To ciekawa tematyka, o polskich (do pewnego stopnia nawet wrocławskich) korzeniach. Za twórcę dziedziny uważa się Steinhausa, u jej początku stoi też wynik Banacha i Knastera, wkład w jej rozwój włożył również Urbanik. Problematyka ta sytuuje się na pograniczu teorii miary i badań operacyjnych, czerpie też inspiracje i narzędzia m.in. ze statystyki czy teorii gier. Warto dodać, że w optymalizacji kombinatorycznej rozważa się podobne problemy przydziału zasobów (*resource allocation problems*), między innymi z kryteriami typu max - min analogicznymi do rozważanych przez Habilitanta. Ta ciekawa i mająca wiele zastosowań dziedzina jest jednak istotnie różna (być może łatwiejsza) od problemów sprawiedliwego podziału, gdyż dzieli się w niej nieraz wiele "tortów" jednocześnie i związki między nimi potrafią być skomplikowane, ale przedmiotem zainteresowania są tylko wielkości powstających "kawałków" (tzn. liczby), a pytanie które dokładnie są to "kawałki" (zbiory) nie ma na ogół sensu.

Ocena osiągnięcia naukowego. Dr Legut jako osiągnięcie naukowe przedstawił cykl sześciu prac [H1]-[H6], z czego cztery, [H1], [H4]-[H6], są samodzielne, a dwie pozostałe wspólne z dr hab. Maciejem Wilczyńskim. (W recenzji posługuję się numeracją z autoreferatu.) Wszystkie te artykuły zostały opublikowane w dobrych i bardzo dobrych czasopismach z bazy JCR. Artykuły [H1]-[H2] pochodzą z 1988 roku, zaś pozostałe - z roku 2012 i późniejszych. Ta duża rozpiętość czasowa jest spowodowana nie tylko nietypową biografią naukową Habilitanta, ale również sugestiami recenzentów z jego pierwszego, niestety zakończonego niepowodzeniem, postępowania habilitacyjnego.

W pracy [H1] (zaprezentowanej, nawiasem mówiąc, w Proceedings of the AMS przez Stroka), Habilitant wprowadził pojęcie α-optymalnej partycji przestrzeni mierzalnej i α-optymalnej wartości v^α problemu jej podziału, a następnie podał krótki i prosty dowód górnego i dolnego ograniczenia na v^α. Wynik ten uogólnił twierdzenie 1.1 z pracy Eltona, Hilla i Kertza [26], którego dowód, wraz z dowodami niezbędnych rezultatów pomocniczych, zajmuje w [26] 15 stron i wymaga zaawansowanych metod teorii miary. Natomiast dowód przedstawiony w [H1] wykorzystuje wyłącznie znane twierdzenie Dvoretzky'ego, Walda i Wolfowitza z pracy [25] oraz metody algebry liniowej, a dzięki prostemu, ale trafnemu spostrzeżeniu Habilitanta ma kilkanaście linijek długości. Uproszczenia takiego trudno, moim zdaniem, nie docenić. Praca doczekała się pochlebnej recenzji w Mathematical Reviews. Zarówno wprowadzone w [H1] definicje, jak i metoda dowodu były później stosowane przez innych autorów.

Następną, ściśle związaną z [H1], pozycją w osiągnięciu naukowym jest napisana wspólnie z dr hab. Wilczyńskim praca [H2]. Wykazane jest w niej istnienie, dla danych bezatomowych miar probabilistycznych $\mu_1, ..., \mu_n$ na przestrzeni mierzalnej $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ i danego ciągu dodatnich liczb $\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_n)$ sumujących się do jedynki, istnienie α-optymalnej partycji $A_1^*, ..., A_n^*$ zbioru $\mathcal{X}$ spełniającej pewne warunki, w szczególności

(ii) $v^\alpha = \frac{\mu_1(A_1^*)}{\alpha_1} = ... = \frac{\mu_n(A_n^*)}{\alpha_n}$.

Niedługi i ciekawy dowód tego wyniku, po jego prostym, ale interesującym przeformułowaniu, został sprowadzony do zastosowania twierdzenia minimaksowego Siona. Wydaje mi się, że zawiera on jednak w części dotyczącej (ii) pewną (na szczęście niewielką i łatwą do wypełnienia) lukę. Dokładniej, nie widzę dlaczego z faktu, że $p^\alpha = (p_1^\alpha, ..., p_n^\alpha)$ minimalizuje w domkniętym sympleksie $\overline{S}_n$ funkcję $f(p) = \sum_{i=1}^n p_i \frac{\mu_i(A_i^*)}{\alpha_i}$ (albo z trzeciej od końca linijki dowodu), wynika natychmiast (ii). Zgodziłbym się z tym, że dla i, j takich, że $p_i^\alpha > 0$, $p_j^\alpha > 0$, mamy $\frac{\mu_i(A_i^*)}{\alpha_i} = \frac{\mu_j(A_j^*)}{\alpha_j}$. Problem jednak w tym, że p^α, jako punkt minimalizujący na $\overline{S}_n$ funkcję liniową f, może na ogół mieć dużo współrzędnych zerowych. Inaczej rzecz ujmując: mam wrażenie, że dla dowolnej (niekoniecznie spełniającej (ii)) α-optymalnej partycji $A_1^*, ..., A_n^*$ i dowolnego rozkładu prawdopodobieństwa p^α skupionego na zbiorze i minimalizujących $\frac{\mu_i(A_i^*)}{\alpha_i}$, punkt (a, p^α), gdzie $a = (\mu_1(A_1^*), ..., \mu_n(A_n^*))$, jest punktem siodłowym funkcji Lagrange'a $K(a,p) = \sum_{i=1}^n p_i \frac{a_i}{\alpha_i}$ na $\overline{\mu}(\mathcal{P}) \times \overline{S}_n$. Nie jest więc dla mnie jasne, dlaczego twierdzenie Siona miałoby bezpośrednio dawać partycję o własności (ii). Trudność tę ilustruje następujący przykład: $n = 3$, $(\mathcal{X}, \mathcal{B}) = ([0,1], \mathcal{B}([0,1]))$, $\alpha = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ i μ_i dane są przez gęstości $f_1 = 3\mathbb{I}_{[0,1/3]}$, $f_2 = f_3 = \frac{3}{2}\mathbb{I}_{[1/3,1]}$ względem miary Lebesgue'a. Wtedy α-optymalną jest np. partycja $A_1^* = [0, 1/3)$, $A_2^* = [1/3, 2/3)$, $A_3^* = [2/3, 1]$ z $\mu_1(A_1^*) = 1$, $\mu_2(A_2^*) = \mu_3(A_3^*) = 1/2$. Wygląda więc na to, że trzeba jeszcze krótkiego dodatkowego argumentu zapewniającego równość $v^\alpha = \frac{\mu_i(A_i^*)}{\alpha_i}$ w przypadku $p_i^\alpha = 0$, co można zrobić np. "odcinając", jeśli trzeba, odpowiedni kawałek "tortu" A_i^* i "dokładając" go graczowi j takiemu, że $p_j^\alpha > 0$ (dzięki (i) mamy wtedy $\mu_j(A_i^*) = 0$, więc rozmiaru j-go kawałka w ten sposób nie zepsujemy). Dla naszego przykładu byłaby to np. partycja $A_1^* = [0, 1/6)$, $A_2^* = [1/6, 2/3)$, $A_3^* = [2/3, 1]$. Być może tego typu uwagi są dla autorów oczywiste, ale nie zaszkodziłoby trochę dokładniejsze opisanie argumentu, choćby dla pożytku mniej oswojonego z dziedziną czytelnika.

Wyniki z prac [H1]-[H2] są fundamentalne dla dalszej twórczości Habilitanta, są również - o ile mogę to ocenić - istotne dla rozwoju tej dziedziny matematyki.

W pracy [H3], również napisanej wspólnie z Wilczyńskim, opisano metodę wyznaczenia zbioru Lapunowa dla dwuwymiarowej miary wektorowej o współrzędnych absolutnie ciągłych względem miary Lebesgue'a λ na $\mathbb{R}$. Autorzy wykazują najpierw, że w rozważanym przypadku zbiór Lapunowa można opisac przez pewną funkcję $G(\gamma)$, $\gamma \in [0, 1]$, której postać można scharakteryzować za pomocą lematu Neymana-Pearsona. Następnie zauważają, iż w szczególnym przypadku miary o nośniku $(0, 1)$ i postaci (μ_1, μ_2) z gęstościami f_1, f_2, których iloraz $r = f_2/f_1$ ma pewne własności, np. jest monotoniczny na $(0, 1)$, funkcję G można łatwo w jawny sposób wyznaczyć w terminach dystrybuant miar μ_1, μ_2. Na koniec (i to jest, moim zdaniem, najciekawsza część artykułu), stosując metody analityczne autorzy wykazują, że *każda* absolutnie ciągła względem λ dwuwymiarowa miara wektorowa na odcinku $(0, 1)$ ma taki sam obraz, jak pewna miara postaci (λ, μ_2^*) o monotonicznej, danej jawnym wzorem, gęstości f_2^* miary μ_2. Wynik ten, w połączeniu z poprzednimi obserwacjami, pozwala na jawny opis obrazu takiej miary, co przekłada się natychmiast na możliwość konstrukcji α-optymalnej partycji i odpowiadającej jej wartości v^α w przypadku dwuwymiarowym. Pracę [H3] uważam za interesującą, a jej wyniki za w pewnym sensie eleganckie, mimo iż zastosowane tu narzędzia matematyczne nie są zbyt skomplikowane.

Praca [H4] dotyczy pewnych własności obrazu bezatomowej miary wektorowej $\mu : \mathcal{B}([0, 1]) \to [0, 1]^n$. Przy $k \in \mathbb{N}$, przez $\mathcal{U}(k)$ oznaczmy rodzinę sum nie więcej niż k parami rozłącznych podprzedziałów $[0, 1]$. Używając twierdzenia Stormquista i Woodala [60] i dość prostego dodatkowego argumentu Habilitant wykazał najpierw, że dla $A \in \mathcal{U}(k)$, odcinek domknięty łączący $(0, ..., 0)$ i $\mu(A)$ w $\mathbb{R}^n$ zawiera się w $\mu(\mathcal{U}(n + k - 1))$. Następnie użył tego faktu by w nietrywialny, ale niezbyt skomplikowany sposób wykazać, że dla $A, B \in \mathcal{U}(k)$ odcinek domknięty o końcach $\mu(A)$, $\mu(B)$ jest zawarty w $\mu(\mathcal{U}(2n+4k-3))$. Praca kończy się kilkoma zastosowaniami tego ostatniego rezultatu, łącznie z alternatywnym dowodem wypukłości $\mu(\mathcal{B})$ (gwarantowanej przez twierdzenie Lapunowa). Niektóre z tych zastosowań wykorzystują również wyniki [H3]. Rezultaty [H4] poszerzają naszą wiedzę na temat miar wektorowych i jako takie są zapewne interesujące dla ekspertów w dziedzinie, natomiast na mnie zrobiły wrażenie raczej "kombinatorycznej" ciekawostki.

Artykuł [H5] ukazał się trzy lata temu w bardzo dobrze ostatnio cytowanym czasopiśmie Annals of Operations Research (IF 4.82 w roku 2021, pięcioletni IF 4.46). W pracy tej Habilitant założył, że miary $\mu_1, ..., \mu_n$ na odcinku $[0, 1)$ mają dodatnie gęstości względem miary Lebesgue'a posiadające tzw. własność kawałkami ściśle monotonicznych ilorazów wiarogodności. Przy tych założeniach, stosując aparat względnej wypukłości ([45], [54]), sprowadził on zadanie znalezienia równomiernie optymalnego podziału odcinka $[0, 1)$ dla miar $\mu_1, ..., \mu_n$ do rozwiązania pewnego zadania programowania nieliniowego (NLP). Swój wynik zilustrował dość prostym ($n = 3$, gęstości liniowa, kwadratowa i stała) przykładem. Założenia poczynione powyżej są spełnione w szeregu interesujących przypadków (np. gęstości kawałkami wielomianowych), a sam rezultat, choć może nie jest zaskakujący, uważam za ciekawy. Mam natomiast pewien niedosyt wiadomości odnośnie samego NLP, które należy rozwiązać, aby otrzymać podział optymalny. Autor zadowala się spostrzeżeniem, że jego rozwiązanie istnieje, co wynika natychmiast ze zwartości zbioru dopuszczalnego. Natomiast problem ten ma dość specyficzną strukturę, którą być może dałoby się wykorzystać. Czy należy on do jakiejś dobrze zbadanej podklasy zadań optymalizacji nieliniowej? Jakie algorytmy numeryczne sprawdzają się dobrze w jego rozwiązywaniu? Pytania te mogłyby zapewne być punktem wyjścia dla dalszych badań.

Praca [H6] dotyczy tzw. prostego sprawiedliwego podziału kwadratu jednostkowego $(0, 1)^2$ (tzn. jego podziału na n prostokątów, po jednym dla każdego z graczy). Problem ten jest z oczywistych względów bliższy praktycznym zastosowaniom niż (równoważny mu w sensie teorii miary) podział odcinka jednostkowego. Przy jego rozwiązywaniu należy brać pod uwagę geometrię tworzonych kawałków, aby wyeliminować rozwiązania niewygodne ze względów praktycznych (np. zbyt "wąskie działki"). W [H6] Habilitant wprowadził dość naturalną, a jednocześnie dobrze dopasowaną do geometrii problemu definicję prostego podziału kwadratu. Następnie, przy założeniach, że rozważane miary mają ściśle dodatnie gęstości względem miary Lebesgue'a na kwadracie, wykazał istnienie i (w pewnym sensie) jednoznaczność prostego podziału równomiernego (twierdzenie 2), prostego podziału proporcjonalnego (twierdzenie 3) a na koniec podziału prostego, który jest jednocześnie proporcjonalny i równomierny (twierdzenie 4). Dowody tych rezultatów, chyba najbardziej złożone z prezentowanych w omawianym cyklu, zręcznie wykorzystują prosty argument Chéze [12], oparty na bardzo "modnym" w ostatnich latach twierdzeniu Borsuka-Ulama, i wyniki Cechlárovej, Doboša i Pillárovej [11]. Pracę [H6] uważam za ciekawą i istotnie poszerzającą wiedzę w swoim obszarze. Co ciekawe, już rok po jej wydaniu powstała w La Paz, w Boliwii praca licencjacka "División Simple y Justa del Cuadrado Unitario", której autorka poświęciła ponad 20 stron na zreferowanie wyników [H6], a ponadto ostatni rozdział pracy na omówienie proponowanego zastosowania algorytmu z [H6] do problemu optymalnego rozmieszczania plastikowych zanieczyszczeń na dnach mórz i oceanów. Jest więc szansa, że dzięki [H6] zwiększy się istotnie międzynarodowa rozpoznawalność Habilitanta, a kto wie, może doczekamy się też jakichś praktycznych zastosowań jego wyników do problemów świata realnego?

Podsumowując, prace składające się na omawiane osiągnięcie naukowe są według mnie interesujące i - o ile mogę to stwierdzić nie będąc ekspertem w dziedzinie - wydają się (być może z wyjątkiem [H4]) wnosić istotny wkład w teorię sprawiedliwego podziału. Wyglądają też na matematycznie poprawne, z drobnym zastrzeżeniem uczynionym przy omawianiu [H2].

Najpoważniejszym chyba zarzutem, który można by postawić omawianym pracom, jest niezbyt wielki poziom trudności i technicznej komplikacji przedstawionych w nich dowodów. Nie znajdziemy tu długich, wieloetapowych rozważań, podzielonych na liczne lematy i stwierdzenia, charakterystycznych np. dla wielu współczesnych artykułów z teorii procesów stochastycznych, ani odwoływania się do wyrafinowanych, niszowych twierdzeń. Styl uprawiania matematyki przez Habilitanta jest inny. Polega on raczej na trafnych, nietrywialnych (nieraz nawet na swój sposób błyskotliwych) pomysłach czy skojarzeniach z klasycznymi rezultatami, bardzo upraszczających dalszą analizę. Ocena tego stanu rzeczy jest sprawą subiektywną. Moim zdaniem zaprezentowane w omawianym osiągnięciu naukowym podejście również jest w matematyce potrzebne i może wnosić istotny wkład do naszej wiedzy. Ponadto sądząc na podstawie autoreferatu Habilitanta uważam, że jego styl dowodzenia twierdzeń może wynikać w dużej mierze ze specyfiki dziedziny. Istotnie, praca Dubinsa i Spaniera [23], która wydaje się istotna w rozwoju tej teorii, została opublikowana w popularyzatorskim American Mathematical Monthly, cytowana w [H6] praca Chéze [12], poniekąd analogiczna do [H1] czy [H2], zawiera bardzo ciekawy, ale składający się z kilku linijek dowód, zaś w literaturze na końcu autoreferatu znajdujemy szereg raczej krótkich prac (np. [27], [31], [48], [54] czy - również wydana w American Mathematical Monthly - [59]). W konsekwencji, nie uważam, aby niezbyt wielki stopień komplikacji argumentów był powodem, dla którego powinienem odmówić poparcia wniosku Habilitanta.

Żadnych natomiast kontrowersji nie powinien budzić osobisty wkład Habilitanta w przedstawione do oceny dzieło. Jest on jedynym autorem czterech z sześciu omówionych powyżej prac, natomiast [H2]-[H3] mają jednego współautora, który dołączył stosowne oświadczenia. Uzyskane wyniki czy sposób ich dowodzenia, nawet jeśli czerpią inspiracje z istniejącej literatury lub wykorzystują pewne znane metody, sprawiają na mnie wrażenie w dużym stopniu oryginalnych, nieraz oferując nowy punkt widzenia na omawiane zagadnienia.

Ocena pozostałego dorobku naukowego i istotnej aktywności naukowej. Zgodnie z dostarczonym przez Habilitanta wykazem, ma on w swoim pozostałym dorobku dwanaście prac opublikowanych w czasopismach, ponumerowanych od [D1] do [D12], nie licząc artykułów w tomach pokonferencyjnych. Wszystkie dotyczą teorii sprawiedliwego podziału i zagadnień pokrewnych. Większość z nich (z wyjątkiem [D5], [D7]-[D9] i [D12]) stanowi samodzielny dorobek

Habilitanta. Wszystkie też ukazały się w porządnych, a część nawet w bardzo dobrych (np. PTRF czy Games and Economic Behavior) czasopismach.

Prace [D1]-[D3], będące podstawą doktoratu Habilitanta, wykorzystywały metody teorii gier. W [D1] wprowadzono gry rynkowe opisujące wymianę towarów na rynku za pomocą zbiorów mierzalnych, a preferencje (funkcje użyteczności) graczy przez bezatomowe miary prawdopodobieństwa. W [D2] i [D3] autor analizował problemy podziału "tortu" z odpowiednio przeliczalną i nieprzeliczalną liczbą graczy.

Praca [D4] opisuje reprezentację gier sprawiedliwego podziału w postaci strategicznej. Głównym jej wynikiem jest dowód istnienia punktu równowagi Nasha dla czystych strategii, odpowiadającego optymalnemu podziałowi. Wynik wydaje się interesujący (przypomnijmy, że już w grach macierzowych 3×3 punkt równowagi Nasha dla czystych strategii może nie istnieć).

Wspólna z dr hab. Wilczyńskim praca [D5], opublikowana w bardzo prestiżowym PTRF, uogólnia rezultat [H2] do przypadku przeliczalnej liczby graczy.

Dość dobrze cytowana praca [D6] wprowadza metodę badania wtórnego podziału pewnego obiektu (przestrzeni) z wykorzystaniem teorii gier kooperacyjnych.

Prace [D7]-[D8], wspólne z Pottersem i i Tijsem, są byc może najbardziej technicznie skomplikowane w dotychczasowym dorobku Habilitanta. Obie dotyczą ekonomii wymiany w sensie Debreu z jednym towarem - działką - i analizują ją z punktu widzenia teorii gier.

Prace [D9]-[D10] (ta pierwsza wspólna z Dall'Aglio i Wilczyńskim) poprzedziły artykuł [H5] i dotyczą podobnej tematyki. Rozważane w [D9] miary mają gęstości w postaci funkcji prostych, a ogólniejsze, rozważane w [D10] - kawałkami liniowe. W pierwszym przypadku otrzymuje się przeformułowanie problemu na zadanie programowania liniowego, w drugim - nieliniowego, z funkcjami kwadratowymi zadającymi ograniczenia. Ten ostatni artykuł został trzy lata później przedrukowany jako rozdział pracy zbiorowej "Game theoretic analysis" pod redakcją Petrosyana i Yeunga, co świadczy o dobrym odbiorze [D10] przez ekspertów w dziedzinie.

W artykule [D11] Habilitant podał algorytm przybliżonego wyznaczania dokładnie sprawiedliwego podziału odcinka jednostkowego.

Na koniec praca [D12], wspólna z Wilczyńskim, poświęcona jest konstrukcji maksymalnego i minimalnego zbioru o danej wartości dwuwymiarowej miary wektorowej. Zbiory takie zostały wcześniej skonstruowane w inny, bardziej skomplikowany sposób przez innych autorów [15]. W [D12] wykorzystuje się rezultaty [H5] i podobny jak w tej ostatniej pracy aparat matematyczny.

Z artykułów konferencyjnych Habilitanta w autoreferacie opisany jest tylko [30], wspólny z Jóźwikiem, przedstawiający zastosowanie rezultatu z pracy [H2] do problemu klasyfikacji rozkładu zmiennej losowej na podstawie jednej obserwacji jej wartości za pomocą minimaksowej reguły decyzyjnej. Takich reguł dotyczy też kilka dalszych prac konferencyjnych Habilitanta.

Reasumując, opisany powyżej dorobek Habilitanta podejmuje zagadnienia podobne, jak osiągnięcie habilitacyjne, chociaż tutaj przeważa punkt widzenia teorii gier ze swoimi odrębnymi pojęciami i problemami. Sprawia on wrażenie rzetelnego rzemiosła matematycznego, a przynajmniej niektóre z tych prac ([D2], [D6], [D7], [D10]) wzbudziły pewien oddźwięk w środowisku. Moja ocena tego dorobku jest zatem pozytywna.

Habilitant nie wspomina w autoreferacie o otrzymanych grantach na projekty badawcze, więc zapewne takich w jego dotychczasowej karierze nie było. Jeśli chodzi o referaty na konferencjach czy seminariach, było ich kilkanaście, z tego kilka w miejscach prestiżowych (Georgia Tech, Tel Aviv University). Większość z nich miała miejsce w pierwszym okresie działalności naukowej Habilitanta. Zaskoczyła mnie informacja, że Habilitant wykonał tylko jedną recenzję artykułu w czasopiśmie (co prawda, w cenionym Information Sciences). Być może zresztą recenzji było więcej, bo tych z pierwszego okresu swojej działalności Habilitant może nie pamiętać. Wziąwszy to wszystko pod uwagę, oceniam aktywność naukową Habilitanta jako dostateczną.

Dorobek dydaktyczny Habilitanta wygląda całkiem dobrze: kilka nagród, rola promotora w szeregu prac licencjackich i magisterskich, z których kilka dotyczy tematyki badań naukowych Habilitanta i ich zastosowań.

Podsumowanie dorobku Habilitanta. Reasumując, stwierdzam, że recenzowane osiągnięcie naukowe i pozostały dorobek doktora Jerzego Leguta w wystarczającym stopniu spełniają zarówno ustawowe, jak i zwyczajowe wymagania stawiane przy habilitacji. W związku z tym wnioskuję o dopuszczenie Habilitanta do dalszych etapów postępowania habilitacyjnego.

Łukasz Kruk