Warszawa, 03.07.2023 r.

Prof. dr hab. Ryszard Kutner
Wydział Fizyki Uniwersytet Warszawski

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. inż. Jarosława Gruszki pt.: „Mathematical Modelling of Investment Portfolio Management Strategies. Theory and Applications within Heston Market Model"

Od razu na wstępie pragnę podkreślić, że rozprawa jest napisana (w języku angielskim) starannie i zorganizowana logicznie/przejrzyście, co znacząco ułatwia jej czytanie i zrozumienie. Rozumiem, że nie jest konieczne zamieszczenie w rozprawie polskiego tłumaczenia tytułu rozprawy oraz dodatkowo streszczenia rozprawy w języku polskim.

Analiza portfelowa jest jednym z zasadniczych i jednym z najstarszych filarów matematyki finansowej a także bardzo ważnym obszarem zainteresowania ekonofizyki. Obecna tutaj ogromna różnorodność istniejących podejść, często nieprecyzyjnych i mających charakter fenomenologiczny, budzi z jednej strony podziw ale z drugiej (delikatnie mówiąc) zakłopotanie związane z właściwym, dobrze umotywowanym i prawidłowo uzasadnionym wyborem – jest to sytuacja typowa dla problemu „osiołka Porfiriona". Sytuacja ta może także przypominać internet pozbawiony przeglądarek … W związku z tym Autor rozprawy postawił sobie ambitny cel zbudowania ścisłych matematycznie ram oraz dobór narzędzi analizy portfelowej co pozwoliłoby na uporządkowanie tej (mówiąc dosadnie) „stajni Augiasza". Tak postawiony cel wydawać się może na pierwszy rzut oka mało precyzyjny, mało twórczy, z kategorii "porywania się z motyką na Słońce" ale w miarę czytania rozprawy cel rozprawy jest doprecyzowywany w sposób przekonujący – zmuszający nawet do postawienia pytania dlaczego nie zostało to zrobione wcześniej. Można by także postawić pytanie czy tego typu kategoryzujący cel nie byłby odpowiedni dla sztucznej inteligencji. Jednak, po pierwsze nie są jasne aktualne możliwości AI a po drugie wydaje mi się, że właśnie niniejsza praca stanowi odpowiedni punkt wyjścia, tworzący dobrze zdefiniowane środowisko do wykorzystania uczenia maszynowego, ważnego elementu AI. Jest to obiecujący krok w tym nabierającym rozpędu (efekt „kuli śniegowej") kierunku.

Fundamenty pozwalające zrealizować powyższy cel Autor przedstawił/rozwinął w rozdziale 2 rozprawy, składającym się z 5 podrozdziałów. Zawarte tam są przede wszystkim niesłychanie przydatne/porządkujące definicje (w liczbie 28; w następnych rozdziałach przytaczane są kolejne 4). Autor rozpoczyna swój wywód od samego początku czyli od definicji zależnej od czasu zawartości portfela (ang. *wealth of portfolio*), definicji pojęcia rynku; ponadto, formułuje co dokładnie będzie nazywał strategią zarządzania portfelem i wprowadza kilka ważnych spośród nich funkcjonujących w czasie dyskretnym a także określa mierniki tego funkcjonowania.

Patrząc na rozprawę od strony czysto formalnej, nie ukrywam, że brakuje mi na samym wstępie listy publikacji na jakich opiera się niniejsza rozprawa. Domyślam się, że są to prace [30], [32], [35], [36] czyli wszystkie te, które zostały krótko omówione w rozdz. 2 oraz do których Autor odwoływał się w kolejnych rozdziałach rozprawy. Ponadto, przydałby się słownik polskich odpowiedników angielskich terminów używanych w pracy – być może byłby to dodatkowy/dydaktyczny wkład Autora do polskiego nazewnictwa.

Metodologia pracy jest zorganizowana w ten sposób, że po etapie definiującym, Autor przechodzi do dynamiki/ewolucji stochastycznej rynku, opierając się na wybranych, dobrze ugruntowanych i powszechnie akceptowanych modelach takich jak np. model Hestona i jego rozszerzenie (log-normalny model skoków Mertona zwany także modelem Batesa) uwzględniające nieciągłe zachowanie walorów. Tzn. w oparciu o te modele Autor przeprowadza eksperymenty numeryczne typu Monte Carlo, co pozwala mu na uzyskanie alternatywnych trajektorii ewolucji rynku. Trajektorie te stanowią (po dyskretyzacji) punkt wyjścia rozważań prowadzonych w dalszych częściach rozprawy. Chodzi tutaj o dyskretyzacje/algorytmizacje równań modeli tak aby można było poprowadzić efektywnie symulacje komputerowe (eksperymenty numeryczne). Zostały one opisane w kluczowym dla całej rozprawy rozdz. 3. Mianowicie, Autor przeprowadził 10 eksperymentów numerycznych dotyczących różnych aspektów analizy portfelowej. We wszystkich eksperymentach Autor mierzył GoP (ang. *growth of portfolio*) daną wzorem (2.62) (powiązanym ze stopę zwrotu z portfela na jednostkę czasu) – rysunki 3.10 – 3.13 oraz 3.16, 3.17 a także wymowne różnice przedstawione na rysunkach 3.14 i 3.15. Wymowną jest tutaj zwłaszcza mapa cieplna (ang. *heat map;* na swój użytek tego typu mapy nazywam w języku polskim termowizyjnymi) przedstawiona na rys. 3.18, pokazująca preferencję określonej strategii (bardziej pasywna lub bardziej aktywna) za pomocą średniej miary ASPI (opartej na równaniu (3.21)) na płaszczyźnie parametrów (μ, λ). Jednak, jak słusznie zauważa Autor, nawet jeżeli uda nam się wybrać tutaj optymalną strategię, to wciąż otwarty pozostaje problem powiązania wartości wspomnianych powyżej parametrów (odpowiadających tej optymalnej strategii) z analizowanym papierem wartościowym. Temu zagadnieniu Autor poświęcił rozdz. 4. Pragnę podkreślić, że Autor doskonale zdaje sobie sprawę jak ważny i jak powszechny/uniwersalny (nie tylko w ekonomii i finansach) jest problem estymacji parametrów modelu na bazie dostępnych danych empirycznych. Autor przedstawia swoje oryginalne (opublikowane) podejście estymacji wszystkich parametrów zarówno (regularnego) modelu Hestona jak też modelu Hestona ze skokami/nieciągłościami oparte na podejściu bayesowskim a w tym MCMC (ang. *Monte Carlo Markov Chains* czyli Monte Carlo oparte na łańcuchach Markowa). To drugie podejście uzyskał Autor po niewielkiej modyfikacji tego pierwszego. Kluczowymi, obliczanymi tutaj wielkościami są Connected CDF oraz Empirical CDF. W tym kontekście porównanie tych dwóch skumulowanych rozkładów przedstawione na rys. 4.1 jest wymowne. Pokazuje ono jak dobre jest podejście forsowane w rozprawie do oszacowania estymat parametrów pomimo, że problem jest wieloparametrowy. Podejście do zagadnienia wieloparametrowej estymacji zostało dokładniej potraktowane w rozdz. 4.3.

Rozdział 5 jest poświęcony głównie zastosowaniu opracowanych wcześniej w rozprawie podejść (bazujących na modelu Hestona oraz jego rozszerzeniu Mertona uwzględniającym nieciągłości/skoki) do opisu danych pochodzących z rzeczywistych rynków. Opracowane wcześniej podejście w połączeniu z symulacjami Monte Carlo pozwala wybrać optymalną strategię inwestycyjną najlepiej dopasowaną do dynamiki realnego rynku. Autor, tytułem przykładu, wybrał trzy charakterystyczne indeksy z trzech różnych giełd (z Nowojorskiej Giełdy Papierów Wartościowych, Frankfurckiej Giełdy Papierów Wartościowych, Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych). Notowania tych indeksów Autor przedstawił na rys. 5.1. Praktycznym celem był wybór optymalnych parametrów rozszerzonego modelu Hestona wspomnianego powyżej. Uzyskane wyniki Autor przedstawił w tabeli 5.1. Jak widać, parametry opisujące dryf (μ) i natężenie skoków (λ) a także parametr κ znacząco się od siebie różnią, czyli mają charakter dedykowany, podczas gdy pozostałe parametry mają charakter uniwersalny (są identyczne bądź też różnice pomiędzy nimi są znikome). Pragnę podkreślić, że dobór optymalnej strategii był możliwy dzięki wielce wymownej/pomocnej mapie termowizyjnej przedstawionej na rys. 3.18. W tym miejscu warto podkreślić utylitarny/aplikacyjny charakter pracy. Moim zdaniem może być bardzo pomocna dla inwestorów giełdowych w sytuacji gdy stochastyczna dynamika rynków mieści się w ramach procesów brownowskich i gaussowskich a więc z dala od krachów giełdowych.

Podejście prezentowane przez Autora wykorzystuje modele bazujące na procesach brownowskich i gaussowskich. W związku z tym nasuwa się pytanie (wychodzące poza ramy niniejszej rozprawy) czy prezentowane podejście/metodologia ma charakter uniwersalny w takim sensie, że można je/ją zastosować (bezpośrednio lub pośrednio) do modeli bazujących na procesach typu ułamkowego ruchu Browna bądź też procesów niegaussowskich (patrz np. A. Weron, R. Weron: „Inżynieria finansowa. Wycena instrumentów pochodnych. Symulacje komputerowe. Statystyka rynku", W. Schontens: „Levy Processes in Finance. Pricing Financial Derivatives", S.I. Boyarchenko, S.Z.

Levandorski: „Non-Gaussian Merton-Black_Scholes Theory"). Autor nic o tym nie wspomniał w rozprawie, a jest to ważny współcześnie kierunek, stąd moje pytanie.

Uwagi techniczne/terminologiczne.

1) Drugi wiersz pod wzorem (3.10): tuż po parametrze μ pojawia się niepotrzebnie znak ...$\in$...

2) Jednak użycie np. oznaczenia <ASPI> na rys. 3.18 na określenie średniego wskaźnika ASPI byłoby właściwsze od tego ASPI użytego tamże.

3) Brakuje oszacowania błędów (standardowych odchyleń) wartości parametrów przedstawionych w tabeli 5.1.

4) Niektóre wyprowadzenia można by przenieść do Dodatków, np. sekwencje równości w nienumerowanych dwóch równaniach na str. 90 (bezpośrednio poniżej równania (4.78)).

5) Nie jest jasne co dokładnie zostało odłożone na osiach rzędnych na rysunkach 4.4 – 4.6.

6) Jednak, nie wydaje mi się właściwe używanie terminu `empirical' w kontekście eksperymentów numerycznych. Terminy `numerical' lub `simulational' wydają mi się właściwsze.

W podsumowaniu pragnę podkreślić, że przedstawiona mi do oceny solidna, ścisła pod względem matematycznym i potencjalnie wielce użyteczna dla inwestorów giełdowych rozprawa doktorska spełnia wszystkie wymagania określone dla tego typu prac w Ustawie. Dlatego wnoszę o jej dopuszczenie do kolejnych etapów procedury o nadanie stopnia doktora.

R. Kutner

Ryszard Kutner