

dr inż. Adam Ratajczak  
Politechnika Wrocławska  
Wydział Informatyki i Telekomunikacji  
Katedra Automatyki, Mechatroniki  
i Systemów Sterowania  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 Wrocław

Wrocław, 1 października 2024

**Załącznik nr 3**

do wniosku z dnia 1 października 2024  
o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego  
w dziedzinie Nauk Inżynieryjno-Technicznych  
w dyscyplinie Automatyka, Elektronika, Elektrotechnika i Technologie Kosmiczne

**Autoreferat**

# Spis treści

1.	Imię i Nazwisko . . . . .	4
2.	Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej . . . . .	4
3.	Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych .	4
4.	<b>Omówienie osiągnięć, o których mowa w art. 219 ust. 1 pkt. 2 Ustawy</b>	<b>5</b>
4.1	Monografia naukowa . . . . .	5
4.2	Wykaz publikacji zaliczonych do cyklu . . . . .	5
4.3	Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników . . . . .	8
4.3.1	Wstęp . . . . .	8
4.3.2	Układy nieholonomiczne . . . . .	9
4.3.3	Zadanie planowania ruchu . . . . .	10
4.3.4	Jakobianowe algorytmy planowania ruchu . . . . .	11
4.3.4.1	Lagranżowska odwrotność jacobianu . . . . .	12
4.3.4.2	Algorytm planowania ruchu z zadaniami dodatkowymi . . . . .	14
4.3.4.3	Algorytm reprodukcji i śledzenia trajektorii . . . . .	21
4.3.4.4	Algorytm planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu . .	23
4.3.5	Aspekty numeryczne . . . . .	26
4.3.6	Ruchy własne układów nieholonomicznych . . . . .	32
4.3.7	Jakobianowe algorytmy planowania ruchów własnych . . . . .	35
4.4	Podsumowanie dotychczasowych badań . . . . .	38
4.5	Planowane dalsze aktywności badawcze . . . . .	39
5.	Informacja o wykazywaniu się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej lub instytucji kultury, w szczególności zagranicznej. . . . .	40
6.	<b>Informacja o osiągnięciach dydaktycznych, organizacyjnych oraz popularyzujących naukę lub sztukę. . . . .</b>	<b>42</b>
6.1	Działalność dydaktyczna . . . . .	42
6.1.1	Promotorstwa . . . . .	43
6.1.1.1	Doktoraty . . . . .	43
6.1.1.2	Prace dyplomowe . . . . .	44
6.2	Działalność organizacyjna . . . . .	44
6.3	Inne aktywności w tym popularyzujące naukę . . . . .	44
7.	<b>Oprócz kwestii wymienionych w pkt. 1-6, wnioskodawca może podać inne informacje, ważne z jego punktu widzenia, dotyczące jego kariery zawodowej. . . . .</b>	<b>45</b>
7.1	Publikacje spoza cyklu stanowiącego podstawę ubiegania się o habilitację . . .	45
7.2	Działalność badawczo-rozwojowo-wdrożeniowa . . . . .	47
7.3	Udział w projektach . . . . .	47
7.3.1	Projekty finansowane z działalności statutowej Politechniki Wrocławskiej	48

---

7.3.2	Projekty finansowane bezpośrednio ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego . . . . .	49
7.3.3	Projekty finansowane ze środków Narodowego Centrum Nauki . . . . .	49
7.3.4	Projekty finansowane ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju	49
7.3.5	Projekty z przemysłem (finansowane przez zleceniodawcę) . . . . .	50
7.4	Pozyskiwanie projektów . . . . .	51
7.5	Nagrody i wyróżnienia . . . . .	52
7.6	Podsumowanie działalności naukowej . . . . .	53
7.7	Spis raportów . . . . .	54
7.8	Spis prowadzonych prac dyplomowych . . . . .	58

## 1. IMIĘ I NAZWISKO

Adam Ratajczak

## 2. POSIADANE DYPLOMY, STOPNIE NAUKOWE/ARTYSTYCZNE – Z PODANIEM NAZWY, MIEJSCA I ROKU ICH UZYSKANIA ORAZ TYTUŁU ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

- Stopień doktora nauk technicznych w dyscyplinie Automatyka i Robotyka, Politechnika Wrocławska, Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki, tytuł rozprawy doktorskiej: „Planowanie ruchu układów robotycznych z deficytem napędów”  
promotor: Prof. dr hab. inż. Krzysztof Tchoń,  
recenzenci:  
Prof. dr hab. inż. Edward Jezierski, Politechnika Łódzka  
Prof. dr hab. inż. Alicja Mazur, Politechnika Wrocławska  
Data obrony: 21.03.2012
- Tytuł magistra inżyniera (dyplom ukończenia jednolitych studiów magisterskich), Politechnika Wrocławska, Wydział Elektroniki, kierunek Automatyka i Robotyka, specjalność Robotyka  
tytuł pracy: „Układy robotyczne z pasywnym stopniem swobody”  
promotor: Prof. dr hab. inż. Krzysztof Tchoń  
Rok obrony: 2007.
- Tytuł zawodowy technika elektronika (dyplom uzyskania tytułu zawodowego), Zespół Szkół Elektrycznych im. T. Kościuszki w Opolu, specjalność Elektryczna i elektroniczna automatyka przemysłowa  
tytuł pracy: „Konduktometr oscylometryczny”  
promotor: dr inż. Bolesław Kiczma  
Rok obrony: 2002.

## 3. INFORMACJE O DOTYCHCZASOWYM ZATRUDNIENIU W JEDNOSTKACH NAUKOWYCH

**2015**– adiunkt w Katedrze Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania Wydziale Elektroniki (do rozwiązania Wydziału 15.09.2021), obecnie na Wydziale Informatyki i Telekomunikacji Politechniki Wrocławskiej

**2012–2015** asystent w Zakładzie Automatyki i Modelowania przy Instytucie Informatyki, Automatyki i Robotyki na Wydziale Elektroniki Politechniki Wrocławskiej

**2008–2012** konstruktor w Zakładzie Podstaw Cybernetyki i Robotyki, przy Instytucie Informatyki, Automatyki i Robotyki na Wydziale Elektroniki Politechniki Wrocławskiej

#### 4. OMÓWIENIE OSIĄGNIĘĆ, O KTÓRYCH MOWA W ART. 219 UST. 1 PKT. 2 USTAWY

Podstawę wniosku habilitacyjnego stanowią osiągnięcia naukowe, stanowiące znaczny wkład w rozwój dyscypliny **automatyka, elektronika, elektrotechnika i technologie kosmiczne**, według art. 219 ust. 1 pkt 2 Ustawy z dnia 20 lipca 2018r. – Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce, w tym

1. 1 monografia naukowa, zgodnie z art. 219 ust. 1 pkt 2a Ustawy oraz
2. cykl powiązanych tematycznie 7 artykułów w czasopismach naukowych, zgodnie z art. 219 ust. 1 pkt 2b Ustawy.

osiągnięcia przedstawione w wyżej wymienionym zestawieniu są zbiorczo zatytułowane:

**„Jakobianowe algorytmy planowania ruchu robotycznych układów nieholonomicznych osadzone w idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej w zadaniu planowania ruchu i planowania ruchów własnych”**

##### 4.1 Monografia naukowa

Jednym z osiągnięć naukowych habilitanta jest monografia naukowa [M1].

[M1] **Adam Ratajczak**. *Ruchy własne robotycznych układów nieholonomicznych*. Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2023.

Punktacja MNiSW: 80.

Mój wkład: Określenie definicji ruchów własnych układów nieholonomicznych. Propozycje i analiza metod rozwiązania homogenicznego równania jakobianowego. Przeprowadzenie analizy spektralnej operatora liniowego jakobianu układu nieholonomicznego. Wyznaczenie elementów bazy przestrzeni obrazu i jądra operatora jakobianu poprzez adaptację algorytmu ortogonalizacji Gramma-Schmidta na przestrzeni Hilberta. Opracowanie dwóch wersji (dla nieskończonej wymiarowej i skończonej wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej), ich implementacja i przeprowadzenie badań symulacyjnych wraz z opracowaniem wyników. Opracowanie treści wstępnych wraz z autorskim podejściem do przedstawienia idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej wspartą licznymi przykładami. Redakcja monografii.

Mój udział procentowy: **100%**.

Recenzent wydawniczy:

prof dr hab. inż. Mirosław Galicki, Uniwersytet Zielonogórski, Centrum Badań Kosmicznych PAN

Redaktor:

prof dr hab. inż. Ewaryst Rafajłowicz, Politechnika Wrocławska.

##### 4.2 Wykaz publikacji zaliczonych do cyklu

Kolejne osiągnięcie naukowe stanowi cykl monotematycznych publikacji. Cykl obejmuje siedem artykułów [A1–A7] wybranych przez habilitanta spośród prac opublikowanych po uzyskaniu stopnia doktora.

- [A1] **Adam Ratajczak**. „Motion planning for nonholonomic systems with earlier destination reaching”. *Archives of Control Sciences* 28.2 (2018), strony 269–283.  
Lista Filadelfijska, **IF: 1.559**, punktacja MNiSW: 15.  
Mój wkład: Opracowania i wyprowadzenie nowego algorytmu planowania ruchu, z wcześniejszym osiągnięciem celu, dla układów nieholonomicznych w oparciu o ideę endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Przeprowadzenie analizy porównawczej nowego algorytmu z istniejącymi rozwiązaniami. Implementacja obliczeń numerycznych, analiza i opracowanie uzyskanych wyników. Redakcja artykułu.  
Mój udział procentowy: **100%**.
- [A2] **Adam Ratajczak**. „Egalitarian versus prioritarian approach in multiple task motion planning for nonholonomic systems”. *Nonlinear Dynamics* 88.3 (2017), strony 1733–1747.  
Lista Filadelfijska, **IF: 4.339**, punktacja MNiSW: 45.  
Mój wkład: Wyprowadzenie egalitarnego algorytmu planowania ruchu i algorytmu planowania ruchu z priorytetami. Dyskusja porównawcza obu algorytmów. Zdefiniowanie i wyprowadzenie równań trzech różnych postaci zadań dodatkowych w uniwersalny sposób umożliwiające ich wykorzystanie w dowolnym ze wspomnianych algorytmów. Analiza aspektów numerycznych i sposobu prowadzenie obliczeń. Implementacja obu algorytmów z różnymi zestawami zadań dodatkowych. Symulacyjne badania porównawcze działania obu algorytmów. Krytyczna analiza i opracowanie uzyskanych wyników. Redakcja artykułu.  
Mój udział procentowy: **100%**.
- [A3] **Adam Ratajczak**. „Trajectory reproduction and trajectory tracking problem for the nonholonomic system”. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences* 64.1 (2016), strony 63–70.  
Lista Filadelfijska, **IF: 1.156**, punktacja MNiSW: 20.  
Mój wkład: Zdefiniowanie zadania reprodukcji i zadania śledzenia trajektorii dla układów nieholonomicznych z wykorzystaniem endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Opracowanie i wyprowadzenie algorytmu reprodukcji i śledzenia trajektorii. Implementacja algorytmów, przeprowadzenie obliczeń symulacyjnych, krytyczna analiza i opracowanie wyników. Redakcja artykułu.  
Mój udział procentowy: **100%**.
- [A4] **Adam Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Parametric and non-parametric Jacobian motion planning for non-holonomic robotic systems”. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 77.3 (2015), strony 445–456.  
Lista Filadelfijska, **IF: 0.932**, punktacja MNiSW: 25.  
Mój wkład: Propozycja nieparametrycznej metody rozwiązywania równania algorytmu planowania ruchu układów nieholonomicznych. Implementacja obliczeń, przeprowadzenie badań porównawczych i opracowanie wyników. Współredakcja artykułu.  
Mój udział procentowy: **50%**.
- [A5] Krzysztof Tchoń, **Adam Ratajczak**, i Ida Góral. „Lagrangian Jacobian inverse for nonholonomic robotic systems”. *Nonlinear Dynamics* 82.4 (2015), strony 1923–1932.  
Lista Filadelfijska, **IF: 3.000**, punktacja MNiSW: 40.  
Mój wkład: Zaproponowanie metody rozwiązania układu równań różniczkowo–algebraicznych (równań algorytmu planowania ruchu z Lagranżowską odwrotnością jacobianu). Propozycja i wyprowadzenie funkcji Lagranża umożliwiającej uwikłanie w algorytmie

planowania ruchu własności unikania przeszkód. Opracowanie badań symulacyjnych i ich wyników. Współredakcja artykułu.

Mój udział procentowy: **33%**.

- [A6] Janusz Jakubiak i **Adam Ratajczak**. „Kinematics and motion planning of the multi-bar system”. *Journal of Intelligent and Robotic Systems* 75.1 (2014), strony 5–15.

Lista Filadelfijska, **IF: 1.178**, punktacja MNiSW: 20.

Mój wkład: Zaproponowanie i zaimplementowanie nieparametrycznego algorytmu planowania ruchu wielobelkowego układu kinematycznego. Opracowanie badań symulacyjnych i ich wyników. Współredakcja artykułu.

Mój udział procentowy: **50%**.

- [A7] **Adam Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Multiple-task motion planning of non-holonomic systems with dynamics”. *Mechanical Sciences* 4.1 (2013), strony 153–156.

Lista Filadelfijska, Punktacja MNiSW: 20.

Mój wkład: Propozycja i wyprowadzenie algorytmu planowania ruchu z zadaniami dodatkowymi w wersji egalitarnej i z priorytetami. Zaproponowanie zadania dodatkowego unikającego osobliwości modelu. Implementacja algorytmu, przeprowadzenie badań symulacyjnych i opracowanie wyników. Współredakcja artykułu.

Mój udział procentowy: **50%**.

Przy pracach podano punktację MNiSW/MNiE oraz Impact Factor z roku publikacji. Zebrane dane naukometryczne dotyczące dorobku publikacyjnego wchodzącego w skład osiągnięcia zawarto w tabeli 1. W całym dokumencie przyjęto następujący system oznaczeń pozycji literaturowych: [M\*] – monografia naukowa, [A\*] – pozycja z cyklu publikacji wchodzących w skład osiągnięcia, [B\*] – pozycja spoza cyklu, opublikowana przed uzyskaniem stopnia doktora, [C\*] – pozycja spoza cyklu, opublikowana po uzyskaniu stopnia doktora, [D\*] – raporty Politechniki Wrocławskiej, [E\*] – prace dyplomowe prowadzone pod opieką habilitanta. Spis raportów [D\*] oraz spis prac dyplomowych [E\*] zostały zamieszczone na końcu autoreferatu w celu zachowania przejrzystości dokumentu.

Tabela 1: Podsumowanie dorobku publikacyjnego wchodzącego w skład osiągnięcia

Publikacja	Udział habilitanta	Lista Filadelfijska	Impact Factor	Punkty MNiSW
[M1]	100%	✗	—	80 (2024)
[A1]	100%	✓	1.559	15 (2018)
[A2]	100%	✓	4.339	45 (2017)
[A3]	100%	✓	1.156	20 (2016)
[A4]	50%	✓	0.932	25 (2015)
[A5]	33%	✓	3.000	40 (2015)
[A6]	50%	✓	1.178	20 (2014)
[A7]	50%	✓	—	20 (2013)
Suma			<b>12.164</b>	<b>185</b> (do 2018), <b>80</b> (po 2019)

### 4.3 Omówienie celu naukowego i osiągniętych wyników

#### 4.3.1 Wstęp

Teoria robotyki zwyczajowo wprowadza podział ze względu na rodzaj obiektu, rozgraniczając roboty (modele, układy) holonomiczne i nieholonomiczne. Głównymi reprezentantami robotów holonomicznych są stacjonarne manipulatory sztywne o otwartym łańcuchu kinematycznym. Ich kinematyka opisywana jest równaniami algebraicznymi, a na ruch układu nie są nakładane dodatkowe ograniczenia prędkościowe. Grupę układów nieholonomicznych stanowią roboty, w których równaniach ruchu zawarte są niecałkowalne więzy (zwane ograniczeniami nieholonomicznymi), które uniemożliwiają poruszanie się w wybranych kierunkach. W skład tej grupy będą należeć między innymi układy takie jak: kołowe roboty mobilne, latające, kosmiczne, czy manipulatory z pasywnymi przegubami. Istotną różnicą w modelowaniu układów nieholonomicznych względem układów holonomicznych jest fakt, że ich kinematyka wyrażana jest równaniem różniczkowym.

Obecność w układzie niecałkowalnych ograniczeń implikuje, że układ jest układem nieholonomicznym. Nie oznacza to, że w układzie nieholonomicznym nie można dodać ograniczeń holonomicznych. Wówczas ograniczenia (nieholonomiczne) nie tylko zmniejszają ilość możliwych kierunków ruchu (niezależnych wektorów prędkości), ale również (ograniczenia holonomiczne) uniemożliwiają dotarcie do dowolnie obranego położenia. Dużo bardziej rozbudowana dyskusja na powyższe tematy została przeprowadzona przez habilitanta w [M1].

Zarówno dla układów holonomicznych jak i nieholonomicznych definiuje się zadanie planowania ruchu (zwane często odwrotnym zadaniem kinematyki), polegające na znalezieniu sygnałów sterujących doprowadzających układ do wymaganego stanu. Oczywiście, sygnały sterujące oraz docelowy stan różnią się jakościowo w zależności od wybranej grupy robotów. W układach holonomicznych zadanie planowania ruchu polega na znalezieniu położeń zmiennych przegubowych, takich, które ustawią końcówkę manipulatora (efektor) w zadanym położeniu i orientacji. Inaczej, w przypadku układów nieholonomicznych sygnałem sterującym są funkcje czasu, które przyłożone do układu przeprowadzają go z ustalonego położenia początkowego, do pewnego stanu w określonym czasie. Zadanie planowania ruchu układów nieholonomicznych polega zatem na znalezieniu funkcji sterujących, które przeprowadzają układ do zadanego stanu w zadanym czasie.

Rozwój teorii układów holonomicznych zaowocował opracowaniem jakobianowych algorytmów planowania ruchu. Jakobian, wyrażający relację pomiędzy prędkościami zmiennych przegubowych, a prędkościami zmiennych zadaniowych, może zostać wykorzystany do rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki układów holonomicznych. Jakobianowe algorytmy planowania ruchu robotów holonomicznych doczekały się wielu modyfikacji i stale stanowią ciekawe zagadnienie naukowe.

Zaproponowane dwadzieścia lat temu, przez prof. K. Tchonia podejście endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej wprowadza pewne analogie pomiędzy układami holonomicznymi i nieholonomicznymi. W szczególności, możliwe jest zdefiniowanie jakobianu układu nieholonomicznego. Jakobian układu nieholonomicznego jest operatorem liniowym pomiędzy przestrzenią sterowań (przestrzeń Hilberta), a przestrzenią zadaniową (przestrzenią euklidesową) i określa wrażliwość zmian położenia końcowego w zależności od wariacji funkcji sterujących. Ciągły rozwój podejścia endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej umożliwia tworzenie uogólnień metod i algorytmów znanych dla układów holonomicznych na układy nieholonomiczne.



**Cel naukowy**

Na mocy powyższych fragmentów określam główny cel naukowy jako:

**Wykorzystanie podejścia endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej  
i jacobianowych algorytmów planowania ruchu do konstrukcji algorytmu  
planowania ruchów własnych robotycznych układów nieholonomicznych.**

W toku badań naukowych habilitant proponował, badał i analizował różne modyfikacje jacobianowych algorytmów planowania ruchu. Ponadto, zajmował się także analizą aspektów obliczeniowych wspomnianych metod. W efekcie prac naukowych habilitant opracował autorskie podejście do określenia, zdefiniowania i analizy ruchów własnych układów nieholonomicznych i algorytmów planowania ruchów własnych.

**4.3.2 Układy nieholonomiczne**

Niech nieholonomiczny układ robotyczny będzie reprezentowany przez afiniczny układ sterowania z funkcją wyjścia

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + G(x(t))u(t), \\ y = k(x(t)), \end{cases} \quad (1)$$

gdzie  $x \in \mathbb{R}^n$  jest wektorem stanu,  $u \in \mathbb{R}^m$  jest zestawem funkcji sterujących, a  $y \in \mathbb{R}^r$  reprezentuje element przestrzeni zadaniowej. W szczególnych przypadkach, zanika dryf  $f(x(t)) = 0$  i układ staje się bezdryfowym układem sterowania.

Wszystkie funkcje sterujące  $u(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$  są określone na przedziale  $t \in [0, T]$ . Zakładamy, że wszystkie są całkowalne (w sensie Lebesgue'a) z kwadratem na przedziale  $[0, T]$ , zatem są klasy  $u(\cdot) \in L_m^2([0, T]) = \mathcal{U}$ , a przestrzeń  $\mathcal{U}$  nazwiemy endogeniczną przestrzenią konfiguracyjną. Definiując w tej przestrzeni iloczyn skalarny  $\langle u_1(\cdot), u_2(\cdot) \rangle_{\mathcal{U}} = \int_0^T u_1^T(t)u_2(t) dt$  oraz indukowaną na jego podstawie normę otrzymujemy przestrzeń Hilberta.

Dla ustalonego stanu początkowego  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  oraz konfiguracji endogenicznej  $u(\cdot) \in \mathcal{U}$  (sterowania podanego do układu), rozwiązanie równania (1), wyznacza strumień układu

$$x(t) = \varphi_{x_0, t}(u(\cdot)), \quad (2)$$

określający bieżący (w chwili  $t$ ) stan układu  $x(t)$  zainicjowany w  $x_0$  i poddany działaniu  $u(\cdot)$ .

Odwzorowanie końcowe układu nieholonomicznego, stanowi odpowiednik kinematyki układu holonomicznego. Odwzorowanie  $K_{x_0, T}: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^r$ , przekształcające elementy endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej w elementy przestrzeni zadaniowej definiujemy jako

$$K_{x_0, T}(u(\cdot)) = y(T) = k(\varphi_{x_0, T}(u(\cdot))). \quad (3)$$

Odwzorowanie końcowe wyznacza położenie końcowe  $y(T)$  w chwili  $T$  układu (1) poddanego działaniu sterowania  $u(\cdot)$ .

Postępując analogicznie do układów holonomicznych, różniczkując (w sensie Gâteaux) kinematykę (3) otrzymuje się jacobian układu nieholonomicznego

$$J_{x_0, T}(u(\cdot))v(\cdot) = \mathcal{D}K_{x_0, T}(u(\cdot)) = \left. \frac{d}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} K_{x_0, T}(u(\cdot) + \alpha v(\cdot)). \quad (4)$$

Formalnie, jacobian

$$J_{x_0, T}(u(\cdot)): \mathcal{T}_{u(\cdot)}\mathcal{U} \rightarrow \mathcal{T}_{y(T)}\mathbb{R}^r$$

jest operatorem liniowym przekształcającym pomiędzy przestrzenią styczną do endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej i przestrzenią styczną do przestrzeni zadaniowej. Element  $v(\cdot)$  pojawiający się w (4) oznacza wariację sterowania  $u(\cdot)$ . Słuszne jest zatem równanie jakobianowe

$$J_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \eta(T), \quad (5)$$

w którym  $\eta(T) \in \mathcal{T}_{y(T)}\mathbb{R}^r \simeq \mathbb{R}^r$ , i które podobnie jak ma to miejsce w układach holonomicznych, stanowi punkt wyjścia do konstrukcji jakobianowych algorytmów planowania ruchu oraz określenia ruchów własnych.

Jawną postać jakobianu wyznaczamy różniczkując (w sense Gâteaux) równanie (4) lub bezpośrednio strumień układu

$$\xi(t) = \mathcal{D}\varphi_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \left. \frac{d}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \varphi_{x_0,T}(u(\cdot) + \alpha v(\cdot)), \quad (6)$$

w punkcie  $t = T$  otrzymujemy

$$J_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \xi(T) = C(T) \int_0^T \Phi(T,t)B(t)v(t) dt. \quad (7)$$

Macierz  $\Phi(t,s)$  jest macierzą fundamentalną liniowego wariacyjnego układu stowarzyszonego z (1)

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = A(t)\xi(t) + B(t)v(t) \\ \eta(t) = C(t)\xi(t) \end{cases}, \quad (8)$$

z warunkiem początkowym  $\xi(0) = 0$ , będącego jednocześnie przybliżeniem liniowym układu (1) wzdłuż pary sterowanie-trajektoria  $(u(t), x(t))$  i jest wyznaczana z równania różniczkowego

$$\frac{\partial \Phi(t,s)}{\partial t} = A(t)\Phi(t,s), \quad \Phi(s,s) = I_n.$$

Opisany tutaj krótko wstęp do idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej stanowi pewną kompilację zagadnień, niezbędną dla dalszych treści. Metoda endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej została istotnie szerzej opisana przez habilitanta w monografii [M1, Rozdziały 3 i 4].

### 4.3.3 Zadanie planowania ruchu

Zadanie planowania ruchu układów nieholonomicznych polega na wyznaczeniu funkcji sterującej  $u(\cdot)$ , która wprowadzona do układu (1), przeprowadzi go z ustalonego położenia początkowego  $x_0$  do zadanego położenia końcowego  $y_d$  w ustalonym czasie  $t \in [0, T]$ .

W takim klasycznym ujęciu będziemy rozpatrywać właściwy problem planowania ruchu. W wielu sytuacjach okazuje się, że rozwiązanie jedynie właściwego planowania ruchu jest niewystarczające. Często zachodzi potrzeba znalezienia takiego sterowania, które oprócz rozwiązania samego planowania ruchu (dotarcia do zadanego położenia) spełni dodatkowe kryteria czy zrealizuje pewne zadania poboczne.

W toku badań naukowych habilitant zaproponował pewne koncepcje rozbudowy zadania planowania ruchu oraz w konsekwencji skonstruował stosowne algorytmy. W szczególności praca [A7] wprowadza podejście egalitarne i podejście z priorytetami. Algorytm egalitarny umożliwia dodanie do właściwego zadania planowania ruchu zadań dodatkowych tak, że wszystkie

zadania traktowane są jednakowo. Natomiast podejście z priorytetami, rozszerza zadanie planowania ruchu o kolejne zadania o zmniejszającym się priorytecie. Zadania o niższym priorytecie zostaną zrealizowane jedynie w przypadku, gdy nie zakłóci to poprawności rozwiązania zadania o wyższym priorytecie. Obszerna dyskusja na temat obu wspomnianych podejść została zawarta przez habilitanta w [A2].

Kolejne badania, rozwijające podejście endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej doprowadziły do określenia zadania reprodukcji i śledzenia trajektorii. W pracy [A3], habilitant modyfikuje konstrukcję właściwego zadania planowania ruchu w sposób umożliwiający rozwiązanie zadania reprodukcji czy śledzenia trajektorii. W efekcie otrzymuje zadanie, którego rozwiązaniem jest funkcja sterująca, która przeprowadza układ (1) wzdłuż lub możliwie najbliższej zadanej trajektorii  $y_d(t)$ . Taka konstrukcję algorytmu uzyskano poprzez specyficzną zmianę odwzorowania końcowego (3).

Inna modyfikacja odwzorowania końcowego (3), doprowadziła do określenia zadania planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu, opisana w [A1]. Zwykle, bezpośrednie wyznaczenie horyzontu czasowego w zadaniu planowania bywa trudne. Zaproponowane przez habilitanta w [A1] podejście umożliwia określenie szerokiego horyzontu czasowego. Tak zmodyfikowane zadanie planowania ruchu zostanie rozwiązane w czasie krótszym niż określony horyzont. Zwalnia to zatem z restrykcyjnego wyboru arbitralnej wartości  $T$ , który powinien brać pod uwagę odległość pomiędzy punktami początkowym i końcowym, dopuszczalne prędkości ruchu czy nieprzekraczalne zakresy wartości funkcji sterujących.

W następnych rozdziałach wspomniane powyżej kwestie zostaną krótko rozwinięte.

#### 4.3.4 Jakobianowe algorytmy planowania ruchu

Mając określone zadanie planowania ruchu układów nieholonomicznych przystąpmy do konstrukcji jacobianowego algorytmu planowania ruchu. Zadanie właściwego planowania ruchu jest rozwiązane gdy zachodzi równość

$$K_{x_0,T}(u(\cdot)) = y_d, \quad (9)$$

czyli sterowanie  $u(\cdot)$  doprowadza układ do położenia  $y_d$ . Zatem rozpoczynamy od pewnego arbitralnego sterowania  $u_0(\cdot) \in \mathcal{U}$ , jeśli spełnia ono warunek (9) to znaleźliśmy rozwiązanie. W przeciwnym razie, wybieramy w endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej gładką krzywą  $u_\vartheta(\cdot) \in \mathcal{U}$ , parametryzowaną  $\vartheta \in \mathbb{R}$  i przechodzącą przez  $u_0(\cdot)$  w  $\vartheta = 0$ . Następnie, wzdłuż tej krzywej obliczamy błąd właściwego planowania ruchu

$$e(\vartheta) = K_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) - y_d, \quad (10)$$

żądadząc jego eksponencjalnego spadku

$$\frac{de(\vartheta)}{d\vartheta} = -\gamma e(\vartheta), \quad (11)$$

ze współczynnikiem zbieżności  $\gamma > 0$ . Zestawiając (11), (10) oraz (5) otrzymujemy równanie Ważewskiego–Davidenki

$$J_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) \frac{du_\vartheta(\cdot)}{d\vartheta} = -\gamma (K_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) - y_d). \quad (12)$$

Sposób rozwiązania równania (12) determinuje wybór specyficznej prawostronnej odwrotności jacobianu  $J_{x_0,T}^+(u_\vartheta(\cdot))$ , a w konsekwencji otrzymanie specyficznego algorytmu planowania ruchu. Otrzymujemy zatem

$$\frac{du_\vartheta(\cdot)}{d\vartheta} = -\gamma J_{x_0,T}^+(u_\vartheta(\cdot))e(\vartheta), \quad (13)$$

równanie algorytmu planowania ruchu układów nieholonomicznych, którego rozwiązanie otrzymuje się w granicy  $\lim_{\vartheta \rightarrow \infty} u_\vartheta(\cdot)$ . Najczęściej wybiera się pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a równą

$$\left( J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot))\eta \right) (t) = B^T(t)\Phi^T(T,t)C^T(T)\mathcal{G}_{x_0,T}^{-1}(u_\vartheta(\cdot))\eta, \quad (14)$$

gdzie

$$\mathcal{G}_{x_0,T}^{-1}(u_\vartheta(\cdot)) = C(T) \int_0^T \Phi(T,t)B(t)B^T(t)\Phi^T(T,t) dt C(T)$$

jest macierzą Grama układu stowarzyszonego (8).

#### 4.3.4.1 Lagranżowska odwrotność jacobianu

Wyznaczając postać pseudoodwrotności (14) korzysta się z metod rachunku wariacyjnego. Konstruując odpowiedni Lagranżian minimalizuje się normę

$$\min_{v(\cdot)} \int_0^T v^T(t)v(t) dt. \quad (15)$$

Habilitant, wraz ze współautorami, w pracy [A5], proponuje modyfikację funkcji celu (15) do formy Lagranża prowadząc do rozszerzonego problemu optymalizacyjnego z funkcją celu

$$\min_{v(\cdot)} \int_0^T \xi^T(t)Q(t)\xi(t) + v^T(t)R(t)v(t) dt. \quad (16)$$

Taki zabieg pozwala otrzymać w konsekwencji lagranżowską odwrotność jacobianu określoną przez

$$\left( J_{x_0,T}^{L\#}(u_\vartheta(\cdot))\eta \right) (t) = -R^{-1}(t)B^T(t)L(T,t,\eta), \quad (17)$$

gdzie

$$L(T,t,\eta) = -\psi_{22}(t) \left( \psi_{22}(T) + C^T(T)\mathcal{M}_{x_0,T}^{-1}C(T)\psi_{32}(T) \right)^{-1} C^T(T)\mathcal{M}_{x_0,T}^{-1}\eta,$$

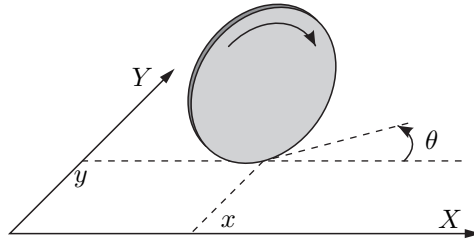
a funkcja blokowo-macierzowa  $\Psi(t) = [\psi_{ij}(t)]$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  jest rozwiązaniem liniowego równania różniczkowego

$$\dot{\Psi}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{11}(t) & \dot{\psi}_{12}(t) & \dot{\psi}_{13}(t) \\ \dot{\psi}_{21}(t) & \dot{\psi}_{22}(t) & \dot{\psi}_{23}(t) \\ \dot{\psi}_{31}(t) & \dot{\psi}_{32}(t) & \dot{\psi}_{33}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}(t)B^T(t) & 0 \\ -Q(t) & -A^T(t) & 0 \\ D(t)Q(t) & 0 & A(t) \end{bmatrix} \Psi(t),$$

z warunkiem początkowym  $\psi_{ij} = \delta_{ij}$ , gdzie  $\delta_{ij}$  oznacza deltę Kroneckera. Macierz  $D(t)$  jest rozwiązaniem równania Lapunowa

$$\dot{D}(t) = B(t)R^{-1}(t)B^T(t) + A(t)D(t) + D(t)A^T(t),$$

z zerowym warunkiem początkowym  $D(0) = 0$  a macierz  $\mathcal{M}_{x_0,T} = C(T)D(T)C^T(T)$ . W konsekwencji, wstawiając odwrotność (17) w równanie algorytmu (13) otrzymujemy algorytm planowania ruchu z odwrotnością lagranżowską. Łatwo wykazać, że kładąc  $R(t) = I_m$  oraz  $Q(t) = 0$  lagranżowska odwrotność jacobianu i pseudoodwrotność są tożsame  $J_{x_0,T}^{L\#}(u_\vartheta(\cdot)) = J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot))$ .



Rysunek 1: Monocykl

Zastosowanie postaci Lagranża funkcji celu (16) umożliwia wywieranie wpływu na ewolucję rozwiązania zadania planowania ruchu poprzez modyfikację składników zawierających  $v(t)$  oraz  $\xi(t)$  poprzez odpowiednie projektowanie macierzy  $R(t)$  oraz  $Q(t)$ . Zauważmy, że obie macierze mogą zostać uzależnione od  $\vartheta$ , co pozwala uwikłać w równanie algorytmu planowania ruchu (13) zależność od chwilowych (w punkcie  $\vartheta$ ) wariacji funkcji sterującej  $v(t)$  i wariacji trajektorii  $\xi(t)$ . Z równania algorytmu (13) oraz z równości (6) wynika

$$\begin{aligned}\frac{du_{\vartheta}(\cdot)}{d\vartheta} &= -\gamma v_{\vartheta}(\cdot), \\ \frac{dx_{\vartheta}(\cdot)}{d\vartheta} &= -\gamma \xi_{\vartheta}(\cdot),\end{aligned}\quad (18)$$

o ile  $v_{\vartheta}(\cdot)$  jest wariacją (prędkością) w przestrzeni sterowania (endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej) o tyle  $\xi(\cdot)$  jest wariacją trajektorii w przestrzeni stanu. Dzięki temu, projektujemy rozwiązanie zadania planowania ruchu poprzez manipulowanie macierzami  $R_{\vartheta}(t)$  oraz  $Q_{\vartheta}(t)$ . Wstępne wyniki uzyskane przez habilitanta wraz ze współautorami w pracy spoza cyklu [C3] wskazały możliwość otrzymania rozwiązania zadania planowania ruchu, w którym ruch był możliwie ortogonalny do arbitralnie wybranego zabronionego kierunku ruchu. Dalsza analiza opisywanej metody, została obszernie opisana w pracy z cyklu [A5], gdzie wprowadzono macierz  $Q_{\vartheta}(t) = V_{\vartheta}(t)V_{\vartheta}^T(t)$ , w której  $V_{\vartheta}(t)$  oznacza pole wektorowe wzdłuż krzywej  $c_{\vartheta}(t)$  w przestrzeni stanu. W ustalonym  $\vartheta$  lagranżowska postać funkcji celu (16) jest równa

$$\int_0^T \left( \xi_{\vartheta}^T(t)V_{\vartheta}(t) \right)^2 + v_{\vartheta}^T(t)R_{\vartheta}(t)v_{\vartheta}(t) dt.$$

Teraz, poprzez dobór  $V_{\vartheta}(t)$  oraz  $R_{\vartheta}(t)$  będziemy chcieli wymusić kierunek ruchu  $\xi_{\vartheta}(\cdot)$  ortogonalny do  $V_{\vartheta}(t)$  w każdym  $t$ . Korzystając z takiej własności zaproponujemy algorytm planowania ruchu z omijaniem przeszkód dla modelu monocykla (rysunek 1), którego kinematyka jest równa

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \cos x_3 & 0 \\ \sin x_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Niech  $O = \{o_1, \dots, o_p\} = \{(x_1^1, x_2^1, x_3^1), \dots, (x_1^p, x_2^p, x_3^p)\}$  oznacza  $p$ -elementowy zestaw przeszkód punktowych w przestrzeni zadaniowej (tutaj tożsamej z przestrzenią stanu). W ustalonym  $\vartheta$  zdefiniujemy pole wektorowe

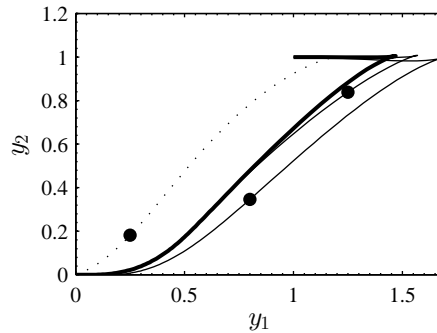
$$V_{\vartheta}(t) = \sum_{i=1}^p V_{i\vartheta}(t),$$

gdzie

$$V_{i\vartheta}(t) = CR(Z, \pi/2) \frac{o_i - x_{\vartheta}(t)}{\|o_i - x_{\vartheta}(t)\|}.$$

Składnik ułamkowy w powyższym równaniu jest kierunkiem wskazującym od trajektorii do  $i$ -tej przeszkody,  $R(Z, \pi/2)$  jest macierzą rotacji wokół osi  $Z$  o kąt  $\pi/2$ , a macierz  $C = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  wybiera jedynie składowe stanu wyrażające położenie monocykla.

W celu zademonstrowania zaproponowanej metody w działaniu, w pracy [A5] zaproponowano zadanie planowania ruchu monocykla polegające na przemieszczeniu robota z punktu początkowego  $x_0 = (0, 0, 0)$  do punktu  $y_d = x_d = (1, 1, 0)$ . Rezultat działania opisywanego algorytmu przedstawia rysunek 2. Zadanie początkowo zostało rozwiązane bez umieszczonych przeszkód (linia kropkowana), a następnie zostały dokładane sukcesywnie przeszkody na trajektoriach otrzymywanych z poprzednich rozwiązań, reprezentowane poprzez kropki na rysunku 2. Finalne rozwiązanie, z trzema przeszkodami obrazuje gruba linia ciągła. Na rysunku 2 można



Rysunek 2: Algorytm typu jacobianu lagranżowskiego; Ścieżka ruchu monocykla w przestrzeni XY

zaobserwować, że rzeczywiście kolejne rozwiązania prowadzą ścieżkę ruchu w sposób unikający kolizji z przeszkodami.

Idea odwrotności lagranżowskiej była i jest dalej rozwijana jednak bez czynnego udziału habilitanta, w szczególności dalsze badania doprowadziły do stworzenia uogólnionej lagranżowskiej odwrotności.

Oprócz stosowania lagranżowskiej odwrotności jacobianu istnieją również inne metody modyfikowania rozwiązań zadania planowania ruchu otrzymywanych przy pomocy algorytmów jacobianowych.

#### 4.3.4.2 Algorytm planowania ruchu z zadaniami dodatkowymi

Przedstawiona w poprzednim rozdziale metoda wykorzystująca lagranżowską odwrotność jacobianu modyfikowała rozwiązanie algorytmu planowania ruchu w sposób pośredni. Teraz, zostaną przytoczone dwa podejścia definiujące bezpośrednio dodatkowe zadania.

Habilitant wraz ze współautorem w pracy [A7], wprowadza algorytm egalitarny i algorytm z priorytetowaniem zadań. Oba podejścia zostają gruntownie zbadane, a ich analizę porównawczą habilitant publikuje w pracy [A2].

Zakładamy, że oprócz właściwego zadania planowania ruchu, którego błąd wyraża się wzorem (10) definiujemy dodatkowe zadania (podzadania). Zatem zbiorczy błąd zdefiniujemy jako

$$\mathbf{e}(\vartheta) = \left( {}^0e(\vartheta), {}^1e(\vartheta), \dots, {}^se(\vartheta) \right), \quad (20)$$

gdzie  ${}^0e(\vartheta)$  jest błędem właściwego planowania ruchu (10), a kolejne błędy  ${}^ie(\vartheta) = {}^iK_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) \in \mathbb{R}^{r_i}$  dla  $i = 1, 2, \dots, s$  wyrażone są poprzez odpowiednie odwzorowania końcowe  ${}^iK_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot))$  dla kolejnych podzadań.

**Algorytm egalitarny** Idea algorytmu egalitarnego leży w analogii do algorytmu planowania ruchu manipulatorów holonomicznych wykorzystujących jacobian rozszerzony. Zatem, zakładając eksponencjalną zbieżność ze współczynnikiem  $\gamma$  analogicznie jak w przypadku właściwego planowania ruchu (12), otrzymujemy równanie Ważewskiego-Dawidenki

$$\mathbf{J}_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) \frac{du_\vartheta(\cdot)}{d\vartheta} = -\gamma \mathbf{e}(\vartheta), \quad (21)$$

gdzie

$$\mathbf{J}_{x_0,T}(u(\cdot)) = \begin{bmatrix} {}^0J_{x_0,T}(u(\cdot)) \\ {}^1J_{x_0,T}(u(\cdot)) \\ \vdots \\ {}^sJ_{x_0,T}(u(\cdot)) \end{bmatrix} \quad (22)$$

jest zbiorczym (rozszerzonym) jacobianem,  ${}^0J_{x_0,T}(u(\cdot))$  jest jacobianem układu nieholonomicznego zdefiniowanym przez (7), a kolejne  ${}^iJ_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \mathcal{D} {}^iK_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot)$ ,  $i = 1, 2, \dots, s$  są jacobianami dla  $i$ -tych podzadań. Wykorzystując pseudoodwrotność jacobianu (22)

$$\mathbf{J}_{x_0,T}^\#(u(\cdot)) = \mathbf{J}_{x_0,T}^*(u(\cdot)) \left( \mathbf{J}_{x_0,T}(u(\cdot)) \mathbf{J}_{x_0,T}^*(u(\cdot)) \right)^{-1},$$

gdzie  $\mathbf{J}_{x_0,T}^*(u(\cdot))$  oznacza zbiorczy jacobian dualny do (22). Rozwiązując równanie (21) otrzymujemy egalitarny algorytm planowania ruchu

$$\frac{du_\vartheta(t)}{d\vartheta} = -\gamma \left( \mathbf{J}_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) E e(\vartheta) \right) (t), \quad (23)$$

gdzie  $E = \text{blockdiag}\{\epsilon_i I_{r_i}\}$  jest blokowo-diagonalną macierzą wag, skalującą wpływ poszczególnych podzadań na rozwiązanie zadania planowania ruchu. Rozwiązaniem, poszukiwaną funkcją sterującą, jest granica  $\lim_{\vartheta \rightarrow \infty} u_\vartheta(\cdot)$  trajektorii otrzymanej z (23). Z uwagi na fakt, że wszystkie podzadania są traktowane w algorytmie egalitarnym jednakowo, to możliwe jest albo uzyskanie rozwiązania wszystkich podzadań albo nie otrzymania rozwiązania. Inaczej będzie zachowywał się algorytm z priorytetami.

**Algorytm z priorytetami** Odmienne do algorytmu egalitarnego, algorytm planowania ruchu z priorytetowaniem szereguje zadania według zmniejszającego się priorytetu. W dalszym ciągu zbiorczy błąd właściwego planowania ruchu i zadań dodatkowych określony jest przez (20). Tym razem numer podzadania oznacza również jego priorytet, gdzie 0 oznacza priorytet najwyższy. W szczególnych przypadkach możliwe jest otrzymanie rozwiązania jednego lub kilku podzadań o wyższym priorytecie pozostawiając zadania o niższym priorytecie bez rozwiązania. W celu wyprowadzania algorytmu z priorytetami, podążając za [A2], zapiszmy dla  $i$ -tego podzadania równanie jacobianowe

$$\frac{d {}^i e(\vartheta)}{d\vartheta} = {}^i J_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) \frac{du_\vartheta(\cdot)}{d\vartheta}.$$

Znów założmy eksponencjalną zbieżność algorytmu, ale tym razem wykorzystajmy uogólnioną odwrotność (odwrotność z projekcją) jacobianu (4). W efekcie otrzymujemy

$$\frac{du_\vartheta(t)}{d\vartheta} = -i\gamma \left( {}^i J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^i e(\vartheta) \right) (t) + \left( {}^i P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^i \mu_\vartheta(\cdot) \right) (t), \quad (24)$$

gdzie

$${}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) = \text{id}_{\mathcal{U}} - {}^iJ_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)){}^iJ_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot))$$

jest projekcją przestrzeni  $\mathcal{U}$  na jądro  $\ker {}^iJ_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot))$ ,  ${}^i\mu_\vartheta(\cdot) \in \mathcal{U}$ , a  $\text{id}_{\mathcal{U}}$  jest odwzorowaniem identycznościowym w  $\mathcal{U}$ . Dla dwóch dowolnych zadań (przykładowo dla 1 i 2) wynikowe funkcje sterujące  $u_\vartheta(\cdot)$  muszą być jednakowe zatem na podstawie (24) zapisujemy równość

$$\begin{aligned} \left( - {}^1\gamma {}^1J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^1e(\vartheta) + {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^1\mu_\vartheta(\cdot) \right)(t) = \\ \left( - {}^2\gamma {}^2J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^2e(\vartheta) + {}^2P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2\mu_\vartheta(\cdot) \right)(t). \end{aligned}$$

Wykorzystując takie własności projekcji jak symetria  ${}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) = {}^iP_{x_0,T}^\text{T}(u_\vartheta(\cdot))$ , idempotentność  ${}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)){}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) = {}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot))$  i anihilacja  ${}^iP_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)){}^iJ_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) = 0$  otrzymujemy

$$\begin{aligned} \left( {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^1\mu_\vartheta(\cdot) \right)(t) = \\ - {}^2\gamma \left( {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^2e(\vartheta) \right)(t) + \left( {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2\mu_\vartheta(\cdot) \right)(t). \quad (25) \end{aligned}$$

Wstawiając (25) do (24) otrzymujemy algorytm

$$\begin{aligned} \frac{du_\vartheta(t)}{d\vartheta} = - {}^1\gamma \left( {}^1J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^1e(\vartheta) \right)(t) \\ - {}^2\gamma \left( {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2J_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^2e(\vartheta) \right)(t) + \\ \left( {}^1P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) {}^2\mu_\vartheta(\cdot) \right)(t), \quad (26) \end{aligned}$$

w którym po wstawieniu  ${}^2\mu(\cdot) = 0$ , otrzymujemy algorytm z priorytetowaniem zadań z dwoma podzadaniami. Składnik  ${}^2\mu(\cdot)$  służy do rozszerzania algorytmu o kolejne podzadania. Finalna postać algorytmu dla  $s$ -podzadań przyjmuje postać

$$\frac{du_\vartheta(t)}{d\vartheta} = - \left( \sum_{i=0}^s {}^i\gamma \left( \prod_{j=0}^i {}^{j-1}P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) \right) {}^iJ_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) {}^ie(\vartheta) \right)(t), \quad (27)$$

gdzie  ${}^{-1}P_{x_0,T}(u_\vartheta(\cdot)) = \text{id}_{\mathcal{U}}$ . Podobnie jak poprzednio, także tutaj, wynikową funkcję sterującą wyznacza się w granicy  $\lim_{\vartheta \rightarrow \infty} u_\vartheta(\cdot)$  trajektorii układu (27). Odmiennie niż w algorytmie egalitarnym, tutaj wpływ poszczególnych podzadań kontrolujemy wartościami elementów wektora  $\gamma \in \mathbb{R}^s$ .

**Definicja zadań dodatkowych** Formułowanie zadań dodatkowych zostało usystematyzowane przez habilitanta w pracy [A2]. Zakładając, że odwzorowanie końcowe  $i$ -tego podzadania przyjmuje postać

$${}^iK_{x_0,T}(u(\cdot)) = \int_0^T {}^i\alpha(x(t), y(t), u(t)) dt,$$

gdzie  ${}^i\alpha(x(t), y(t), u(t)) \geq 0$  jest odpowiednio gładkie i oznaczymy w skrócie poprzez  ${}^i\alpha(t)$ . Zatem jacobian takiego zadania przyjmuje postać

$${}^iJ_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \int_0^T \left( \frac{\partial {}^i\alpha(t)}{\partial x} \xi(t) + \frac{\partial {}^i\alpha(t)}{\partial u} v(t) \right) dt,$$



a jego odwrotność

$$\left( {}^i J_{x_0, T}^\#(u(\cdot))v(\cdot)\eta \right)(t) = {}^i\beta(t) \left( \| {}^i\beta(\cdot) \|_{\mathcal{U}}^2 \right)^{-1} \eta,$$

gdzie  ${}^i\beta(t)$  definiujemy następująco

$${}^i\beta(t) = B^T(t) \int_t^T \Phi^T(s, t) \left( \frac{\partial {}^i\alpha(s)}{\partial x} \right)^T ds + \left( \frac{\partial {}^i\alpha(t)}{\partial u} \right)^T.$$

Funkcję  ${}^i\beta(t)$  obliczamy rozwiązując następujące równanie różniczkowe

$$\frac{d {}^i\beta(t)}{dt} = -A(t)^T {}^i\beta(t) - \left( \frac{\partial {}^i\alpha(t)}{\partial x} \right)^T, \quad {}^i\beta(T) = 0$$

a następnie wstawiając rozwiązanie  ${}^i\beta(t)$ , do

$${}^i\beta(t) = B^T(t) {}^i\beta(t) + \left( \frac{\partial {}^i\alpha(t)}{\partial u} \right)^T.$$

Każde podzadanie  $i = 1, 2, \dots, s$  jest jednoznacznie określone poprzez zdefiniowanie elementów  ${}^i\alpha(t)$  i  ${}^i\beta(t)$ .

W pracy [A2], habilitant zdefiniował trzy typy podzadań:

- Minimalizacja energii sterowania

$$\begin{aligned} {}^i\alpha(t) &= u^T(t)\sigma(t)u(t), \\ {}^i\beta(t) &= \sigma(t)u(t), \end{aligned}$$

gdzie  $\sigma(t)$  pozwala ważyć wpływ poszczególnych składowych sterowania.

- Minimalizacja zmiennej stanu (zmiennej wyjścia)

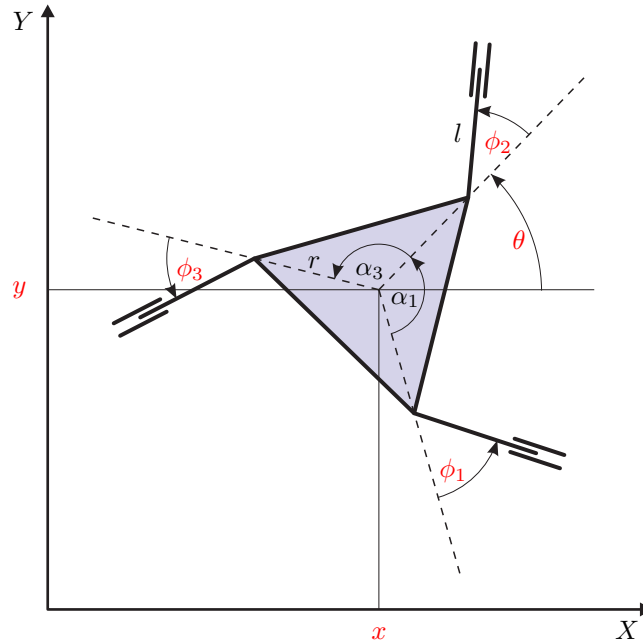
$$\begin{aligned} {}^i\alpha(t) &= x^T(t)\sigma(t)x(t), \\ {}^i\beta(t) &= B^T(t) \int_t^T \Phi^T(s, t)\sigma(s)x(s) ds, \end{aligned}$$

gdzie  $\sigma(t)$  pozwala ważyć wpływ poszczególnych składowych stanu (lub wyjścia).

- Omijanie przeszkód (unikanie osobliwości)

Podzadanie wprowadza funkcję przeszkód  $h(y(t))$  określającą kształt i położenie przeszkód mającą swoje źródło w metodach potencjałowych. Jeśli przeszkody są umieszczone w przestrzeni zadaniowej to jest to zadanie unikania przeszkód. Zdefiniowanie funkcji  $h$  w przestrzeni stanu przyjmuje formę zadania unikania pewnych stanów, na przykład osobliwości, a elementy określone są przez

$$\begin{aligned} {}^i\alpha(t) &= h(y(t)), \\ {}^i\beta(t) &= B^T(t) \int_t^T \Phi^T(s, t)C^T(s) \left( \frac{\partial h(y(s))}{\partial y} \right)^T ds. \end{aligned}$$



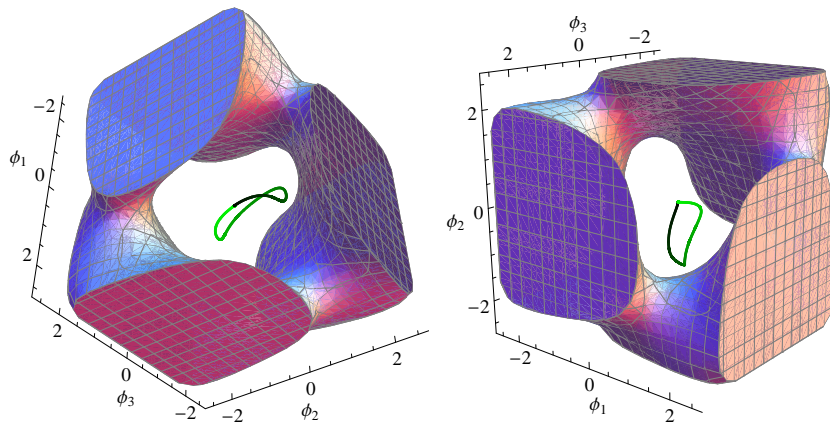
Rysunek 3: Trójkątny smok

W pracy [A7], habilitant wraz ze współautorem rozwiązali zadanie planowania ruchu z unikaniem osobliwości dla modelu trójkątnego smoka przedstawionego na rysunku 3.

Model dynamiki trójkątnego smoka przyjmuje postać afinicznego układu sterowania (z dryfem), który po wprowadzeniu częściowo linearyzującego sprzężenia zwrotnego zapisujemy w postaci

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \\ \dot{\phi}_3 \\ \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\sin(\alpha_1+\phi_1)}{l} & -\frac{\cos(\alpha_1+\phi_1)}{l} & -1 - \frac{r \cos(\phi_1)}{l} \\ \frac{\sin(\alpha_2+\phi_2)}{l} & -\frac{\cos(\alpha_2+\phi_2)}{l} & -1 - \frac{r \cos(\phi_2)}{l} \\ \frac{\sin(\alpha_3+\phi_3)}{l} & -\frac{\cos(\alpha_3+\phi_3)}{l} & -1 - \frac{r \cos(\phi_3)}{l} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \nu \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1(\theta) \\ \mathbf{G}_2(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} \nu \\ \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Częściowo linearyzujące sprzężenie zwrotne jest dobrze zdefiniowane dopóki macierz  $\mathbf{G}_2(\phi)$  jest nieosobliwa. Zaproponowany w [A7] algorytm planuje ruch układu w sposób unikający osobliwości wspomnianej macierzy. Rysunek 4 przedstawia ruch w przestrzeni przegubowej. Widać, że zarówno algorytm egalitarny jak i z priorytetami planuje ruch, którego trajektoria nie przecina hiperpowierzchni reprezentujących osobliwości.

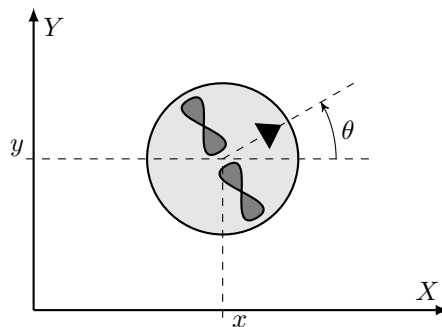


Rysunek 4: Ruch trójkątnego smoka w przestrzeni przegubowej; algorytm egalitarny po lewej, z priorytetami po prawej

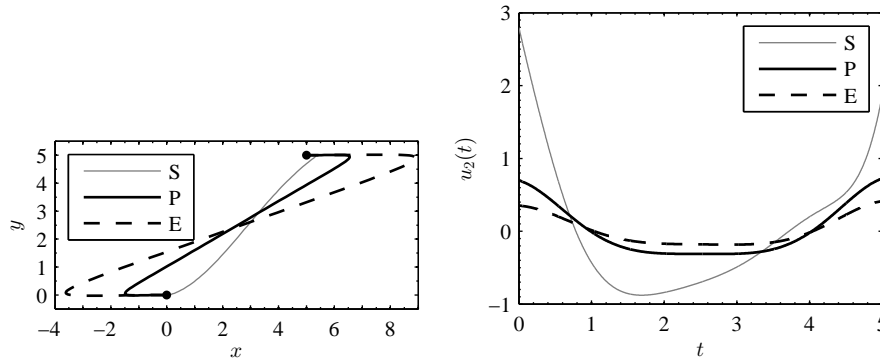
Zdecydowanie więcej analizy porównawczej algorytmu egalitarnego z algorytmem z priorytetami dostarcza praca [A2]. Tutaj, symulacje były prowadzone dla modelu dynamiki poduszkowca określonej układem równań różniczkowych

$$\begin{cases} \dot{x} = \nu_u \cos \theta - \nu_v \sin \theta, \\ \dot{y} = \nu_u \sin \theta + \nu_v \cos \theta, \\ \dot{\theta} = \nu_r, \\ \dot{\nu}_u = \nu_v \nu_r + u_u, \\ \dot{\nu}_v = -\nu_u \nu_r, \\ \dot{\nu}_r = u_r, \end{cases}$$

którego schemat zawiera rysunek 5. Analiza była prowadzona dla algorytmu egalitarnego (oznaczanego na kolejnych rysunkach poprzez „E”) dla algorytmu z priorytetami (oznaczenie „P”) oraz dla porównania zamieszczono również wynik działania algorytmu bez dodatkowego zadania. Aby porównanie było możliwe, za każdym razem planowany jest jednakowy ruch, z konkretnym zadaniem dodatkowym. W pierwszej kolejności w [A2] badane jest planowanie ruchu z minimalizacją energii sterowania  $u_2(t)$ . Rysunek 6 wskazuje, że użycie zarówno algorytmu egalitarnego jak i algorytmu z priorytetami skutkuje istotnym zmniejszeniem energii sterowania względem rozwiązania uzyskanego algorytmem bez zadania dodatkowego.

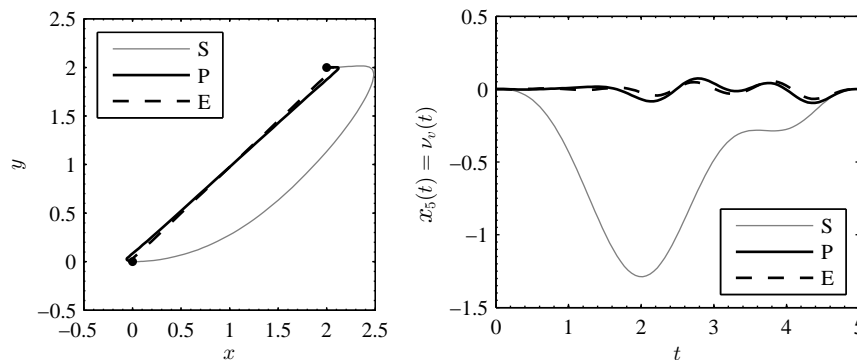


Rysunek 5: Poduszkowiec



Rysunek 6: Porównanie algorytmów, minimalizacja energii sterowania; ścieżka ruchu po lewej, trajektoria sterowania po prawej

Następnie w [A2], przeprowadzono badania algorytmów z podzadaniem polegającym na minimalizacji zmiennej stanu  $x_5(t)$  czyli prędkości poprzecznej. Zatem, uzyskane sterowanie powinno wywierać ruch układu w sposób wykorzystujący jedynie ruch na wprost oraz obrót wokół własnej osi. Posiłkując się rysunkiem 7, można zaobserwować, że oba algorytmy z dodat-



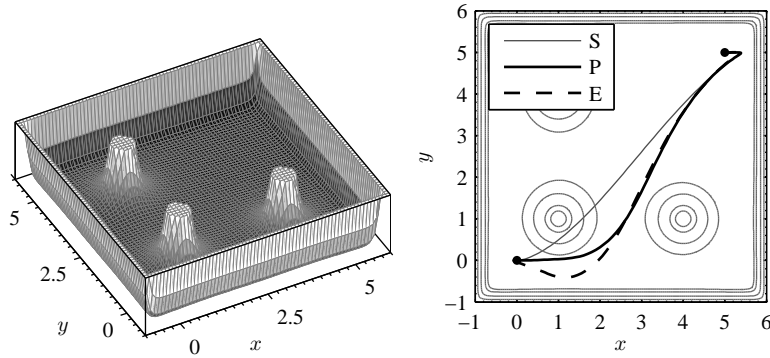
Rysunek 7: Porównanie algorytmów, minimalizacja zmiennych stanu; ścieżka ruchu po lewej, trajektoria stanu po prawej

kowymi zadaniami z powodzeniem realizują zadanie. Rzeczywiście ruch układu w minimalnym stopniu wykorzystuje prędkość poprzeczną, czego nie można powiedzieć o wyniku uzyskanym z algorytmu bez zadania dodatkowego. Wyniki zwrócone przez algorytm egalitarny z algorytmem z priorytetami są bardzo podobne.

Ostatnim badanym podzadaniem w [A2], jest zadanie unikanie przeszkód. W tym celu została zaproponowana, w oparciu o ideę pól potencjałów, funkcja przeszkód postaci

$$h(y) = \sum_i \frac{m_i}{\|y - y_{o_i}\|^2} + \left\| \exp((y - y_c)^2 - (y_d/2)^2) \right\|^2,$$

gdzie operacja  $y^2$  oznacza potęgowanie po elementach wektora,  $i = 1, 2, 3$  są numerami punktowych przeszkód określonych przez ich masę (promień)  $m_i$  i pozycjach  $y_{o_i}$ . Składnik  $y_c$  określa środek, a  $y_d$  szerokość wzdłuż współrzędnych prostokąta ograniczającego ruch. Rysunek 8 przedstawia funkcję przeszkód. Ponadto, rysunek 8 zawiera rozwiązanie zadania planowania ruchu w postaci ścieżki ruchu w przestrzeni zadaniowej w obecności przeszkód. Zauważmy, że algorytmy z zadaniem dodatkowym skutecznie unikają przeszkód, czego nie obserwujemy w wyniku otrzymanym z algorytmu bez zadania dodatkowego.



Rysunek 8: Porównanie algorytmów, zadanie omijania przeszkód; funkcja przeszkód po lewej, ścieżka ruchu po prawej

Ponadto, praca [A2] zawiera analizę aspektów numerycznych związanych z implementacją jacobianowych algorytmów planowania ruchu. Te kwestie zostaną poruszone w późniejszym rozdziale.

#### 4.3.4.3 Algorytm reprodukcji i śledzenia trajektorii

Habilitant w pracy [A3] wprowadza nowy algorytm planowania ruchu nazwany algorytmem reprodukcji trajektorii (bądź śledzenia trajektorii). Główne novum polega na zaproponowaniu definicji problemu reprodukcji (śledzenia) trajektorii jako zadania polegającego na znalezieniu funkcji sterującej  $u(\cdot) \in \mathcal{U}$ , która przyłożona do układu (1) będzie przeprowadzała układ w sposób minimalizujący różnicę pomiędzy trajektorią wyjścia  $y(t)$  a trajektorią zadaną  $y_d(t)$ . Odróżnia się dwa warianty tego problemu [A3, Remark 1]. Jeśli punkt początkowy układu (1)  $y(0) = k(x_0)$  pokrywa się z początkowym punktem trajektorii zadanej  $y(0) = y_d(0)$  oraz gdy zadana trajektoria  $y_d(t)$  jest dopuszczalna, to zadane jest zadaniem reprodukcji trajektorii. Jeśli co najmniej jeden z powyższych warunków jest niespełniony to zadanie jest zadaniem śledzenia trajektorii. Nakreślona definicję zadania przedstawimy w postaci zadania optymalizacji

$$\min_{u(\cdot)} \|y(\cdot) - y_d(\cdot)\|^2 = \min_{u(\cdot)} \|k(\varphi_{x_0,t}(u(\cdot))) - y_d(t)\|^2,$$

która prowadzi do nowego odwzorowania końcowego postaci  $K_{x_0,T}^1: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}$  zdefiniowanego jako

$$K_{x_0,T}^1(u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^T (y(t) - y_d(t))^T W(t) (y(t) - y_d(t)) dt, \quad (28)$$

gdzie  $W(t) = \text{diag}\{w_1(t), w_2(t), \dots, w_r(t)\}$ ,  $w_i(t) > 0$  jest diagonalną macierzą wag. Alternatywnie, odwzorowanie końcowe (28) definiujemy w postaci wektora czyli  $K_{x_0,T}^2: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^r$ . Wówczas jawna postać odwzorowania przyjmuje formę

$$K_{x_0,T}^2(u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^T W(t) \begin{pmatrix} (y_1(t) - y_{1d}(t))^2 \\ (y_2(t) - y_{2d}(t))^2 \\ \vdots \\ (y_r(t) - y_{rd}(t))^2 \end{pmatrix} dt,$$

gdzie znów  $W(t)$  oznacza macierz wag. Obie powyższe formy odwzorowania końcowego mogą zostać zapisane w ogólnej postaci

$$\mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot)) = \int_0^T F(y(t)) dt = \int_0^T F(k(x(t))) dt, \quad (29)$$

która ułatwi wyprowadzenie jacobianu zadania poprzez zróżniczkowanie odwzorowania (29)

$$\begin{aligned} \mathbb{J}_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) &= \mathcal{D}\mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot)) = \left. \frac{d}{d\delta} \right|_{\delta=0} \mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot) + \delta v(\cdot)) = \\ & \left. \frac{d}{d\delta} \right|_{\delta=0} \int_0^T F(k(\varphi_{x_0,t}(u(\cdot) + \delta v(\cdot)))) dt = \int_0^T \frac{\partial F(y(t))}{\partial y} \mathcal{D}k(\varphi_{x_0,t}(u(\cdot))v(\cdot)) dt. \end{aligned} \quad (30)$$

Następnie wstawiając (4) do (30) otrzymujemy poszukiwaną zależność

$$\mathbb{J}_{q_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \int_0^T \frac{\partial F(y(t))}{\partial y} J_{q_0,t}(u(\cdot))v(\cdot) dt.$$

W dalszym stopniu postępuje się analogicznie do jacobianowego algorytmu właściwego planowania ruchu. Zakładając ewolucję wzdłuż  $\vartheta$  i projektując eksponencjalną zbieżność błędu jak w (11) otrzymujemy równanie Ważewskiego-Dawidenki, które rozwiązujemy stosując wyprowadzoną w [A3] odwrotność jacobianu (30)

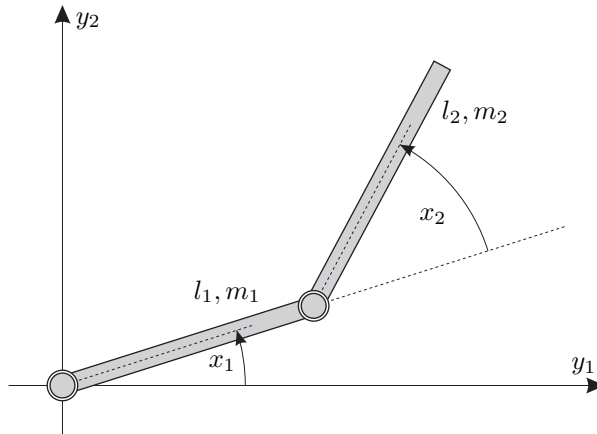
$$\left( \mathbb{J}_{x_0,T}^\#(u_{\vartheta}(\cdot))\eta \right) (t) = \frac{\alpha(t)}{\|\alpha(\cdot)\|^2} \eta,$$

gdzie

$$\alpha(t) = B^T(t) \int_t^T \Phi(s,t) \left( \frac{\partial F(y(t))}{\partial y} \right)^T ds.$$

Zaproponowane przez habilitanta w pracy [A3] zadanie reprodukcji (śledzenia) trajektorii zostało zobrazowane trzema przykładami symulacji numerycznych. Model planarnego dwuwahadła z nienapędzonym drugim przegubem (oznaczany  $R\bar{R}$ ) przedstawiony na rysunku 9, którego dynamikę, po wprowadzeniu częściowo linearyzującego sprzężenia zwrotnego wyraża układ

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)u = \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \\ 0 \\ -[N_{21} \ N_{22}]M_{22}^{-1} \begin{pmatrix} x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -M_{21}M_{22}^{-1} \end{pmatrix} u, \\ y = k(x) = \begin{pmatrix} l_1 \cos x_1 + l_2 \cos(x_1+x_2) \\ l_1 \sin x_1 + l_2 \sin(x_1+x_2) \end{pmatrix}, \end{cases}$$



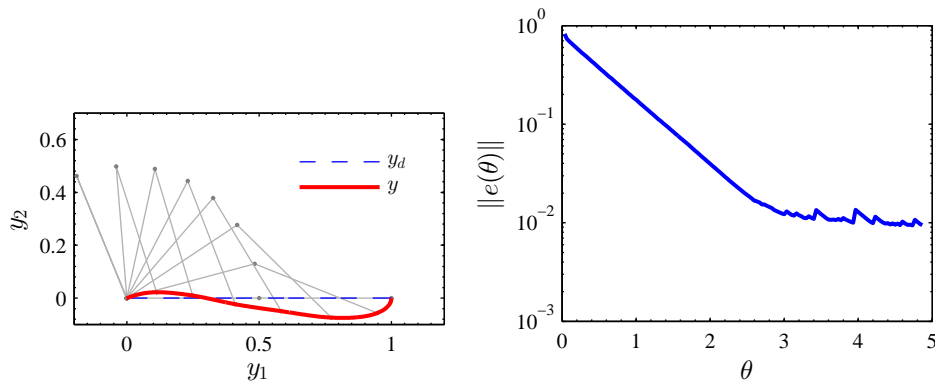
Rysunek 9: Manipulator  $R\bar{R}$

gdzie

$$M(x) = \begin{bmatrix} m_2 l_1 l_2 \cos x_2 + m_2 l_1^2 + \frac{m_2(l_1^2 + l_2^2)}{3} & \frac{l_1 l_2 m_2 \cos x_2}{2} + \frac{l_2^2 m_2}{3} \\ \frac{l_1 l_2 m_2 \cos x_2}{2} + \frac{l_2^2 m_2}{3} & \frac{l_2^2 m_2}{3} \end{bmatrix},$$

$$N(x) = \begin{bmatrix} -\frac{m_2 l_1 l_2 x_4 \sin x_2}{2} & -\frac{m_2 l_1 l_2 (x_3 + x_4) \sin x_2}{2} \\ \frac{m_2 l_1 l_2 x_3 \sin x_2}{2} & 0 \end{bmatrix},$$

są odpowiednio macierzą inercji i macierzą oddziaływań odśrodkowych i Coriolisa manipulatora  $R\bar{R}$ , wykorzystano do przedstawienia zadania śledzenia trajektorii niedopuszczalnej. Problem polegał na odtworzeniu linii prostej w przestrzeni zadaniowej przez manipulator z pasywnym przegubem. Jak można zauważyć na rysunku 10 manipulator odtwarza trajektorię możliwie



Rysunek 10: Śledzenie trajektorii manipulatora  $R\bar{R}$ ; Ścieżka ruchu w przestrzeni zadaniowej po lewej, błąd śledzenia po prawej

blisko. Z wykresu zbieżności widać, że pomimo dalszej ewolucji wzdłuż  $\vartheta$  błąd śledzenia nasycy się na ustalonej wartości. Nie jest możliwe dalsze zmniejszanie wartości błęd, ponieważ zadana trajektoria jest niedopuszczalna.

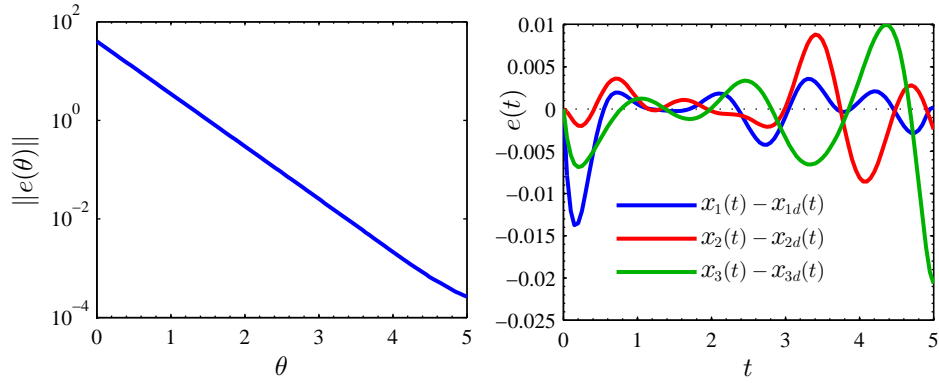
Zadanie reprodukcji trajektorii zostało również przedstawione przy pomocy modelu monocykla (19). Tym razem zadana trajektoria jest dopuszczalna oraz układ w chwili początkowej, stoi na trajektorii  $y(0) = y_d(0)$ . Wówczas, uzyskuje się rozwiązanie dokładne, którego dokładność uwarunkowana jest jedynie poprzez dokładność prowadzonych obliczeń numerycznych. Zbieżność algorytmu wzdłuż  $\vartheta$  przedstawia rysunek 11. Tym razem obserwujemy, że błąd reprodukcji trajektorii wyrażony przez (28) zmniejsza się wraz ze wzrostem  $\vartheta$ . Wynikowa amplituda błędów (różnic elementów stanu bieżącego i stanu zadanego) mieści się w granicach  $\pm 0.02$  jednostek.

Trzecia symulacja przedstawia zadanie śledzenia trajektorii dopuszczalnej przez układ monocykla, który w chwili początkowej nie stoi na trajektorii zadanej  $y(0) \neq y_d(0)$ . Obserwując rysunek 12, wnioskujemy, że układ monocykla po krótkiej chwili dociera do trajektorii zadanej i ją prawidłowo realizuje. Błąd śledzenia do końca ruchu utrzymywany jest na zadowalająco niskim poziomie.

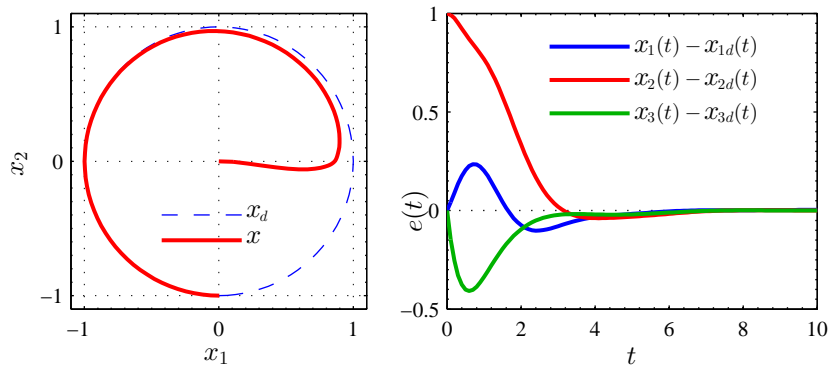
Wyniki przedstawione przez habilitanta w pracy [A3] wskazują również na fakt, że odpowiednie skonstruowanie algorytmów w ramach podejścia endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej umożliwia ich stosowanie niezależnie od obiektu sterowania.

#### 4.3.4.4 Algorytm planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu

Pewnym mankamentem algorytmów planowania ruchu układów nieholonomicznych zbudowanych w oparciu o ideę endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej jest konieczność sprecyzowania



Rysunek 11: Reprodukacja trajektorii monocykla; zbieżność algorytmu po lewej, błędy reprodukcji trajektorii po prawej



Rysunek 12: Śledzenie trajektorii monocykla; Ścieżka ruchu w przestrzeni zadaniowej po lewej, błąd śledzenia po prawej

wartości horyzontu czasu ruchu. Układ ma dokładnie w czasie  $t \in [0, T]$  dotrzeć do położenia zadanego. W przypadku, gdy nie są znane dopuszczalne wartości sterowań, czy prędkości ruchu trudno dokonać wyboru konkretnej wartości  $T$ . Habilitant w pracy [A1] zaproponował algorytm planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu. Wciąż poszukuje się funkcji sterującej, która przeprowadza układ z podanego położenia początkowego do docelowego położenia zadanego, ale w czasie  $t_k < T$  krótszym od  $T$ . Zatem sprowadza się to do zadania minimalizacji kryterium

$$\min_{u(\cdot)} \int_0^T H(y(t) - y_d) dt, \quad (31)$$

z pewną funkcją  $H(y(t) - y_d)$ . Zauważmy, że z uwagi na nierówność  $y(0) \neq y_d$  wartość całki w (31) w ogólności będzie różna od zera. Stosując jednak pewne podejście praktyczne i odpowiednio projektując funkcję  $H(y(t) - y_d)$ , będziemy oczekiwać, że gdy wartość (31) jest bliska zeru to  $y(t_k) \approx y_d$ .

W celu rozwiązania zadania planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu w [A1] zaproponowano odwzorowanie końcowe  $\mathbb{K}_{x_0, T}: \mathcal{U} \rightarrow \mathbb{R}^r$  w postaci

$$\mathbb{K}_{x_0, T}(u(\cdot)) = \int_0^T H(y(t)) dt, \quad H: \mathbb{R}^r \rightarrow \mathbb{R}^r, \quad H(y) = \begin{bmatrix} h_1(y) \\ h_2(y) \\ \vdots \\ h_r(y) \end{bmatrix}. \quad (32)$$



Następnie, postępując analogicznie do poprzednich algorytmów jacobian zadania planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu uzyskuje się poprzez zróżniczkowanie odwzorowania (32). Zgodnie z [A1] mamy

$$\begin{aligned} \mathbb{J}_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) &= \mathcal{D}\mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot))v(\cdot) = \\ &= \frac{d}{d\alpha} \bigg|_{\alpha=0} \mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot) + \alpha v(\cdot)) = \frac{d}{d\alpha} \bigg|_{\alpha=0} \int_0^T H(K_{x_0,t}(u(\cdot)) - y_d) dt = \\ &= \int_0^T \frac{\partial H(y(t))}{\partial y} C(t) \underbrace{\int_0^t \Phi(t,s) B(s) v(s) ds}_{J_{x_0,t}(u(\cdot))v(\cdot)} ds dt. \end{aligned} \quad (33)$$

Zauważmy, że pod całką pojawia się jacobian  $J_{x_0,t}(u(\cdot))v(\cdot)$  chwilowy, związany z odwzorowaniem chwilowym  $K_{x_0,t}(u(\cdot)) = y(t) = k(\varphi_{x_0,t}(u(\cdot)))$ , zdefiniowanym analogicznie do (3) ale tym razem w indeksach są zależności od  $t$  zamiast od  $T$ .

Mając określony jacobian (33) przystępujemy do konstrukcji algorytmu planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu. Jako błąd w algorytmie przyjmujemy  $e(\vartheta) = \mathbb{K}_{x_0,T}(u(\cdot))$ . Podobnie jak poprzednio zakładamy eksponencjalną zbieżność błędu (11) i w efekcie otrzymujemy równanie Ważewskiego-Dawidenki. Stosując pseudoodwrotność jacobianu (33) [A1, dodatek A] otrzymujemy równanie różniczkowe algorytmu planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu w postaci

$$\frac{du_\vartheta(t)}{d\vartheta} = -\gamma \left( \mathbb{J}_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot))e_\vartheta(T) \right) (t) = B^T(t)M^T(t)P^{-1}(T)e_\vartheta(T), \quad (34)$$

którego rozwiązaniem jest granica  $u^*(t) = \lim_{\vartheta \rightarrow \infty} u_\vartheta(t)$  wynikowej trajektorii (34). Odwrotność jacobianu w (34) definiujemy jako [A1]

$$\left( \mathbb{J}_{x_0,T}^\#(u_\vartheta(\cdot))\eta \right) (t) = B^T(t)M^T(t)P^{-1}(T)\eta,$$

gdzie macierz  $M(t)$  wyznacza się z równania różniczkowego

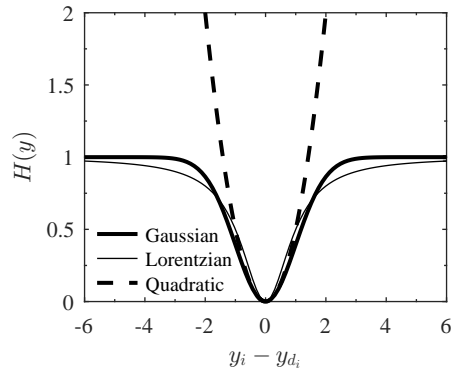
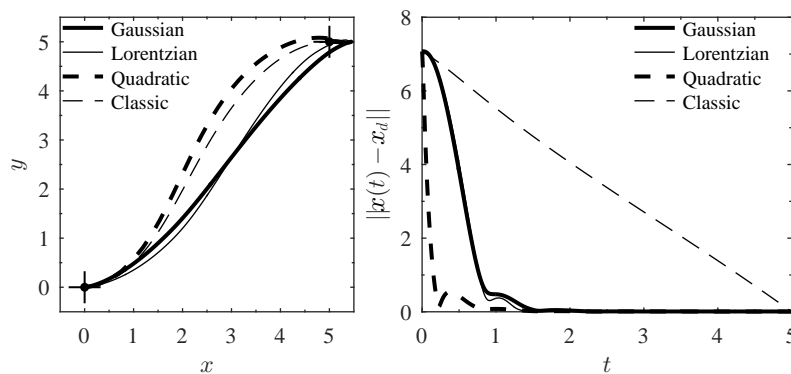
$$\dot{M}(t) = -\frac{\partial H(y(t))}{\partial y} - M(t)A(t),$$

z warunkiem początkowym  $M(T) = 0$ , a macierz  $P(T)$  jest rozwiązaniem równania różniczkowego

$$\dot{P}(t) = M(t)B(t)B^T(t)M^T(t),$$

również z zerowym warunkiem początkowym  $P(0) = 0$ .

Habilitant w pracy [A1] zaproponował trzy postacie funkcji  $H(y(t))$ : funkcja Gaussa (Gaussian) postaci  $h_i(y) = 1 - e^{-\frac{(y_i - y_{d_i})^2}{2\sigma^2}}$ , funkcja Lorentza (Lorentzian) postaci  $h_i(y) = 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (y_i - y_{d_i})^2}$  oraz funkcja kwadratowa (Quadratic) postaci  $h_i(y) = \frac{1}{2}(y_i - y_{d_i})^2$ , których przebiegi przedstawia rysunek 13. W pracy [A1] wykorzystano model monocykla (19). Zbadano działanie wszystkich trzech funkcji  $H(y(t))$  oraz dla porównania zamieszczono również wynik właściwego (Classic) planowania ruchu (bez wcześniejszego osiągnięcia celu) określonego algorytmem (13) z pseudoodwrotnością (14). Rysunek 14 przedstawia wyniki symulacji algorytmu planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu. Z lewej jego strony obserwujemy, że wszystkie badane

Rysunek 13: Trzy postacie funkcji  $H(y)$ 

Rysunek 14: Planowanie ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu; Ścieżka ruchu w przestrzeni zadaniowej po lewej, błąd planowania ruchu względem czasu po prawej

algorytmy prawidłowo rozwiązują zadanie i doprowadzają układ do zadanego położenia końcowego. Prawa strona rysunku 14 przedstawia normę błęd planowania ruchu względem czasu ruchu. Widać, że klasyczny algorytm (bez wcześniejszego osiągnięcia celu) wykorzystuje cały horyzont czasu na rozwiązanie zadania. Odmiennie, algorytmy z wcześniejszym osiągnięciem celu docierają dostatecznie blisko położenia zadanego w zdecydowanie krótszym czasie.

#### 4.3.5 Aspekty numeryczne

Wyznaczanie rozwiązania zadania planowania ruchu korzystając z jacobianowych algorytmów osadzonych w idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej jest wymagającym zagadnieniem. Głównie z uwagi na fakt, że równanie różniczkowe algorytmu jest równaniem różniczkowym funkcyjnym (pewnym szczególnym przypadkiem równania różniczkowego cząstkowego). Zauważmy, że w równaniu algorytmu postaci (13) pojawiają się dwie zmienne niezależne:  $t$  związana z czasem ruchu oraz  $\vartheta$  związana z homotopią (ewolucją rozwiązania zadania planowania). Zwykle, od początku powstania metody endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej kwestia zależności od  $t$  była rozwiązywana poprzez wykorzystanie parametryzacji funkcji sterującej pewnym, skończonym szeregiem funkcji ortogonalnych postaci

$$u_\lambda(t) = P(t)\lambda, \quad (35)$$

gdzie  $\lambda \in \mathbb{R}^s$  jest wektorem parametrów funkcji sterującej, a  $P(t)$  jest blokowo–diagonalną macierzą funkcji bazowych rozmiaru  $m \times s$

$$P(t) = \begin{bmatrix} P_1(t) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_2(t) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_m(t) \end{bmatrix},$$

złożoną z zestawu macierzy wierszowych postaci

$$P_i(t) = [\psi_{i1}(t) \quad \psi_{i2}(t) \quad \dots \quad \psi_{is_i}(t)],$$

gdzie  $\psi_{ij}(t)$  jest  $j$ -tym elementem bazy ortogonalnej związanym z  $i$ -tym sterowaniem. Zabieg parametryzacji umożliwia sprowadzenie problemu z nieskończone wymiarowej przestrzeni Hilberta do przestrzeni euklidesowej wymiaru  $s$ . Wszystkie jacobiany przestają być operatorami liniowymi z przestrzeni Hilberta do przestrzeni zadaniowej (euklidesowej), a stają się macierzami przekształcającymi pomiędzy przestrzeniami euklidesowymi. Choć opisywane podejście jest efektywne to otrzymywane rozwiązania zadania planowania ruchu są mocno nacechowane wyborem konkretnej postaci i liczby ortogonalnych funkcji bazowych.

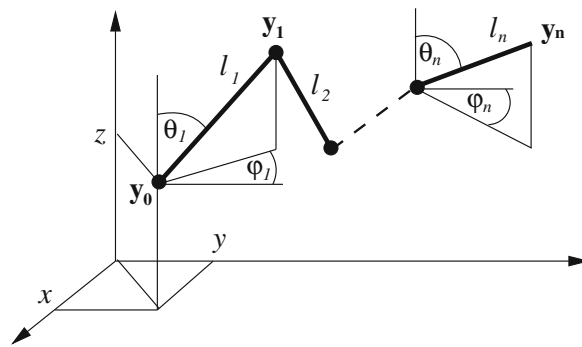
Drugi problem rozwiązywania równania algorytmu (13) związany jest z drugą zmienną niezależną  $\vartheta$ . Oryginalnie, używając metody endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej korzystało się ze stałokrokowych metod pierwszego rzędu (metod Eulera) rozwiązywania równań różniczkowych. Niewątpliwą zaletą tego podejścia jest szybkość obliczeń, niestety jak powszechnie wiadomo metody stałokrokowe charakteryzują się niedokładnością obliczeń i brakiem kontroli tej dokładności.

W toku badań naukowych, wspartych wiedzą zdobytą dzięki prowadzeniu zajęć dydaktycznych z zakresu metod obliczeń numerycznych habilitant zaproponował rozwiązania obu nakreślonych powyżej problemów.

Pierwsze dyskusje związane z eliminowaniem parametryzacji sterowania pojawiają ją się w pracy habilitanta i współautora [A7] oraz pracy spoza cyklu [C1]. Istotne rozwinięcie tej dyskusji, oraz analiza kwestii wykorzystanie metod całkowania równań różniczkowych wyższych rzędów stanowi praca [A4].

W szczególności, w pracy [A4] wykazano, że dla dostatecznie dużej liczby parametrów sterowania  $s$ , parametryczny wariant pseudoodwrotności jacobianu i jej nieparametryczny odpowiednik są zbieżne. Zatem, w przypadku gdy  $s \rightarrow \infty$ , funkcja sterująca otrzymana w wyniku algorytmu planowania ruchu jest taka sama zarówno dla algorytmu, w którym wykorzystywana jest parametryzacja jak i algorytmu bez parametryzacji. O ile idea algorytmu parametrycznego współgra z metodą Ritza-Galerkina, o tyle mechanizm algorytmu nieparametrycznego odpowiada metodom wykorzystującym elementy skończone. Zatem, „de facto” obie metody wykorzystują swego rodzaju parametryzację. Pierwsza z nich jawnie parametryzuje funkcję sterującą przy pomocy skończonego szeregu funkcji ortogonalnych. Druga niejawnie wprowadza parametryzację w postaci dyskretnych punktów w dziedzinie czasu. W wynikach prezentowanych w pracach habilitanta, proces dyskretyzacji był przeprowadzany przy pomocy metod wbudowanych w środowiska matematyczne. Dzięki temu, skalujemy gęstość próbkowania w zależności od wymaganej dokładności, a rozkład gęstości nie musi być stały w dziedzinie  $t \in [0, T]$ .

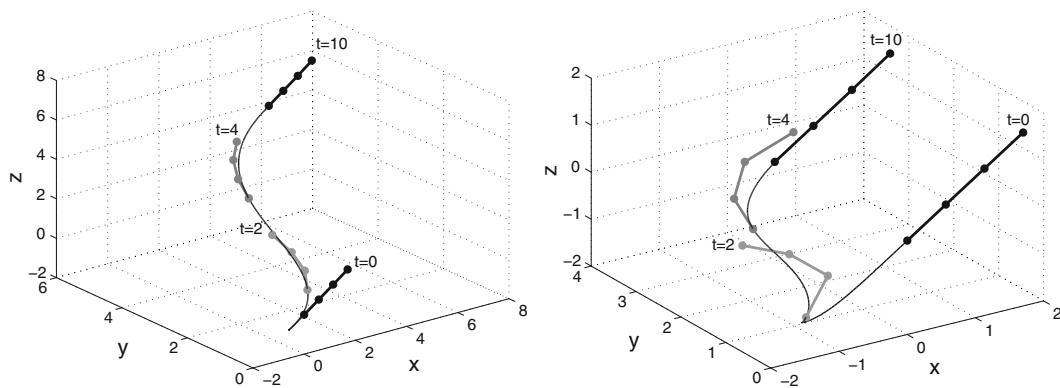
W pracy [A6], habilitant wraz ze współautorem wykorzystali podejście nieparametrycznego algorytmu planowania ruchu do rozwiązania zadania planowania ruchu dla wielobelkowego



Rysunek 15: Wielobelkowy układ kinematyczny

układu kinematycznego przedstawionego schematycznie na rysunku 15, będącego pewnego rodzaju trójwymiarowym uogólnieniem nieholonomicznych wieloprzyczepowych (wieloprzegubowych) robotów mobilnych. Analiza i badania tego modelu wskazały, że dobór odpowiednich funkcji bazowych do rozwiązania zadania jest trudny, a zastosowanie wersji nieparametrycznej zwalnia z tego wyboru i prawidłowo rozwiązuje zadanie, którego wynik przedstawia rysunek 16. Zauważmy, że niezależnie od punktu końcowego, zadanie planowania ruchu jest rozwiązane prawidłowo.

Wynik przedstawiony w pracy [A6] prezentuje w działaniu algorytm nieparametryczny. Natomiast praca [A4] w całości poświęcona jest porównaniu podejścia parametrycznego i nieparametrycznego oraz aspektom implementacyjnym związanym z metodami całkowania wyższych rzędów. W szczególności, praca [A4] porządkuje obliczenia niezbędne do rozwiązania funkcyjnego równania różniczkowego algorytmu planowania ruchu (13). W celu otrzymania poszukiwanej



Rysunek 16: Dwa zadania planowania ruchu wielobelkowego układu kinematycznego dla różnych konfiguracji docelowych

funkcji sterującej należy rozwiązać układ równań różniczkowo–algebraicznych postaci

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_{\vartheta}(t)}{dt} = G(x_{\vartheta}(t))u_{\vartheta}(t), \end{array} \right. \quad (36)$$

$$\frac{d\Phi_{\vartheta}(T, t)}{dt} = -\Phi_{\vartheta}(T, t)A_{\vartheta}(t), \quad (37)$$

$$\frac{dM_{\vartheta}(t)}{dt} = B_{\vartheta}(t)B_{\vartheta}^T(t) + A_{\vartheta}(t)M_{\vartheta}(t) + M_{\vartheta}(t)A_{\vartheta}^T(t), \quad (38)$$

$$\frac{du_{\vartheta}(t)}{d\vartheta} = -\gamma B_{\vartheta}^T(t)\Phi_{\vartheta}^T(T, t)C_{\vartheta}^T(T) \left( C_{\vartheta}(T)M_{\vartheta}(T)C_{\vartheta}^T(T) \right)^{-1} e(\vartheta), \quad (39)$$

$$A_{\vartheta}(t) = \frac{\partial(G(x_{\vartheta}(t))u_{\vartheta}(t))}{\partial x}, \quad B_{\vartheta}(t) = G(x_{\vartheta}(t)), \quad C_{\vartheta}(t) = \frac{\partial k(x_{\vartheta}(t))}{\partial x}, \quad (40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e(\vartheta) = y_{\vartheta}(T) - y_d = k(x_{\vartheta}(T)) - y_d, \end{array} \right. \quad (41)$$

Z warunkami brzegowymi  $x_{\vartheta}(0) = x_0$ ,  $\Phi_{\vartheta}(T, T) = I_n$ ,  $M_{\vartheta}(0) = 0$  i arbitralną początkową funkcją sterującą  $u_0(t)$ . Zauważamy, że w równaniach (36)–(41) indeks  $(\cdot)_{\vartheta}$  oznacza zależność od trajektorii  $x_{\vartheta}(\cdot)$  wynikającej z przyłożenia do układu bieżącej funkcji sterującej  $u_{\vartheta}(\cdot)$ . Układ równań (36)–(41) należy rozwiązywać następująco: dla ustalonego sterowania  $u_{\vartheta}(\cdot)$  wyznaczyć trajektorie (wzdłuż  $t$ ) równań (36)–(38). Następnie, korzystając z tych trajektorii wyznaczyć rozwiązanie równań algebraicznych (40) i (41). Uzyskane wyniki pozwalają wyznaczyć prawą stronę równania różniczkowego (39) zależnego od  $\vartheta$  i przeprowadzić jeden krok całkowania tego równania. Nowo wyznaczone sterowanie, daje początek kolejnej pętli obliczeń. Obliczenia są prowadzone dla zwiększającej się wartości  $\vartheta$ . Zgodnie z teorią rozwiązanie uzyskuje się w  $\vartheta \rightarrow \infty$ . W praktyce obliczenia są zatrzymywane gdy wartość normy błędu  $e(\vartheta)$  zadania planowania ruchu spadnie poniżej założonej dokładności. Autorzy w pracy [A4], nakreślają poniższy pseudokod implementacji algorytmu planowania ruchu

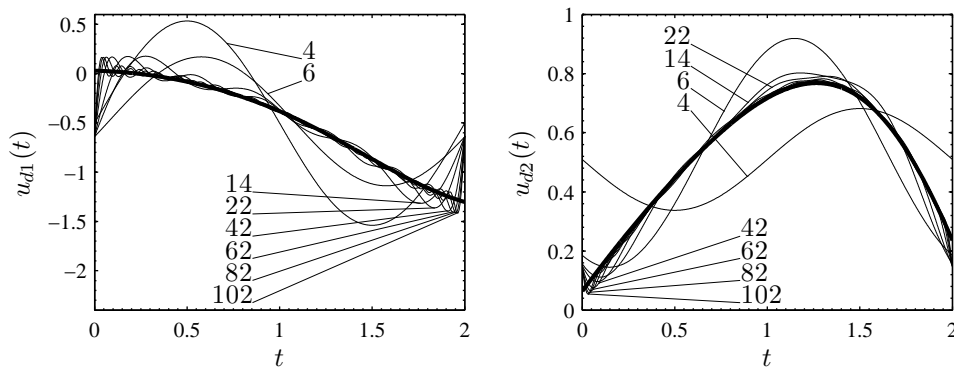
```

READ  $\theta_{\max}$ ,  $u_0(t)$ ,  $h_{\theta, \text{init}}$ ,  $h_{t, \text{init}}$ ,  $T$ ,  $q_0$     % input values
 $h_{\theta} = h_{\theta, \text{init}}$                                 %
 $\theta = 0$                                            % initialization
REPEAT
   $h_t = h_{t, \text{init}}$                                 %
   $t = 0$                                            %
   $q_{\theta}(0) = q_0$                                 % initialization
   $\Phi_{\theta}(T, T) = I_n$                             %
   $M_{\theta}(0) = 0$                                 %
  REPEAT
     $q_{\theta}(t + h_t) = \text{RK45}[t, q_{\theta}(t)]$     % incrementing q
     $\Phi_{\theta}(T, t + h_t) = \text{RK45}[t, \Phi_{\theta}(T, t)]$  % incrementing  $\Phi$ 
     $M_{\theta}(t + h_t) = \text{RK45}[t, M_{\theta}(t)]$     % incrementing M
     $h_t = \text{OPTIMAL-STEP}[t]$                     % correcting step length  $h_t$ , if necessary
     $t = t + h_t$                                 % taking next value of t
  UNTIL  $t \geq T$ 
   $u_{\theta+h_{\theta}}(t) = \text{RK45}[\theta, u_{\theta}(t)]$     % incrementing u
   $h_{\theta} = \text{OPTIMAL-STEP}[\theta]$             % correcting step length  $h_{\theta}$ , if necessary

```

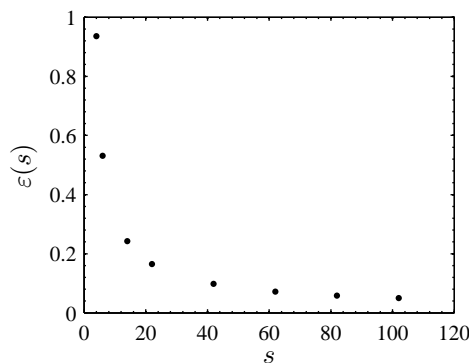


torem w [A4] przeprowadzili analizę wpływu ilości funkcji bazowych na rozwiązanie zadania planowania ruchu. Rysunek 18 przedstawia wynik (otrzymaną funkcję sterującą) algorytmu

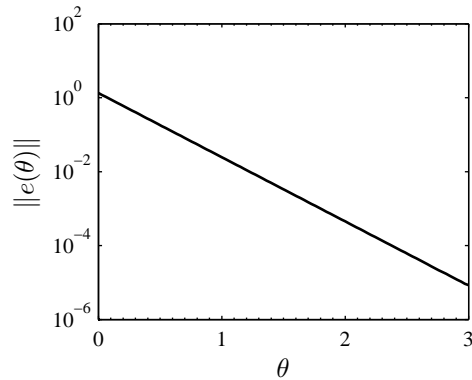


Rysunek 18: Wpływ liczności funkcji bazowych; funkcje sterujące

planowania ruchu dla różnej liczności bazy ortogonalnej. Dla porównania, linią pogrubioną przedstawiono rozwiązanie wariantu nieparametrycznego. W miarę zwiększania ilości funkcji bazowych funkcje sterujące stają się bliższe funkcji otrzymanej z wersji nieparametrycznej. Oczywiście nie stanowią one przybliżenia, w sensie minimalizacji normy średniokwadratowej, ponieważ taka aproksymacja nie gwarantuje rozwiązania zadania planowania ruchu. Ponadto w [A4] zbadano różnice pomiędzy funkcjami sterującymi jako  $\varepsilon(s) = \|u(\cdot) - u_\lambda(\cdot)\|_{L_2}$ , a jej wynik przedstawia rysunek 19. Zgodnie z przewidywaniem, im bardziej liczna baza funkcji ortogonalnych tym rozwiązania wersji parametrycznej stają się bliższe rozwiązaniu uzyskanemu z wersji nieparametrycznej. Prawidłowa organizacja obliczeń oraz wykorzystanie wbudowanych, w środowisko matematyczne, metod całkowania równań różniczkowych zaowocowało uzyskaniem w symulacjach zbieżności algorytmu zgodnie z równaniem (11) (warto nadmienić, że w żadnej z wcześniejszych publikacji dotyczących jacobianowych algorytmów planowania ruchu nie było to możliwe). Rysunek 20 przedstawia zbieżność błędu planowania ruchu w zależności od  $\vartheta$ . W tym przypadku  $\gamma = 4$  co również wynika z rysunku 20. Z chwilą gdy tempo zbieżności pokrywa się z zadaną wartością  $\gamma$  możliwe staje się określenie maksymalnej wartości  $\vartheta_{\max}$  wymaganej do osiągnięcia zadanej dokładności planowania ruchu.



Rysunek 19: Wpływ liczności funkcji bazowych; różnica funkcji sterujących



Rysunek 20: Rozwiązanie algorytmu planowania ruchu zmiennokrokową metodą wyższego rzędu; zbieżność błęd planowania

#### 4.3.6 Ruchy własne układów nieholonomicznych

Opisane w poprzednich rozdziałach różne modyfikacje algorytmów planowania ruchu wskazują, że takie samo zadanie (jednakowe położenie początkowe  $x_0$  i jednakowy punkt docelowy  $y_d$ ) ma wiele rozwiązań i sposobów otrzymania rozwiązania. W efekcie działania różnych algorytmów otrzymuje się różne funkcje sterujące  $u(\cdot)$ , które z kolei są przyczyną różnych trajektorii stanu  $x(\cdot)$  i trajektorii w przestrzeni zadaniowej  $y(\cdot)$ , żeby finalnie (w czasie  $T$ ) osiągnąć jednakowy punkt końcowy  $y_d$ .

Sięgając do podstaw idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej, a w szczególności do wynikających z niej analogii pomiędzy układami holonomicznymi i nieholonomicznymi przyczyną tego typu rzeczy jest redundancja.

W układzie holonomicznym (sztywnym manipulatorze stacjonarnym o otwartym łańcuchu kinematycznym) jednakowy punkt docelowy może zostać osiągnięty nieskończonym zestawem konfiguracji w sytuacji, gdy układ jest redundantny. Istnieje wiele funkcji sterujących (rozumianych tutaj jako wartości zmiennych przegubowych), które ustawiają efektor manipulatora w tym samym położeniu i orientacji.

Stosując analogię na układy nieholonomiczne, jeśli zadane położenie końcowe może zostać osiągnięte różnymi funkcjami sterującymi (a więc również wieloma trajektoriami ruchu) to w układzie jest swoista redundancja nieholonomiczna. Temu aspektowi habilitant poświęcił fragment w monografii [M1, Rozdział 4.3]. Fakt redundancji układów nieholonomicznych pociąga za sobą fakt istnienia ruchów własnych.

Zarys idei ruchów własnych rozpoczniemy od układów holonomicznych. Wykorzystując jacobian układu holonomicznego  $\mathcal{J}(q)$  zapisujemy równanie jednorodne

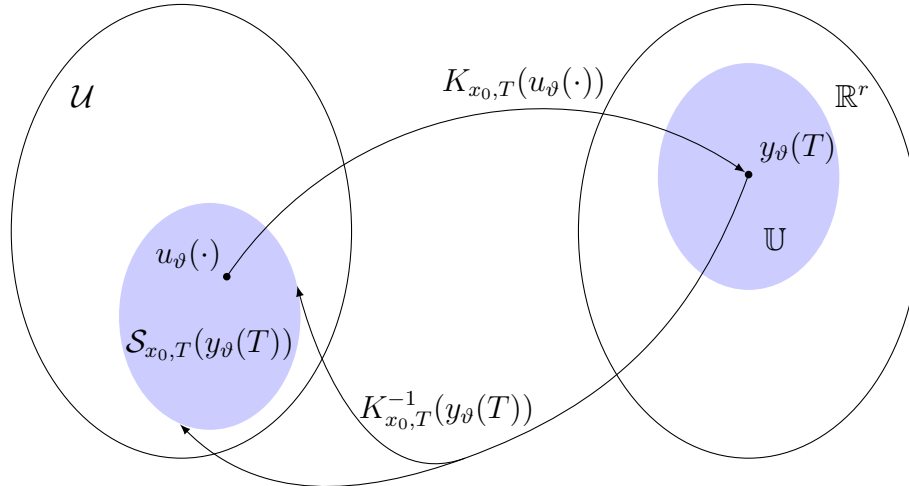
$$\dot{y}(t) = \mathcal{J}(q)\dot{q}(t) = 0.$$

Prędkości  $\dot{q}(t)$ , dla których spełnione jest powyższe równanie są źródłem ruchów własnych. Poruszając się zgodnie z tymi trajektoriami, przemieszczamy manipulator (zmieniamy jego konfigurację, posturę) nie przemieszczając efektora, prędkości w przestrzeni zadaniowej  $\dot{y}(t) = 0$ .

Wykorzystując ideę endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej oraz równanie (5) zapiszmy równanie homogeniczne postaci

$$\eta_{\vartheta}(T) = \frac{dy_{\vartheta}(T)}{d\vartheta} = J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot))v_{\vartheta}(\cdot) = 0,$$





Rysunek 21: Rozmaitość ruchów własnych układu nieholonomicznego

podobnie jak w układach holonomicznych, wszystkie  $v_{\vartheta}(\cdot)$  spełniające równanie będą źródłem ruchów własnych układu nieholonomicznego. Zauważmy, że tym razem ruch własny realizowany jest jako trajektoria ruchu wzdłuż  $t$ , ale jego ewolucja (zmiana na „inną” trajektorię) postępuje wzdłuż  $\vartheta$ .

Nakreślona tutaj krótko idea ruchów własnych w układach nieholonomicznych stała się podstawą do napisania przez habilitanta monografii naukowej [M1]. Dla pewnej kompletności, treść monografii stanowi również pewne autorskie wprowadzenie do idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej oraz do wynikających z niej jakobianowych algorytmów planowania ruchu.

Aspekty teoretyczne ruchów własnych układów nieholonomicznych poruszane są w [M1, Rozdział 5]. Początkowo analizowane jest odwzorowanie końcowe (3), którego odwrotność, w obszarach wolnych od osobliwości  $\mathbb{U}$ , definiuje rozmaitość ruchów własnych

$$\mathcal{S}_{x_0, T}(y_{\vartheta}(T)) = K_{x_0, T}^{-1}(y_{\vartheta}(T)) = \{u_{\vartheta}(\cdot) \in \mathcal{U} \mid K_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot)) = y_{\vartheta}(T)\}.$$

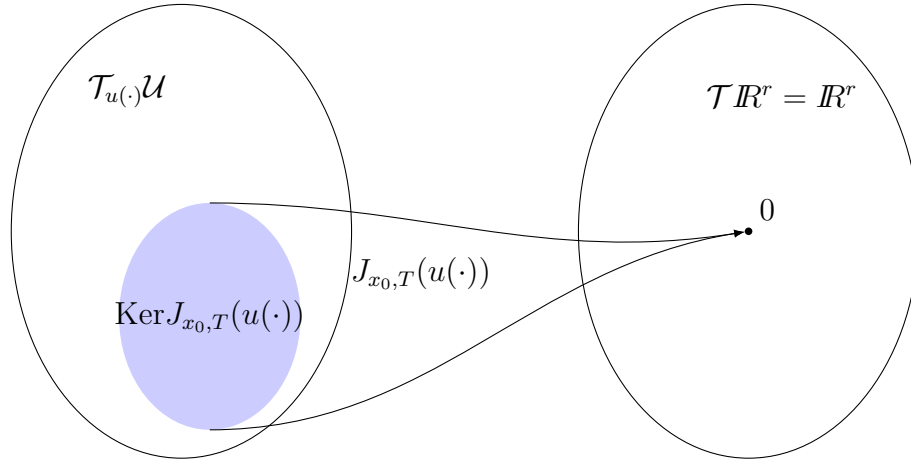
Graficzną interpretację rozmaitości ruchów własnych układu nieholonomicznego przedstawia rysunek 21. Zauważmy, że dowolne sterowanie  $u_{\vartheta}(\cdot)$  należące do  $\mathcal{S}_{x_0, T}(y_{\vartheta}(T))$  przyłożone do układu (1) przeprowadzi je do niezmiennego położenia końcowego  $y_{\vartheta}(T)$ . Poza szczególnymi przypadkami, wyznaczenie odwrotności odwzorowania końcowego (3) dowolnego układu nieholonomicznego jest trudne. Stąd w monografii [M1] zaproponowano podejście korzystające z równania jakobianowego. O ile odwzorowanie końcowe (3) przekształca pomiędzy endogeniczną przestrzenią konfiguracyjną  $\mathcal{U}$  a przestrzenią zadaniową  $\mathbb{R}^r$ , o tyle jakobian (4) (różniczka Gâteaux odwzorowania końcowego) transformuje pomiędzy odpowiadającymi przestrzeniami stycznymi. Zapiszmy raz jeszcze równanie jakobianowe (5) w nieco rozszerzonej formie

$$J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot))v_{\vartheta}(\cdot) = J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot))\frac{du_{\vartheta}(\cdot)}{d\vartheta} = \eta_{\vartheta}(T) = \frac{dy_{\vartheta}(T)}{d\vartheta},$$

Zauważmy, że jeśli sterowanie  $u_{\vartheta}(\cdot)$  należy do rozmaitości ruchów własnych  $\mathcal{S}_{x_0, T}(y_{\vartheta}(T))$  to  $y_{\vartheta}(T) = \text{const.}$ , co prowadzi do równania jednorodnego

$$J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot))v_{\vartheta}(\cdot) = 0. \quad (43)$$

Wszystkie wariacje sterowania  $v_{\vartheta}(\cdot)$  spełniające powyższe równanie będą styczne do rozmaitości ruchów własnych. Zatem będą modyfikować bieżące (w ustalonym punkcie  $\vartheta$ ) sterowanie  $u_{\vartheta}(\cdot)$ .



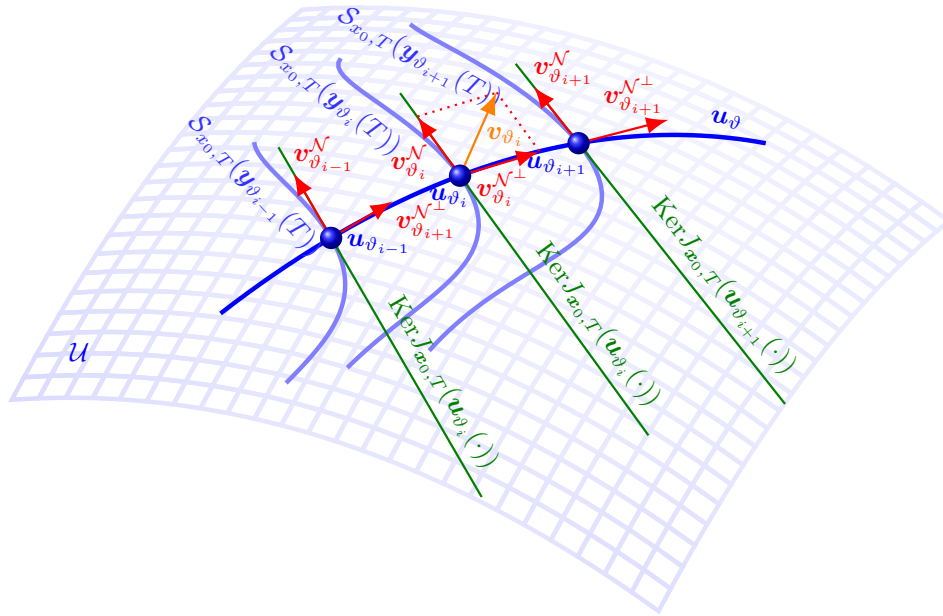
Rysunek 22: Jakobian i przestrzeń jądra jakobianu

Nowe sterowanie, na mocy (2), będzie źródłem nowej trajektorii stanu, ale układ (1) osiągnie to samo położenie końcowe  $y_\vartheta(T) = y_d$ . Naturalnie równanie jednorodne (43) będzie spełnione gdy wariacja  $v_\vartheta(\cdot) = v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot) \in \mathcal{T}_{u_\vartheta(\cdot)}\mathcal{S}_{x_0, T}(y_\vartheta(T)) = \ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot)) \subset \mathcal{T}_{u_\vartheta(\cdot)}\mathcal{U}$  należy do jądra jakobianu (7). Przedstawioną sytuację ilustruje diagram z rysunku 22.

Istotą wyznaczenia ruchów własnych układów nieholonomicznych jest zatem znalezienie odpowiednich wariacji  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot)$  i przemieszczanie się we wskazanych przez nie kierunkach wraz ze zmianą  $\vartheta$ . W monografii [M1] habilitant w pierwszej kolejności bada przestrzeń jądra jakobianu (4), następnie wprowadza operatory projekcji ortogonalnej w przestrzeniach Hilberta i poddaje je analizie spektralnej. Wnioski płynące ze wspomnianych badań, wraz z analizą postaci rozwiązania równania jakobianowego pozwalają uzyskać dekompozycję wariacji sterowania

$$v_\vartheta(\cdot) = v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot) + v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot),$$

gdzie  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot) \in \ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$ , a  $v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot) \in (\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot)))^\perp$  na dwa ortogonalne kierunki w  $\mathcal{T}_{u_\vartheta(\cdot)}\mathcal{U}$ . Zauważmy, że w skończenie wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej  $\tilde{\mathcal{U}} = \mathbb{R}^s$ , uzyskanej poprzez parametryzację (35) i zakładając  $s > r$ , otrzymujemy maksymalnie  $r$  liniowo niezależnych kierunków  $v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot)$  i  $s - r = d$  liniowo niezależnych wariacji  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot)$ . W przypadku nieskończenie wymiarowym, ilość liniowo niezależnych elementów  $v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot)$  nadal jest równa  $r$ , natomiast niezależnych elementów  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot)$  jest nieskończenie wiele, formalnie  $\text{codim } \ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot)) = r$ . Z powyższej dyskusji wynika analogia do redundantnych układów holonomicznych, gdzie  $d$  nazwiemy stopniem redundancji. Im większy stopień redundancji tym więcej liniowo niezależnych kierunków w przestrzeni wewnętrznej wyznaczających ruchy własne. W układach nieholonomicznych takich kierunków jest nieskończenie wiele. Pseudoodwrotność jakobianu (14) jest wyznaczana przy optymalizacji  $\int_0^T v^T(t)v(t) dt$ , zatem odznacza się możliwie najmniejszym przyrostem wariacji  $v(\cdot)$ . Wynika z tego, co zostało analitycznie przedstawione w [M1], że kierunek wyznaczany przez pseudoodwrotność  $v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot) \in \text{im } J_{x_0, T}^\#(u_\vartheta(\cdot))$  jest ortogonalny względem poszukiwanych wariacji  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot)$ . Opisowaną sytuację przedstawia rysunek 23. Wynika z niego, że jeśli rozwiązywane jest zadanie planowania ruchu i wykorzystywany jest algorytm typu jakobianu pseudoodwrotnego, to kierunek zmian (przyrosty, wariacje) sterowania  $u_\vartheta(\cdot)$  podąża dokładnie wzdłuż  $v_\vartheta^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot)$ , bo gwarantuje to minimalizację  $\int_0^T v^T(t)v(t) dt$ . Każda inna wariacja  $v_\vartheta(\cdot)$  zawierająca niezerowy składnik  $v_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot)$  nie będzie optymalna. Wynika z tego, że stosując modyfikacje algorytmu planowania ruchu, jak chociażby te przedstawione w rozdziale 4.3.4, wybierana jest przez algorytm inna wariacja, optymalizująca inne kryterium



Rysunek 23: Dekompozycja wariacji sterowania

i zawierająca niezerowy składnik  $v_{\vartheta}^{\mathcal{N}}(\cdot)$ . Chcąc wyznaczyć ruchy własne należy postąpić odwrotnie i wybrać wariacje zawierające jedynie składową  $v_{\vartheta}^{\mathcal{N}}(\cdot)$  (co również przedstawia rysunek 23).

#### 4.3.7 Jakobianowe algorytmy planowania ruchów własnych

Wyznaczenie ruchów własnych, sprowadza się zatem do znalezienia elementów rozpinających pewną (skończonego wymiaru) podprzestrzeń przestrzeni jądra jakobianu  $\ker J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot))$ . W pracy [M1], habilitant proponuje następującą procedurę. W pierwszej kolejności, dzięki równości przestrzeni  $(\ker J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot)))^{\perp} = \text{im} J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))$  wyznaczamy wszystkie  $r$  liniowo niezależnych kierunków  $v_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot)$  stosując wyrażenie

$$v_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot) = J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))\varepsilon_i,$$

dla  $i = 1, 2, \dots, r$  gdzie  $\varepsilon_i \in \mathbb{R}^r$  jest  $i$ -tym wersorem w przestrzeni zadaniowej. W obszarach wolnych od osobliwości (gdy  $\text{rank} J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot)) = r$ ) otrzymany zestaw  $v_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp}(\cdot)$  w pełni rozpinają przestrzeń  $(\ker J_{x_0, T}(u_{\vartheta}(\cdot)))^{\perp}$ . Taki zestaw liniowo niezależnych wektorów warto unormować stosując proces ortogonalizacji Grama–Schmidta w przestrzeniach Hilberta. W znacznym stopniu metoda ortogonalizacji opiera się na rzutowaniu arbitralnej wariacji  $v_{\vartheta}(\cdot) \in \mathcal{T}_{u_{\vartheta}(\cdot)}\mathcal{U}$  na kierunek wyznaczony przez drugą wariację  $w_{\vartheta}(\cdot) \in \mathcal{T}_{u_{\vartheta}(\cdot)}\mathcal{U}$  jako

$$P^{w_{\vartheta}(\cdot)}v_{\vartheta}(\cdot) = \frac{\langle w_{\vartheta}(\cdot), v_{\vartheta}(\cdot) \rangle_{\mathcal{U}}}{\langle w_{\vartheta}(\cdot), w_{\vartheta}(\cdot) \rangle_{\mathcal{U}}} w_{\vartheta}(\cdot).$$

W efekcie znajdujemy ortogonalną bazę przestrzeni  $\text{Im} J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))$  jako

$$\begin{cases} w_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp_1}(\cdot) = v_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp_1}(\cdot) = J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))\varepsilon_1 = J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))g_1, \\ w_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp_2}(\cdot) = J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))g_2, \\ \vdots \\ w_{\vartheta}^{\mathcal{N}^\perp_r}(\cdot) = J_{x_0, T}^{\#}(u_{\vartheta}(\cdot))g_r, \end{cases} \quad (44)$$

gdzie wektory  $g_i \in \mathbb{R}^r$  dla  $i = 1, 2, \dots, r$  z przestrzeni zadaniowej są wzajemnie liniowo niezależne, ich elementy zależą od elementów odwrotności macierzy Grama  $G_{x_0, T}^{-1}(u_\vartheta(\cdot))$ , a ułożone kolumnami w macierz utworzą górną macierz trójkątną z jedynekami na głównej przekątnej [M1]. Następnie, należy wyznaczyć kolejną wariację (kierunek) ortogonalną do wszystkich elementów bazy (44). Ponieważ baza (44) przestrzeni  $\text{Im}J_{x_0, T}^\#(u_\vartheta(\cdot)) = (\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot)))^\perp$  ma  $r$  elementów, to kolejna,  $r + 1$  ortogonalna wariacja musi należeć do przestrzeni  $\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$ . W [M1] wykazano, że opisany proces poszukiwania kierunków  $w_\vartheta^{\mathcal{N}}(\cdot) \in \ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$  jest zbieżny z metodą bezpośredniej projekcji arbitralnie wybranej wariacji na przestrzeń  $\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$ . Zatem poszukiwane kierunki otrzymuje się z wzoru

$$w_\vartheta^{a\mathcal{N}}(\cdot) = P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))v_\vartheta^a(\cdot).$$

Ponieważ wariacja  $w_\vartheta^{a\mathcal{N}}(\cdot)$  jest styczna (w bieżącej konfiguracji  $u_\vartheta(\cdot)$ ) do jednowymiarowej podrozmaitości ruchów własnych  $\mathcal{S}_{x_0, T}(y_d)$  to równanie różniczkowe funkcyjne postaci

$$\frac{du_\vartheta(\cdot)}{d\vartheta} = w_\vartheta^{a\mathcal{N}}(\cdot), \quad (45)$$

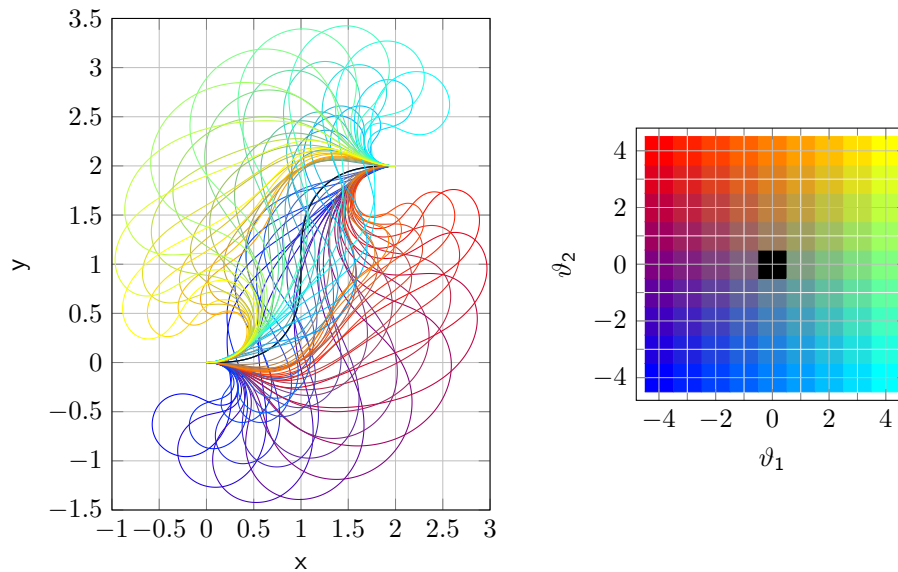
z warunkiem początkowym  $u_0(\cdot)$  takim, że  $K_{x_0, T}(u_0(\cdot)) = y_d$  będzie algorytmem planowania jednowymiarowych ruchów własnych. Wszystkie konfiguracje endogeniczne (sterowania)  $u_\vartheta(\cdot)$  wzdłuż  $\vartheta \in \mathbb{R}$  będą charakteryzowały się niezmiennym punktem końcowym. Algorytm (45) posłużył w [M1] do znalezienia jednowymiarowej rozmaitości ruchów własnych. Następnie, habilitant zaproponował metodę wyznaczenia ortogonalnej bazy w pewnej skończonej wymiarowej podprzestrzeni  $\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$ . Ponownie wykorzystując algorytm ortogonalizacji Grama–Schmidta w przestrzeni Hilberta otrzymujemy bazę  $\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$  jako

$$\left\{ \begin{array}{l} w_\vartheta^{\mathcal{N}_1}(\cdot) = v_\vartheta^{\mathcal{N}_1}(\cdot) = P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_1(\cdot), \\ w_\vartheta^{\mathcal{N}_2}(\cdot) = v_\vartheta^{\mathcal{N}_2}(\cdot) - P^{w_\vartheta^{\mathcal{N}_1}(\cdot)}v_\vartheta^{\mathcal{N}_2}(\cdot) = P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_2(\cdot) - P^{P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_1(\cdot)}P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_2(\cdot), \\ \vdots \\ w_\vartheta^{\mathcal{N}_i}(\cdot) = v_\vartheta^{\mathcal{N}_i}(\cdot) - \sum_{k=1}^i P^{w_\vartheta^{\mathcal{N}_k}(\cdot)}v_\vartheta^{\mathcal{N}_i}(\cdot) = P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_i(\cdot) - \sum_{k=1}^i P^{P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_k(\cdot)}P_{x_0, T}^{\text{Ker}J}(u_\vartheta(\cdot))\psi_i(\cdot), \\ \vdots \end{array} \right. \quad (46)$$

gdzie  $\psi_i(\cdot)$  jest pewnym zestawem funkcji ortogonalnych stanowiącym bazę przestrzeni Hilberta. Tak skonstruowana baza przestrzeni  $\ker J_{x_0, T}(u_\vartheta(\cdot))$  jest podstawą do konstrukcji algorytmu planowania wielowymiarowych ruchów własnych określonego równaniem

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_\vartheta(\cdot)}{\partial \vartheta_1} = w_\vartheta^{\mathcal{N}_1}(\cdot), \\ \frac{\partial u_\vartheta(\cdot)}{\partial \vartheta_2} = w_\vartheta^{\mathcal{N}_2}(\cdot), \\ \vdots \\ \frac{\partial u_\vartheta(\cdot)}{\partial \vartheta_k} = w_\vartheta^{\mathcal{N}_k}(\cdot), \end{array} \right. \quad (47)$$

gdzie  $\vartheta = (\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_k) \in \mathbb{R}^k$  stanowi zestaw zmiennych niezależnych (zmiennych ruchów własnych, *ang. self-motion variables*). Równanie (47) rozwiązujemy z dowolnym warunkiem początkowym  $u_{\vartheta=0}(\cdot)$  spełniającym zależność  $K_{x_0, T}(u_{\vartheta=0}(\cdot)) = y_d$ . W efekcie, w [M1] habilitant rozwiązał zadanie planowania dwuwymiarowych ruchów własnych, dla układu monocykla (19), którego wynik przedstawia rysunek 24. Dwie arbitralnie, wzajemnie ortogonalne wariacje

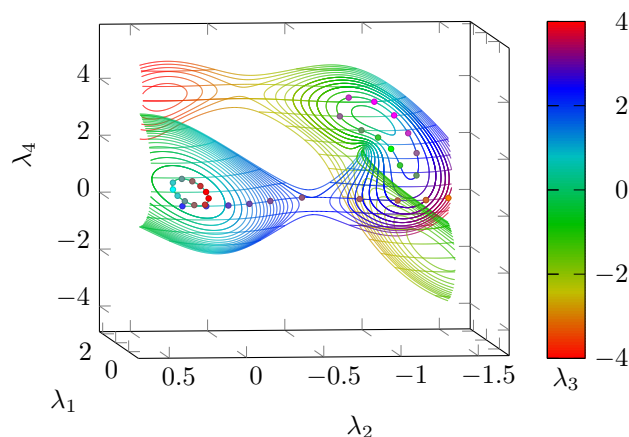


Rysunek 24: Ruchy własne monocykla; ścieżki ruchu otrzymane z rozwiązania dwuwymiarowego algorytmu planowania ruchów własnych

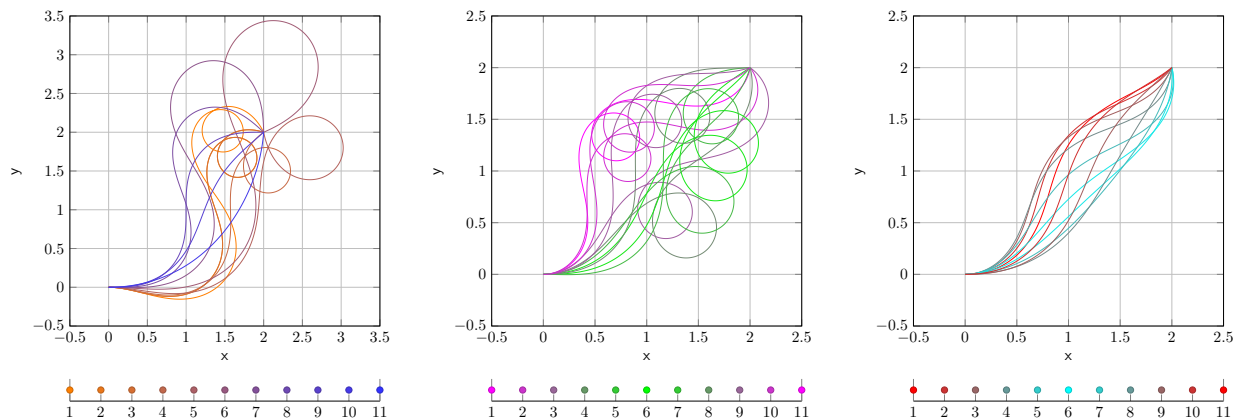
$\psi_1 = (0, \cos(2\pi t/T))$  oraz  $\psi_2 = (0, \sin(2\pi t/T))$  zostały wykorzystane do skonstruowania bazy (46), a następnie rozwiązano algorytm (47) na obszarze zmienności  $-4 \leq \vartheta_1 \leq 4$  i  $-4 \leq \vartheta_2 \leq 4$ . Granulacja przestrzeni  $\vartheta$  wynika jedynie z potrzeby wizualizacji. Wybranie konkretnej pary  $(\vartheta_1, \vartheta_2)$  czyli sterowania  $u_{\vartheta}(\cdot)$  owocuje otrzymaniem unikalnej trajektorii ruchu, który gwarantuje osiągnięcie punktu końcowego  $k(\varphi_{x_0,t}(u_{\vartheta}(\cdot))) = y(T) = y_d$ .

Habilitant w monografii [M1] skonstruował również algorytm planowania ruchów własnych w skończenie wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej  $\tilde{\mathcal{U}}$ . Dzięki zastosowaniu parametryzacji (35) zarówno funkcji sterującej  $u_{\vartheta}(\cdot)$  jak i wariacji  $v_{\vartheta}(\cdot)$  przestrzenie Hilberta zostają „zamienione” na przestrzenie euklidesowe. Zatem, jesteśmy w stanie wykreślić rozmaitość ruchów własnych, w skończenie wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej (w przestrzeni parametrów  $\lambda \in \mathbb{R}^s$ ). Wynik działania algorytmu planowania ruchów własnych w skończenie wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej, dla układu monocykla (19), prezentuje rysunek 25. Kolorowanie wykresu umożliwia zwizualizowanie łącznie czterech współrzędnych. Wybierając dowolny punkt na rozmaitości z rysunku 25 ustalamy wektor współczynników sterowania  $\lambda$ . W efekcie otrzymuje się sterowanie przeprowadzające układ niezmiennie do tego samego położenia końcowego. Zatem generujemy ruchy własne. Przykłady ścieżek w przestrzeni zadaniowej dla wybranych punktów rozmaitości ruchów własnych przedstawia rysunek 26, na którym kolory poszczególnych linii odpowiadają kolorom punktów na Rysunku 25.

Monografię [M1] habilitant kończy dyskusją dotyczącą ruchów własnych w konfiguracjach osobliwych. W układach holonomicznych, w konfiguracjach osobliwych wymiar przestrzeni jądra jacobianu zwiększa się, a więc zwiększa się również wymiar rozmaitości ruchów własnych. Przez pewne analogie wysnuwamy podobny wniosek również w kontekście układów nieholonomicznych. Ten temat wydaje się jednak być bardzo rozległy, zatem będzie stanowił część dalszej aktywności badawczej habilitanta.



Rysunek 25: Ruchy własne monocykla; różnorodność ruchów własnych w skończonej wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracji



Rysunek 26: Ruchy własne monocykla; ścieżki ruchu wybranych podrozmiarowości ruchów własnych w skończonej wymiarowej endogenicznej przestrzeni konfiguracji

#### 4.4 Podsumowanie dotychczasowych badań

W toku badań naukowych habilitant zajmował się jacobianowymi algorytmami planowania ruchu układów nieholonomicznych. Znaczna część prac, polegała na różnorodnej modyfikacji algorytmów, a w ślad za tym uzyskiwanych rozwiązań zadania planowania. Analiza mnogości możliwych rozwiązań zadania planowania ruchu doprowadziła habilitanta do podjęcia tematu ruchów własnych w układach nieholonomicznych.

Szczegółowe podsumowanie badań.

- Definicję lagranżowskiej odwrotności jacobianu, oraz korzystającego z niej algorytmu planowania ruchu zawiera praca [A5]. Ponadto, autorzy zaproponowali tam specyficzną postać lagranżowskiej funkcji celu umożliwiającą omijanie przeszkód w przestrzeni zadaniowej monocykla.
- Jacobianowy algorytm planowania ruchu wraz z zadaniami dodatkowymi został wpro-

wadzony w pracy [A7], a istotne rozszerzenie tych aspektów zawiera praca [A2]. Zaproponowano dwa warianty dodawania zadań dodatkowych: algorytm egalitarny, traktujący wszystkie podzadania jednakowo ważnie, oraz algorytm z priorytetami, szeregujący podzadania według ich znaczenia.

- Trzy (jakościowo różne) rodzaje zadań dodatkowych: minimalizacji sterowania, minimalizacji zmiennych stanu, minimalizowania funkcji zmiennych zadaniowych zostały zdefiniowane wraz z wyprowadzeniem stosownych przekształceń w [A2].
- Praca [A3] definiuje zadanie reprodukcji i śledzenia trajektorii. Poprzez specyficzną konstrukcję odwzorowania końcowego i jego różniczkę (jakobian) utworzono nowy algorytm reprodukcji/śledzenia trajektorii.
- Problem określenia horyzontu czasu ruchu w zadaniu planowania ruchu został rozwiązany poprzez sformułowanie algorytmu planowania ruchu z wcześniejszym osiągnięciem celu w [A1].
- Analiza aspektów numerycznych związanych z podejściem endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej oraz jakobianowych algorytmów planowania ruchu układów nieholonomicznych była przedmiotem prac [A4, A7]. Wyniki płynące z tej analizy umożliwiły rozwiązanie zadania planowania ruchu w [A6], co nie było możliwe stosując „standardowe” podejście.
- Określenie koncepcji ruchów własnych układów nieholonomicznych, wraz z gruntowną analizą związanych z nimi aspektów, a także definicje algorytmów planowania ruchów własnych przedstawia praca [M1]. Ponadto praca stanowi również autorskie wprowadzenie do idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej i jakobianowych algorytmów planowania ruchu układów nieholonomicznych.

Na uwagę zasługuje również fakt, iż w toku badań naukowych habilitant wykorzystuje różne modele układów nieholonomicznych. Niejednokrotnie, poboczną wartością dodaną publikacji stanowią fragmenty związane z procesem modelowania specyficznych układów robotycznych. W publikacjach zaliczonych do cyklu jak również w publikacjach spoza cyklu opublikowanych po uzyskaniu stopnia doktora habilitant wykorzystywał modele kinematyki monocykla [M1, A1, A3, A5, C3, C4], dynamiki poduszki [A2], dynamiki manipulatorów z pasywnymi przegubami [A3, C2], kuli kinematycznej [A4], wielobelkowego układu kinematycznego [A6], kinematyki trójkątnego smoka [A7], manipulatorów kosmicznych typu „*free-floating*” [C5, C7] czy manipulatorów z elastycznościami [C8].

#### 4.5 Planowane dalsze aktywności badawcze

Habilitant planuje kontynuować badania z zakresu modelowania układów nieholonomicznych oraz rozwijania algorytmów planowania ruchów takich układów. Poniższa lista przedstawia pewne perspektywy przyszłych prac badawczych.

- Dalszy rozwój aspektów związanych z ruchami własnymi układów nieholonomicznych, przedstawionych w [M1]. W szczególności planowana jest poprawa efektywności dotychczasowej implementacji algorytmu planowania ruchów własnych. Ponadto warto zbadać i nakreślić przydatność tego zagadnienia w kontekście rzeczywistych, fizycznych problemów.

- Badanie ruchów własnych układów nieholonomicznych w konfiguracjach osobliwych. Zarys tego zagadnienia habilitant przedstawia w [M1, Rozdział 7.1].
- Dalsza analiza aspektów numerycznych i implementacyjnych związanych z jakobianowymi algorytmami planowania ruchu osadzonych w koncepcji endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej. Dzięki temu możliwe jest zwiększenie efektywności obliczeń.
- Współpraca z doktorantem, w ramach promotorstwa pomocniczego również nakreśla pewne kierunki przyszłych prac badawczych. W szczególności, wstępne wyniki opublikowane w [C8], związane z nową metodą kalibracji układów holonomicznych, w powiązaniu z układami nieholonomicznymi wraz z podejściem endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej powinny zaowocować ciekawym rezultatem.

5. INFORMACJA O WYKAZYWANIU SIĘ ISTOTNĄ AKTYWNOŚCIĄ NAUKOWĄ ALBO ARTYSTYCZNĄ REALIZOWANĄ W WIĘCEJ NIŻ JEDNEJ UCZELNI, INSTYTUCJI NAUKOWEJ LUB INSTYTUCJI KULTURY, W SZCZEGÓLNOŚCI ZAGRANICZNEJ.

Przed uzyskaniem stopnia doktora habilitant brał udział w HYCON-EECI Graduate School on Control w 2009, w temacie: „Stabilization of nonlinear dynamical systems” zorganizowanej przez European Embedded Control Institute w Gif-sur-Yvette we Francji.

Po otrzymaniu stopnia doktora habilitant realizował (jako główny wykonawca) projekt badawczy finansowany przez Narodowe Centrum Nauki, realizowany wspólnie z Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk. Projekt pt. „Mobilność nieholonomicznych robotów kosmicznych w obecności przestrzennie rozległych przeszkód posiadających moment pędu” kierowany był przez prof. J. Sasiadka (Department: Mechanical and Aerospace Engineering, Carleton University, Ottawa, Kanada). Podczas realizacji projektu habilitant wizytował Centrum Badań Kosmicznych (Laboratorium Mechatroniki i Robotyki Satelitarnej) Polskiej Akademii Nauk w Warszawie (publikacje [C5, C7], raport [D24]).

Podczas realizacji projektu „System kriogeniczny nadprzewodnikowego akceleratora Europejskiego Źródła Spalacyjnego ESS (European Spallation Source), prace badawczo-rozwojowe, projekt, produkcja i uruchomienie systemu dystrybucji helu (Cryogenic Distribution System)”, wspólnie z Katedrą Kriogeniki i Inżynierii Lotniczej Politechniki Wrocławskiej, habilitant współpracował z pracownikami oraz wizytował ośrodek badawczy Europejskiego Źródła Spalacyjnego ESS (European Spallation Source) w Lund w Szwecji (raporty [D21, D30, D32, D33]). Ponadto zawiązana została współpraca (powiązana z wizytami) z Instytutem Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych im. Włodzimierza Trzebiatowskiego PAN.

Realizacja projektu pt. „Samoczyszczące, wydajne panele fotowoltaiczne na podłożu elastycznym zintegrowane z ekranem akustycznym i inteligentnym systemem monitorowania”, w którym habilitant pełnił rolę kierownika zespołów badawczych wymagała współpracy z pracownikami i wizytacji w instytucjach stanowiących konsorcjum projektowe: Instytucie Metalurgii i Inżynierii Materiałowej im. Aleksandra Krupkowskiego PAN w Krakowie oraz Akademii Wojsk Lądowych im. gen. Tadeusza Kościuszki we Wrocławiu (raporty [D29, D31, D34]).

Opracowanie dokumentacji projektowej jak i przystąpienie do realizacji projektu (którego kierownikiem był habilitant) pt. „Opracowanie nowego produktu w postaci innowacyjnego systemu złożonego z wszczepialnego podskórnie microchipu, elektronicznej obroży do monitorowania temperatury ciała krów mlecznych oraz koncentratora danych” dla firmy Farm Innovations Sp. z o.o. wymagało zawiązania współpracy z Katedrą Immunologii, Patofizjologii i



Prewencji Weterynaryjnej, Wydziału Medycyny Weterynaryjnej Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu.

Współpraca na rzecz opracowania układu sterowania i rozwoju algorytmu sterowania kriokomorą dla firmy Creator Sp. z o.o. zaowocowała współpracą z wrocławskim ośrodkiem medyczo/rehabilitacyjnym reprezentowanym przez pracowników Katedry Psychiatrii, Wydziału Lekarskiego, Uniwersytetu Medycznego im. Piastów Śląskich we Wrocławiu oraz Zakładu Fizjoterapii w Dysfunkcjach Narządu Ruchu, Wydziału Fizjoterapii, Akademii Wychowania Fizycznego im. Polskich Olimpijczyków we Wrocławiu.

Ponadto, podczas realizacji projektów badawczych i badawczo-rozwojowych, a także podczas pozyskiwania nowych projektów habilitant zawiązywał współpracę wewnątrzuczelnianą z katedrami Politechniki Wrocławskiej: Katedra Kriogeniki i Inżynierii Lotniczej, Katedra Akustyki, Multimediów i Przetwarzania Sygnałów, Katedra Cybernetyki i Robotyki, Katedra Informatyki Technicznej, Katedra Telekomunikacji i Teleinformatyki, Katedra Technologii Laserowych, Automatykacji i Organizacji Produkcji.

Zestawienie ośrodków badawczych, z którymi współpracował habilitant, wraz z zaznaczonymi okresami współpracy:

- Jednostki zagraniczne:
  - Mechanical and Aerospace Engineering, Carleton University (Ottawa, Kanada) 2016–2020,
  - European Spallation Source (Lund, Szwecja), 2017–2020,
  - European Embadded Control Institute (Gif-sur-Yvette, Francja), 2009,
- Jednostki krajowe:
  - Centrum Badań Kosmicznych Polskiej Akademii Nauk (CBK, PAN, Warszawa), 2016–2020,
  - Instytut Metalurgii i Inżynierii Materiałowej im. Aleksandra Krupkowskiego Polskiej Akademii Nauk (IMIM, PAN, Kraków), 2018–2021,
  - Instytut Niskich Temperatur i Badań Strukturalnych im. Włodzimierza Trzebiatowskiego Polskiej Akademii Nauk (INTiBS, PAN, Wrocław), 2017–2020,
  - Akademia Wojsk Lądowych im. gen. Tadeusza Kościuszki (AWL, Wrocław), 2018–2021,
  - Katedra Immunologii, Patofizjologii i Prewencji Weterynaryjnej, Wydział Medycyny Weterynaryjnej Uniwersytet Przyrodniczy (UPwr, Wrocław), 2017-2018
  - Katedra Psychiatrii, Wydział Lekarski, Uniwersytet Medyczny im. Piastów Śląskich (UMW, Wrocław), 2018,
  - Zakład Fizjoterapii w Dysfunkcjach Narządu Ruchu, Wydział Fizjoterapii, Akademia Wychowania Fizycznego im. Polskich Olimpijczyków (AWF, Wrocław), 2018.
- Jednostki Politechniki Wrocławskiej:
  - Katedra Kriogeniki i Inżynierii Lotniczej,
  - Katedra Akustyki, Multimediów i Przetwarzania Sygnałów,
  - Katedra Cybernetyki i Robotyki,
  - Katedra Informatyki Technicznej,
  - Katedra Telekomunikacji i Teleinformatyki,
  - Katedra Technologii Laserowych, Automatykacji i Organizacji Produkcji.

## 6. INFORMACJA O OSIĄGNIĘCIACH DYDAKTYCZNYCH, ORGANIZACYJNYCH ORAZ POPULARYZUJĄCYCH NAUKĘ LUB SZTUKĘ.

### 6.1 Działalność dydaktyczna

Udział w komisjach programowych

- Członek komisji programowej specjalności Komputerowe Sieci Sterowania ARK (I i II stopień) na kierunku Automatyka i Robotyka AIR na Wydziale Elektroniki.
- Członek komisji programowej specjalności Komputerowe Systemy Sterowania IKA (I i II stopień) na kierunku Informatyczne Systemy Automatyki ISA na Wydziale Informatyki i Telekomunikacji.

Współtworzenie planów i programów studiów, kart przedmiotów (Krajowe Ramy Kwalifikacji) dla kierunków

- Automatyka i Robotyka (AIR) na Wydziale Elektroniki,
- Informatyczne Systemy Automatyki (ISA) na Wydziale Informatyki i Telekomunikacji,
- Kierunek Electronics and Computer Engineering (ECE) (studia w języku angielskim) na Wydziale Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów.

W szczególności habilitant jest autorem Kart Przedmiotów dla kursów (kolejność alfabetyczna, w nawiasach podano skrótowce powyżej wymienionych kierunków studiów)

- Automatyzacja procesów ciągłych (AIR),
- Bezpieczeństwo Funkcjonalne Systemów Sterowania (ISA),
- Control Systems Engineering (w języku angielskim) (ECE),
- Integracja Systemów Automatyki (ISA),
- Inteligentne Budynki i Miasta (ISA),
- Przemysłowe systemy wizyjne i identyfikacyjne (ISA),
- Rozproszone Systemy Sterowania (AIR),
- Rozproszone Systemy Sterowania (ISA),
- Symulacja Procesów Dynamicznych (AIR),
- Symulacja Systemów Dynamicznych (AIR),
- Wprowadzenie do Sztucznej Inteligencji i Robotyki (ISA).

Habilitant prowadzi wykłady oraz formy towarzyszące (laboratoria, seminaria, projekty) do wymienionych powyżej przedmiotów, których jest autorem. Wiąże się to oczywiście z opracowywaniem i aktualizowaniem wykładów, ćwiczeń laboratoryjnych i innych materiałów dydaktycznych. W toku kariery zawodowej habilitant prowadził ponadto zajęcia w ramach kursów (kolejność alfabetyczna)

- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów – Laboratorium,
- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów – Laboratorium,
- Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów – Wykład,

- Elektronika w automatyce – Laboratorium,
- Interfejsy obiektowe – Laboratorium,
- Komputerowa symulacja procesów dynamicznych – Laboratorium,
- Laboratorium konstrukcji urządzeń automatyki – Laboratorium,
- Podstawy Robotyki (2) – Laboratorium,
- Podstawy obliczeń komputerowych – Wykład,
- Podstawy techniki mikroprocesorowej – Laboratorium,
- Projekt przejściowy – Projekt,
- Projekt specjalnościowy ARK – Projekt,
- Projekt zespołowy – Laboratorium,
- Seminarium dyplomowe – Seminarium,
- Sterowniki i regulatory – Wykład,
- Sterowniki programowalne i regulatory – Wykład,
- Systemy Wizyjne – Laboratorium,

Dodatkowo, w ramach współpracy dydaktyczno-badawczej habilitant współtworzył opracowania ćwiczeń laboratoryjnych, niezbędnego oprogramowania i innych pomocy naukowych w wymienionych niżej zakresach

- z zakresu robotyki: manipulatory przemysłowe, roboty mobilne, systemy wizyjne (raport [D26]),
- z zakresu automatyki: sterowniki PLC, sterowniki DCS, sieci przemysłowe, systemy bezpieczeństwa, instrumentacja obiektowa,
- z zakresu elektroniki: opracowanie programu zajęć w Laboratorium Konstrukcji Elektronicznych, dla kursu Elektronika w Automatyce oraz Interfejsów Obiektowych.

W okresie pandemii SARS-CoV-2 habilitant opracował stanowiska laboratoryjne ze zdalnym dostępem umożliwiające realizację ćwiczeń laboratoryjnych w sposób zdalny.

### **6.1.1 Promotorstwa**

#### **6.1.1.1 Doktoraty**

Habilitant, od maja 2021 roku jest promotorem pomocniczym doktoranta mgr inż. Roberto Orozco. Roboczy temat rozprawy: „Zastosowanie metod wariacyjnych rejestracji obrazów w robotyce” w szczególności dotyczy wykorzystania metod wariacyjnych, anatomii obliczeniowej, rejestracji obrazów do problemu kalibracji robotów manipulacyjnych. Rozwijane podejście, nazwane Kalibracją przez dyfeomorfizmy wydaje się być bardzo innowacyjne i obiecujące. Hipotezy badawcze są wspólnie badane, a dotychczasowe wyniki zostały opublikowane w [C8], a kolejne oczekują na publikację [C10].

### 6.1.1.2 Prace dyplomowe

Aktywność dydaktyczna habilitanta obejmuje również działania polegające na prowadzeniu prac dyplomowych zarówno inżynierskich jak i magisterskich. Łącznie, habilitant był promotorem 48 prac dyplomowych w tym:

- 26 prac magisterskich (w tym 1 w języku angielskim),
- 22 prac inżynierskich (w tym 1 w języku angielskim).

Pełen spis realizowanych prac dyplomowych znajduje się w rozdziale 7.8. Wśród zagadnień poruszanych w pracach dyplomowych realizowanych pod opieką habilitanta są prace teoretyczno-symulacyjne z zakresu modelowania i sterowania różnorodnymi układami dynamicznymi [E1–E9] w tym układami robotycznymi [E10, E11]. Dyplomanci habilitanta w ramach prac [E11–E14] zaprojektowali, a następnie skonstruowali fizyczne modele układów dynamicznych (w tym robotycznych). Kolejna grupa prac dyplomowych realizowanych pod opieką habilitanta wiąże się z przemysłowymi systemami automatyki. Prace [E15–E25] wykorzystują infrastrukturę Laboratorium Rozproszonych Systemów Sterowania, którego opiekunem jest habilitant, a prace [E26–E30] osadzone są w realiach automatyki budynkowej. Inne prace [E31–E35] poruszają ważne kwestie bezpieczeństwa funkcjonalnego i cyberbezpieczeństwa w procesach przemysłowych. Część prac dotyczy wykorzystania systemów wizyjnych [E11, E36, E37], akwizycji i analizy danych pomiarowych [E38–E41] oraz wykorzystania sztucznych sieci neuronowych do analizy obrazów i danych [E37, E42]. W ramach prac dyplomowych [E43–E48], dyplomanci pod opieką habilitanta opracowali i wytworzyli dedykowane układy elektroniczne.

Na podkreślenie zasługuje fakt iż praca [E23] zajęła I miejsce w XIII edycji konkursu TT-CS Hi-Tech, na najlepszą magisterską pracę dyplomową z dziedziny nowoczesnych technologii. Część prac (około 27%) w procesie recenzji otrzymała ocenę celującą, kilka prac zostało zgłoszonych w konkursie na najlepszą pracę dyplomową organizowanym przez Stowarzyszenie Elektryków Polskich (SEP) o/Wrocław. Dodatkowo, wśród dyplomantów habilitanta są również laureaci konkursu TOP10 Wydziału Elektroniki Politechniki Wrocławskiej.

## 6.2 Działalność organizacyjna

Habilitant od początku zatrudnienia (od 2012r.) brał udział w tworzeniu nowego laboratorium Rozproszonych Systemów Sterowania DCS, a po jego powstaniu nieprzerwanie pełni rolę opiekuna naukowego. Zaangażowany jest w rozwój nowych stanowisk laboratoryjnych jak i pozyskiwanie nowego, aktualnego wyposażenia nadążającego za postępem technologicznym w zakresie przemysłowych układów DCS.

Habilitant jest wydziałowym koordynatorem (wcześniej Wydziału Elektroniki, obecnie Wydziału Informatyki i Telekomunikacji) Centrum Zrównoważonego Rozwoju i Ochrony Klimatu (CZRiOK) działającego przy Politechnice Wrocławskiej.

## 6.3 Inne aktywności w tym popularyzujące naukę

Habilitant prowadzi szkolenia z obsługi i wykorzystania sterowników i innych urządzeń automatyki przemysłowej dla profesjonalistów z przemysłu. W szczególności jest autorem i prowadzącym szkolenie z automatyki bezpiecznej z wykorzystaniem zaawansowanych sterowników bezpiecznych firmy HIMA.

Habilitant brał udział (uzyskał stosowne certyfikaty) w szkoleniach:

- HIMA Paul Hildebrandt GmbH, SILworX V5 HIMatrix Engineer, Brühl, Niemcy, 2012,
- SAIA-Burgess Controls AG, Użytkowanie i programowanie sterowników programowalnych SAIA PCD, Warszawa, 2014,
- FESTO, Campus Week: 5th International Congress for Universities: Trends in Automation and Production, Esslingen, Niemcy, 2014,
- SIEMENS, Simatic PCS7, Katowice, 2015,
- MATHWORKS, Analityka danych w MATLABie, Wrocław, 2016,
- SIEMENS, Innovation Tour TIA Portal V14, Wrocław, 2017,

co sprzyja stałemu podnoszeniu kompetencji zawodowych.

Habilitant wspiera również różnorakie aktywności studenckie. W 2023 pełnił rolę jurora w corocznym konkursie inżynierskim European BEST Engineering Competition Challenge (EBEC Challenge). Ponadto służy merytoryczną pomocą członkom kół naukowych oraz uczestniczy w studenckich seminariach wyjazdowych.

Ponadto, w ramach popularyzacji nauki i techniki, habilitant w latach 2008–2015 był instruktorem zajęć z młodzieżą szkolną w pracowni elektroniki i robotyki w Młodzieżowym Domu Kultury im. Mikołaja Kopernika we Wrocławiu. Zawiązał również współpracę z Gabientem numizmatyczno-sfragistycznym, Zakładu Narodowego im. Ossolińskich w zakresie rewitalizacji iluminacji Panoramy Plastycznej Dawnego Lwowa.

7. OPRÓCZ KWESTII WYMIENIONYCH W PKT. 1-6, WNIOSKODAWCA MOŻE PODAĆ INNE INFORMACJE, WAŻNE Z JEGO PUNKTU WIDZENIA, DOTYCZĄCE JEGO KARIERY ZAWODOWEJ.

### 7.1 Publikacje spoza cyklu stanowiącego podstawę ubiegania się o habilitację

Przed uzyskaniem stopnia doktora, praca naukowa habilitanta koncentrowała się głównie wokół zagadnień związanych z układami z deficytem napędów (co wiązało się bezpośrednio z tematyką pracy doktorskiej). Publikacje z tego zakresu obejmują łącznie dwa artykuły w tym jeden z Listy Filadelfijskiej [B4, B5], jeden rozdział w książce [B7], oraz cztery referaty konferencyjne [B1–B3, B6], w tym dwa o zasięgu międzynarodowym.

#### OKRES PRZED UZYSKANIEM STOPNIA DOKTORA

- [B1] **Adam Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Control of underactuated robotic manipulators: an endogenous configuration space approach”. *Proceedings of the 13th IEEE/IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. MMAR 2007, Szczecin, Polska, 27-30 sierpień*. 2007, strony 985–990.
- [B2] **Adam Ratajczak**, Joanna Ratajczak, i Krzysztof Tchoń. „Algorytm planowania ruchu statku z priorytetowaniem zadań: metoda endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej”. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektronika* 166 (2008), strony 535–544.
- [B3] **Adam Ratajczak** i Mariusz Janiak. „Planowanie ruchu manipulatorów z pasywnym przegubem przy ograniczonych zmiennych stanu”. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektronika* 175 (2010), strony 495–504.

- [B4] **Adam Ratajczak**, Joanna Ratajczak, i Krzysztof Tchoń. „Task-priority motion planning of underactuated systems: an endogenous configuration space approach”. *Robotica* 28.6 (2010), strony 885–892.
- [B5] **Adam Ratajczak** i Mariusz Janiak. „Motion planning of the underactuated manipulators with friction in constrained state space”. *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems* 5.3 (2011), strony 33–40.
- [B6] **Adam Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Motion planning of a balancing robot with threefold sub-tasks: an endogenous configuration space approach”. *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2011: better robots, better life, 9-13 maj, Szanghaj, Chiny*. 2011, strony 6096–6101.
- [B7] Katarzyna Zadarnowska i **Adam Ratajczak**. „Task-priority motion planning of wheeled mobile robots subject to slipping”. *Robot motion and control 2011*. Pod red. Krzysztof Kozłowski. Vol. 422. Lecture Notes in Control and Information Sciences. London: Springer, 2012, strony 75–85.

Praca naukowa habilitanta po uzyskaniu stopnia doktora ewoluowała w kierunku algorytmów planowania ruchu dla robotycznych układów nieholonomicznych. Istotny fragment publikacji z tego okresu stanowi cykl ujęty w wykazie [M1, A1–A7]. Ponadto, w okresie po uzyskaniu stopnia doktora habilitant opublikował kilka referatów konferencyjnych [C1–C4] przedstawiających wstępne wyniki badań, które w efekcie doprowadziły do publikacji artykułów z cyklu [A1, A3–A5]. Ponadto, referaty konferencyjne [C5, C7] są wynikiem realizacji projektu naukowego (NCN) pt. „Mobilność nieholonomicznych robotów kosmicznych w obecności przestrzennie rozległych przeszkód posiadających moment pędu”, a referat [C6] powstał w efekcie projektu pt. „Opracowanie znacząco ulepszonych systemu mikroprocesorowo-webowego maszyny drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym, ze szczególnym uwzględnieniem automatyzacji i bezpieczeństwa eksploatacji, jako wynik prac badawczo-rozwojowych” realizowanego wraz z firmą Cemar Sp. z o.o. Bieżące zainteresowania naukowe wciąż skupiają się wokół rozwoju jakobianowych algorytmów planowania ruchu [C9, C11]. Dodatkowo, na skutek współpracy z doktorantem, badania naukowe habilitanta obejmują również nową metodę kalibracji manipulatorów (Kalibracja przez dyfeomorfizmy) [C8, C10].

#### OKRES PO UZYSKANIU STOPNIA DOKTORA

- [C1] **Adam Ratajczak** i Krzysztof Tchoń. „Parametryczna i nieparametryczna metoda endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej”. *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Elektronika* 182 (2012), strony 415–424.
- [C2] **Adam Ratajczak**. „Zadanie reprodukcji trajektorii wyjścia w układach nieholonomicznych”. *Postępy robotyki. T. 2*. Pod red. pod Krzysztofa Tchonja i Cezarego Zielińskiego. Vol. z. 194. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014, strony 671–680.
- [C3] Krzysztof Tchoń, Ida Góral, i **Adam Ratajczak**. „Jacobian motion planning of nonholonomic robots: the Lagrangian Jacobian algorithm”. *RoMoCo'15: [10th International Workshop on Robot Motion and Control]: 10th anniversary edition: workshop proceedings, 6-8 lipiec, Poznań, Polska*. 2015, strony 229–234.

- [C4] **Adam Ratajczak**. „Planowanie ruchu układów nieholonomicznych z wcześniejszym osiągnięciem celu”. *Postępy robotyki. T. 2.* Pod red. pod Krzysztofa Tchonja i Cezarego Zielińskiego. Vol. z. 195. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2016, strony 585–594.
- [C5] **Adam Ratajczak** i Joanna Ratajczak. „Planowanie manewru dokowania manipulatora kosmicznego typu planarne trójwahadło metodą endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej”. *Postępy robotyki.* Pod red. pod Krzysztofa Tchonja i Cezarego Zielińskiego. Vol. z. 196. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2018, strony 51–60.
- [C6] Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. „Fuzzy reasoning in control and diagnostics of a turbine engine - a case study”. *Artificial intelligence and soft computing: 18th International Conference, ICAISC 2019, Zakopane, Polska, 16-20 czerwiec.* 2019, strony 335–345.
- [C7] **Adam Ratajczak** i Joanna Ratajczak. „Trajectory reproduction algorithm in application to an on-orbit docking maneuver with tumbling target”. *RoMoCo'19: Proceedings of the 12th International Workshop on Robot Motion and Control, Poznań, Polska, 8-10 lipiec.* 2019, strony 172–177.
- [C8] Roberto Orozco i **Adam Ratajczak**. „Rejestracja obrazów, a kalibracja kinematyki manipulatorów”. *Postępy robotyki. T. 2.* Pod red. pod Alicji Mazur i Cezarego Zielińskiego. Vol. z. 197. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2022, strony 21–30.
- [C9] Joanna Ratajczak i **Adam Ratajczak**. „Planowanie ruchu robotycznych układów nieholonomicznych z zadaną początkową wartością sterowania”. *Postępy robotyki. T. 1.* Pod red. pod Alicji Mazur i Cezarego Zielińskiego. Vol. z. 197. Prace Naukowe - Politechnika Warszawska. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2022, strony 179–188.
- [C10] Roberto Orozco i **Adam Ratajczak**. „Calibration by Diffeomorphisms of Robot Kinematics: a Novel Approach”. *Wysłany do recenzji do International Journal of Robotics Research* (2024).
- [C11] **Adam Ratajczak**, Roberto Orozco, i Joanna Ratajczak. „The influence of the model discrepancies in the Jacobian motion planning algorithm for nonholonomic systems”. *RoMoCo'24: Proceedings of the 13th International Workshop on Robot Motion and Control, Poznań, Polska, 2-4 lipiec.* 2024, strony 1–6.

## 7.2 Działalność badawczo–rozwojowo–wdrożeńowa

### 7.3 Udział w projektach

W trakcie kariery zawodowej habilitant brał czynny udział, zarówno w roli kierownika projektu jak i wykonawcy, łącznie w 29 grantach naukowych, ściśle powiązanych z zainteresowaniami naukowymi, oraz w projektach badawczo–rozwojowych z zakresu szeroko pojętej automatyki i robotyki, elektroniki czy systemów wbudowanych. Poniższe zestawienia projektów zostały podzielone ze względu na źródło finansowania i wymienione w kolejności chronologicznej. Przedział lat podany w spisie określa okres zaangażowania habilitanta w realizację projektu.

### 7.3.1 Projekty finansowane z działalności statutowej Politechniki Wrocławskiej

- 2007/2008** Projekt badawczy nr 344151, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [B1]).
- 2008/2009** Projekt badawczy nr 344373, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [B2]).
- 2009/2010** Projekt badawczy nr 344595, „Modele i algorytmy sterowania układów robotycznych z ograniczeniami”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [B4]).
- 2010/2011** Projekt badawczy nr 344793, „Modele, algorytmy sterowania i planowania ruchu układów robotycznych z ograniczeniami”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [B3]).
- 2011/2012** Projekt badawczy nr S10132, „Modele, algorytmy sterowania i planowania ruchu układów robotycznych z ograniczeniami”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [B5]).
- 2012/2013** Projekt badawczy nr S20133, „Modele, sterowanie i planowanie ruchu robotów”; Rola: **wykonawca**, (publikacje [A7, B7, C1]).
- 2013/2014** Projekt badawczy nr S30134, „Modele, sterowanie i planowanie ruchu robotów przemysłowych, usługowych i społecznych”; Rola: **wykonawca**, (publikacje [A4, A6]).
- 2014/2015** Projekt badawczy nr S40210 „Modelowanie i symulacja dynamicznych systemów inteligentnych w celu prognozowania i optymalizowania ich własności”; Rola: **wykonawca**
- 2015/2016** Projekt badawczy nr S50211, „Modelowanie i symulacja dynamicznych systemów inteligentnych w celu sterowania, prognozowania i optymalizowania ich własności”; Rola: **kierownik projektu**, (publikacja [C4]).
- 2016/2017** Projekt badawczy nr 0401/0200/16, „Modelowanie, symulacja i sterowanie dynamicznymi systemami inteligentnymi z zastosowaniem metod prognozowania i optymalizacji”; Rola: **kierownik projektu**.
- 2016/2017** Projekt badawczy nr 0402/0105/16 (rozwój młodych naukowców), „Poprawa efektywności implementacji i rozwój aspektów numerycznych jakobianowych algorytmów planowania ruchu układów nieholonomicznych”; Rola: **kierownik projektu**, (raport [D22]).
- 2017/2018** Projekt badawczy nr 0401/0147/17, „Zastosowanie metod modelowania i symulacji oraz technologii komunikacyjnych i informacyjnych (ICT) w celu sterowania inteligentnymi systemami dynamicznymi i ich optymalizacji”; Rola: **wykonawca**, (publikacja [A1]).
- 2018/2019** Projekt badawczy nr 0401/0162/18, „Zastosowanie metod modelowania i symulacji oraz technologii komunikacyjnych i informacyjnych (ICT) w celu sterowania inteligentnymi systemami dynamicznymi i ich optymalizacji – kontynuacja”; Rola: **wykonawca**.



### 7.3.2 Projekty finansowane bezpośrednio ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego

**2017/2020** Projekt badawczo–rozwojowy nr 51WR/0001/16, „System kriogeniczny nadprzewodnikowego akceleratora Europejskiego Źródła Spalacyjnego ESS (European Spallation Source), prace badawczo–rozwojowe, projekt, produkcja i uruchomienie systemu dystrybucji helu (Cryogenic Distribution System)”; Rola: **wykonawca**; Zakres: projekt i nadzór wdrożeniowy instrumentacji kontrolno–pomiarowej kriogenicznego systemu dystrybucji helu, (raporty [D21, D30, D32, D33]).

**2021** Projekt badawczo–rozwojowy nr 4001/0128/13, „Współpraca w ramach Krajowego Konsorcjum FEMTOFIZYKA w budowie, uruchomieniu i działaniu Europejskiego Ośrodka Badań Antyprotonami i Jonami”; Rola: **konsultant**; Zakres: konsultacje eksperckie w zakresie projektu instrumentacji kontrolno–pomiarowej systemu kriogenicznego dla akceleratora Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) w GSI Helmholtz Centre for Heavy Ion Research w Darmstadt w Niemczech.

### 7.3.3 Projekty finansowane ze środków Narodowego Centrum Nauki

**2010/2012** Projekt badawczy (Grant promotorski) nr N N514 087938, „Planowanie ruchu układów robotycznych z deficytem napędów”; Rola: **główny wykonawca**, (publikacja [B6]).

**2014/2016** Projekt badawczy nr 2013/09/B/ST7/02368, „Rozwój jakobianowych algorytmów planowania ruchu robotów”; Rola: **wykonawca**, (publikacje [A2, A3, A5, C2, C3]).

**2016/2020** Projekt badawczy nr 2015/17/B/ST7/03995, „Mobilność nieholonomicznych robotów kosmicznych w obecności przestrzennie rozległych przeszkód posiadających moment pędu”; Rola: **wykonawca**; Realizowane w konsorcjum z Centrum Badań Kosmicznych (Laboratorium Mechatroniki i Robotyki Satelitarnej) PAN; (publikacje [C5, C7], raport [D24]).

### 7.3.4 Projekty finansowane ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju

**2017** Projekt badawczo–rozwojowy nr POIR.01.01.01-00-0842/16-00, „Optymalizacja systemów zasilających napędy pracujące w transporcie morskim, drogowym albo kolejowym, które wykorzystują gaz naturalny w postaci skroplonej”; Rola: **wykonawca**; współpraca z REMONTOWA LNG SYSTEMS Sp. z o.o., (raport: [D23]).

**2018/2021** Projekt badawczo–rozwojowy nr POIR.04.01.01-00-0001/17, „Samoczyszczące, wydajne panele fotowoltaiczne na podłożu elastycznym zintegrowane z ekranem akustycznym i inteligentnym systemem monitorowania”; Rola: **kierownik projektu**; współpraca z PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. realizowany w konsorcjum z Instytutem Metalurgii i Inżynierii Materiałowej im A. Krupkowskiego PAN oraz Akademią Wojsk Lądowych im. gen. T. Kościuszki, (raporty [D29, D31, D34]).

**2022/2025** projekt badawczo–rozwojowy nr BRIK-II/0020/2022, „System precyzyjnego monitorowania oddziaływania ruchu kolejowego na środowisko z uwzględnieniem informacji o danych ruchowych, technicznych i środowiskowych”; Rola: **wykonawca**; współpraca z PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. realizowany w konsorcjum z Politechniką Gdańską, (raport [D36]).

### 7.3.5 Projekty z przemysłem (finansowane przez zleceniodawcę)

- 2015** Projekt badawczo-rozwojowy nr 601968, „Wykorzystanie metod sztucznej inteligencji do zarządzania energią w inteligentnych budynkach: Zastosowanie geolokalizacji, prognoz meteorologicznych i profilu użytkownika do zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300”; Rola: **wykonawca**; dla firmy Viessmann Technika Grzewcza Sp. z o.o., (raporty [D2–D8]).
- 2015** Projekt badawczo-rozwojowy nr 601951, „Znaczące udoskonalenie suszarki drogowej z silnikiem turbinowym, poprzez wdrożenie innowacyjnego sterownika mikroprocesorowego z zaawansowanymi funkcjonalnościami”; Rola: **wykonawca**; dla firmy CEMAR Sp. z o.o., (raporty [D9–D12]).
- 2016/2017** Projekt badawczo-rozwojowy nr 4001/0086/16, „Mikroprocesorowo-webowego systemu sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi”; Rola: **wykonawca**; dla firmy CEMAR Sp. z o.o., (raporty [D14–D20]).
- 2017/2018** Projekt badawczo-rozwojowy nr 4001/0146/17, „Opracowanie nowego produktu w postaci innowacyjnego systemu złożonego z wszczepialnego podskórnie microchipu, elektronicznej obroży do monitorowania temperatury ciała krów mlecznych oraz koncentratora danych”; Rola: **kierownik projektu**; dla firmy Farm Innovations Sp. z o.o.
- 2018** Projekt badawczo-rozwojowy nr 4102/0070/18, „Opracowania aktualizacji i syntezy dokumentacji technicznej mikroprocesorowo-webowego systemu maszyny drogowej Torgos”; Rola: **wykonawca**; dla firmy CEMAR Sp. z o.o.
- 2018/2019** Projekt badawczo-rozwojowy nr 42RP/0011/18, „Opracowanie znacząco ulepszanego systemu mikroprocesorowo-webowego maszyny drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym, ze szczególnym uwzględnieniem automatyzacji i bezpieczeństwa eksploatacji, jako wynik prac badawczo-rozwojowych”; Rola: **wykonawca**; dla firmy CEMAR Sp. z o.o., (raporty [D25, D27, D28]).
- 2022/2023** Projekt badawczo-rozwojowy nr 4001/0080/22, „Opracowanie algorytmów i implementacja oprogramowania do pomiaru stanu i sterowania platformą jezdnią plotera mobilnego”; Rola: **kierownik projektu**; dla firmy Werner Kenkel Sp. z o.o., (raporty [D35, D38]).
- 2022/2023** Projekt badawczo-rozwojowy nr 4001/0087/22, „Automatyzacja procesu przygotowania nawierzchni jezdni przez specjalizowaną maszynę drogową z zastosowaniem technologii mechatronicznych”; Rola: **wykonawca**; dla firmy CEMAR Sp. z o.o., (raport [D37]).

## 7.4 Pozyskiwanie projektów

Oprócz realizacji projektów wymienionych w poprzednim punkcie habilitant czynnie włącza się w aktywności związane z opracowywaniem wniosków projektowych (projekty naukowe) i pozyskiwaniem nowych zleceniodawców (projekty badawczo-rozwojowe). Poniżej zamieszczono zestawienie tych aktywności.

Opracowywanie wniosków konkursowych.

- Opracowanie planów B+R dla dwóch wniosków konkursowych o dofinansowanie projektów z Dolnośląskiej Instytucji Pośredniczącej (DIP) dla firmy Schima Sp. z o.o. w zakresie systemów przywoławczych (przyzywowych). Obie dotacje przyznano.
- Opracowanie opinii o innowacyjności niezbędnej do opracowania wniosku konkursowego o dofinansowanie projektu inteligentnego hotelu SEIDORF dla firmy INWIND POLSKA Sp. z o.o. Dotację przyznano.
- Współredakcja wniosku konkursowego o realizację projektu w programie POIR poddziałanie 4.1.4. w konsorcjum z Miejskim Przedsiębiorstwem Wodociągów i Kanalizacji (MPWiK) we Wrocławiu, w zakresie konstrukcji pływającego, autonomicznego laboratorium pomiaru zanieczyszczenia wody. Dotacji nie przyznano.
- Współredakcja wniosku konkursowego o realizację projektu w konkursie NCN OPUS 9, wraz z Centrum Badań Kosmicznych PAN. Dotację przyznano
- Współredakcja wniosku konkursowego o realizację projektu w konkursie NCN PRELUDIUM 20, wraz z doktorantem Roberto Orozco. Dotacji nie przyznano.
- Współredakcja wniosku konkursowego o realizację projektu w konkursie NCBiR BRIK (Badania i Rozwój w Infrastrukturze Kolejowej), wraz z z Instytutem Metalurgii i Inżynierii Materiałowej im A. Krupkowskiego PAN oraz Akademią Wojsk Lądowych im. gen. T. Kościuszki. Dotację przyznano.
- Współredakcja wniosku konkursowego o realizację projektu w konkursie NCBiR BRIK II, wraz z Politechniką Gdańską. Dotację przyznano.

Oprócz realizacji projektów wymienionych powyżej, habilitant brał udział w pozyskiwaniu zleceniodawców do nowych projektów, opracowania studium wykonalności, analiz koncepcyjnych, szacunków kosztorysowych, zawiązywania ramowych umów o współpracy i/lub umów o zachowaniu poufności z niżej wymienionymi podmiotami.

- Opracowanie studium wykonalności systemu wspomagania operatora wiertnicy w kopalniach rudy miedzi, dla firmy KGHM ZANAM S.A. Raport: [D13].
- Cloud Best Sp. z o.o. w zakresie układu sterowania dynamicznym zawieszeniem pojazdu typu LUV (Luxury Urban Vehicle) marki Leia Gabriel.
- PGNiG GAZOPROJEKT S.A. w zakresie inteligentnych budynków, monitorowania zużycia mediów i zarządzania dostępem.
- Sonda Sports Sp. z o.o., w zakresie opracowania urządzenia oraz oprogramowania do urządzeń typu „wearables” do monitorowania parametrów życiowych sportowców.
- Creator sp. z o.o. w zakresie projektu układu sterowania i rozwoju algorytmu sterowania kriokomorą.

- InEMa Sp. z o.o w zakresie optymalizacji parametrów procesów przemysłowych z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych.
- Procom System S.A. w zakresie opracowania nowego urządzenia do oświetlenia lotniskowego.
- Transition Technologies S.A. w zakresie układów i algorytmów sterowania palnikami energetycznymi na biomasę.
- Vitafon PL Leonids Berkovics w zakresie opracowania i produkcji urządzeń medycznych/rehabilitacyjnych.
- intec Automation Sp. z o.o. w zakresie stanowiska robotyczno-wizyjnego do paletyzacji nieregularnych kamieni elewacyjnych.
- Thales DIS Polska, w zakresie opracowania bezpiecznej komunikacji sieciowej w nastawniach kolejowych.
- Monat sp. z o.o. w zakresie automatyzacji i zwiększenia bezpieczeństwa na przejazdach kolejowych.
- Impel S.A. w zakresie opracowania mobilnej platformy monitorującej.
- DEA sp. z o.o. w zakresie projektu uniwersalnego sterownika przemysłowego.
- SYSTEmEG sp. z o.o. w zakresie opracowania czujnika obecności pojazdu i integracji systemu inteligentnych parkingów miejskich.

Z uwagi na oszczędność miejsca, w powyższym zestawieniu nie ujęto podmiotów, z którymi realizowane były projekty wykazane w sekcji 7.3, z którymi habilitant również prowadził rozmowy i prace przygotowawcze przed rozpoczęciem realizacji projektów.

Ponadto, podczas realizacji projektów, podczas negocjacji związanych z potencjalnymi nowymi projektami, habilitant zawiązywał obustronne kontakty firmami ze środowiska wrocławskiego, dolnośląskiego, ogólnopolskiego jak i międzynarodowego, w tym z podmiotami: ASTOR Sp. z o.o. BaksSp. z o.o., Bitner Sp. z o.o., Eberspächer Controls Esslingen GmbH & Co. KG, ENCON Sp. z o.o., Endress+Hauser Sp. z o.o., Festo Sp. z o.o., Hima GmbH, Honeywell Polska Sp. z o.o., Karwasz Sp. z o.o., Kordecki Automation Sp. z o.o., Kowma Sp. z o.o., KrioSystem sp. z o.o., Petronova Sp. z o.o., Phoenix Contact Sp. z o.o., Physiolution Sp. z o.o., Process Automation Solutions Sp. z o.o., PROCOM SYSTEM S.A., RAControls Sp. z o.o., SDS Automatyka Sp. z o.o., Sabur Sp. z o.o., Schneider Electric Polska Sp. z o.o., Siemens Sp. z o.o., Softing Industrial Automation GmbH, Vipa Group Sp. z o.o, Volvo Group Digital & IT, Zakład Przemysłowych Systemów Automatyki Sp. z o.o. i inne.

## 7.5 Nagrody i wyróżnienia

Habilitant otrzymał następujące nagrody i wyróżnienia:

- Przed uzyskaniem stopnia doktora
  - Wyróżnienie Dziekana Wydziału Elektroniki (PWr) za wyróżniający się wkład w rozwój Wydziału Elektroniki w roku akademickim 2006/2007.
  - Stypendysta subsydium profesorskiego Fundacji na rzecz Nauki Polskiej (2007/2008).
- Po uzyskaniu stopnia doktora
  - Nagrody Rektora Politechniki Wrocławskiej w uznaniu wyróżniającego wkładu w działalność uczelni w latach 2021, 2018, 2017, 2016, 2013.
  - Wyróżnienie/medal „Zasłużony dla Wydziału Elektroniki” 2021.

## 7.6 Podsumowanie działalności naukowej

- Łączna liczba publikacji: **25**  
w tym
  - artykułów w czasopismach: **12** ,
  - monografie: **1**,
  - rozdziałów w książkach lub w monografiach: **6**,
  - referatów w materiałach konferencyjnych: **6**.
- Liczba publikacji indeksowanych w bazie Web of Science: **14**.
- Liczba publikacji indeksowanych w bazie Scopus: **15**.
- Sumaryczny Impact Factor publikacji naukowych według listy JCR: **13.103**.
- Liczba cytowań publikacji według bazy Web of Science (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **66/37**.
- Liczba cytowań publikacji według bazy Scopus (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **87/51**.
- Liczba cytowań publikacji według bazy Google Scholar (z uwzględnieniem autocytowań/z wyłączeniem autocytowań): **133/67**.
- Indeks Hirscha według bazy Web of Science: **6**.
- Indeks Hirscha według bazy Scopus: **7**.
- Indeks Hirscha według bazy Google Scholar: **7**.
- Udział w krajowych i międzynarodowych projektach badawczych: **29**, w tym projekty statutowe PWr **13**.
- Liczba projektów kierowanych przez habilitanta **6**.
- Recenzowanie:
  - artykułów w czasopismach
    - \* Journal of Intelligent & Robotic Systems: **liczba recenzji 3**,
    - \* The Journal of the Franklin Institute: **liczba recenzji 2**,
    - \* IEEE Transactions on Cybernetics: **liczba recenzji 1**,
    - \* IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems: **liczba recenzji 1**,
    - \* Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences: **liczba recenzji 1**,
    - \* Robotica: **liczba recenzji 1**,
    - \* Mechanical Sciences: **liczba recenzji 1**,
    - \* Mathematical Problems in Engineering: **liczba recenzji 1**,
  - referatów konferencyjnych
    - \* International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo): **liczba recenzji 7**,
    - \* Conference on Decision and Control (CDC): **liczba recenzji 3**,
    - \* Krajowa Konferencja Robotyki (KKR): **liczba recenzji 2**,
    - \* Conference on Aerospace Robotics (CARO): **liczba recenzji 1**,
    - \* International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR): **liczba recenzji 1**,
    - \* Mediterranean Conference on Control & Automation: **liczba recenzji 1**.
- Pełnienie roli przewodniczącego (chairman) sesji na konferencjach
  - International Workshop on Robot Motion and Control (RoMoCo),
  - Krajowa Konferencja Robotyki (KKR).

Porównanie dorobku publikacyjnego przed i po uzyskaniu stopnia doktora zawiera tabela 2.

Tabela 2: Porównanie dorobku publikacyjnego przed i po uzyskaniu stopnia doktora

	Przed uzyskaniem stopnia doktora	Po uzyskaniu stopnia doktora	Suma
Liczba publikacji (ogółem)	6	19	25
w tym artykuły w czasopismach	4	8	12
w tym artykuły z Impact Factor	1	6	7
w tym monografie	0	1	1
w tym rozdziały w książce	1	5	6
w tym referaty konferencyjne	2	4	6
Liczba publikacji w wykazie WoS	2	12	14
Liczba publikacji w wykazie Scopus	2	12	14
Punkty MNiSW	40	220(do 2018) 140(od 2019)	260(do 2018) 140(od 2019)
Sumaryczny Impact Factor	0.939	12.164	13.103

## 7.7 Spis raportów

- [D1] **Adam Ratajczak**, Joanna Ratajczak, i Krzysztof Tchoń. *Task-priority motion planning of underactuated systems* : Raporty Instytutu Informatyki Automatyki i Robotyki I06/2009/P-054. Politechnika Wroclawska, 2009.
- [D2] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Łukasz Korus, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Andrzej Stachno, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Koncepcja sterowania kotłem VITODENS 300 z uwzględnieniem profilu użytkownika, danych geolokalizacyjnych i prognoz meteorologicznych*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-029. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D3] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Andrzej Stachno, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Dokumentacja aplikacji symulatora z interfejsem graficznym do badań symulacyjnych, modelu symulacyjnego ogrzewanych obiektów oraz algorytmu zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-054. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D4] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Andrzej Stachno, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Propozycje prac badawczo-rozwojowych dotyczących optymalizacji kosztów i zużycia energii cieplnej z wykorzystaniem metod sztucznej inteligencji dla produktów grupy Viessmann na podstawie analizy rezultatów badań symulacyjnych algorytmu zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-064. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D5] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Andrzej Stachno, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Struktura algorytmu zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300 oraz modelu symulacyjnego ogrzewanych obiektów*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-053. Politechnika Wroclawska, 2015.

- [D6] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Instrukcja obsługi aplikacji symulatora SimV300 z interfejsem graficznym dla prowadzenia badań symulacyjnych algorytmu zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-055. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D7] Anna Czemplik, Piotr Ciskowski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *SimV300 user manual: SimV300 simulator application for GUI-based simulation testing of the VITODENS 300 remote control algorithm*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-063. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D8] Anna Czemplik, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Profil użytkownika i profil ogrzewanego budynku dla potrzeb zdalnego sterowania kotłem VITODENS 300 wraz z modelem symulacyjnym aplikacji mobilnej VITOLIFE*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-030. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D9] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Dokumentacja techniczna prototypu mikroprocesorowego sterownika suszarki drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-084. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D10] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Innowacyjny mikroprocesorowy sterownik dla suszarki drogowej z silnikiem turbinowym - koncepcja, algorytmy, projekt modelu*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-031. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D11] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Instrukcja obsługi i eksploatacji mikroprocesorowego sterownika suszarki drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-85. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D12] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Konstrukcja i oprogramowanie modelu mikroprocesorowego sterownika suszarki drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/S-066. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D13] Andrzej Jabłoński, Joanna Ratajczak, i **Adam Ratajczak**. *Analiza koncepcyjna możliwości zastosowania metod automatyzacji i robotyzacji dla systemu wspomagania operatora wiertnicy w kopalniach rudy miedzi*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2015/P-028. Politechnika Wroclawska, 2015.
- [D14] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: opracowanie koncepcji dotyczących funkcjonalności, struktury systemu, identyfikacji urządzenia*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2016/S-061. Politechnika Wroclawska, 2016.

- [D15] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: opracowanie części mikroprocesowej systemu*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-007. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D16] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: opracowanie oprogramowania funkcjonalności sterownika*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-008. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D17] Wojciech Domski, Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Tarnawski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: dokumentacja końcowa systemu*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-031. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D18] Wojciech Domski, Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Tarnawski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: opracowanie części serwerowej systemu i aplikacji serwisowych*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-015. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D19] Wojciech Domski, Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Tarnawski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: serwerowe algorytmy sztucznej inteligencji*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-030. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D20] Wojciech Domski, Wojciech Rafajłowicz, Wojciech Tarnawski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system sterowania, telemetrii, diagnostyki i geolokalizacji dla nowej generacji maszyn drogowych z silnikami turbinowymi: opracowanie aplikacji serwerowych*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-029. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D21] Piotr Felisiak i **Adam Ratajczak**. *Development of automation subsystems for Cryogenic Distribution System of the European Spallation Source Elliptical Linac Main description*. Raporty Wydziału Mechaniczno-Energetycznego. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D22] **Adam Ratajczak**. *Aspekty numeryczne idei endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2017/S-048. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D23] **Adam Ratajczak**. *Przegląd przepisów morskich towarzystw notyfikacyjnych dotyczących układów sterowania i elementów automatyki*. Raporty Wydziału Mechaniczno-Energetycznego U/0180/3/2017 - 5001. Politechnika Wrocławska, 2017.



- [D24] Joanna Ratajczak i **Adam Ratajczak**. *Metodologia wyprowadzania modelu dynamiki manipulatorów kosmicznych. Teoria i obsługa aplikacji Mathematica*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki W04/2017/S-026. Politechnika Wrocławska, 2017.
- [D25] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system maszyny drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym, ze szczególnym uwzględnieniem automatyzacji i bezpieczeństwa eksploatacji. Wyniki badań określających zakres rozwiązań znacząco ulepszający system*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2018/S-035. Politechnika Wrocławska, 2018.
- [D26] Joanna Ratajczak i **Adam Ratajczak**. *Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów biblioteka bloków simulink i ćwiczenia laboratoryjne*. Raporty Katedry Cybernetyki i Robotyki W04/2018/S-039. Politechnika Wrocławska, 2018.
- [D27] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Mikroprocesorowo-webowy system maszyny drogowej TORGOS z silnikiem turbinowym, ze szczególnym uwzględnieniem automatyzacji i bezpieczeństwa eksploatacji. Algorytmy, oprogramowanie i implementacja rozwiązań znacząco ulepszających system*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2019/S-006. Politechnika Wrocławska, 2019.
- [D28] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Wojciech Tarnawski, i Zbigniew Zajda. *Opracowanie aktualizacji i syntezy dokumentacji technicznej mikroprocesorowo-webowego systemu maszyny drogowej Torgos*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2019/S-035. Politechnika Wrocławska, 2019.
- [D29] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, Paweł Drąg, Wojciech Rafajłowicz, i Wojciech Tarnawski. *Samoczynszące, wydajne panele fotowoltaiczne na podłożu elastycznym zintegrowane z ekranem akustycznym i inteligentnym systemem monitorowania*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2019/S-087. Politechnika Wrocławska, 2019.
- [D30] **Adam Ratajczak**. *Temperature measurement issue for Lund Test Stand 2 Cryogenic Distribution System of the European Spallation Source*. Raporty Wydziału Mechaniczno-Energetycznego. Politechnika Wrocławska, 2019.
- [D31] Wojciech Domski, Andrzej Jabłoński, **Adam Ratajczak**, Paweł Drąg, Wojciech Rafajłowicz, i Wojciech Tarnawski. *Samoczynszące, wydajne panele fotowoltaiczne na podłożu elastycznym zintegrowane z ekranem akustycznym i inteligentnym systemem monitorowania: etap 5, zadanie 5b*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04/2020/S-033. Politechnika Wrocławska, 2020.
- [D32] **Adam Ratajczak**. *Automation (Instrumentation) subsystem for Cryogenic Distribution System of the European Spallation Source – Elliptical Linac; Final documentation*. Raporty Wydziału Mechaniczno-Energetycznego. Politechnika Wrocławska, 2020.
- [D33] **Adam Ratajczak**. *Automation (Instrumentation) subsystem for Cryogenic Distribution System of the European Spallation Source – Lund Test Stand 2; Final documentation*. Raporty Wydziału Mechaniczno-Energetycznego. Politechnika Wrocławska, 2020.

- [D34] Wojciech Domski, Paweł Drąg, Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, i Wojciech Tarnawski. *Samoczynszące, wydajne panele fotowoltaiczne na podłożu elastycznym zintegrowane z ekranem akustycznym i inteligentnym systemem monitorowania. Etap 7*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04N/2021/S-004. Politechnika Wrocławska, 2021.
- [D35] Roberto Orozco, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Joanna Ratajczak, i Wojciech Tarnawski. *Opracowanie algorytmów sterowania i implementacja oprogramowania wbudowanego dla sterownika niskopoziomowego plotera mobilnego. Koncepcja systemu i algorytm sterowania*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04N/2022/S-001. Politechnika Wrocławska, 2022.
- [D36] Maciej Filiński, Radosław Idzikowski, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, i Wojciech Tarnawski. *System precyzyjnego monitorowania oddziaływania ruchu kolejowego na środowisko z uwzględnieniem informacji o danych ruchowych, technicznych i środowiskowych BRIK II InfraNoise Zadanie nr 3* *Opracowanie narzędzi informatycznych do planowania, przetwarzania, prezentacji danych pomiarowych oraz raportowania wyników analiz*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04N/2023/P-010. Politechnika Wrocławska, 2023.
- [D37] Andrzej Jabłoński, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, i Wojciech Tarnawski. *Automatyzacja procesu przygotowania nawierzchni jezdni przez specjalizowaną maszynę drogową z zastosowaniem technologii mechatronicznych*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04N/2023/S-001. Politechnika Wrocławska, 2023.
- [D38] Roberto Orozco, Wojciech Rafajłowicz, **Adam Ratajczak**, Joanna Ratajczak, i Wojciech Tarnawski. *Opracowanie algorytmów sterowania i implementacja oprogramowania wbudowanego dla sterownika niskopoziomowego plotera mobilnego. System operacyjny i algorytmy sterowania*. Raporty Katedry Automatyki, Mechatroniki i Systemów Sterowania W04N/2023/S-002. Politechnika Wrocławska, 2023.

## 7.8 Spis prowadzonych prac dyplomowych

- [E1] Piotr Kaźmierczuk. „Sprzętowy symulator kotła parowego na platformie S7-mEC”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E2] Daniel Wilczyński. „Sprzętowy symulator napędu elektrycznego na platformie S7-mEC”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E3] Betina Josefowicz. „Regulator przepływu powietrza na sterowniku SAIA i siłowniku BELIMO”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E4] Michał Błach. „Regulator położenia liniowego korzystający z czujników różnego typu”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E5] Bartosz Lodek. „Model reakcji rośliny na nawadnianie”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2021.
- [E6] Michał Rutkowski. „Sprzętowy symulator układu dynamicznego zbiorników z wodą”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2021.

- [E7] Grzegorz Cieślak. „Porównanie wydajności wybranych regulatorów dla modelu procesu przemysłowego”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2022.
- [E8] Adam Mielniczek. „Sprzętowy symulator elementarnych urządzeń obiektowych automatyki na platformie S7-mEC”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2022.
- [E9] Kamil Śmigieński. „Path optimisation of an autonomous Formula Student car in the BeamNG environment”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2023.
- [E10] Magdalena Kaczorowska. „Modelowanie i sterowanie manipulatorów z pasywnym przegubem”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2018.
- [E11] Jan Masłowski. „Sterownik ruchu platformy balansującej piłką wsparty systemem wizyjnym”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2023.
- [E12] Arkadiusz Szelaąg. „Projekt i konstrukcja fizycznego modelu manipulatora”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E13] Dawid Bara. „Wizualizacja i kontrola parametrów lotu modelu motoszybowca”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2013.
- [E14] Maciej Motyl. „Stereowizyjna detekcja głębi dynamicznego otoczenia robota mobilnego”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E15] Dominik Niedźwiedź. „Zestaw laboratoryjnych stacji procesowych SAIA do rozliczania mediów i z obsługą protokołów CAN oraz MODBUS”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E16] Marcin Okoniewski. „Zestaw laboratoryjnych stacji procesowych SAIA w konfiguracji budynkowej i z obsługą protokołów LonWorks i Profibus DP”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E17] Piotr Kaźmierczuk. „Diagnostyka obwodów wejściowo-wyjściowych w urządzeniach automatyki”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E18] Katarzyna Maj. „Sterownik Siemens S7-mEC w aplikacjach laboratoryjnych”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2015.
- [E19] Artur Jaros. „Integracja komputera przemysłowego S7-mEC ze środowiskiem Matlab/Simulink”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E20] Jarosław Szwałkosz. „Połączenie sterownika serii S7 z urządzeniem mobilnym”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E21] Artur Kukuć. „Wybrane funkcjonalności przekształtników częstotliwości Schneider Electric”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2018.
- [E22] Mateusz Parusel. „Wysoka dostępność modułów wejściowych i wyjściowych”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2018.
- [E23] Przemysław Płuska. „Analiza standardu komunikacyjnego OPC UA w systemach sterowania automatycznego”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2020.

- [E24] Maciej Hryniewiecki. „Analiza drgań napędu z wykorzystaniem SIPLUS CMS”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2021.
- [E25] Szymon Korczyński. „Przegląd i analiza efektywności metod monitoringu procesów”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2022.
- [E26] Wojciech Kwiatek. „Rejestracja zdarzeń w inteligentnym budynku z wykorzystaniem Raspberry Pi”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E27] Andrej Lenkov. „System monitoringu zużycia mediów w oparciu o sterowniki SAIA”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E28] Mariusz Szakiel. „Sterownik rolet zewnętrznych do regulacji temperatury wewnętrznej w budynku mieszkalnym”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E29] Michał Tomaszewski. „System sterowania ogrzewaniem budynku mieszkalnego za pomocą Raspberry Pi”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E30] Marcin Zych. „Projekt instalacji automatyki domowej z zastosowaniem systemu KNX”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E31] Dominik Niedźwiedź. „Analiza aspektów bezpieczeństwa funkcjonalnego na podstawie wybranego procesu przemysłowego”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E32] Marcin Meisinger. „Analiza aspektów bezpieczeństwa maszyn na wybranym przykładzie”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2021.
- [E33] Marcin Meisinger. „Bezpieczeństwo cybernetyczne ethernetowych protokołów przemysłowych”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E34] Aleksandra Marecka. „Oprogramowanie SISTEMA jako narzędzie oceny bezpieczeństwa”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2021.
- [E35] Aleksander Kłak. „Projekt systemu automatyki bezpiecznej dla gilotyny otulin polietylenowych”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2023.
- [E36] Piotr Mika. „Rozpoznawanie układu typograficznego w dokumentach skanowanych i przeskład tekstu”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E37] Michał Zasiadczuk. „Inteligentny wizyjny system monitorowania bezpieczeństwa domu”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2023.
- [E38] Agata Gniewek. „Data processing and analysis from flight data recorder”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2016.
- [E39] Agata Gniewek. „Samolotowy system czujników mierzących parametry lotu”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E40] Marcin Rudyk. „Pomiar wyższych harmonicznych napięcia i prądu w sieci niskiego napięcia”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.

- [E41] Oskar Gonta. „Monitorowanie urządzeń elektrycznych poprzez analizę wyższych harmonicznych napięcia i prądu”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2018.
- [E42] Patrick Rossol. „Analiza porównawcza wybranych algorytmów uczenia maszynowego do rozpoznawania leukocytów”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2023.
- [E43] Paweł Dymacz. „Bezprzewodowy system komunikacji pracujący w paśmie ISM”. Praca magisterska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2013.
- [E44] Tymoteusz Lipiński. „System immobilizera z rejestrowaniem trasy samochodu”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2014.
- [E45] Jakub Kijas. „Mikroprocesorowy regulator poziomu nawodnienia gleby”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E46] Konrad Pawlikowski. „Mikroprocesorowa stacja meteorologiczna z aplikacją serwerową”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2017.
- [E47] Sebastian Faber. „Projekt inteligentnej szklarni”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2019.
- [E48] Szymon Zajda. „Moduł dystrybucji zasilania dla systemu niskiego napięcia w bolidzie wyścigowym klasy Formula Student”. Praca inżynierska. Wydział Elektroniki, Fotoniki i Mikrosystemów Elektroniki, Politechnika Wrocławska, 2022.

*Adam Rotejski*

(Podpis wnioskodawcy)