Politechnika Wrocławska

DZIEDZINA: nauk inżynieryjno-technicznych

DYSCYPLINA: automatyka, elektronika, elektrotechnika i technologie kosmiczne

ROZPRAWA DOKTORSKA

Zastosowanie metamateriałów akustycznych do konstrukcji przegród podwójnych o podwyższonej izolacyjności

Mgr inż. Aleksandra Klimek

Promotor:
prof. dr hab. inż. Andrzej Dobrucki

Słowa kluczowe: metamateriał akustyczny, ujemna gęstość, ujemna sprężystość, FEM, izolacyjność akustyczna

WROCŁAW 2024

Podziękowania

Niniejsza dysertacja siłą rzeczy pomija wszystkie nieudane próby i nietrafione pomysły. Te mniejsze i większe błędy nie stały się dla mnie przeszkodą nie do pokonania wyłącznie dzięki stałemu i nieocenionemu wsparciu wielu osób.

Przede wszystkim dziękuję mojemu promotorowi, profesorowi Andrzejowi Dobruckiemu, za dzielenie się swoją wiedzą (która jest imponująca nie tylko jeśli chodzi o akustykę), za życzliwość, cierpliwość i trwałe stanie po mojej stronie. Pana sposób pracy oraz szacunek, jaki okazuje Pan swoim studentom, zawsze pozostaną dla mnie wzorem do naśladowania.

Dziękuję firmie Silencions, a w szczególności Aleksandrowi Krasowi i Klarze Chojnackiej, za wsparcie i umożliwienie przeprowadzenia końcowych badań. Praca z Wami była przyjemnością.

Dziękuję także firmie KFB Acoustics za umożliwienie przeprowadzenia wstępnych badań i pomoc przy ich realizacji, a przede wszystkim Pawłowi Nieradce, Filipowi Rochale i Sebastianowi Szarapowowi. Paweł, to podczas naszych rozmów zrodził się pomysł na temat tej rozprawy, dziękuję.

Dziękuję także wszystkim, z którymi miałam przyjemność pracować przez ostatnie lata – przy tematach luźno lub wcale nie związanych z metamateriałami.

Tomaszowi Nowakowi, z którym razem zaczynaliśmy te studia i razem je kończymy, za to że zawsze (a przynajmniej zazwyczaj) jedno z nas wiedziało jakie papiery złożyć w dziekanacie.

Gabrieli Czupryńskiej, Ewelinie Jabłońskiej i Kindze Ziomek za pierwszą lekcję współpracy przy organizacji wymiany studenckiej i za przyjaźń, która po niej pozostała.

Zespołowi *TECH*: Jerzemu Łątce, Agacie Jasiołek, Dominice Jezierskiej, Arturowi Jörgenowi, Annie Karolak, Szymonowi Misiurce, Pawłowi Niewiadomskiemu, Pawłowi Noszczykowi i Jackowi Szymanowskiemu za stworzenie prawdziwie interdyscyplinarnego zespołu.

A także profesorowi Krzysztofowi Opielińskiemu i wszystkim pracownikom Katedry Akustyki, Multimediów i Przetwarzania Sygnałów PWr, za wspólne publikacje, zajęcia oraz za stworzenie warunków do podjęcia i ukończenia studiów doktoranckich.

Na koniec szczególnie dziękuję mojej rodzinie i przyjaciołom. Mojej Mamie, za pokazanie na swoim przykładzie, że praca może i powinna być pasją. Mojej siostrze Asi za udowodnienie, że można zrobić wszystko i to jednocześnie. Bogusi i Jarkowi Drewkom za wsparcie i opiekę, kiedy tego potrzebowałam. Edycie Żak, za przyjaźń trwającą nawet po tym jak wyjechałam do Wrocławia. I nareszcie – mojemu mężowi Kubie, za to że przyjechał tu ze mną. Dziękuję Ci, że byłeś i ciągle jesteś dla mnie oparciem, że zawsze mogę na Ciebie liczyć i że odłożyłeś swoje własne plany, aby pomóc mi zrealizować moje.

Bez Was ta praca by nie powstała, dziękuję.

Ola

Streszczenie

Praca dotyczy analizy metamateriałów akustycznych, stosowanych w konstrukcjach lekkich przegród podwójnych w celu poprawy ich izolacyjności akustycznej. Badania przeprowadzono metodami analitycznymi, numerycznymi oraz eksperymentalnymi, skupiając się na właściwościach konstrukcji zawierającej metamateriały o ujemnej gęstości, sprężystości oraz łączących obie te cechy.

Teza dysertacji zakłada, że zastosowanie metamateriałów akustycznych umożliwia zwiększenie izolacyjności akustycznej lekkich przegród podwójnych. W pracy zbadano wpływ metamateriałów na poprawę wskaźnika izolacyjności akustycznej poprzez dostrojenie ich częstotliwości działania do rezonansu masa-sprężyna-masa przegrody.

W ramach badań przeanalizowano i przetestowano trzy typy metamateriałów:

1. metamateriał o ujemnej efektywnej gęstości, wykorzystujący rezonatory mechaniczne, w którym osiągnięto lokalne wzrosty izolacyjności akustycznej,
2. metamateriał o ujemnej efektywnej sprężystości, oparty na rezonatorach Helmholtza, zapewniający wzrost izolacyjności bez zwiększenia całkowitej masy przegrody,
3. metamateriał o ujemnej efektywnej gęstości i sprężystości, łączący oba rodzaje rezonatorów, zoptymalizowany pod kątem wzrostu wskaźnika izolacyjności R_W.

Wyniki eksperymentalne wykazały zgodność z modelami analitycznymi, szczególnie w przypadku metamateriału o ujemnej efektywnej sprężystości. Optymalizacja parametrów geometrycznych metamateriału pozwoliła uzyskać znaczną poprawę wskaźnika izolacyjności akustycznej bez wzrostu masy przegrody oraz bez zwiększania szerokości pustki powietrznej. Praca pozytywnie weryfikuje tezę, że zastosowanie metamateriałów akustycznych umożliwia znaczną poprawę izolacyjności lekkich przegród podwójnych.

ABSTRACT

The dissertation concerns the analysis of acoustic metamaterials used in lightweight double-panel constructions to enhance their acoustic insulation. The research was conducted using analytical, numerical, and experimental methods, focusing on the properties of constructions incorporating metamaterials with effective negative density, stiffness, and combinations of both properties.

The dissertation's thesis postulates that the application of acoustic metamaterials enables an increase in the acoustic insulation of lightweight double-panel partitions. The study examined the impact of metamaterials on the improvement of the sound insulation index by tuning their resonant frequencies to match the mass-spring-mass resonance of the partition.

Three types of metamaterials were analysed and tested as part of the research:

1. a metamaterial with negative effective density, utilising mechanical resonators, which achieved local increases in sound insulation,
2. a metamaterial with negative effective elasticity, based on Helmholtz resonators, providing enhanced insulation without increasing the overall mass of the partition,
3. a metamaterial with both negative effective density and elasticity, combining both types of resonators and optimised for an increase in the sound insulation index.

The experimental results showed consistency with analytical models, particularly for the metamaterial with negative effective elasticity. Optimising the geometric parameters of the metamaterial resulted in a significant improvement in the acoustic insulation index without increasing the partition’s mass or the width of the air cavity. This work positively verifies the thesis that applying acoustic metamaterials can substantially improve the insulation properties of lightweight double-panel partitions.

WYKAZ OZNACZEŃ

Wykaz akronimów

BG przerwa pasmowa (ang. Band Gap);

CD, MD kierunek przeciwny oraz zgodny z maszynowym kierunkiem walcowania tektury (ang. Cross-Machine Direction, Machine Direction)

FD metoda różnic skończonych (ang. Finite Difference Method);

FDTD metoda różnic w dziedzinie czasu (ang. Finite Difference Time-Domain);

FDM metoda przyrostowa osadzania topionego materiału (ang. Fused Deposition Modelling);

FSI warunek brzegowy sprzęgający dziedzinę strukturalną z dziedziną akustyczną (ang. Fluid-Structure Interaction)

IL tłumienie wtrącenia (ang. Insertion Loss);

LRM metamateriały z lokalnymi rezonansami (ang. Locally Resonant Metamaterials);

MES metoda elementów skończonych (ang. FE – Finite Elements Method, FEA – Finite Elements Analysis);

MRT teoria wielokrotnych odbić (ang. Multiple Reflection Theory);

MS metoda wielokrotnego rozpraszania (ang. Multiple Scattering Method);

PI indeks ciśnienia akustycznego względem natężenia akustycznego (ang. Pressure Intensity index);

PML idealnie dopasowana warstwa pochłaniająca (ang. Perfectly Matched Layer);

PWE metoda rozwinięcia fali płaskiej (ang. Plane Wave Expansion Method);

MSLA maskowana stereolitografia (ang. Masked Stereolithography Apparatus);

TL spadek transmisji; STL – spadek transmisji dźwięku (ang. Sound Transmission Loss), [dB].

Wykaz symboli

a stała siatki periodycznej;

a_p, b_p wymiary paraboloidu tworzącego masę drgającą rezonatora mechanicznego;

C widmowy wskaźnik adaptacyjny dla hałasu średnio- i wysokoczęstotliwościowego;

C_{tr} widmowy wskaźnik adaptacyjny dla hałasu z przewagą niskich częstotliwości;

c_0	prędkość dźwięku w powietrzu, $c_0 = 344$ m/s dla temperatury 20°C;
c_g, c_f	prędkość grupowa, prędkość fazowa;
d_R	średnica szyjki rezonatora Helmholtza;
D	sztywność płyty na zginanie;
E	moduł Younga
F	siła;
f	częstotliwość;
f_0	częstotliwość rezonansowa: mechanicznego układu drgającego, przegrody;
$f_{01,02}$	częstotliwości rezonansowe układu dwóch płyt z rezonatorami Helmholtza;
f_c	częstotliwość koincydencji płyty jednorodnej;
f_{fit}	funkcja celu algorytmu genetycznego;
f_{DW}	częstotliwość rezonansowa układu dwóch płyt (przegrody podwójnej);
$f_{H,L}$	górna i dolna częstotliwość przerwy pasmowej;
f_R	częstotliwość rezonansowa rezonatora Helmholtza;
f_{kr}	częstotliwość krytyczna płyty jednorodnej (w zjawisku koincydencji);
$f_{\max}$	częstotliwość maksimum lokalnego izolacyjności akustycznej;
$f_{\min}$	częstotliwość minimum lokalnego izolacyjności akustycznej;
H	odległość między płytami w układzie przegrody podwójnej;
H_R	wysokość komory rezonatora Helmholtza;
h_k, w_k, l_k	wymiary elementu sprężystego w rezonatorze mechanicznym – wysokość, szerokość i długość;
j	jednostka urojona, $j = \sqrt{-1}$;
K_0	adiabatyczny współczynnik sprężystości objętościowej powietrza, $K_0 = 1{,}42 \cdot 10^5$ Pa;
K_{eff}	efektywny dynamiczny współczynnik sprężystości objętościowej;
k	liczba falowa;
k	współczynnik rozszerzenia przedziału ufności;
$\mathbf{k}$	wektor liczb falowych na obwodzie pierwszej, nieredukowalnej strefy Brillouina;
k_0	współczynnik sprężystości pustki powietrznej między przegrodami;
k_2	współczynnik sprężystości rezonatora dołączonego do elementu nośnego w metamateriale o ujemnej dynamicznej gęstości;
k_{eff}	efektywna liczba falowa;
k_R	współczynnik sprężystości komory rezonatora Helmholtza;
$k_{x,y}$	liczba falowa dla fali propagującej w kierunku x lub y;
l_R	długość szyjki rezonatora Helmholtza;
m''	masa powierzchniowa przegrody, $m''_{a,b}$ – masa powierzchniowa płyt a i b w układzie przegrody podwójnej;
m_1	masa elementu nośnego do którego są dołączane są rezonatory w metamateriale o ujemnej dynamicznej gęstości;
m_2	masa rezonatora dołączonego do elementu nośnego w metamateriale o ujemnej dynamicznej gęstości;
m_{eff}	efektywna masa dynamiczna, m''_{eff} – efektywna, dynamiczna masa powierzchniowa;

m_R	masa drgającego słupa powietrza w rezonatorze Helmholtza;
n	liczba pasm 1/3 oktawy;
p	ciśnienie akustyczne, [Pa], Δp – zmiana ciśnienia;
p_R	ciśnienie wewnątrz komory rezonatora Helmholtza, Δp – zmiana ciśnienia;
R	izolacyjność akustyczna; [dB]
$R_{I,M}$	skorygowana natężeniowa izolacyjność akustyczna właściwa, zgodnie z normą PN-EN ISO 15186-1, [dB];
$R_{I,M,W}$	ważony wskaźnik skorygowanej natężeniowej izolacyjności akustycznej właściwej, zgodnie z normą PN-EN ISO 15186-1, [dB]
$R_{o\,i}$	izolacyjność akustyczna krzywej odniesienia w i-tym paśmie częstotliwości;
R_W	ważony wskaźnik izolacyjności akustycznej właściwej, [dB];
$\mathbf{r}$	wektor położenia punktu komórki siatki periodycznej, $\mathbf{r_0}$ – wektor położenia punktu odniesienia;
r_2	rezystancja mechaniczna rezonatora dołączonego do elementu nośnego w metamateriale o ujemnej dynamicznej gęstości;
r_R	rezystancja rezonatora Helmholtza wynikająca z tłumienia drgań masy powietrza;
S	pole przekroju komórki metamateriału;
S_R	pole przekroju szyjki rezonatora Helmholtza;
t	grubość ścian bocznych komórki metamateriału;
U_{95}	niepewność rozszerzona dla przedziału ufności 95% ($k = 2$);
$\mathbf{u}_{H,L}$	wektor przemieszczeń brzegu High i Low w komórce siatki periodycznej;
$x_{1,2}$	wychylenia mas $m_{1,2}$ w rezonatorze działającym w metamateriale o ujemnej dynamicznej gęstości, $\ddot{x}_{1,2}$ – przyśpieszenia mas;
x_R	wychylenie masy m_r, drgającej w szyjce rezonatora Helmholtza, $\ddot{x}_R$ – przyśpieszenie masy;
V	objętość komory powietrza między płytami w układzie przegrody podwójnej, ΔV – zmiana objętości;
V_R	objętość komory rezonatora Helmholtza, ΔV_R – zmiana objętości;
$\bar{v}$	prędkość drgań;
Z	impedancja akustyczna;
$\mathcal{Z}$	znormalizowana efektywna impedancja ośrodka, zależna od kąta θ_{eff};
Z_0	impedancja powietrza, $Z_0 = \rho_0 c_0$;
$Z_{a,b}$	znormalizowana impedancja przegród a i b;
$\mathcal{Z}_{a,b}$	znormalizowana efektywna impedancja przegród a i b, rozszerzona o czynnik związany z impedancją przestrzeni między przegrodami;
$\tilde{Z}_{a,b}$	impedancja przegród a i b, rozszerzona o czynnik związany z impedancją przestrzeni między przegrodami;
Z_{eff}	efektywna impedancja dla kąta padania fali $\theta = 0°$;
α	współczynnik pochłaniania;
δ	odchylenie standardowe próbki;
ζ_2	bezwymiarowy współczynnik tłumienia w ruchu harmonicznym;
ζ_R	bezwymiarowy współczynnik tłumienia rezonatora Helmholtza;
η	współczynnik tłumienia wewnętrznego materiału;

θ	kąt padania fali akustycznej;
θ_{eff}	kąt refrakcji fali akustycznej wewnątrz ośrodka oddzielającego płyty;
θ_{max}	maksymalny kąt padania fali akustycznej;
λ	długość fali;
ρ	gęstość;
ρ_0	gęstość powietrza, w warunkach standardowych ρ_0 = 1,225 kg/m³;
ρ_{eff}	efektywna gęstość ośrodka;
τ	współczynnik transmisji, $\tau_{a,b}$ – współczynnik transmisji płyt a i b w układzie przegrody podwójnej;
ϕ_R	współczynnik wypełnienia objętości V_R rezonatora Helmholtza w objętości V;
ω	pulsacja (częstotliwość kątowa), $\omega = 2\pi f$;
ω_0	częstotliwość kątowa rezonansu mechanicznego układu drgającego, $\omega_0 = 2\pi f_0$;
$\omega_{H,L}$	górna i dolna częstotliwość kątowa przerwy pasmowej, $\omega_{H,L} = 2\pi f_{H,L}$;
ω_R	częstotliwość kątowa rezonansu rezonatora Helmholtza, $\omega_R = 2\pi f_R$

Spis treści

Rozdział 1.

Wprowadzenie

1.1. Kontekst problemu i motywacja

Izolacyjność akustyczna przegród jest związana z masą. Zgodnie z prawem masy, izolacyjność przegrody jednorodnej rośnie w tempie 6 decybeli przy podwojeniu jej masy lub przy podwojeniu częstotliwości fali akustycznej. Właściwości izolacyjne można zmieniać stosując bardziej złożone struktury, np. przegrody podwójne, warstwowe lub z wypełnieniem pochłaniającym, ale nawet po takich zabiegach parametrem mającym największy wpływ na ostateczną izolacyjność pozostaje masa. To właśnie z tego powodu, wszędzie tam, gdzie ograniczenia narzucają konieczność stosowania lżejszych konstrukcji, pojawiają się trudności związane z uzyskaniem odpowiedniego poziomu izolacyjności akustycznej.

Stosowanie konwencjonalnych, masywnych przegród może być w praktyce utrudnione lub niemożliwe. Ograniczone miejsce, potrzeba minimalizacji masy (np. w lotnictwie czy branży automotive), stosowanie zrównoważonych materiałów konstrukcyjnych, które mają jak najmniejszy wpływ na środowisko naturalne, czy nawet specjalne potrzeby estetyczne (np. przezroczystość) stwarzają wyzwania związane z izolacyjnością akustyczną.

Niewielka masa ogranicza nie tylko na same właściwości izolacyjne, ale również może negatywnie wpływać na powiązane z nią aspekty, takie jak zwiększenie częstotliwości rezonansów własnych przegrody czy obniżenie częstotliwości krytycznej dla koincydencji. W przypadku przegród podwójnych, wpływ ten może być jeszcze bardziej niepożądany, ponieważ zwiększa się także częstotliwość rezonansu masa-sprężyna-masa. Niezależnie od zastosowanej konstrukcji, masa przegrody pozostaje kluczowym czynnikiem wpływającym na jej izolacyjność.

Jednym ze sposobów efektywnego poprawiania właściwości izolacyjnych w przypadkach, gdzie występują ograniczenia w stosowaniu masywnych przegród, jest wykorzystanie metamateriałów akustycznych i wibroakustycznych. Metamateriały mogą być zastosowane w celu pasmowego zwiększania izolacyjności, co oznacza, że można je precyzyjnie dostroić do konkretnych zakresów częstotliwości. W praktyce oznacza to możliwość redukcji hałasu tonalnego lub eliminacji rezonansów występujących w przegrodach. Wykorzystanie metamateriałów w tym obszarze, pozwala na skuteczne niwelowanie wspomnianych negatywnych efektów minimalizowania masy, co przekłada się na poprawę ogólnej izolacyjności akustycznej przegród.

1.2. Cel i teza pracy

W świetle przedstawionych informacji, nasuwa się koncepcja wykorzystania metamateriałów akustycznych w strukturze przegrody podwójnej, ponieważ otwiera ona możliwość połączenia korzyści obu tych konstrukcji. Izolacyjność akustyczną przegród podwójnych można scharakteryzować w zależności od przedziałów częstotliwości w odniesieniu do położenia rezonansu masa-sprężyna-masa [1]. Rozpatrując przegrody o jednakowej łącznej masie, zasadnicze różnice pomiędzy przegrodą podwójną, a jednorodną są następujące:

→ **poniżej rezonansu** izolacyjność akustyczna obu przegród jest zbliżona i rośnie z nachyleniem 6 dB/okt,[1]
→ **w obszarze rezonansu** występuje znaczne obniżenie impedancji akustycznej przegrody podwójnej i wynikający z niej spadek izolacyjności,
→ **powyżej rezonansu** izolacyjność akustyczna przegrody podwójnej rośnie znacznie szybciej niż w przypadku przegrody pojedynczej – o 18 dB/okt.[2]

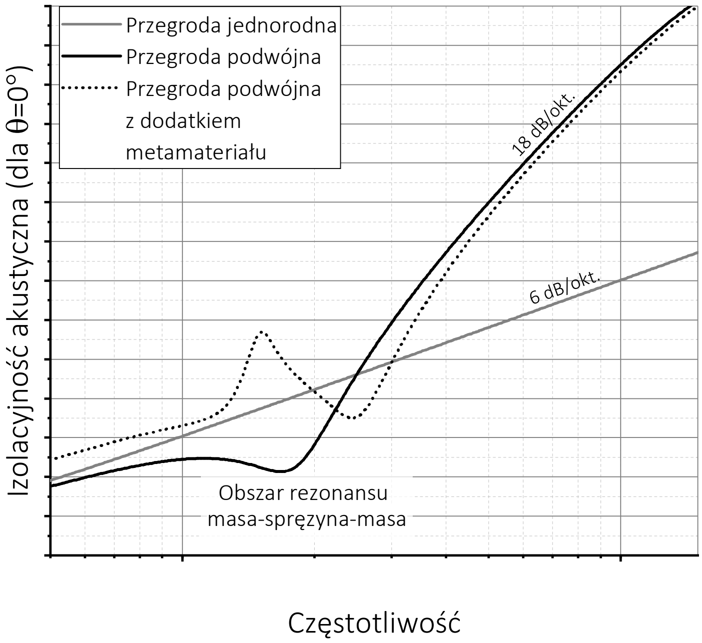
Rysunek 1 ilustruje powyższe różnice za pomocą przykładowych krzywych izolacyjności akustycznej lekkiej przegrody jednorodnej i podwójnej. Rysunek obrazuje także możliwy efekt wprowadzenia metamateriału akustycznego. Jeśli częstotliwość jego działania pokryje się z rezonansem masa-sprężyna-masa przegrody podwójnej, spadek izolacyjności w tym zakresie może ulec znacznemu zmniejszeniu.

Metamateriały akustyczne są to struktury periodyczne o nietypowych właściwościach, tj. mające ujemną dynamiczną gęstość lub/i ujemną dynamiczną sprężystość. Umiejętnie wykorzystane, pozwalają na manipulację falą akustyczną w pewnym zadanym zakresie częstotliwości, przy czym kontrola ta może obejmować cały szereg zastosowań: zmianę izolacyjności lub chłonności akustycznej, zwiększanie rozdzielczości obrazowania akustycznego, maskowanie, itd. W przypadku podwyższania izolacyjności akustycznej przegród, wykorzystane mogą być metamateriały z periodycznie rozmieszczonymi rezonatorami, przy czym rezonatory te mogą mieć charakter wibroakustyczny (masa

[1] Wystąpią jednak różnice zależące od rezonansów własnych oraz w obszarze kontrolowanym przez sztywność płyt.

[2] W zakresie jeszcze większych częstotliwości wzrost ten wynosi już 12 dB/okt. W tym przedziale również wystąpią rozbieżności izolacyjności pomiędzy przegrodami, związane z różną częstotliwością koincydencji płyt oraz rezonansami pustki powietrznej w przegrodzie podwójnej.

umieszczona na elemencie sprężystym) lub czysto akustyczny – tu przykładem jest rezonator Helmholtza.



Rysunek 1 Wykres ilustrujący porównanie izolacyjności akustycznej nieskończonej przegrody jednorodnej, podwójnej oraz podwójnej z dodatkiem metamateriału akustycznego o ujemnej efektywnej gęstości, w zakresie częstotliwości obejmującej okolice rezonansu masa-sprężyna-masa.

Wykorzystanie jednego lub obu powyższych typów metamateriałów wewnątrz struktury przegrody podwójnej może doprowadzić do zwiększenia jej właściwości izolacyjnych, szczególnie w przypadku, gdy będą one strojone w celu niwelowania rezonansu masa-sprężyna-masa. To pozwala na sformułowanie tezy niniejszej pracy doktorskiej w brzmieniu:

> Zastosowanie metamateriałów akustycznych pozwala na znaczne zwiększenie izolacyjności akustycznej lekkich przegród podwójnych.

Weryfikacja zadanej tezy będzie wykonana poprzez zaprojektowanie i zbadanie skuteczności metamateriałów akustycznych:

→ o ujemnej efektywnej dynamicznej gęstości (z rezonatorami mechanicznymi),
→ o ujemnej efektywnej dynamicznej sprężystości (z rezonatorami Helmholtza),
→ ostatecznej struktury łączącej obie powyższe właściwości i optymalizowanej dla zapewnienia możliwie największej izolacyjności akustycznej.

Projekt metamateriałów akustycznych składa się z etapu analitycznego oraz numerycznego. Obliczenia numeryczne przeprowadzone są w środowisku ANSYS i zawierają analizy modalne i harmoniczne (dynamiki liniowej), w wyniku czego otrzymane zostały m.in. krzywe dyspersyjne oraz przewidywana izolacyjność akustyczna. Kształt ostatecznej struktury został optymalizowany analitycznie, z wykorzystaniem algorytmu genetycznego, w celu maksymalizacji ważonego wskaźnika izolacyjności akustycznej właściwej R_W.

Badanie skuteczności metamateriałów zostało zweryfikowane poprzez pomiar właściwej izolacyjności akustycznej w warunkach pola rozproszonego.

1.3. Zawartość pracy

Niniejsza rozprawa składa się z 6 rozdziałów.

Rozdział 1 przedstawia wprowadzenie do problemu oraz omawia motywację, cel oraz tezę rozprawy.

Rozdział 2 zawiera wstęp teoretyczny, tj. przegląd literatury na temat zaprojektowanych do tej pory metamateriałów akustycznych i przedstawienie podstawowych pojęć i zjawisk w nich zachodzących. Poza powyższym, w rozdziale znajduje się także dokładne omówienie stosowanych w pracy metod projektowych obejmujące wyznaczanie krzywych dyspersyjnych oraz przewidywanie izolacyjności akustycznej badanych struktur.

Każdy z *Rozdziałów 3-5* zawiera szczegółowy opis projektowanych metamateriałów wraz z analizą ich skuteczności – analityczną, numeryczną i eksperymentalną. Przedstawione są wyniki właściwości izolacyjnych i krzywych dyspersyjnych dla każdej z badanych struktur:

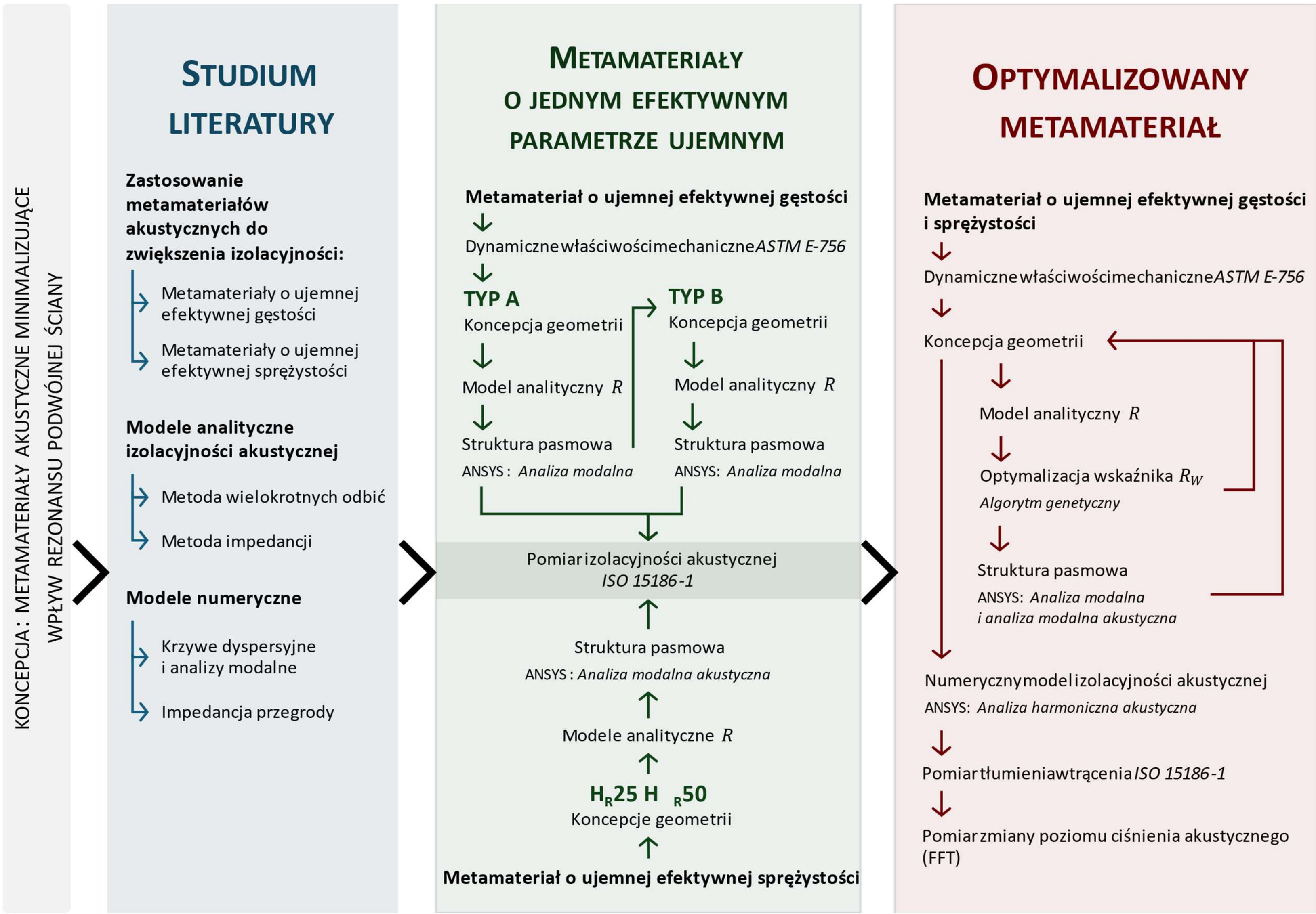
w Rozdziale 3 – dla przegrody z metamateriałem o ujemnej efektywnej gęstości,

w Rozdziale 4 – dla przegrody z metamateriałem o ujemnej efektywnej sprężystości,

w Rozdziale 5 – dla zoptymalizowanej przegrody z metamateriałem o ujemnej efektywnej sprężystości i gęstości.

Rozdział 6 zawiera podsumowanie wykonanych prac wraz z ustaleniem prawdziwości postawionej tezy. Podane są także główne cechy determinujące o skuteczności metamateriału i możliwe kierunki dalszych badań.

Na Rysunku 2 przedstawiony został uproszczony schemat wszystkich przeprowadzonych w rozprawie czynności.



Rysunek 2 Uproszczony schemat przeprowadzonych prac. Kursywą opisano wykorzystane metody.

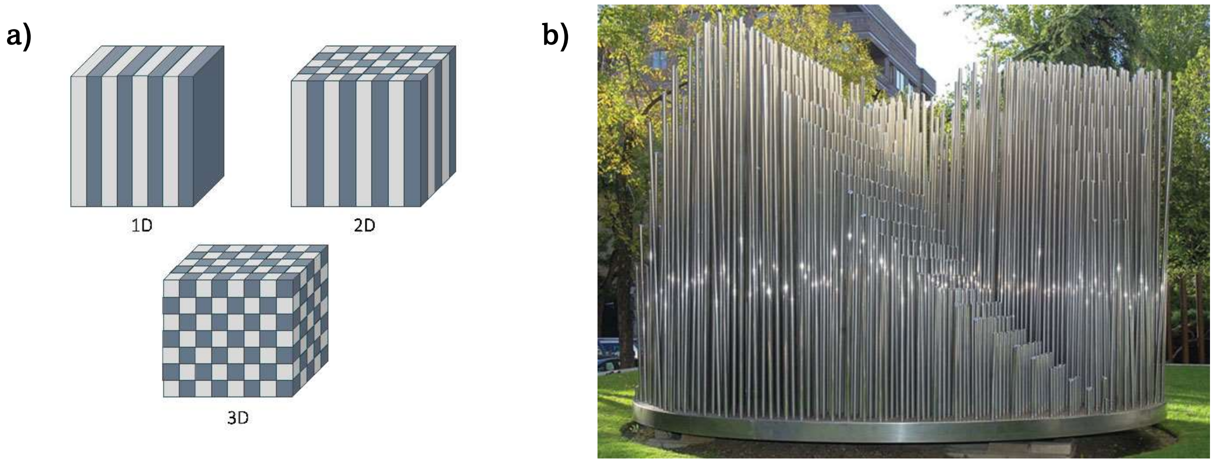
Rozdział 2.

Metamateriały akustyczne i metody ich projektowania

Niniejszy rozdział zawiera krótki przegląd historyczny oraz wprowadzenie teoretyczne do projektowania metamateriałów akustycznych. Omówione zostały metamateriały z ujemną dynamiczną gęstością oraz ujemną dynamiczną sprężystością. Przedstawiona jest również metoda prognozowania zachowania struktur periodycznych poprzez analizę ich krzywych dyspersyjnych. Zakończenie stanowi prezentacja analitycznego modelu, służącego do prognozowania izolacyjności akustycznej metamateriałów.

2.1. Kryształy fononiczne i metamateriały akustyczne

Wykorzystanie struktur periodycznych w akustyce zostało szeroko rozpowszechnione wraz z wprowadzeniem terminu kryształów fononicznych w latach 90-tych [2, 3]. Kryształy fononiczne (nazywane również sonicznymi, gdy ich zakres pracy leży w zakresie częstotliwości słyszalnych) są to struktury składające się dwóch (lub więcej) periodycznie ułożonych faz materiałowych o zróżnicowanej gęstości i sprężystości [4–6]. Periodyczność ta może przybierać formę jedno-, dwu- lub trójwymiarową, umożliwiając działanie kryształu dla fal rozchodzących się odpowiednio w jednym kierunku, na płaszczyźnie lub w dowolnym kierunku w całej objętości struktury (Rysunek 3a). Koncepcja kryształów fononicznych została zainspirowana odpowiadającymi im strukturami optycznymi – kryształami fotonicznymi, które to z kolei zostały pierwszy raz przedstawione w takiej formie pod koniec lat 80-tych przy użyciu nomenklatury zapożyczonej z krystalografii. To podejście pozwoliło na opisanie materiału periodycznego z wykorzystaniem znanych już technik, np. tworzenia struktury pasmowej zawierającej krzywe dyspersyjne[3], ujawniające obecność przerwy pasmowej[4] (ang. *Band Gap* – BG). Przerwa ta w kryształach może być z kolei utożsamiona z innym zjawiskiem z krystalografii, mianowicie z prawem Bragga, które w krysztale fononicznym objawia się powstaniem negatywnej interferencji fal odbijanych wewnątrz struktury, co z kolei powoduje silne tłumienie fal akustycznych. Pierwszym zmierzonym kryształem fononicznym okazała się rzeźba autorstwa Eusebio Sempere [7], wykonana ze stalowych cylindrów o średnicy 2,9 cm, oddalonych od siebie o 10 cm. Takie ułożone spowodowało powstanie częściowej przerwy pasmowej w okolicach częstotliwości 1670 Hz (Rysunek 3b) i tłumienie wtrącenia wynoszące około 20 dB.



Rysunek 3 a) Możliwe układy periodyczne kryształów fononicznych: jedno (1D), dwu (2D) i trzywymiarowe (3D),
b) Rzeźba autorstwa Eusebio Sempere'a w Madrycie była pierwszym w historii zmierzonym kryształem fononicznym [4] (umieszczono za zgodą Wydawcy)

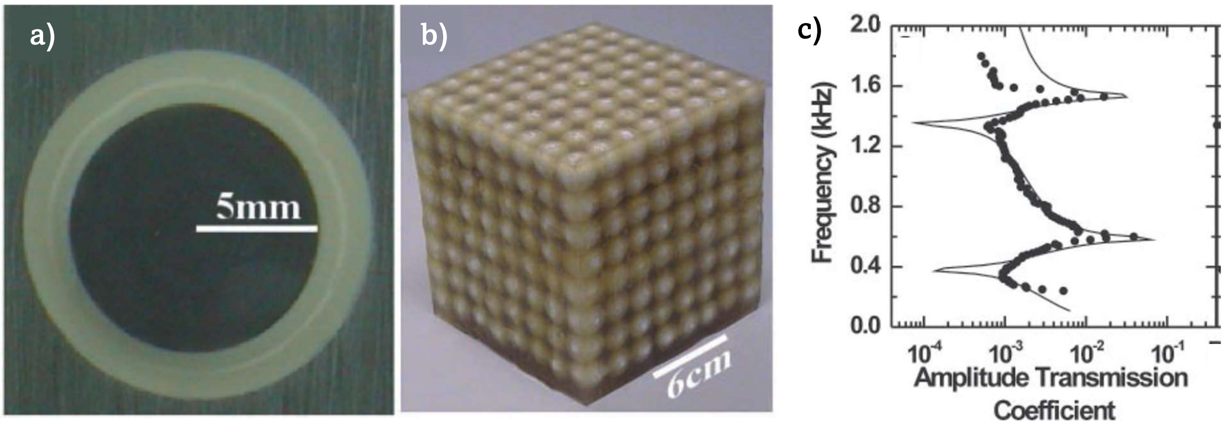
Rozwój metamateriałów akustycznych został zapoczątkowany około 10 lat po kryształach fononicznych. Metamateriały akustyczne są poszerzeniem koncepcji kryształów fononicznych w tym znaczeniu, że jako układy periodyczne[5] również posiadają przerwę w strukturze pasmowej, jednak jest ona spowodowana występowaniem lokalnych rezonansów (ang. *Locally Resonant Metamaterials* – LRM), a nie rozpraszaniem Bragga. Umożliwia to uzyskanie przerwy pasmowej w znacznie niższym (podfalowym) zakresie częstotliwości dla porównywalnych rozmiarów struktur, co było jednym z powodów wprowadzenia przedrostka meta- w znaczeniu wykraczania poza oczekiwane możliwości [5]. Podobnie jak w przypadku kryształów, metamateriały akustyczne przyjęły terminologię z dziedziny elektromagnetyzmu, wykorzystując pojęcia znane

[3] Krzywe zależności częstotliwości fali od jej liczby falowej. Informują m.in. o różnicy prędkości grupowej względem prędkości fazowej. Gdy zależność między pulsacją ω a liczbą falową k jest liniowa ($\omega = ck$, gdzie $c = \text{const}$), nie występuje dyspersja prędkości i prędkość grupowa c_g jest równa fazowej c_f i są one równe c. Krzywe dyspersyjne są omówione szerzej w punkcie 2.3.

[4] Przerwa występująca pomiędzy krzywymi dyspersyjnymi. Dla zakresu częstotliwości obejmowanego przez przerwę niemożliwe jest rozchodzenie się fali w strukturze. Przerwy pasmowe są omówione szerzej w punkcie 2.3.

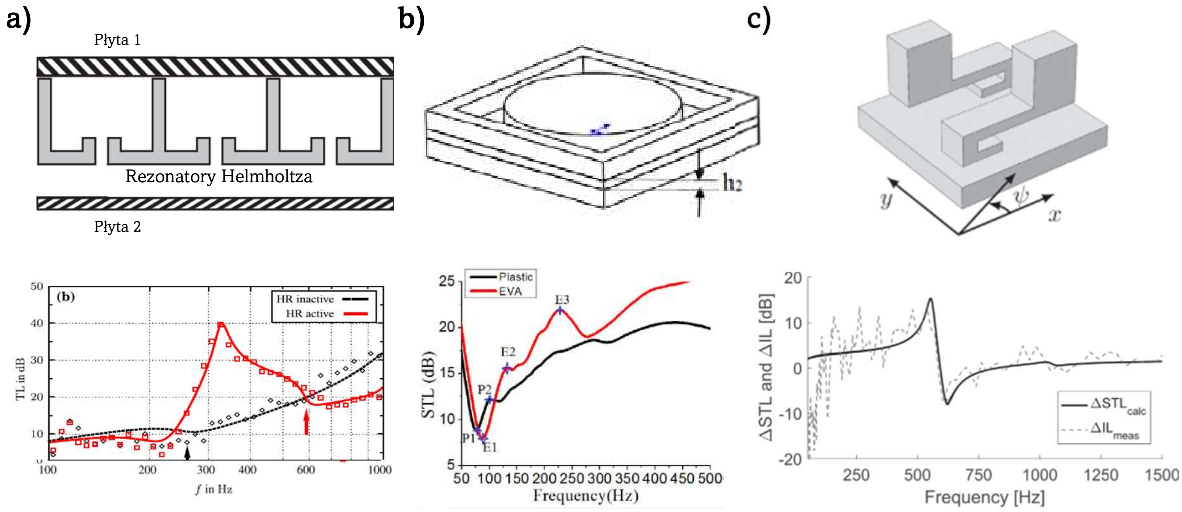
[5] Lub ściślej mówiąc struktury niekoniecznie periodyczne, ale z lokalnymi rezonansami występującymi w strukturze w odległościach mniejszych niż połowa długości fali rozchodzącej się w materiale nośnym.

z metamateriałów elektromagnetycznych. Victor Veselago [8] jako pierwszy teoretycznie opisał ten materiał, jako charakteryzujący się ujemnymi wartościami przenikalności elektrycznej i magnetycznej. Za pierwszy akustyczny metamateriał uznaje się opisaną w pracy Zhengyou Liu z 2000 r. i in. [9] strukturę opartą na lokalnych rezonansach. Poprzez umieszczenie ołowianych kulek w warstwie gumy silikonowej i ich zanurzenie w żywicy epoksydowej, uzyskano substancję charakteryzującą się ujemnym efektywnym dynamicznym współczynnikiem sprężystości. W efekcie powstała przerwa pasmowa i znaczny wzrost izolacyjności w obszarze częstotliwości około 400 Hz. 2 lata później C. Goffaux [10] powiązał asymetryczny kształt krzywej współczynnika transmisji z pracy Liu, z rezonansem typu Fano wytworzonym poprzez interferencję fali padającej na rezonator z odwróconą w fazie falą przezeń wypromieniowaną. Następnie pojawiła się także teoretyczna praca nad podwójnie ujemnymi metamateriałami akustycznymi (tj. o jednocześnie ujemnej sprężystości i gęstości), opublikowana przez Jensena Li i C.T. Chana [11].



Rysunek 4 Pierwszy metamateriał akustyczny autorstwa Liu i in. [9] (umieszczono za zgodą Wydawcy) a) zbliżenie na pojedynczą komórkę: ołowiana kulka o promieniu 5 mm w silikonowym płaszczu, b) próbka materiału z kulkami rozłożonymi według siatki sześciennej wewnątrz żywicy epoksydowej, c) współczynnik transmisji fali akustycznej przenikającej przez próbkę: analityczny (linia ciągła), oraz otrzymany eksperymentalnie (punkty).

W kolejnych latach, rozwój metamateriałów akustycznych nabrał zdecydowanego tempa, obejmując różnorodne obszary [12, 13]. Stosowanie metamateriałów w celu zwiększenia izolacyjności akustycznej okazało się być jednym z najbardziej rozpowszechnionych koncepcji. Wzrost izolacyjności może być osiągnięty jednowymiarowo, (np. w falowodzie [14]), dwuwymiarowo, poprzez umieszczenie matamateriału w barierze dźwiękoizolacyjnej, a więc rozłożenie go na pewnej płaszczyźnie lub też trójwymiarowo poprzez stworzenie struktury przestrzennej tłumiącej falę akustyczną. Materiał może mieć ujemną dynamiczną sprężystość, gęstość lub obie te cechy jednocześnie. Do tych pierwszych zaliczają się wszelkie struktury wykorzystujące periodycznie rozłożone rezonatory Helmholtza, sprzężone przez wspólny ośrodek [14–22] (Rysunek 5a). Metamateriały, posiadające ujemną dynamiczną gęstość, bazują na zastosowaniu rezonatorów mechanicznych. Pierwsze tego typu metamateriały przyjmowały postać membranową, gdzie masa umieszczona była na sprężystej membranie [23–33] (Rysunek 5b). Struktury te mogły działać w bardzo małych częstotliwościach, zachowując przy tym niewielką masę, jednak miały pewne praktyczne ograniczenia. Membrany traciły swoje właściwości sprężyste z czasem i ze zmieniającymi się warunkami otoczenia, co rozstrajało metamateriał i niwelowało jego właściwości izolacyjne [30]. Innym typem struktur o ujemnej efektywnej dynamicznej gęstości są metamateriały płytowe [34–44]. Ta koncepcja opiera się na przymocowaniu rezonatorów do wspólnej płyty (Rysunek 5c). Pozwala ona uniknąć problemów związanych ze stosowaniem membrany, jednocześnie umożliwiając wykonanie konstrukcji z jednego typu materiału. To z kolei otwiera możliwość zastosowania technologii przyrostowych oraz ułatwia wykonanie i badanie projektowanych struktur. Dzięki wykorzystaniu pary powyższych elementów (np. rezonatorów Helmholtza oraz membran), tworzone są również metamateriały podwójnie ujemne [45–47].



Rysunek 5 Przykłady metamateriałów o zwiększonych właściwościach izolacyjnych.
(Rysunki umieszczono za zgodą Wydawców.)
a) Przekrój przez metamateriał z rezonatorami Helmholtza, o ujemnej dynamicznej sprężystości. Poniżej otrzymana analitycznie (ciągła linia) oraz eksperymentalnie (symbole) izolacyjność akustyczna płyty z otwartymi (linia czerwona) oraz zamkniętymi (linia czarna) rezonatorami [20].
b) Komórka metamateriału membranowego, z cylindryczną masą z umieszczoną na membranie, zakleszczonej w ramie kwadratowej. Poniżej otrzymana eksperymentalnie izolacyjność akustyczna dla różnych materiałów ramy (linią czerwoną oznaczono kopolimer etylenu i octanu winylu EVA, a linią czarną tworzywo sztuczne) [31].
c) Komórka metamateriału typu płytowego, wydrukowanego w technologii przyrostowej. Poniżej obliczony analitycznie wzrost izolacyjności (linia ciągła) oraz otrzymany eksperymentalnie wzrost tłumienia wtrącenia (linia przerywana) w porównaniu do pustej płyty. [36]

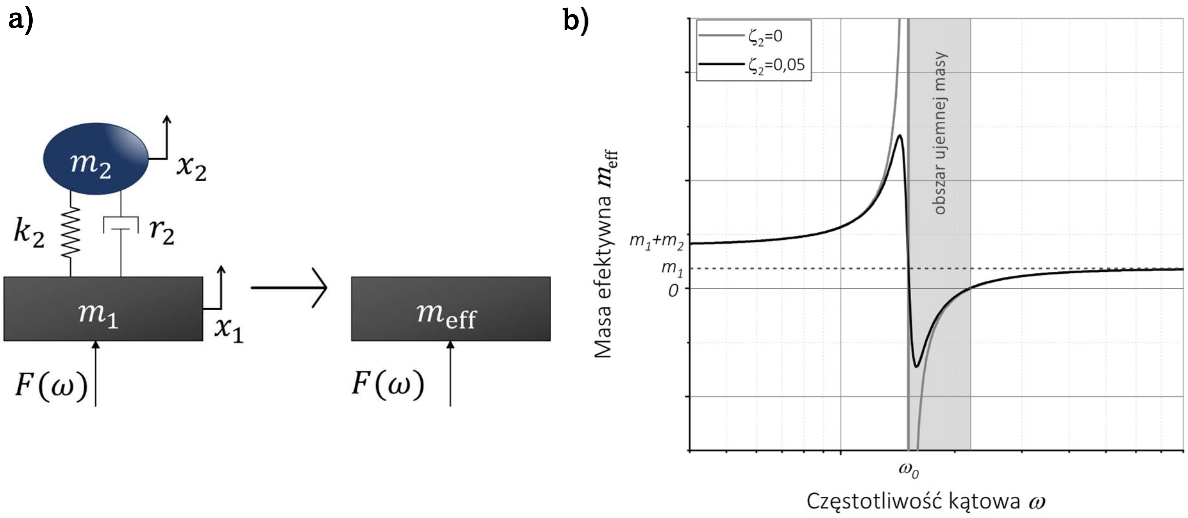
Oprócz kwestii izolacyjności akustycznej, metamateriały obejmują szereg innych zastosowań, wśród których warto wymienić: manipulowanie absorpcją i współczynnikiem rozpraszania dźwięku [19, 48–55]; tłumienie wibracji [56] i fal sejsmicznych [57, 58]; kreowanie ujemnego współczynnika refrakcji w celu pokonania ograniczenia dyfrakcyjnego [15, 59–63] lub maskowania akustycznego obiektów w przestrzeni (ang. *cloaking*) [64]; czy w końcu wykorzystanie systemów aktywnych do przestrajania częstotliwości działania metamateriałów [65].

2.2. Efektywne właściwości metamateriałów akustycznych

Metamateriał akustyczny LRM zawiera lokalne rezonanse, zatem efektywne właściwości dynamiczne najlepiej jest zobrazować na podstawie pojedynczej komórki – oscylatora.

2.2.1. *Efektywna dynamiczna gęstość*

W przypadku ujemnej dynamicznej gęstości (masy), rozważmy przypadek rezonatora o masie m_2 na sprężynie k_2 i dołączonego do masy nośnej m_1 [12] (Rysunek 6a).



Rysunek 6 a). Schemat rzeczywistego rozkładu mas oscylatora utworzonego poprzez dodanie masy m_2 na sprężynie k_2 do masy m_1. Po prawej stronie ten sam układ po wprowadzeniu dynamicznej masy efektywnej m_{eff}. b) Zależność dynamicznej masy efektywnej m_{eff} od częstotliwości kątowej ω. Na szaro zaznaczono obszar o ujemnej dynamicznej masie efektywnej.

Jeśli na taki oscylator działać będzie pewna siła $F(\omega)$, to całkowita siła $F_c(\omega)$ oddziaływująca na masę m_1 będzie składową tej właśnie siły oraz siły przenoszonej przez sprężynę k_2, pochodzącej od względnych wychyleń masy m_2:

$$F_C(\omega) = F(\omega) + k(x_1 - x_2) \tag{1}$$

gdzie: $x_{1,2}$ – wychylenia mas $m_{1,2}$. Ruch masy m_2, zgodnie z II zasadą dynamiki, podlega zależności:

$$m_2\ddot{x}_2 = k(x_1 - x_2) \tag{2}$$

gdzie $\ddot{x}_{1,2}$ to przyśpieszenie masy $m_{1,2}$, $\ddot{x}_{1,2} = -x_{1,2}\omega^2$. Rozwiązanie powyższych równań daje w wyniku równanie ruchu masy m_1:

$$F(\omega) = \left(m_1 + \frac{k}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)\ddot{x}_1 \tag{3}$$

gdzie ω_0 jest to częstotliwość kątowa rezonansu pochodzącego od drgań masy 2, $\omega_0 = \sqrt{k_2/m_2}$. Używając ponownie II zasady dynamiki, element w nawiasie można traktować jako pewną masę zależną od częstotliwości:

$$m_{\mathrm{eff}} = m_1 + \frac{k}{\omega_0^2 - \omega^2} = m_1 + m_2 \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \tag{4}$$

Jest to dynamiczna masa efektywna układu rezonansowego o jednym stopniu swobody. Z punktu widzenia siły F, można zatem traktować układ nie jako zbiór kilku stałych skupionych, ale jako pojedynczy element, którego masa jest zależna od częstotliwości wymuszenia: $F(\omega) = m_{\mathrm{eff}}\ddot{x}_1$. Jeśli analizowany układ zostanie jeszcze rozszerzony o umieszczony między masami 1 i 2 współczynnik tłumienia $\zeta_2 = r_2/2\sqrt{k_2 m_2}$, to równanie (4) zyska postać [37]:

$$m_{\mathrm{eff}} = m_1 + m_2 \left[\frac{1 + \frac{2i\zeta_2\omega}{\omega_0}}{1 + \frac{2i\zeta_2\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \right]. \tag{5}$$

Jeśli częstotliwość kątowa ω będzie dużo mniejsza niż ω_0, masa efektywna będzie zbliżona do łącznej masy obu elementów. W przypadku, gdy ω będzie dużo większa niż ω_0, sprężyna k_2 rozsprzęgnie obie masy i drgać będzie jedynie masa 1. Jednak dla zakresu częstotliwości nieco powyżej rezonansu ω_0, masa efektywna stanie się ujemna. Szerokość tego zakresu zależy od stosunków mas m_1 i m_2 i jest równa $\omega_0\left(\sqrt{(m_1 + m_2)/m_1} - 1\right)$ (Rysunek 6b).

2.2.2. Efektywna dynamiczna sprężystość

W przypadku ujemnej dynamicznej sprężystości, oscylatorem będzie układ sprężyna-masa-sprężyna w postaci rezonatora Helmholtza o objętości komory V_R, umieszczonego w komorze powietrza o objętości V [20] (Rysunek 7a). Przy zmianie objętości ΔV, spowodowanej drganiami płyty, zmiana ciśnienia Δp na zewnątrz rezonatora będzie zależna od współczynnika sprężystości objętościowej powietrza K_0:

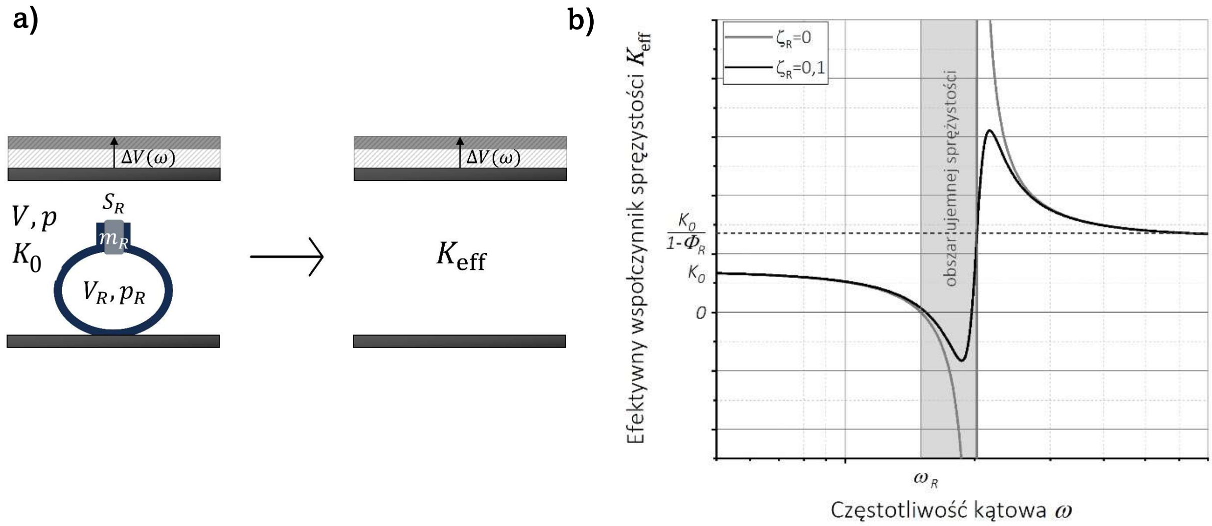
$$K_0 = -(V - V_R)\frac{\Delta p}{\Delta V - \Delta V_R} \tag{6}$$

gdzie ΔV_R jest to zmiana objętości komory rezonatora Helmholtza, spowodowana drganiem kolumny powietrza w jego szyjce. W ten sam sposób można zapisać zmianę ciśnienia Δp_R w rezonatorze Helmholtza:

$$K_0 = -V_R\frac{\Delta p_R}{\Delta V_R} \tag{7}$$

jak również (analogicznie do układu mechanicznego) równanie efektywnego współczynnika sprężystości objętościowej ośrodka K_{eff}, w ośrodku zastępującym cały układ komora powietrza-rezonator Helmholtza:

$$K_{\text{eff}} = -V\frac{\Delta p}{\Delta V} \tag{8}$$



Rysunek 7 a). Schemat rzeczywistego układu przy wprowadzeniu rezonatora Helmholtza do zamkniętej objętości V. Po prawej stronie ten sam układ po wprowadzeniu dynamicznej sprężystości efektywnej K_{eff}. b) Zależność dynamicznej sprężystości efektywnej K_{eff} od częstotliwości kątowej ω. Na szaro zaznaczono obszar o ujemnej dynamicznej sprężystości efektywnej.

Połączenie 3 powyższych równań, prowadzi do otrzymania zależności sprężystości efektywnej K_{eff} od sprężystości powietrza K_0:

$$K_{\text{eff}} = \frac{K_0}{1-\phi_R+\phi_R\frac{\Delta p_R}{\Delta p}} \tag{9}$$

gdzie ϕ_R jest to współczynnik wypełniania objętości rezonatora w objętości między-płytowej, $\phi_R = V_R/V$. Równanie ruchu masy m_R drgającej w szyjce rezonatora Helmholtza o polu przekroju S_R, jest następujące:

$$m_R\ddot{x}_R = (\Delta p - \Delta p_R)S_R \tag{10}$$

gdzie $\ddot{x}_R$ to przyśpieszenie masy m_R, $\ddot{x}_R = -x_R\omega^2$.

Przemieszczenie drgającej masy powietrza można zapisać jako $x_R = -\Delta V_R/S_R$, natomiast zmianę ciśnienia jako $\Delta p_R = K_0 \mathrm{x_R} S_R/V_R$. Kątowa częstotliwość rezonansowa rezonatora Helmholtza wynosi [66]:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{K_0S_R^2}{m_RV_R}} = c_0\sqrt{\frac{S_R}{\left(l_R+\frac{\pi d_R}{4}\right)V_R}} \tag{11}$$

gdzie: składnik $\left(l_R + \frac{\pi d_R}{4}\right)$ jest długością czynną drgającej kolumny powietrza w okrągłej szyjce o długości l_R i średnicy d_R oraz $m_R = \rho_0 S_R \left(l_R + \frac{\pi d_R}{4}\right)$. c_0 i ρ_0 to odpowiednio prędkość dźwięku i gęstość powietrza, przy czym $K_0 = \rho_0 c_0^2$. Wykorzystując powyższe równania można przekształcić wzór (9) do końcowej formy:

$$K_{\mathrm{eff}} = \frac{K_0}{1 - \phi_R + \phi_R \dfrac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_R^2}}} \tag{12}$$

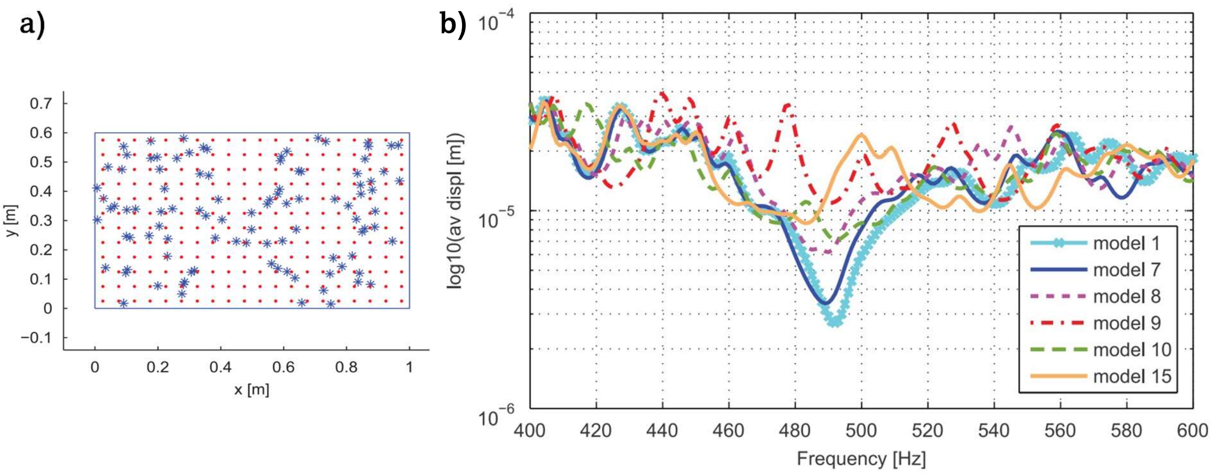
Równanie to może być także rozszerzone o współczynnik tłumienia drgań masy powietrza ζ_R, związanym z tłumieniem wiskotycznym występującym w szyjce rezonatora:

$$K_{\mathrm{eff}} = \frac{K_0}{1 - \phi_R + \phi_R \dfrac{1}{1 + 2\mathrm{i}\zeta_R \dfrac{\omega}{\omega_R} - \dfrac{\omega^2}{\omega_R^2}}} \tag{13}$$

Jeśli częstotliwość kątowa ω będzie dużo mniejsza niż ω_R, efektywna sztywność dynamiczna będzie zbliżona do współczynnika sztywności objętościowej powietrza K_0. Dla wartości ω dużo większych niż ω_R, efektywna sztywność będzie dążyć do $K_0/(1 - \phi_R)$. Dla zakresu częstotliwości powyżej rezonansu ω_R, efektywny współczynnik sprężystości będzie ujemny, tak jak ma to miejsce w przypadku drgającej masy. Szerokość tego zakresu zależy od współczynnika wypełnienia ϕ_R rezonatora Helmholtza wewnątrz komory powietrza i jest równa $\omega_R\left(\sqrt{1/(1 - \phi_R)} - 1\right)$ (Rysunek 7b).

2.3. Periodyczność, krzywe dyspersyjne i przerwy pasmowe

Pojedynczy rezonator umieszczony w ośrodku bądź w strukturze nośnej nie jest jeszcze metamateriałem akustycznym. Nie jest nim też element zawierający wiele rezonatorów umieszczonych w dowolnych odległościach. Aby układ rezonatorów mógł być metamateriałem LRM, spełniony musi być warunek podfalowej skali, tj. odległości między sąsiadującymi rezonansami muszą być mniejsze bądź równe połowie najmniejszej długości fali rozchodzącej się w materiale lub w ośrodku nośnym. W przypadku płyty będzie to fala giętna. Jeśli odległości te byłyby większe, częstotliwość lokalnych rezonansów dostrajałaby się do drgań płyty, a ściślej rzecz biorąc taki układ nie byłby już układem wielu połączonych ze sobą elementów o jednym stopniu swobody, ale jednym elementem o wielu stopniach swobody. Konsekwencję zwiększania odległości między rezonatorami najlepiej obrazuje wynik pracy Claeys i in. [67] pokazanej na Rysunku 8.



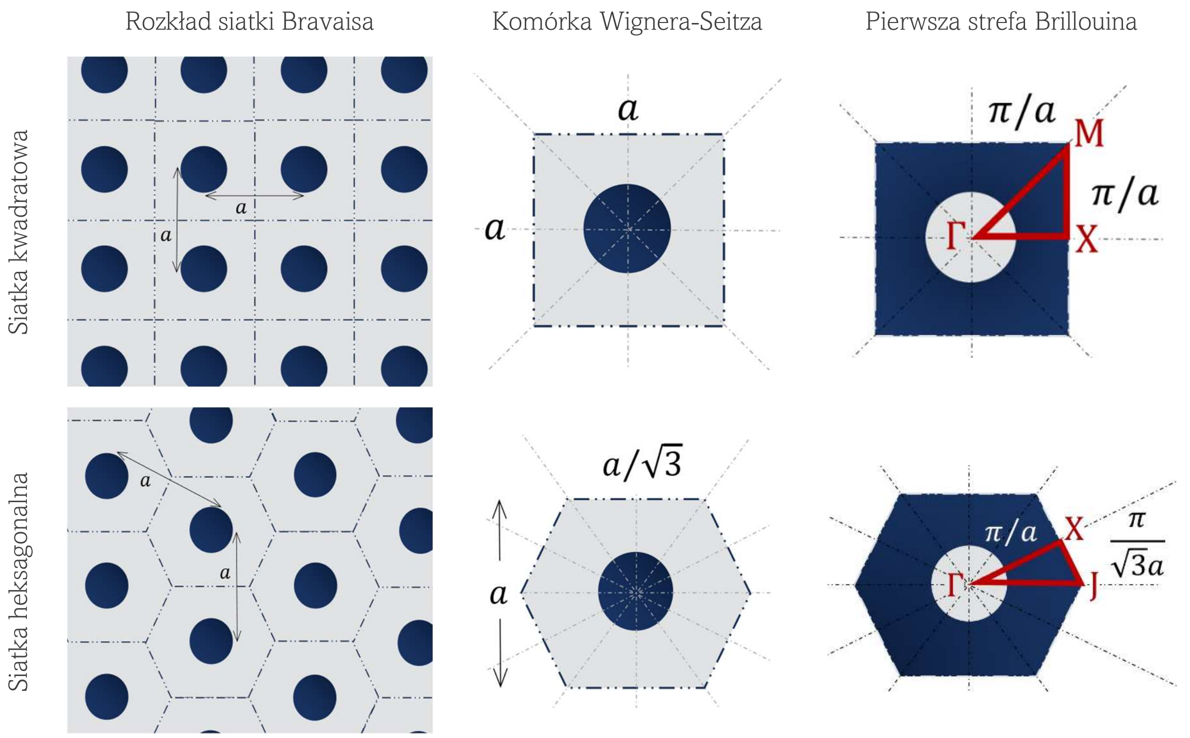
Rysunek 8 a) Rozmieszczenie punktów pomiarowych (*) i rezonatorów mechanicznych w modelu 1 (•), b) Średni poziom przemieszczenia drgań metamateriału płytowego. Poszczególne modele reprezentują stosunek odległości między rezonatorami do połowy długości fali giętnej w płycie, dla częstotliwości rezonansowej – *model 1*: 0,5; *model 7*: 0,91; *model 8*: 1,001; *model 9*: 1,11, *model 10*: 1,23; *model 15*: 2,03. [67] (umieszczono za zgodą Wydawcy)

W badaniu mierzono średni poziom przemieszczenia drgań na powierzchni metamateriału płytowego z rezonatorami rozmieszczonymi we wzrastających odległościach, przy czym całkowity stosunek masy rezonatorów do masy płyty (20%) został zachowany. Teoretyczny obszar ujemnej gęstości występował w zakresie od 491,8 Hz do 497,7 Hz. Powiązany z nią znaczny spadek poziomu drgań był obserwowalny jedynie dla modeli podfalowych, tj. modelu 1 i 7 na Rysunku 8b.

2.3.1. Periodyczność i strefa Brillouina

Odległości między rezonatorami nie muszą być równe, o ile nie przekraczają wspomnianej granicy. Istnieją jednak przynajmniej dwie zalety wprowadzenia regularnej periodyczności w metamateriałach. Pierwszą jest łatwe utrzymanie stałej częstotliwości rezonansowej, np. poprzez jednolity stosunek mas m_1 i m_2 lub jednolity współczynnik wypełnienia ϕ_R w całej strukturze. Drugą jest możliwość zredukowania złożonego układu do pojedynczej komórki, a następnie wykorzystania w procesie projektowania i w analizie narzędzi zapożyczonych z krystalografii, np. struktury pasmowej. Możliwe układy periodyczne (siatki Bravaisa) mogą mieć m.in. strukturę prostokątną (w tym kwadratową), typu plastra miodu lub heksagonalną [4, 68, 69]. Przykładowe siatki pokazano na Rysunku 9.

Siatkę można złożyć z poszczególnych niepodzielnych komórek o jednakowej geometrii, przy czym sposobów podziału jest wiele. Przykładowo, przedstawioną powyżej siatkę kwadratową można również podzielić na równoległoboki, prowadząc jedne z poziomych lub pionowych linii symetrii pod kątem 45°. Komórka Wignera-Seitza to komórka posiadająca najwięcej osi symetrii i tym samym obejmująca obszar najmniej odległy od rezonansu. Najmniejsza odległość pomiędzy dwiema sąsiadującymi komórkami Wignera-Seitza jest określona mianem stałej siatki a.



Rysunek 9 Przykład periodycznej, dwuwymiarowej siatki kwadratowej (górny rząd) oraz heksagonalnej (dolny rząd). Od lewej znajdują się: rozkład siatki Bravaisa, komórka Wignera-Seitza, pierwsza strefa Brillouina razem z jej nieredukowalnym fragmentem (na czerwono).

W przypadku siatek umieszczonych powyżej, jest to jedyna wartość definiująca rozmieszczenie elementów, jednak, jeśli odległości pomiędzy sąsiadującymi rezonansami będą się różnić w zależności od kierunku (np. dla siatki prostokątnej), takich stałych będzie więcej. Przekształcając dziedzinę położenia na dziedzinę liczby falowej, zamiast siatki Bravaisa otrzymuje się siatkę odwrotną, a w miejsce komórki Wignera-Seitza – pierwszą strefę Brillouina [70]. Wszelkie fale (akustyczne czy mechaniczne) rozchodzące się w płaszczyźnie siatki będą zależały od kierunku propagacji. Rozpatrując siatkę kwadratową, fale w kierunku pionowym będą miały ten sam charakter co fale w kierunku poziomym. Tak samo, w obu ukośnych kierunkach, charakter fal będzie jednakowy. Można zatem wytyczyć nieredukowalny fragment strefy Brillouina zawierający wszelkie możliwe, wzajemnie różne kierunki propagacji – rozpoczynając od początku układu w punkcie Γ, fale mogą rozchodzić się do punktu X, do punktu M, oraz we wszytskich kierunkach pomiędzy tymi punktami. Ten sam schemat powtarza się 8 razy, co 45°, a w przypadku siatki heksagonalnej, co 30°.

2.3.2. Warunek brzegowy Blocha-Floqueta i struktura pasmowa

W nieredukowalnej strefie Brillouina mieszczą się także informacje o długości propagujących fal. Kierunek $\Gamma - X$ obejmuje liczby falowe od 0 do granicy strefy – π/a [4, 68, 69] (Rysunek 9). Fale o większych liczbach falowych wykraczają poza ten zakres, ponieważ nie niosą dodatkowych informacji o naturze propagacji. Granica strefy Brillouina stanowi przestrzenny odpowiednik częstotliwości Nyquista, a granica komórki Wignera-Seitza – odpowiednik odstępu próbkowania.

Na kierunku X − M, lub X−J, mieszczą się liczby falowe od 0 do odpowiednio π/a dla siatki kwadratowej lub $\pi/\sqrt{3}a$ dla siatki heksagonalnej. Zatem wiedzę o propagacji fal o wszystkich długościach i we wszystkich kierunkach można uzyskać analizując jedynie równania dla liczb falowych wewnątrz wektora Γ-X-M/J-Γ. Na przykład, dla siatki kwadratowej, liczby falowe mają postać [71]:

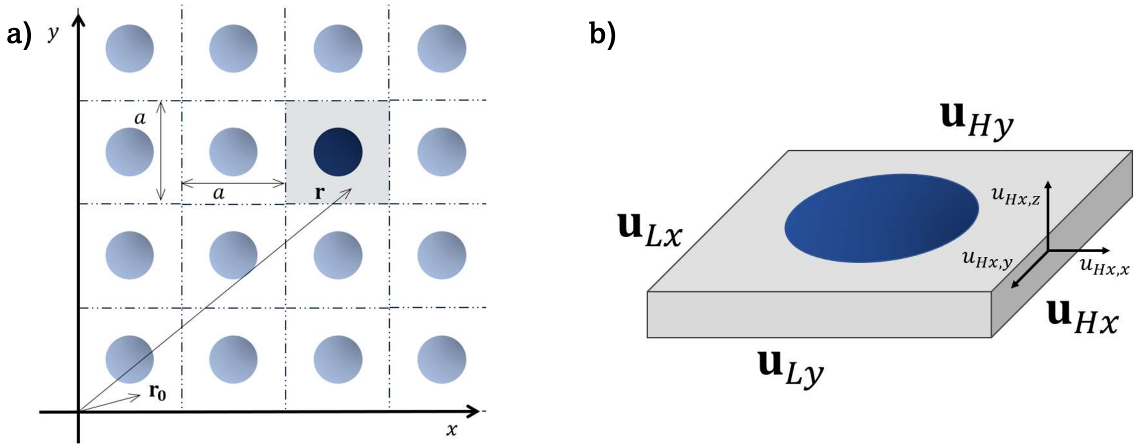
$$\begin{cases} \text{dla } \Gamma - \mathrm{X}: & k_x = 0 \ldots \frac{\pi}{a}, & k_y = 0; \\ \text{dla } \mathrm{X} - \mathrm{M}: & k_x = \frac{\pi}{a}, & k_y = 0 \ldots \frac{\pi}{a}; \\ \text{dla } \mathrm{M} - \Gamma: & k_x = \frac{\pi}{a} \ldots 0, & k_y = \frac{\pi}{a} \ldots 0. \end{cases} \tag{14}$$

gdzie $k_{x,y}$ to wartości liczb falowych odpowiednio w kierunku Γ-X i prostopadłym do niego.

Adaptując przestrzenną część równania falowego (niezależną od czasu) do nieskończonej siatki periodycznej, uzyskuje się równanie Blocha-Floqueta:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}(\mathbf{r_0})e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r_0})} \tag{15}$$

Oznacza ono, że wektor wychyleń $\mathbf{u}$ w dowolnym punkcie siatki periodycznej, umieszczonym na końcu wektora $\mathbf{r}$, jest następstwem wychyleń w odpowiadającym punkcie – $\mathbf{u}(\mathbf{r_0})$ (Rysunek 10a). Wynik równania jest indywidualny dla każdego zadanego wektora falowego $\mathbf{k}$ leżącego w nieredukowalnej strefie Brillouina, wobec tego $\mathbf{k}$ może mieć wartości jak w przykładzie (14).



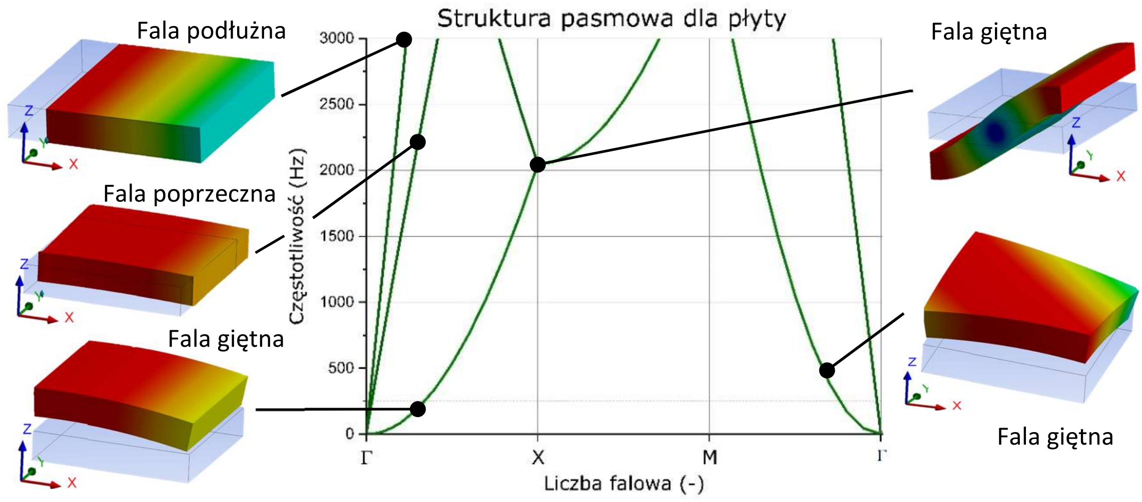
Rysunek 10 a) Wektory położenia wewnątrz dwuwymiarowej siatki kwadratowej. b) Przemieszczenia na brzegach komórki Wignera-Seitza siatki kwadratowej.

Jeśli wektory położenia $\mathbf{r}$ i $\mathbf{r_0}$ znajdą się na dwóch brzegach komórki (odległych od siebie o a), to równanie (15) posłuży do zdefiniowania periodycznego warunku brzegowego. Na przykład, dla siatki kwadratowej z Rysunku 10b można zdefiniować warunek łączący przemieszczenia na dwóch naprzeciwległych brzegach, w kierunkach x i y:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{Hx} = \mathbf{u}_{Lx}e^{ik_x a} \\ \mathbf{u}_{Hy} = \mathbf{u}_{Ly}e^{ik_y a} \end{cases} \tag{16}$$

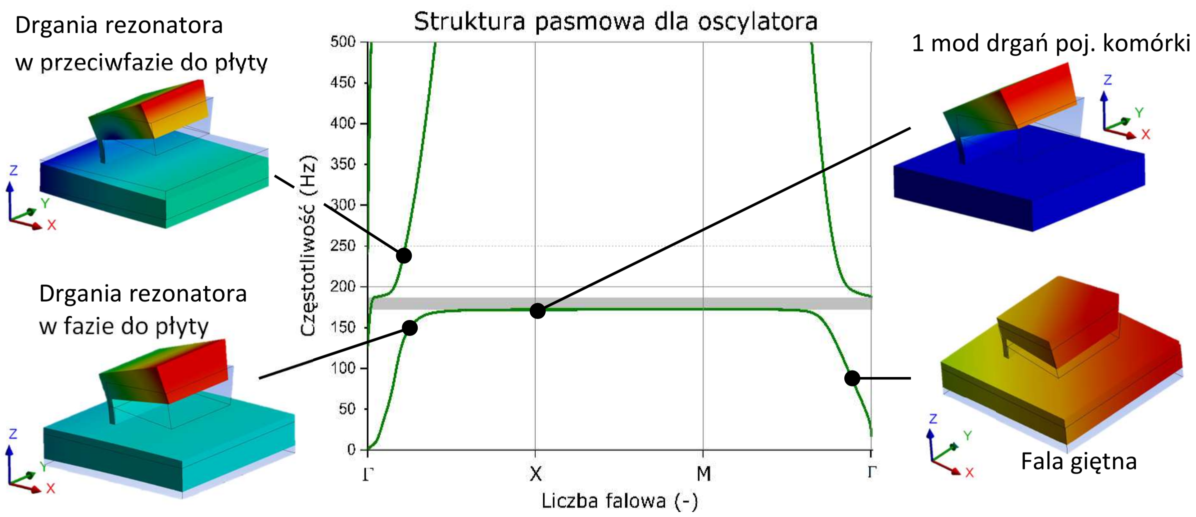
Indeksy H i L odpowiadają za stronę nadrzędną (*High*) i podrzędną (*Low*).

Wyznaczenie wszystkich częstotliwości propagującej fali, które spełniają rozwiązanie wychyleń z równania (16) opiera się na obliczeniu wartości własnych dla zadanego wektora **k**.



Rysunek 11 Struktura pasmowa dla przykładowej płyty. Zaznaczono mody fali giętnej, poprzecznej i/lub podłużnej dla liczb falowych: $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{3a}, 0\right)$, $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{a}, 0\right)$ i $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{5a}, \frac{\pi}{5a}\right)$. Kształt modu jest odniesiony do nieodkształconej komórki, zaznaczonej na niebiesko.

Wynikiem takiej operacji są krzywe dyspersyjne, które zestawione łącznie dla nieredukowalnej strefy Brillouina tworzą strukturę pasmową. W przypadku jednorodnego materiału (jakim jest płyta) struktura pasmowa jest nieprzerwana (Rysunek 11), tj. mody propagacji w materiale pokrywają cały, możliwy zakres częstotliwości.



Rysunek 12 Struktura pasmowa dla przykładowej płyty z rezonatorem. Zaznaczono mody drgań dla liczb falowych: $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{3a}, 0\right)$, $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{a}, 0\right)$ i $\left(k_x, k_y\right) = \left(\frac{\pi}{10a}, \frac{\pi}{10a}\right)$. Kształt modu jest odniesiony do nieodkształconej komórki, zaznaczonej na niebiesko. Wychylenia rezonatora przy dolnej granicy przerwy pasmowej są w fazie do wychyleń płyty, natomiast w przypadku górnej granicy – w przeciwfazie. Pierwszy mod drgań dla pojedynczej komórki nie może być mylony z pierwszym modem drgań dla komórki bez warunku periodycznego. Przerwa pasmowa została zaznaczona na szaro.

Jeśli do płyty dołączony zostanie rezonator o odpowiednio dużej masie i pracujący w częstotliwości podfalowej, powstanie przerwa pasmowa (szary obszar na Rysunku 12), wewnątrz której nie jest możliwa propagacja fali o żadnej długości. Zakres przerwy pasmowej pokrywa się z obszarem ujemnej masy (lub ujemnej sprężystości, gdyby wykorzystano rezonator Helmholtza).

2.3.3. Analiza krzywych dyspersyjnych przy użyciu metody elementów skończonych

Podejście do analizy metamateriałów akustycznych za pomocą krzywych dyspersyjnych wywodzi się bezpośrednio z wprowadzenia periodyczności. Istnieje wiele metod obliczania struktury pasmowej na podstawie modelu akustycznego lub wibroakustycznego pojedynczej komórki. Wśród najczęściej używanych są [5, 68, 69, 72]:

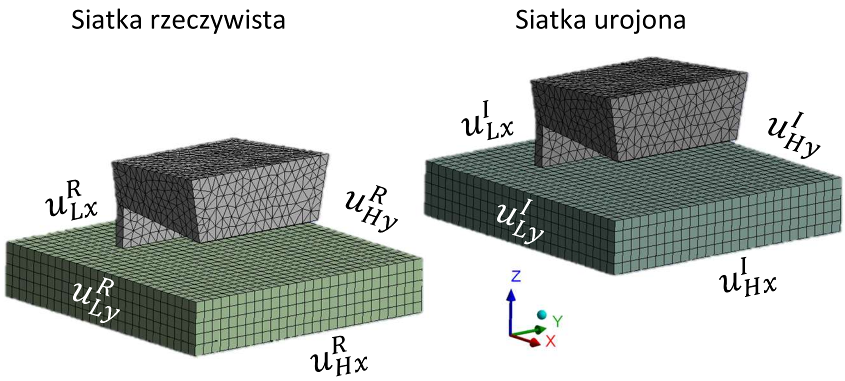
→ modelowanie układu o parametrach skupionych [73–76]. Polega na zastąpieniu pojedynczej komórki elementami mas i sprężyn (podobnie jak opisano w akapicie 2.2), a następnie wyznaczeniu przemieszczeń i/lub sił występujących na jej granicy;
→ metoda rozwinięcia fali płaskiej (PWE – ang. *Plane Wave Expansion Method*). Używana pierwotnie do analizy kryształów fononicznych, polega na rozwinięciu równania fali płaskiej oraz parametrów materiału w szereg Fouriera by w efekcie otrzymać rozwiązanie wartości własnych do pojedynczej komórki. [2, 3, 77, 78];
→ metoda różnic skończonych (FD – ang. *Finite Difference Method*), a w szczególności metoda różnic w dziedzinie czasu (FDTD – ang. *Finite Difference Time-Domain*) polega na przestrzennej (i czasowej w FDTD) dyskretyzacji komórki. Wynik w dziedzinie częstotliwości otrzymuje się poprzez poddanie transformacie Fouriera przebiegów czasowych dla każdego z obliczanych punktów (węzłów) w przestrzeni [10, 79, 80];
→ metoda elementów skończonych – MES (ang. FE – *Finite Elements Method, FEA – Finite Elements Analysis*), w której podobnie jak w przypadku metody różnic skończonych, obiekt dyskretyzowany jest na siatkę węzłów, dla których oblicza się wynik właściwego równania różniczkowego. Różnica polega na siatce (która nie musi być regularna) oraz na używaniu wielomianów różnego stopnia do aproksymacji wyniku równania w węzłach [71, 81–84];
→ metoda wielokrotnego rozpraszania (MS – ang. *Multiple Scattering Method*) rozkłada pole akustyczne na falę padającą oraz odbitą od elementów rozpraszających. Podobnie jak PWE, została pierwotnie zaaplikowana w kryształach fononicznych [85–87], a następnie odtworzona do analizy metamateriałów LRM [88].

Ze wszystkich przedstawionych powyżej metod modelowania, MES jest w szczególności wskazana do modelowania rzeczywistych struktur. Jest dokładna – pozwala na modelowanie skomplikowanych geometrii i struktur wykonanych z różnych materiałów, w tym tych o niejednorodnych właściwościach, na przykład zależnych od temperatury czy częstotliwości drgań [89, 90]. Siatka węzłów w MES może być lokalnie dostosowywana do złożoności geometrii, co umożliwia optymalne wykorzystanie zasobów komputera poprzez dostosowanie długości i złożoności obliczeń [91]. Dla problemów akustyki i dynamiki liniowej stosuje się elementy o kwadratowej funkcji kształtu. Pozwala to lepiej odzwierciedlać postać wyniku, przy jednoczesnym zachowaniu mniejszej ilości węzłów (a tym samym skróceniu czasu obliczeń) [92, 93]. W końcu, jest powszechna – istnieje wiele komercyjnych narzędzi wykorzystujących MES, wśród których wymienić należy te najszerzej stosowane i najbardziej zaawansowane: ANSYS, COMSOL Multiphysics i Abaqus. Dzięki temu metoda ta jest dobrze udokumentowana i przez to łatwa w implementacji [4, 68, 69, 81], także w przypadku analizy struktur pasmowych [34, 76–78, 83, 94].

Praktyczna strona procedury obliczania struktury pasmowej różni się między oprogramowaniami. COMSOL Multiphysics oferuje możliwość wprowadzenia periodyczności poprzez proste nadanie warunku brzegowego Blocha-Floqueta [4, 6]. Taka funkcjonalność w Ansysie jest ograniczona tylko do periodyczności cyklicznej (tj. z komórkami będącymi wycinkiem koła) [95]. Wobec tego należy ręcznie dokonać powielenia modelu na siatkę rzeczywistą i urojoną (Rysunek 13), a następnie powiązać przemieszczenia wszystkich odpowiadających sobie węzłów, zgodnie z trygonometryczną postacią równania (16) [71]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_H^R \\ \mathbf{u}_H^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos ka & -\sin ka \\ \sin ka & \cos ka \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_L^R \\ \mathbf{u}_L^I \end{bmatrix} \tag{17}$$

Indeksy górne R i I odpowiadają części rzeczywistej i urojonej.



Rysunek 13 Siatka rzeczywista oraz urojona modelu oscylatora z przykładu z Rysunku 12. Zaznaczono wychylenia na brzegach dla kierunku propagacji fali x i y.

Po wykonaniu analizy modalnej w dziedzinie całej nieredukowalnej strefy Brillouina, otrzymuje się strukturę pasmową, jak na Rysunkach 11 i 12.

2.4. Metody przewidywania izolacyjności akustycznej dla przegrody podwójnej

W niniejszej pracy przedstawione zostaną dwie metody obliczania izolacyjności akustycznej (lub spadku transmisji dźwięku – STL, *ang. Sound Transmission Loss*) ściany podwójnej. Pierwsza z nich polega na rozłożeniu padającej fali na szereg promieni przechodzących oraz odbijanych pomiędzy parą przegród (MRT, ang. *Multiple Reflection Theory*), a jej wynikiem jest stosunek sumy energii wszystkich promieni przechodzących przez strukturę do energii fali padającej. Drugie podejście opiera się na rozkładzie przegrody podwójnej na układ masa-sprężyna-masa o znanych impedancjach, a następnie analizie fali przechodzącej i odbitej przez każdy element układu.

Obie powyższe metody zostały opisane jedynie dla przypadku nieskończonego, tj. bez uwzględnienia wpływu modów własnych całej przegrody o skończonych wymiarach na jej izolacyjność akustyczną. Może się pojawić zasadne pytanie: dlaczego wprowadzono takie uproszczenie? Odpowiedzią na nie jest proces projektowy – badanie wpływu zastosowania metamateriałów akustycznych na izolacyjność przegrody nie powinno zależeć od jej skończonych wymiarów. Mody płyty wprowadzają taką samą zmianę w izolacyjności dla przegrody z metamateriałem i bez, jeśli tylko zostanie zachowana zasada podfalowej odległości pomiędzy lokalnymi rezonansami. Wobec tego nie ma potrzeby rozwinięcia modelu analitycznego o to zjawisko, co więcej, zastosowanie takiego podejścia spowodowałoby znaczne wydłużenie czasu niektórych obliczeń, w tym optymalizacji.

2.4.1. Izolacyjność przegrody jednorodnej

Krzywą izolacyjności przegrody jednorodnej (Rysunek 14) można podzielić na cztery obszary, w zależności od częstotliwości padającej na nią fali [96, 97]:

→ obszar sztywności, poniżej pierwszej częstotliwości rezonansowej przegrody f_0, w której izolacyjność spada wraz z częstotliwością;

→ obszar rezonansowy, w której występują wahania izolacyjności spowodowane kolejnymi rezonansami przegrody. Nierówności są tym większe, im mniejszy jest współczynnik strat wewnętrznych przegrody;

→ obszar prawa masy, w której izolacyjność akustyczna R wzrasta o 6 dB/okt. oraz o 6 dB na podwojenie masy, zgodnie z zależnością:

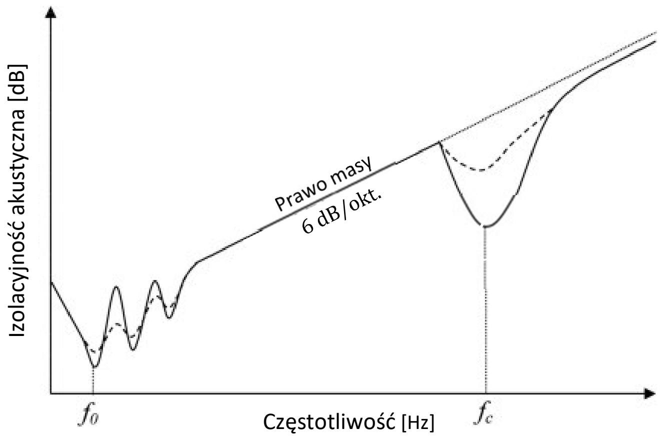
$$R(\theta) = 10\log\frac{1}{\tau} = 10\log\left|1 + \frac{jm''\omega\cos\theta}{2\rho_0 c_0}\right|^2 \tag{18}$$

gdzie τ jest to współczynnik transmisji oznaczający stosunek energii przenikającej przez przegrodę do energii fali padającej;

→ obszar koincydencji, w którym izolacyjność przegrody spada z powodu nakładania się grzbietów fali giętnej w płycie z grzbietami fali na nią padającej [98]. Koincydencja zachodzi dla częstotliwości koincydencji f_c, zależnej od kąta padania fali θ i powyżej częstotliwości krytycznej f_{kr}:

$$f_c = \frac{f_{kr}}{\sin^2\theta} = \frac{c_0}{\sin^2\theta}\sqrt{\frac{m''}{2\pi D}} \tag{19}$$

gdzie D to sztywność płyty na zginanie.



Rysunek 14 Izolacyjność akustyczna jednorodnej przegrody pojedynczej. Zaznaczono obszar prawa masy, częstotliwości pierwszego rezonansu przegrody (f_0) i częstotliwość koincydencji (f_c). Linią przerywaną oznaczono przegrodę o dużym, a linią ciągłą przegrodę o małym współczynniku tłumienia. (Zaadaptowano z [99] za zgodą Wydawcy)

W przypadku rozważań dla przegrody nieskończonej, można pominąć wpływ sztywności i modów własnych płyty. Koincydencja leży natomiast poza badanym zakresem dla przegród lekkich. Na przykład, dla płyty akrylowej o grubości 3 mm, częstotliwość krytyczna wynosi około 10 kHz [98]. W związku z powyższym, przedstawione dalej modele analityczne dla przegrody podwójnej będą uwzględniały jedynie bezwładnościowy charakter składowej przegrody pojedynczej, zgodnie ze wzorem (18).

2.4.2. Teoria wielokrotnych odbić na przykładzie metamateriału o ujemnej gęstości

Rozważmy parę przegród o masach powierzchniowych $m"_a$ i $m"_b$, odsuniętych od siebie na odległość H. Podejście do analizy przegrody podwójnej metodą sumowania wielokrotnych odbić zostało pierwszy raz zaproponowane w 1967 r. przez K. Mulhollanda i in. [100]. Zgodnie podaną przez autorów metodą, promień padający na przegrodę jest rozkładany na dwie składowe: odbitą i przechodzącą, których wzajemna amplituda zależy od współczynnika transmisji tejże przegrody $\tau_{a,b}$. Następnie promień przechodzący przez przegrodę a jest tak samo rozkładany przy przejściu przez przegrodę b, itd. (Rysunek 15a).

Współczynnik transmisji przegrody podwójnej jest kwadratem stosunku wypadkowej amplitudy fali transmitowanej przez drugą przegrodę p_t i fali padającej p_i:

$$\tau = \left|\frac{p_t}{p_i}\right|^2 = \left|\frac{\sqrt{\tau_a}\sqrt{\tau_b}}{1-(1-\alpha)\left(1-\sqrt{\tau_a}\right)\left(1-\sqrt{\tau_b}\right)e^{-2jkH\cos\theta}}\right|^2 \qquad (20)$$

Izolacyjność akustyczna dla danego kata padania fali, wynosi $R(\theta) = -10\log(\tau)$. Metoda, w przeciwieństwie do wcześniej stosowanych [101, 102], pozwalała na wprowadzenie pomiędzy przegrodami warstwy pochłaniającej o współczynniku pochłaniania α.

Izolacyjność akustyczną w polu rozproszonym uzyskuje się po scałkowaniu współczynników transmisji dla wszystkich kątów padania fali, pomiędzy 0° a θ_l:

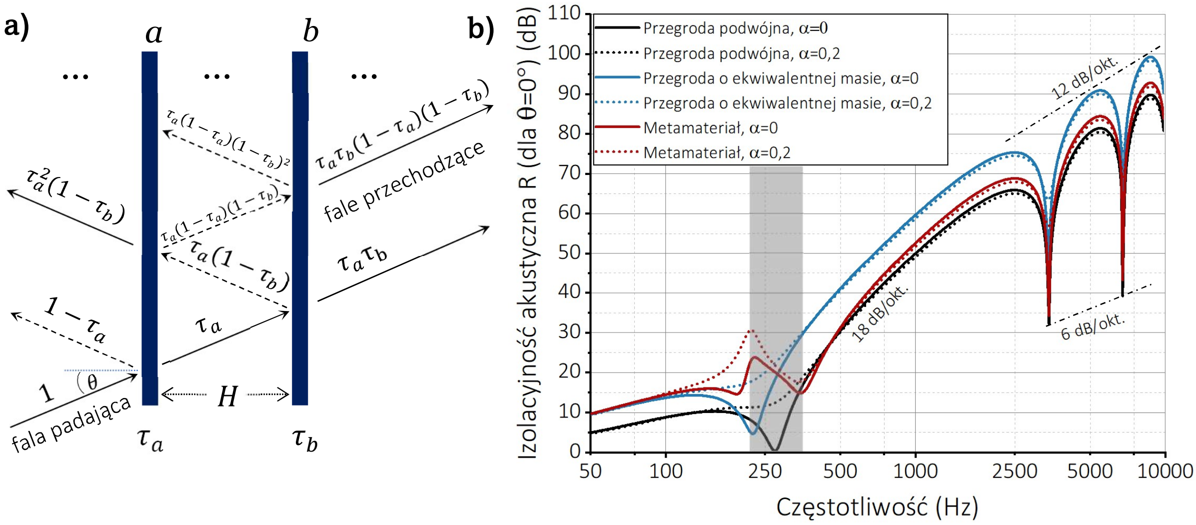
$$R = -10\log\bar{\tau} = \frac{\int_0^{\theta_l} \tau \cos\theta \sin\theta \, d\theta}{\int_0^{\theta_l} \cos\theta \sin\theta \, d\theta} \tag{21}$$

przy czym za maksymalny kąt θ_l przyjmuje się wartości pomiędzy 70° a 85°, które wynikają z analizy modalnej dla typowych pomieszczeń, przeprowadzonej w [100]. W niniejszej pracy przyjęto maksymalny kąt równy 80°.

Na Rysunku 15b zaznaczono na czarno przykładowe krzywe izolacyjności obliczone dla przypadku pary przegród o masach powierzchniowych równych 2 kg/m² i odsuniętych od siebie o 50 mm. Częstotliwość rezonansowa podwójnej ściany dla takiego układu (widoczna w okolicach 270 Hz) wyraża się wzorem [103]:

$$f_{DW} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2 (m"_a + m"_b)}{m"_a m"_b H}} \tag{22}$$

Poniżej tego rezonansu (jak wyjaśniono we wstępie, w punkcie 1.2) izolacyjność podlega prawu masy, a przegrody poruszają się ze sobą w fazie. Powyżej rezonansu, izolacyjność rośnie gwałtownie, o 18 dB/okt. Wraz z dalszym wzrostem częstotliwości, zaczynają pojawiać się rezonanse związane z falami stojącymi powstałymi w samym ośrodku. Dla tych rezonansów siła oddziaływująca na przegrodę A ze strony ośrodka oraz przegrody B jest taka sama jak od samej przegrody B. Z tego powodu izolacyjność w tych punktach jest identyczna z izolacyjnością dla ściany jednorodnej o łącznej masie powierzchniowej $m"_a$+$m"_b$ i podlega prawu masy. Grzbiety krzywej pomiędzy tymi rezonansami wzrastają w tempie 12 dB/okt. [99].



Rysunek 15 a) Amplitudy fal transmitowanych (linia ciągła) i odbijanych (linia przerywana) pomiędzy przegrodami, w stosunku do amplitudy fali padającej (zaadaptowano z [100] za zgodą Wydawcy). b) Izolacyjność akustyczna przegrody podwójnej wyznaczona według wzoru (20): bez współczynnika pochłaniania (linia ciągła), z współczynnikiem pochłaniania (linia kropkowana), dla przegrody podwójnej (linia czarna), przegrody podwójnej o ekwiwalentnej masie (linia niebieska) i z dodatkiem metamateriału akustycznego (linia czerwona), wraz z zaznaczonym na szaro obszarem o ujemnej gęstości.

Współczynniki transmisji przegród pojedynczych $\tau_{A,B}$ mogą być obliczone na podstawie wzoru (18), przy czym masy powierzchniowe nie muszą być stałe. Jeśli do jednej z przegród (np. *b*) dołączone zostaną rezonatory mechaniczne, jak w punkcie 2.2.1, można potraktować masę całej przegrody jako zależną od częstotliwości i miejscami ujemną, zgodnie z równaniami (4) i (5). W takim wypadku, w obszarze ujemnej masy występuje widoczny skok izolacyjności. Przypadek omówiony w punkcie 2.2.1 jest idealny – masy m_1 i m_2 są skupione, a współczynnik sprężystości jest znany. Rzeczywistych struktur o złożonej geometrii, takich jak np. na Rysunku 12, nie można łatwo sprowadzić do układu o stałych skupionych. De Melo Filho i in. [37] rozwiązali ten problem poprzez modyfikację równania (5), tak aby wykorzystać powiązanie przerwy pasmowej z obszarem ujemnej masy:

$$m_{b\ \mathrm{eff}} = (m_1 + m_2) + \frac{(m_1 + m_2)}{1 - \frac{1}{1 - \frac{\omega_H^2}{\omega_L^2}}} \left[\frac{\frac{2j\zeta_2\omega}{\omega_L} + 1}{1 + \frac{2j\zeta_2\omega}{\omega_L} - \frac{\omega^2}{\omega_L^2}} - 1 \right] \tag{23}$$

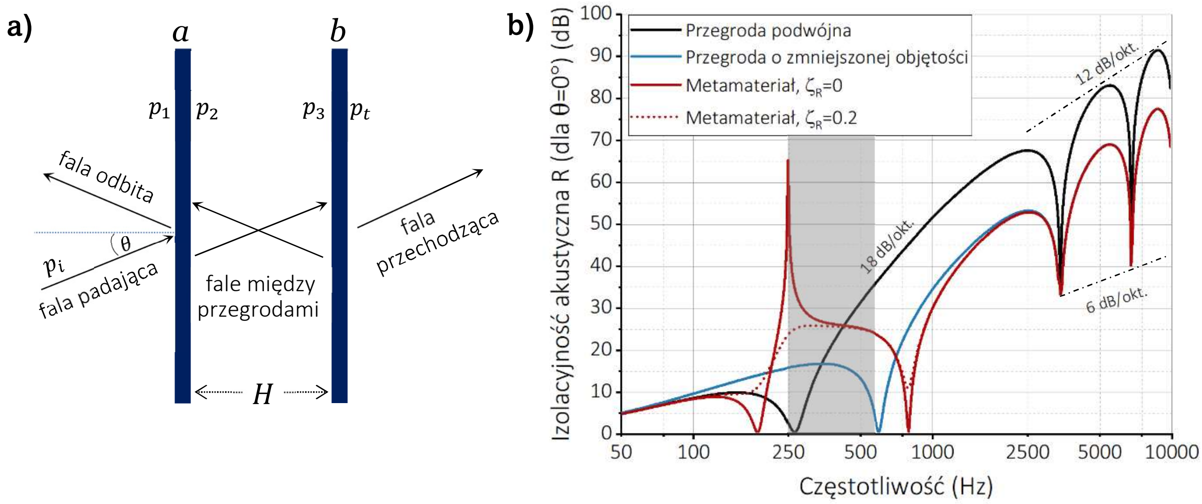
Częstotliwość kątowa ω_L jest to dolna granica przerwy pasmowej i jednocześnie częstotliwość pierwszego modu drgań występującego w strukturze periodycznej – w modelu skupionym: $\omega_L = \omega_0$. ω_H to górna granica przerwy pasmowej, a w modelu uproszonym byłaby ona równa $\omega_L\left(\sqrt{(m_1 + m_2)/m_1}\right)$. Pomiędzy tymi częstotliwościami, efektywna masa całej przegrody jest ujemna. Stosując powyższe rozwiązanie, niepotrzebna jest znajomość mas m_1 i m_2, a tylko łączna masa całej komórki, natomiast wpływ współczynnika sprężystości k_2 jest zawarty w wyznaczanej numerycznie częstotliwości ω_L. Jedynie współczynnik tłumienia ζ_2 musi być ustalony przez bezpośredni pomiar. Przebiegi izolacyjności metamateriałów na Rysunku 15b (na czerwono) zostały obliczone według równań (18), (20) i (23), dla niezmienionej masy $m_{A''} = 2\ \mathrm{kg/m^2}$, masy $m''_B = m''_1 + m''_2 = 4\ \mathrm{kg/m^2}$, współczynnika tłumienia $\zeta_2 = 0{,}07$ oraz częstotliwości górnej i dolnej przerwy pasmowej równych odpowiednio: $\omega_L = 220$ Hz, $\omega_H = 310$ Hz.

Na skutek wprowadzenia metamateriału, izolacyjność w okolicach obszaru ujemnej gęstości wzrosła. Wzrosła również izolacyjność poniżej tego zakresu, jednak efekt ten jest powiązany ze zwiększeniem ogólnej masy przegrody *b*. Wobec tego pojawia się pytanie – jaki jest rzeczywisty zysk wprowadzenia metamateriału względem prostego zwiększenia masy przegrody? Aby na nie odpowiedzieć, należy porównywać metamateriał nie do przegrody podwójnej bez niego, ale do przegrody o ekwiwalentnej masie, tj. hipotetycznej przegrody z masą zwiększoną o łączną masę wszystkich rezonatorów. Izolacyjność dla tego przypadku wykreślona jest linią niebieską na Rysunku 15b. Tutaj pozytywny wpływ stosowania metamateriału jest ograniczony jedynie do okolic obszaru ujemnej masy, natomiast dla częstotliwości większych następuje spadek izolacyjności. Spowodowane jest to rozprzęgnięciem mas m_1 i m_2 przez sprężynę k_2, przez co przegroda drga w przybliżeniu tak, jakby masa m_2 w ogóle nie istniała.

Powyższa metoda nie wymaga informacji o sztywności ośrodka, wobec czego jest używana jedynie do analizy metamateriałów o ujemnej gęstości.

2.4.3. Analiza układu masa-sprężyna-masa na przykładzie metamateriału o ujemnej sprężystości

Analityczny model izolacyjności akustycznej układu dwóch przegród jest podany m.in. przez F. Fahy i P. Gardonio [1] [6]. Model zakłada, że na przegrodę a pada fala wymuszająca w niej fale giętne, zależne od impedancji. Przegroda wypromieniowuje energię w postaci fali akustycznej propagującej w obu kierunkach, do ośrodka o znanej impedancji (w tym wypadku do powietrza). Fala wypromieniowana do przestrzeni między przegrodami jest poddana działaniu ośrodka, a następnie trafia na przegrodę b, na której podlega tej samej analizie (Rysunek 16a).



Rysunek 16 a) Układ przegród podwójnych z zaznaczonymi falami propagującymi pomiędzy nimi (zaadaptowano z [1] za zgodą Wydawcy). b) Izolacyjność akustyczna przegrody podwójnej wyznaczona według wzorów (24) i (26): dla przegrody podwójnej (linia czarna), przegrody podwójnej o zmniejszonej objętości (linia niebieska) i z dodatkiem metamateriału akustycznego (linia czerwona: bez tłumienia (linia ciągła), z tłumieniem (linia kropkowana)), wraz z zaznaczonym na szaro obszarem o ujemnej sprężystości.

W rezultacie otrzymuje się układ równań ciśnień akustycznych na granicach ośrodka po obu stronach przegrody a (p_1 i p_2) i po obu stronach przegrody b (p_3 i p_t). Współczynnik transmisji jest równy kwadratowi stosunku ciśnienia p_t na zewnątrz przegrody b (a więc fali transmitowanej) i ciśnienia fali padającej p_i:

$$\tau = \left|\frac{p_t}{p_i}\right|^2 = \left|\frac{2jZ_0^2 \sec^2\theta \sin(kH\cos\theta)}{\tilde{Z}_a\tilde{Z}_b \sin^2(kH\cos\theta) + Z_0^2 \sec\theta}\right|^2 \tag{24}$$

gdzie $Z_0 = \rho_0 c_0$ to impedancja akustyczna powietrza, a $\tilde{Z}_{a,b}$ to impedancja przegród a i b ($Z_{a,b} = j\omega m"_{a,b}$), rozszerzona o czynnik związany z impedancją medium między przegrodami:

$$\tilde{Z}_{a,b} = Z_{a,b} + Z_0 \sec\theta \,[1 - \mathrm{j}\cot(kH\cos\theta)] \tag{25}$$

[6] Model ten jest rozwinięciem podejścia Londona [102]

Na Rysunku 16b kolorem czarnym wykreślona została krzywa izolacyjności przegrody podwójnej jak w przykładzie poprzednim. Wartości izolacyjności w obu przypadkach są zbieżne ze sobą.

Powyższe podejście umożliwia uwzględnienie w izolacyjności skutków wprowadzenia rezonatorów Helmholtza, tj. zamianę ośrodka wypełnionego powietrzem o sztywności K_0 na ośrodek o ujemnej sztywności K_{eff}, jak podano we wzorze (12) lub (13). W tym celu F. Langfeldt i in. [20] rozszerzyli i sprawdzili eksperymentalnie równanie (24):

$$\tau = \left| \frac{2\mathcal{Z} \sin(k_{\mathrm{eff}} H \cos\theta_{\mathrm{eff}})}{\mathcal{Z}_a \mathcal{Z}_b \sin^2(k_{\mathrm{eff}} H \cos\theta_{\mathrm{eff}}) + \mathcal{Z}^2} \right|^2 \tag{26}$$

Niektóre ze składowych równania zostały zamienione na swój odpowiednik efektywny: efektywna liczba falowa $k_{\mathrm{eff}} = 2\pi f \sqrt{\rho_{\mathrm{eff}}/K_{\mathrm{eff}}}$, gdzie $\rho_{\mathrm{eff}} \approx \rho_0(2+\phi_R)/2(1-\phi_R)$ to efektywna gęstość ośrodka; efektywny kąt ugięcia fali $\theta_{\mathrm{eff}} = \arcsin(\sin\theta \sqrt{K_{\mathrm{eff}}/\rho_{\mathrm{eff}}}/c_0)$, czy w końcu znormalizowana efektywna impedancja ośrodka $\mathcal{Z} = Z_{\mathrm{eff}} \sec\theta_{\mathrm{eff}}/Z_0 \sec\theta$, gdzie $Z_{\mathrm{eff}} = \sqrt{K_{\mathrm{eff}}\rho_{\mathrm{eff}}}$ to efektywna impedancja [7]. Same przegrody opisane są przez znormalizowaną efektywną impedancję, rozszerzoną o czynnik związany z obciążeniem przez ośrodek: $\mathcal{Z}_{a,b} = X_{a,b}\cos\theta + 1 - \mathcal{Z}\,\mathrm{ctg}(k_{\mathrm{eff}} H \cos\theta_{\mathrm{eff}})$, gdzie $Z_{a,b} = \mathrm{i}\omega m''_{a,b}/Z_0$ to znormalizowana impedancja przegrody.

Rysunek 16b zawiera krzywe izolacyjności dla metamateriału zawierającego rezonatory Helmholtza o częstotliwości rezonansowej $f_H = 250$ Hz, o zmiennym współczynniku tłumienia ζ_R i wypełniające przestrzeń między przegrodami w 80% (na czerwono). Wprowadzenie metamateriału skutkuje powstaniem dwóch częstotliwości rezonansowych $f_{01,02}$, będących kombinacją rezonansu Helmholtza f_R i podwójnej ściany f_{DW}. Dla kąta $\theta = 0°$ są one równe:

$$f_{01,02}^2 = \frac{1 + \frac{f_R^2}{f_{DW}^2} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{f_R^2}{f_{DW}^2}\right)^2 + 4\phi_R \frac{f_R^2}{f_{DW}^2}}}{2(1-\phi_R)} f_{DW}^2 \tag{27}$$

Dla pasma częstotliwości leżących w okolicach obszaru ujemnej sprężystości (powyżej f_R) widoczny jest znaczny wzrost izolacyjności akustycznej. Dla częstotliwości większych występuje natomiast spadek względem ściany podwójnej, powstały w wyniku rozprzężenia objętości komory rezonatora z objętością powietrza wokół niego, przez co izolacyjność jest taka sama, jakby komora nie istniała. Sytuacja ta odpowiada porównaniu metamateriału o ujemnej gęstości z poprzedniego przykładu do płyty o ekwiwalentnej masie. Mimo że wprowadzony został rezonator Helmholtza, łączna objętość przestrzeni między przegrodami została taka sama, tak jak ta sama jest łączna masa przegród w przykładzie 2.4.1. Wobec tego, dodanie rezonatora do przegrody odnosi się do sytuacji, gdzie łączną objętość przestrzeni zwiększa się o objętość komory. W takim wypadku hipotetyczna

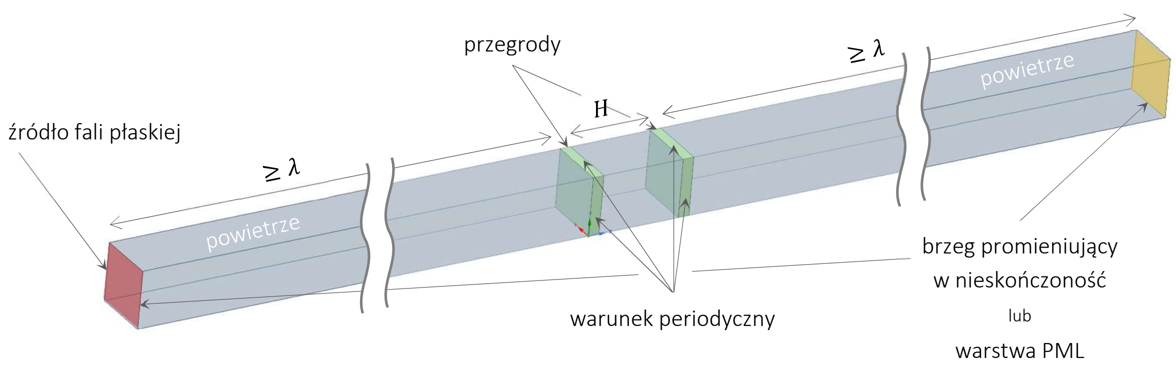
[7] Warto tu zaznaczyć, że jeśli jedno z parametrów: K_{eff} lub ρ_{eff} będzie ujemne, to efektywna impedancja znajdzie się w dziedzinie urojonej (jej dominującym charakterem będzie reaktancja).

przegroda ze zmniejszoną objętością miałaby odległość $H = 10\,\mathrm{mm}$. Jej izolacyjność zaznaczono na Rysunku 16b linią niebieską.

Oba powyższe przypadki są spójne, jednak mają trochę inne podejście projektowe. Wprowadzenie metamateriału do przegrody wiąże się z minimalną ingerencją w strukturę. To podejście dotyczy porównań przebiegów izolacyjności zaznaczonych na Rysunkach 15b i 16b linią czarną i czerwoną, czyli sytuacji bardziej korzystnej dla metamateriału o ujemnej gęstości i mniej korzystnej dla metamateriału o ujemnej sprężystości. Linie niebieskie i czerwone odnoszą się natomiast do przypadków wymagających nadmiarowej ingerencji – np. zmniejszenia masy przegród (bądź przegrody) lub zwiększenia odległości pomiędzy nimi.

2.4.4. Model numeryczny metodą elementów skończonych

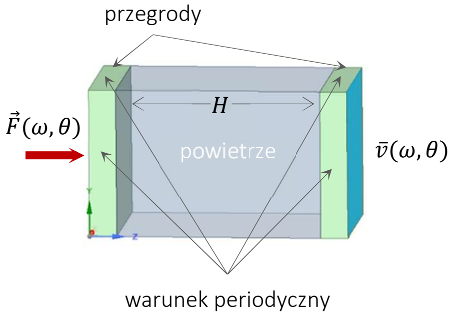
Izolacyjność akustyczną można wyznaczyć bezpośrednio z modelu numerycznego. W tym celu wyznacza się odpowiedź układu na wymuszenie harmoniczne, przy czym wymuszenie to może mieć postać akustyczną, np. fali płaskiej lub mechaniczną – np. siły. W pierwszym przypadku układem najprostszym i wymagającym najmniej zasobów obliczeniowych komputera lub maszyny jest model falowodu (Rysunek 17) [81, 93]. Przegroda umieszczona jest w medium, np. prostopadłościennym, którego przekrój jest ograniczony jej powierzchnią, natomiast trzeci wymiar jest nie mniejszy niż długość fali padającej i transmitowanej (λ). Źródłem pola akustycznego jest fala płaska emitowana z początku falowodu, a wynikiem jest różnica poziomów ciśnień akustycznych na obu jego końcach. Ośrodek (powietrze) jest sprzężone z elementem strukturalnym (przegrodą) poprzez warunek brzegowy FSI (ang. *Fluid-Structure Interaction*). Aby w falowodzie nie wzbudzały się fale stojące, jest on ograniczony warunkiem brzegowym imitującym nieskończoność – radiacyjnym [104] lub warstwą PML (ang. *Perfectly Matched L*ayer) [105]. Pełna przegroda może być modelowana wraz z warunkiem brzegowym odpowiadającym rzeczywistemu sposobowi montażu [106, 107]. W wypadku materiału periodycznego do brzegów można przypisać warunek Blocha-Floqueta i w ten sposób odzwierciedlić nieskończoność [83].



Rysunek 17 Schemat modelu numerycznego do wyznaczania izolacyjności akustycznej przegrody podwójnej w odpowiedzi na wymuszenie falą płaską.

W powyższym modelu kierunek padania fali jest jeden. Aby odtworzyć pole rozproszone, zamiast falowodu wykorzystuje się konfigurację dwóch połączonych komór [108–110] lub źródło dyfuzyjne [93]. Metody te daleko bardziej wykorzystują zasoby obliczeniowe, jednak istnieją sposoby na ograniczanie tego efektu [84, 111].

Medium akustyczne, a przez to również ograniczenia z nim związane, może być wyłączone z modelu [41, 112]. W miejsce oddziaływania pola akustycznego wprowadza się działanie siły harmonicznej $\bar{F}(\omega,\theta)$, natomiast odpowiedzią jest prędkość drgań przegrody przeciwnej (Rysunek 18).



Rysunek 18 Schemat modelu numerycznego do wyznaczania izolacyjności akustycznej przegrody podwójnej w odpowiedzi na wymuszenie siłą.

Stosunek siły wymuszającej przypadającej na jednostkę powierzchni do prędkości drgań odpowiada łącznej impedancji całej przegrody: $Z(\omega,\theta) = \vec{F}(\omega,\theta)/S\bar{v}(\omega,\theta)$. Z impedancji łatwo jest z kolei wyznaczyć izolacyjność [112]:

$$R = 10\log\left|1+\frac{Z}{Z_0}\right|^2 \tag{28}$$

Rozdział 3.

Przegroda podwójna z układem rezonatorów mechanicznych

Pierwszym, analizowanym typem struktury jest ta z dodatkiem metamateriału o ujemnej efektywnej gęstości. W niniejszym rozdziale zaproponowane zostały dwie konstrukcje: z elementem drgającym w postaci belki osadzonej na wsporniku (A) oraz z masą wyciętą w płycie (B). Ich parametry dopasowano tak, aby mogły oddziaływać na rezonans ściany podwójnej $f_{DW} = 420$ Hz. Przedstawione zostały wyniki: obliczeń analitycznych – gęstości efektywnej i izolacyjności akustycznej; obliczeń numerycznych – krzywych dyspersyjnych; oraz eksperymentalne – wskaźnika izolacyjności akustycznej.

3.1. Opis konstrukcji i materiałów

Zgodnie z wytycznymi normy PN-EN ISO 717-1 [113], ważony wskaźnik izolacyjności akustycznej właściwej R_W jest wyznaczany dla częstotliwości mieszczących się w zakresie 100 Hz – 3150 Hz. Celem niniejszej pracy jest zbadanie tezy o zwiększeniu izolacyjności przegród podwójnych z naciskiem na niwelowanie negatywnych efektów spowodowanych przez rezonans masa-sprężyna-masa. Ten, w przegrodach lekkich może znajdywać się w paśmie powyżej 100 Hz, a przez to znacznie zmniejszać wartość wskaźnika R_W. Wytyczne dotyczące pomiaru izolacyjności akustycznej przegród w warunkach laboratoryjnych zawarte m.in. w normach PN-EN ISO 10140-2 [114] lub PN-EN ISO 15186-1 [115] wymagają umieszczenia próbki badanej przegrody w pogłosowym polu akustycznym. Wobec tych faktów, na potrzeby osiągnięcia celu pracy, konstrukcja przegrody podwójnej powinna uwzględniać dwie kwestie:

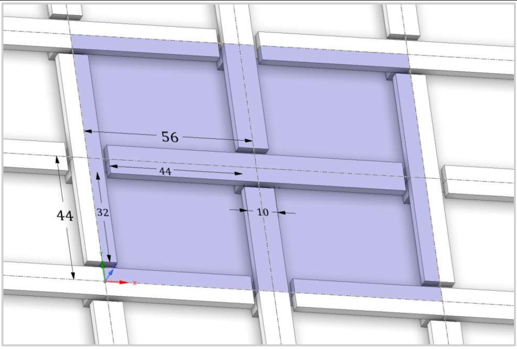
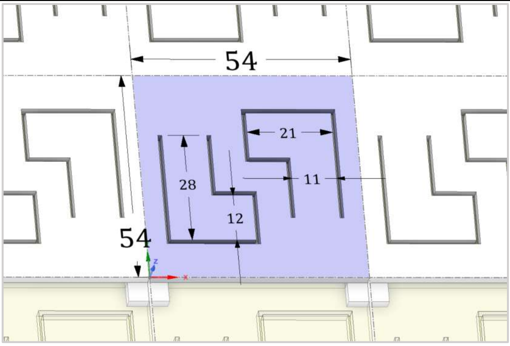
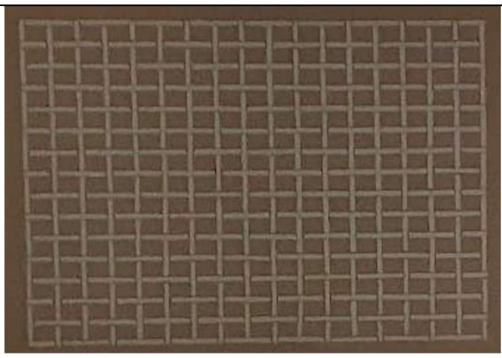
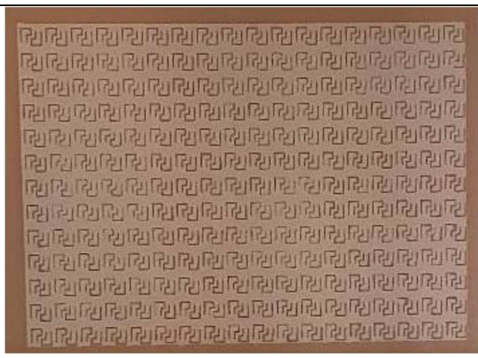
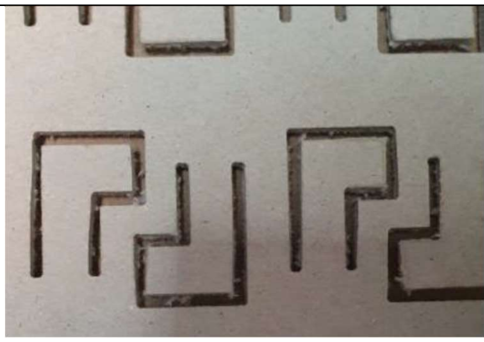
→ częstotliwość rezonansu f_{DW} powinna mieścić się w zakresie częstotliwości dla którego oblicza się R_W, tj. być większa niż 100 Hz,

→ wpływ metamateriału powinien być łatwo mierzalny, tj. częstotliwość f_{DW} musi mieć taką wartość, aby błąd pomiarowy był minimalny.

Czynnikiem wpływającym na błąd pomiarowy niewątpliwie są mody powstające w komorze pogłosowej. Wobec tego zdecydowano, aby bazą dla metamateriału była przegroda podwójna o częstotliwości rezonansowej znacznie większej niż obszar najmniejszych rezonansów komory, tj. większej niż 200 Hz.

Jak zaznaczono w punkcie 2.2.1, szerokość pasma częstotliwości dla obszaru ujemnej masy jest zależna od stosunków masy całego układu wraz z rezonatorami do masy płyty nośnej: $f_0\left(\sqrt{(m_1+m_2)/m_1}-1\right)$. Należy, wobec tego maksymalizować masę drgającą m_2. Z drugiej strony, zbyt duże zwiększenie masy m_2 spowoduje, że powyżej rezonansu f_{DW} izolacyjność przegrody o ekwiwalentnej masie będzie wyraźnie większa niż izolacyjność metamateriału. Obie konstrukcje zostały zatem zaprojektowane tak, aby szacowana masa drgająca m_2 stanowiła ok. 30-40% masy nośnej płyty m_1.

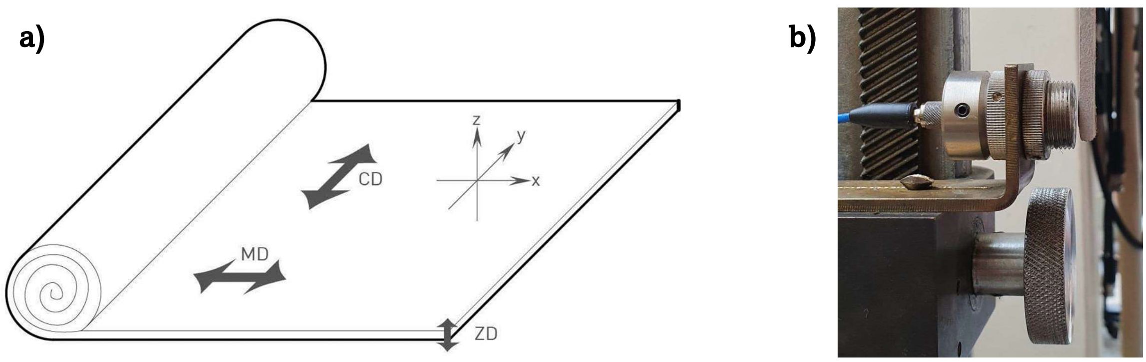
Tabela 1 Szczegóły konstrukcji metamateriałów płytowych typu *A* i *B* [44]

	Typ A	**Typ B**
Schemat komórki		
Zdjęcie całej próbki		
Zdjęcie pojedynczej komórki		

Ostatnim zagadnieniem branym pod uwagę w projekcie był sam mechanizm rezonansu. Siła oddziaływująca od masy rezonującej na płytę, a tym samym jej największe wychylenia powinny być zgodne co do kierunku z padającą falą akustyczną. Element sprężysty może być rozciągany, skręcany lub zginany. W przypadku rozciągania ciężko jest znaleźć materiał o sprężystości wystarczająco małej dla zapewnienia docelowej częstotliwości rezonansowej f_R i jednocześnie wymuszający drgania w zadanym kierunku (tak by w komórce nie powstawały mody zginające lub skręcające niższego stopnia). Skręcanie zaś powoduje powstanie symetrycznych odkształceń, przez co całkowity wektor siły oddziaływującej na płytę jest bliski zeru. Najlepszym rozwiązaniem jest zastosowanie rezonatorów działających na zginanie.

Po uwzględnieniu wszystkich powyższych wytycznych oraz kwestii technicznych, powstały 2 konstrukcje: typu A z belkami wspartymi na środku oraz typu B – z masami rezonującymi wyciętymi w domontowanej płycie. Ich schematy i fotografie zawarte są w Tabeli 1. Płyty nośne wykonane zostały z tektury o strukturze plastra miodu, o gramaturze 590 g/m² oraz o grubości i szerokości celi równych 10 mm. Ich wzajemna odległość wynosiła $H = 69\text{ mm}$. Do jednej z nich przymocowano wsporniki wraz z elementami rezonującymi wyciętymi z tektury litej o grubości 3 mm i gramaturze 2000 g/m². Wybór materiałów konstrukcyjnych jest konsekwencją przeprowadzenia prac badawczych w ramach projektu: *Mobilny Proekologiczny Dom z Tektury – prace B + R nad zastosowaniem materiałów pochodzenia celulozowego w architekturze*, finansowanego przez NCBiR w ramach grantu nr: Lider/60/0250/L-11/19/NCBR/2020.

Tektura jest materiałem ortotropowym. Podczas procesu produkcji włókna celulozowe zgniatane są w jednym kierunku – MD (ang. *Machine Direction*) i dla niego Moduł Younga może być nawet kilkukrotnie większy niż dla kierunku prostopadłego – CD (ang. *Cross-Machine Direction*) [116] (Rysunek 19a). Co więcej, model reologiczny materiału [117] powoduje, że dynamiczny moduł Younga jest różny od wyznaczanego podczas obciążenia statycznego. Precyzyjna wiedza o dynamicznych właściwości mechanicznych drgającego materiału jest niezbędna do przeprowadzenia wiarygodnych badań numerycznych, wobec czego wykonano pomiar tektury zgodnie ze standardem ASTM E-756 [118], tzw. metodą Obersta (Rysunek 19a).



Rysunek 19 a) Kierunki produkcyjne tektury [116]: MD – zgodnie z kierunkiem maszyny (ang. Machine Direction), CD – przeciwnie do kierunku maszyny (Cross-Machine Direction). Rysunek dzięki uprzejmości Dominiki Jezierskiej,
b) zbliżenie do fragmentu układu pomiarowego Obersta prezentujące bezkontaktowe wzbudzenie.

Belki w kierunkach MD i CD zostały zaciśnięte z jednej strony, natomiast z drugiej (dzięki przymocowanej ferromagnetycznej płytce) wzbudzone bezkontaktowo do drgań sygnałem chirp emitowanym przez wzbudnik magnetyczny Brüel & Kjær MM002. Odpowiedzią układu była krzywa rezonansowa prędkości drgań belki w wybranym punkcie, zmierzona przez wibrometr laserowy Polytec PSV-400. Częstotliwość rezonansu oraz jego dobroć służą do wyznaczenia dynamicznego modułu Younga oraz współczynnika tłumienia wewnętrznego materiału, przedstawionych w Tabeli 2. Metoda opisana w standardzie ASTM E-756 została ponadto rozszerzona o poprawkę niwelującą wpływ masy zamocowanej płytki ferromagnetycznej. Wartość poprawki wyznaczono następująco:

→ w środowisku ANSYS przeprowadzono analizę modalną belki wraz z dołączoną płytką, tak jak w rzeczywistym układzie pomiarowym. Moduł Younga belki odpowiadał wartości uzyskanej z pomiarów;
→ zgodnie z zależnością: $\partial E/\partial f = 2E/f$ iteracyjnie zwiększano wartość modułu Younga, tak aby częstotliwość modu uzyskana numerycznie pokryła się ze zmierzoną.

Tabela 2 Dynamiczne właściwości mechaniczne tektury uzyskane poprzez pomiar (E, η i ζ_2) i dane producenta (ρ).

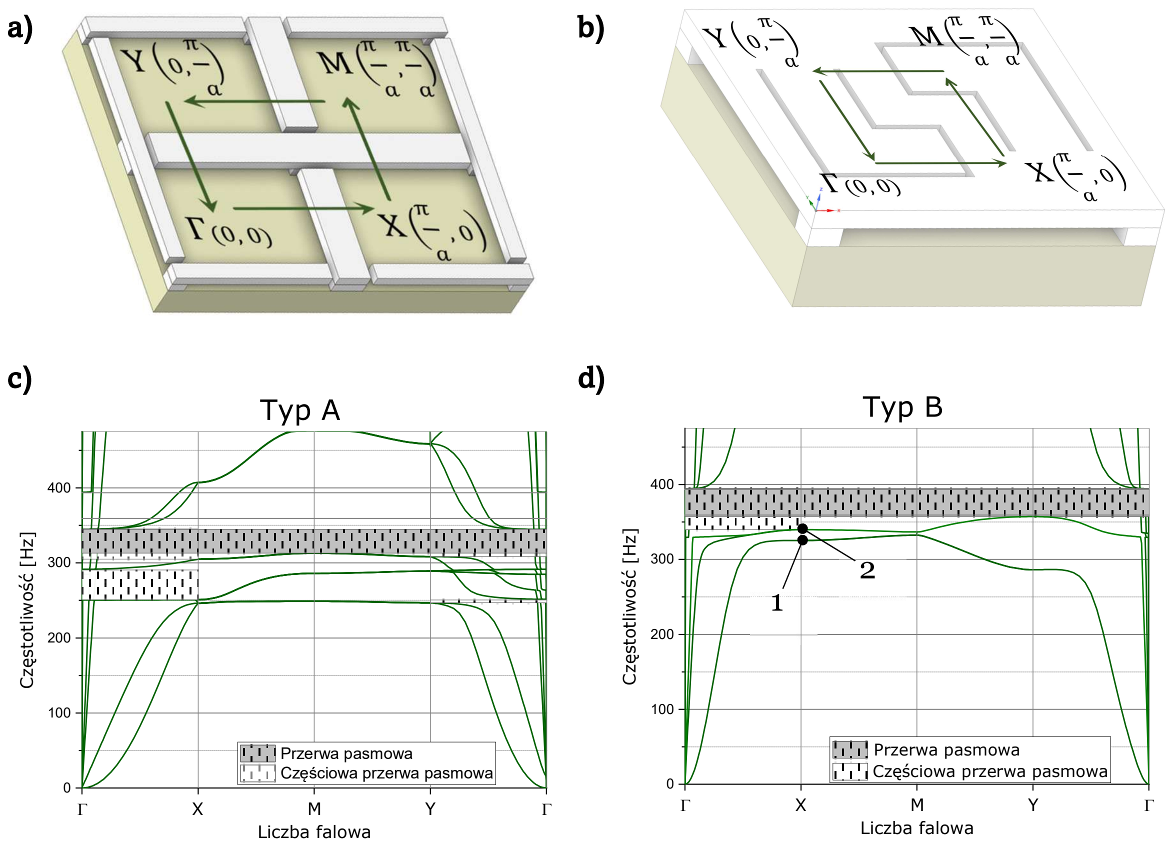
Wielkość	Symbol	Kierunek	Wartość
Moduł Younga	E	y (CD) & z	1,02 GPa $\sigma = 0{,}004$ GPa
		x (MD)	2,05 GPa $\sigma = 0{,}022$ GPa
Współczynnik tłumienia wewnętrznego	η	-	0,034 $\sigma = 0{,}00038$
Współczynnik tłumienia	ζ_2	-	0,068
Gęstość	ρ	-	667 kg/m3

Komórki Wignera-Seitza metamateriałów A i B są zaznaczone w Tabeli 1 na fioletowo. Komórka typu B posiada dwa jednakowe rezonatory drgające z tą samą częstotliwością rezonansową. Metamateriał typu A został zaprojektowany odpowiednio – różnica między sztywnością w kierunkach MD i CD została skompensowana przez różniące się od siebie długości belek w kierunkach x i y. Te rozbieżności w wartości modułu Younga, a także mniejsze odchylenie standardowe przy pomiarach w kierunku CD, wynikają z procesu wytwarzania papieru. Nacisk prasy wymusza ułożenie włókien równolegle do kierunku pracy maszyny, co prowadzi do większej sztywności i większych niejednorodności w strukturze [22]. Z powyższego powodu, przy projektowaniu metamateriału typu B, rezonatory zostały zwrócone w kierunku CD.

3.2. Analiza struktury pasmowej

Oba badane typy metamateriałów mają 2, a nie 4 płaszczyzny (lub punkty dla typu B) symetrii. Z tego powodu nieredukowalna Strefa Brillouina jest wyznaczona na bazie prostokąta, a nie trójkąta, tj. krzywe dyspersyjne wyznaczone w osi y nie będą jednakowe do tych wyznaczonych dla osi x. Analizę krzywych dyspersyjnych przeprowadzono dla części strukturalnej komórki, tj. dla pojedynczej płyty bez sprzężenia z powietrzem. Badane kierunki propagacji: $\Gamma - X - M - Y - \Gamma$ pokazano na Rysunku 20 a i b, a wynikowe krzywe dyspersyjne na Rysunku 20 c i d. Komórka metamateriału A składa się z 4 części, zwróconych do siebie antysymetryczne.

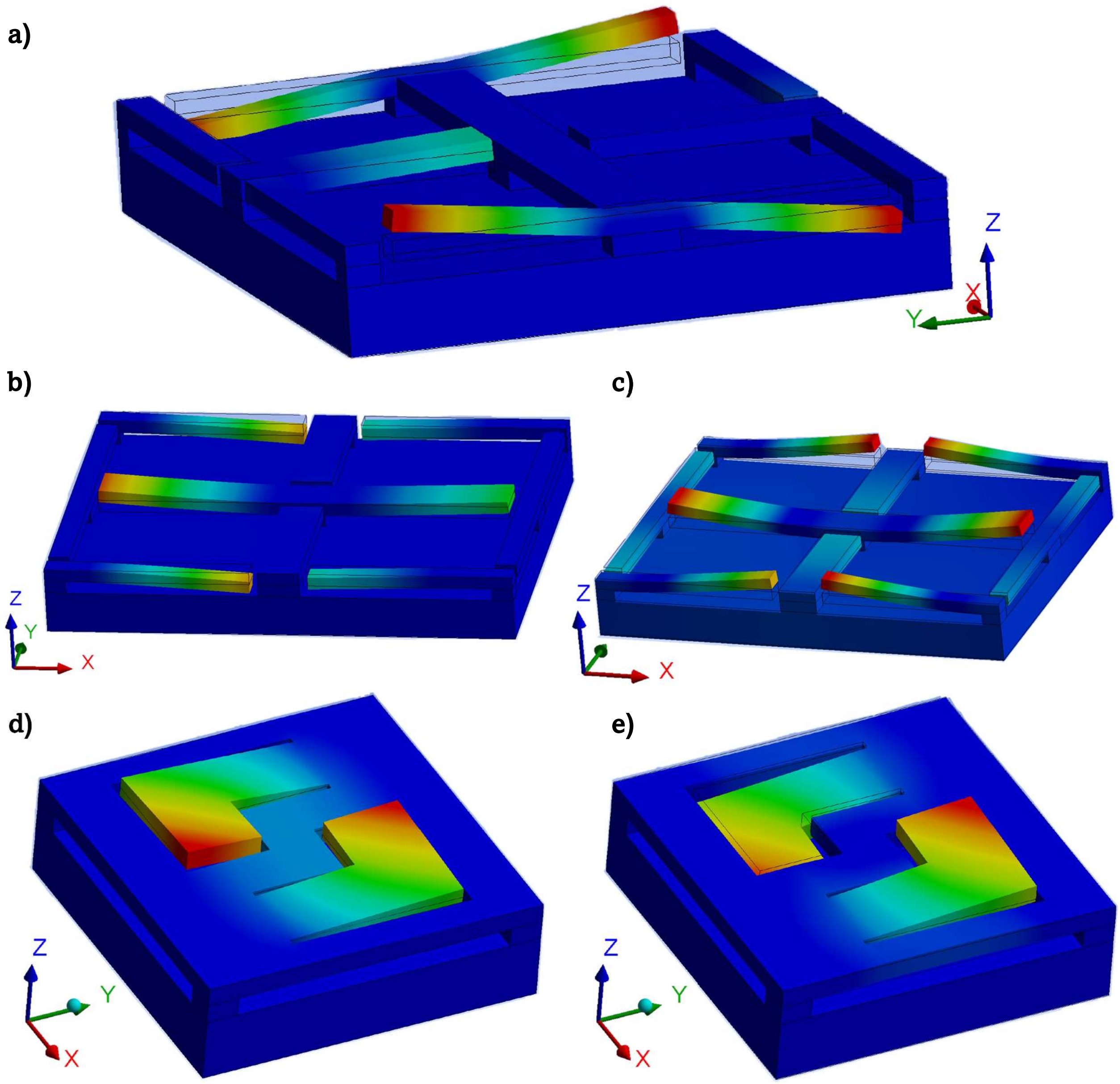
Metamateriał A posiada przerwę pasmową ($f_L \div f_H$) w granicach 314 Hz $\div$ 345 Hz. Krzywe dyspersyjne wypłaszczają się również w okolicach częstotliwości 249 Hz. Jest ona powiązana z drganiami krótszej belki, które są wynikiem modu skrętnego występującego w objętości jej wspornika. Dowodem na taki rodzaj modu jest liniowy charakter wychyleń belek (Rysunek 21a) – wzrastają one wprost proporcjonalnie do odległości od zamocowania, tak jakby poza obszarem w okolicach wspornika, belka była zupełnie sztywna.



Rysunek 20 Kierunki propagacji i granice nieredukowalnej strefy Brillouina dla płyty z metamateriałem: a) typu A i b) typu B. Krzywe dyspersyjne wraz z przerwą pasmową dla metamateriału: c) typu A i d) typu B. Punktami 1 i 2 oznaczono krzywe dyspersyjne symetrycznych i asymetrycznych drgań rezonatorów (Rysunek 21 d, e). [44]

Dla krótszej belki nie uzyskano także znacznych wychyleń w dolnej granicy przerwy pasmowej (Rysunek 21 b i c). Z tego powodu, struktura pasmowa nie odpowiada układowi o jednym stopniu swobody, jaki przedstawiono np. na Rysunku 12, a co za tym idzie, założenie projektowe o tej samej częstotliwości drgań obu belek nie zostało tym przypadku osiągnięte. Jednakże, dzięki obecności rezonansu o częstotliwości 248 Hz powstała częściowa przerwa pasmowa w kierunku $\Gamma - X$. Obecność takich przerw może wpłynąć na nieznaczny wzrost izolacyjności metamateriału [6], jednak nie jest to celem projektowym.

Powstała przerwa pasmowa jest, wobec tego wynikiem drgań jedynie belek dłuższych, położonych wzdłuż osi x.



Rysunek 21 Metamateriał A: Mody drgań w punkcie X strefy Brillouina dla częstotliwości: a) 249 Hz b) 305 Hz. c) Wychylenia dla pobudzenia dolnej płyty w komórce metamateriału siłą o częstotliwości 314 Hz. Metamateriał B: Mody w punkcie X strefy Brillouina oznaczone kolejno punktami 1 i 2 na Rysunku 20d, dla częstotliwości d) 325 Hz, e) 340 Hz.
Kolor niebieski oznacza minimum wychylenia, natomiast kolor czerwony – maksimum.

Metamateriał typu B stanowi ulepszenie konstrukcji metamateriału typu A. Aby możliwie skutecznie wyeliminować mody skrętne z zakresu pracy metamateriału:

- → belkę poszerzono, a w celu zachowania porównywalnej częstotliwości rezonansowej na jej końcu dołączono masę;
- → zamiast podpierania rezonatora w jednym punkcie, został on wycięty z pojedynczego arkusza tektury, przez co każdy rezonatorów mógł być podparty w czterech punktach;

→ dla jak najlepszego wykorzystania powierzchni, w pojedynczej komórce znalazły się dwa rezonatory. Aby zrównoważyć siły działające poprzecznie do wychyleń płyty zostały one umieszczone antysymetrycznie;

→ oba rezonatory są skierowane w kierunku CD. Gwarantuje to niezależność od właściwości ortotropowych tektury, a także większą powtarzalność właściwości sprężystych w poszczególnych komórkach, z uwagi na większą jednorodność rozkładu włókien celulozowych.

W przypadku metamateriału typu B, przerwa pasmowa jest szersza i znajduje się między 357 Hz ÷ 395 Hz, a struktura odpowiada tej o jednym stopniu swobody (Rysunek 20d). Oba rezonatory w punkcie X strefy Brillouina drgają z tą samą częstotliwością, natomiast podwójna linia dyspersyjna, zaznaczona punktami 1 i 2 odnosi się do symetrycznych i asymetrycznych wychyleń rezonatorów. Wychylenia te zobrazowano na Rysunku 21 d i e.

3.3. Analityczne i eksperymentalne wyniki izolacyjności akustycznej

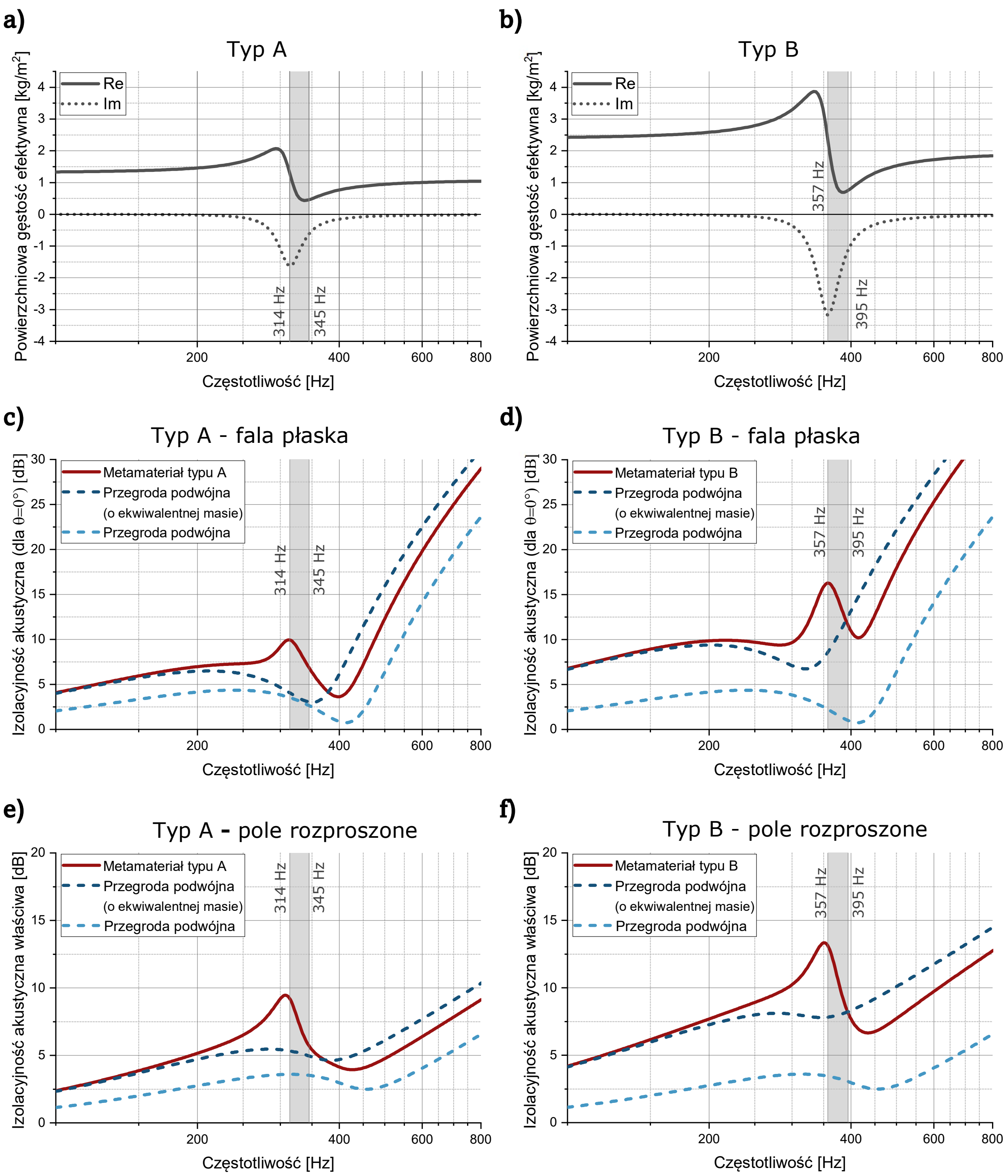
Wyniki izolacyjności akustycznej otrzymano dla modelu analitycznego, przy użyciu metody opisanej w punkcie 2.4.1 oraz dla pomiarów rzeczywistych próbek w komorze pogłosowej metodą natężeniową. W każdym przypadku metamateriał był umieszczony wewnątrz struktury podwójnej.

3.3.1. Analityczny model izolacyjności akustycznej

Na Rysunku 22 znajdują się krzywe powierzchniowej gęstości efektywnej oraz izolacyjności akustycznej, wyznaczone dla obu typów metamateriałów, przy wzbudzeniu falą płaską i w polu rozproszonym. Krzywe są porównane do izolacyjności przegrody podwójnej bez dodatku metamateriału oraz do przegrody podwójnej o ekwiwalentnej masie.

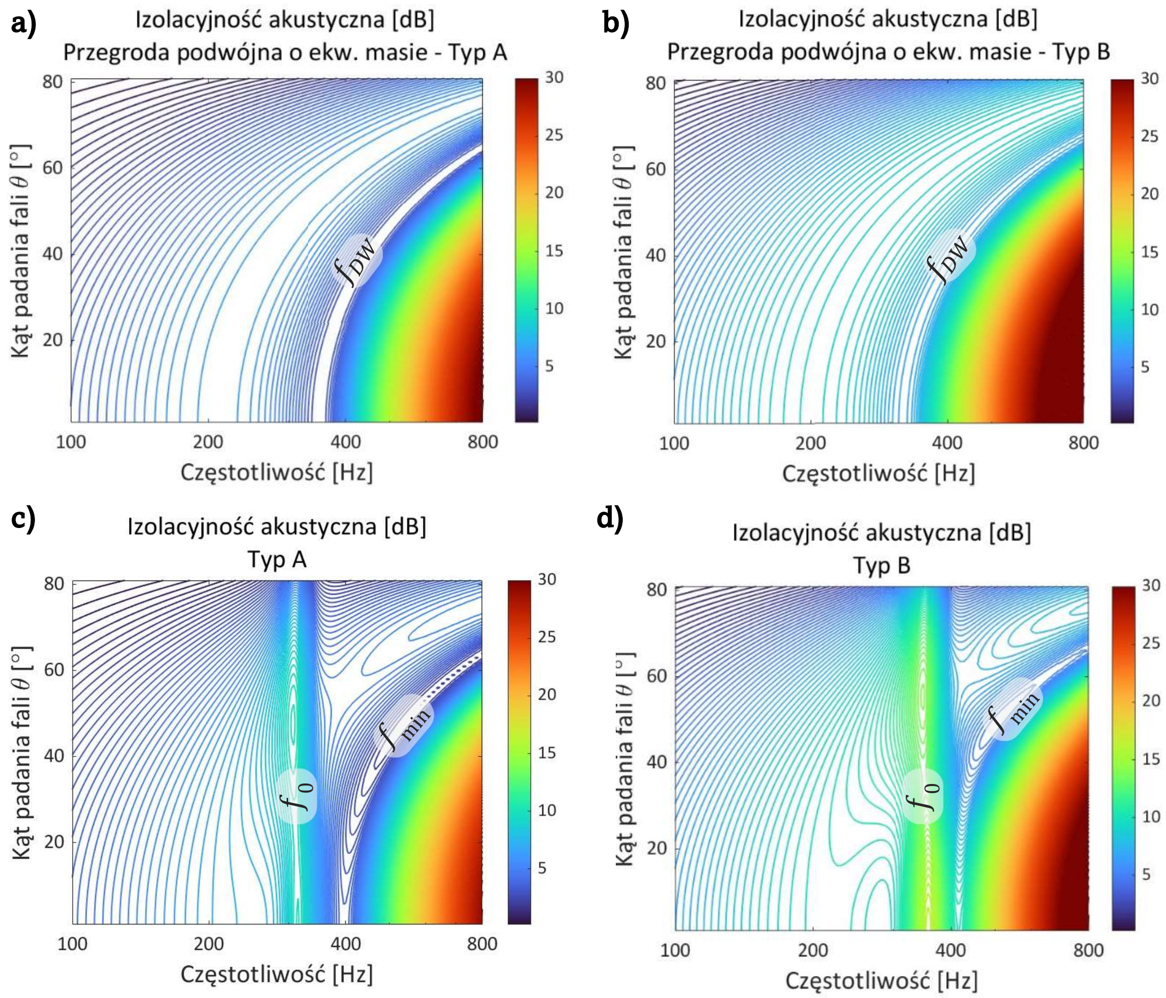
Stosunek masy drgającej m_2 do całkowitej masy dolnej płyty m_b, wyznaczona na podstawie struktury pasmowej, wynosi 0,22 dla metamateriału typu A i 0,24 dla metamateriału typu B. Z uwagi na dużą wartość współczynnika tłumienia ζ_2 w układzie, żadna z efektywnych gęstości nie osiągnęła wartość ujemnych. Niemniej jednak ich urojona część prawie dorównuje wartości części rzeczywistej.

Obydwa typy metamateriałów wykazują znaczny wzrost izolacyjności w okolicy przerw pasmowych. Względem przegrody podwójnej, maksimum obserwowalnego wzrostu izolacyjności właściwej metamateriału to kolejno 5,9 dB dla typu A i 9,8 dB dla typu B w polu rozproszonym. Spadek natomiast następuje dla częstotliwości nieco powyżej górnej granicy przerwy. W rezultacie izolacyjność powyżej tego progu jest niższa w porównaniu z konstrukcją o ekwiwalentnej masie. Różnica jest tym większa, im szersza jest przerwa pasmowa, tj. dla metamateriału typu B.



Rysunek 22 Część rzeczywista (Re) i urojona (Im) efektywnej powierzchniowej gęstości dynamicznej płyty *b* metamateriału dla: a) typu A, b) typu B. Analitycznie wyznaczona izolacyjność akustyczna dla fali padającej pod kątem $\theta = 0°$ dla metamateriału c) typu A i d) typu B. Izolacyjność akustyczna właściwa w polu rozproszonym dla metamateriału: e) typu A i f) typu B. [44]

Na Rysunku 23 znajdują się konturowe wykresy izolacyjności akustycznej metamateriałów oraz przegrody o ekwiwalentnej masie. Widoczny w częściach c i d, grzbiet izolacyjności dla częstotliwości rezonansu mechanicznego f_0 w metamateriale jest niezależny od kąta padania fali θ. Częstotliwość minimum lokalnego izolacyjności $f_{\min}$ jest wypadkową wspomnianego rezonansu oraz rezonansu ściany podwójnej, przez co zwiększa się wraz ze wzrostem kąta padania fali.

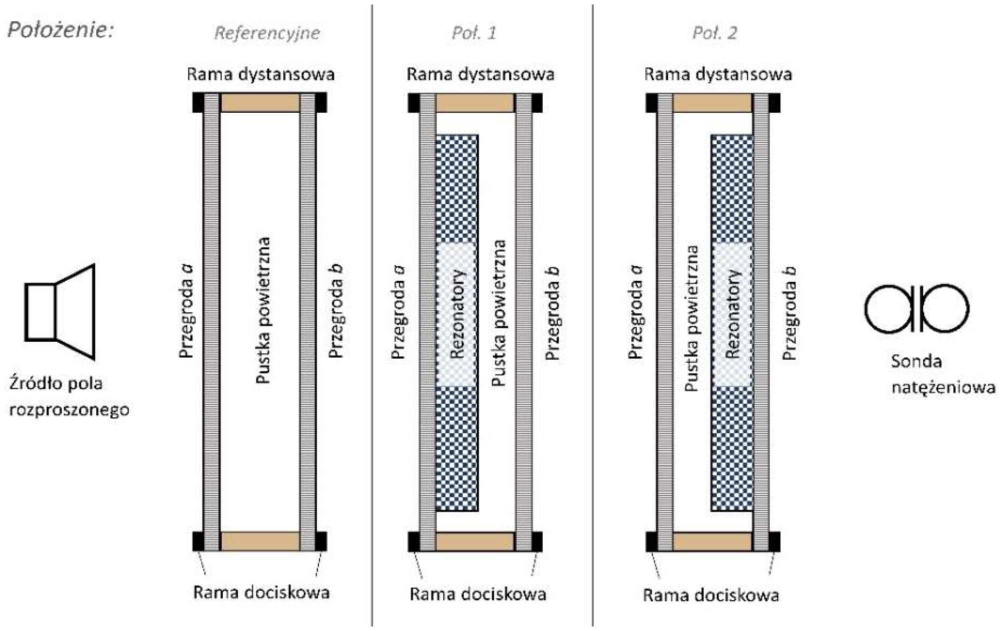


Rysunek 23 Wykresy konturowe izolacyjności akustycznej w zależności od częstotliwości i kąta padania fali dla: przegrody podwójnej o masie ekwiwalentnej dla a) typu A i b) typu B oraz metamateriału c) typu A i d) typu B.
Na wykresach zaznaczono częstotliwości rezonansu ściany podwójnej f_{DW}, rezonansu mechanicznego w metamateriale f_0 oraz minimum lokalne $f_{\min}$ zależne od obu tych rezonansów.

Powyższe zależności minimów i maksimów izolacyjności prowadzą do różnic między wzajemnymi położeniami rezonansów między poszczególnymi typami wzbudzenia. W przypadku metamateriału typu A, gdzie częstotliwość maksimum jest nieco niższa od częstotliwości rezonansu podwójnej ściany o ekwiwalentnej masie, obecność pola rozproszonego nie przyczynia się do poprawy izolacyjności w tym zakresie. I odwrotnie, w przypadku metamateriału typu B, te dwie częstotliwości prawie się pokrywają, w wyniku czego poprawa izolacyjności właściwej przegrody jest obserwowalna dokładnie w obszarze najmniejszej izolacyjności.

3.3.2. Wyniki badań eksperymentalnych izolacyjności akustycznej

Laboratoryjne pomiary izolacyjności akustycznej wykonano w komorze pogłosowej o objętości 67 m^3, w oparciu o normę ISO 15186-1, *Akustyka: Pomiary izolacyjności akustycznej w budynkach oraz izolacyjności akustycznej elementów budowlanych metodą natężenia dźwięku; Część 1: Pomiary laboratoryjne*. [115] dla ważonego wskaźnika skorygowanej natężeniowej izolacyjności akustycznej właściwej ($R_{I,M,W}$), w pasmach 1/3 oktawowych w zakresie 100 Hz ÷ 1600 Hz. Próbki o wymiarach 1162 mm x 865 mm zostały zaciśnięte w oknie komory pogłosowej, a połączenie ramy dociskowej z próbką uszczelniono butylem i warstwą gumy EPDM. Rezonatory metamateriału znajdywały się w próbce w dwóch konfiguracjach – od strony źródła dźwięku oraz od strony odbiorczej (Rysunek 24). Wewnątrz komory umieszczono referencyjne źródło dźwięku Norsonic 276 w taki sposób, aby pole akustyczne było jak najbardziej rozproszone, natomiast średni poziom ciśnienia akustycznego zmierzono w miejscach reprezentatywnych dla energii akustycznej padającej na próbkę. Poziom natężenia akustycznego zmierzono metodą omiatania na zewnątrz komory, 100 mm od powierzchni próbki, za pomocą sondy natężeniowej wyposażonej w mikrofony Gras 40GK 1/2”, rozdzielone separatorem długości 50 mm.



Rysunek 24 Schemat ułożenia próbki z metamateriałem w oknie komory pogłosowej.

Szczegółowe wyniki pomiarów izolacyjności akustycznej dla obu powyższych wariantów umiejscowienia rezonatorów są zawarte w Tabeli 3, natomiast, na Rysunku 25 znajduje się zbliżenie na wartości izolacyjności w okolicach przerwy pasmowej, odniesione do referencyjnego pomiaru przegrody podwójnej oraz do wyników uzyskanych analitycznie.

Użyty separator pozwalał na poprawny pomiar izolacyjności tylko do zakresu 1600 Hz, jednak wartości jednoliczbowe takie jak wskaźnik izolacyjności $R_{I,M,W}$ czy wskaźniki adaptacyjne C i C_{tr} są obliczane dla pasma 100 Hz – 3150 Hz. Zdecydowano zatem o włączeniu do obliczeń także niepewnych danych uzyskanych dla pasm 2000 Hz – 3150 Hz. Wartość indeksu PI będąca różnicą pomiędzy mierzonym poziomem ciśnienia i natężenia w żadnym przypadku nie przekraczała określonego w normie poziomu 10 dB. Co więcej, przeprowadzono próbę, przy której obniżenie wyników dla niepewnego pasma nawet o 3 dB nie spowodowało zmiany wskaźników jednoliczbowych o więcej niż 1 dB. Niemniej jednak, należy mieć na uwadze, że podane w tabeli wskaźniki są szacowane.

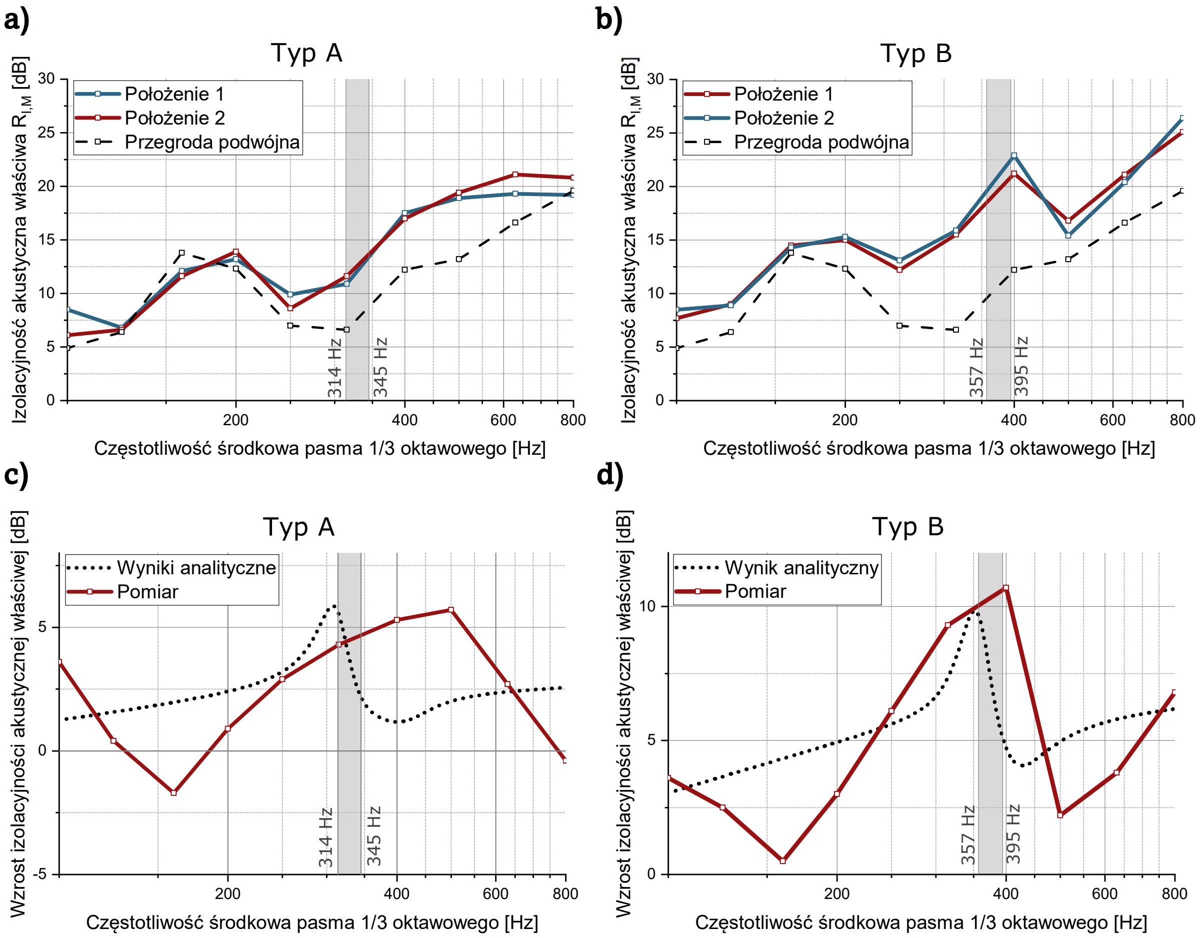
Tabela 3 Wyniki skorygowanej natężeniowej izolacyjności akustycznej właściwej dla metamateriałów typu A i B uzyskane podczas pomiarów. Pasma nie mieszczące się w zasięgu pomiarowym użytego separatora zaznaczono na szaro. Podane w tabeli wskaźniki $R_{I,M,W}$, C i C_{tr} są szacowane.

Wariant	Skorygowana natężeniowa izolacyjność akustyczna właściwa $R_{I,M}$ [dB]																		
				Częstotliwość środkowa pasma 1/3 oktawowego [Hz]															
	$R_{I,M,W}$	C	C_{tr}	*100*	*125*	*160*	*200*	*250*	*315*	*400*	*500*	*630*	*800*	*1000*	*1250*	*1600*	*2000*	*2500*	*3150*
Przegroda podwójna	**19**	-2	-4	4,9	6,4	13,8	12,3	7,0	6,6	12,2	13,2	16,6	19,6	21,5	24,0	24,5	23,4	24,3	24,5
Typ A, poł. 1	**22**	-1	-5	6,1	6,6	11,6	13,9	8,6	11,6	17,0	19,4	21,1	20,8	24,3	26,8	28,3	29,3	27,8	27,2
Typ A, poł. 2	**22**	-1	-4	8,5	6,8	12,1	13,2	9,9	10,9	17,5	18,9	19,3	19,2	23,0	26,2	28,4	30,5	28,4	26,9
Typ B, poł. 1	**24**	-2	-5	7,7	9,0	14,5	15,0	12,2	15,5	21,2	16,8	21,1	25,1	27,2	26,1	26,4	26	25,5	27,5
Typ B, poł. 2	**23**	-1	-3	8,5	8,9	14,3	15,3	13,1	15,9	22,9	15,4	20,4	26,4	27,7	24,9	25,6	24,8	24,3	26,7

Ważony wskaźnik izolacyjności akustycznej właściwej $R_{I,M,W}$ ściany podwójnej wynosi 19 dB, podczas gdy dla metamateriału typu A wynosi on 22 dB, a dla metamateriału typu B wynosi nawet 24 dB. Oznacza to wzrost izolacyjności w całym paśmie częstotliwości odpowiednio o 3 dB i 5 dB.

Podczas pomiarów nie stwierdzono wpływu ustawienia przegrody. Maksymalna zaobserwowana różnica wynosi 2,4 dB dla typu A i 1,7 dB dla typu B i nie jest stała dla całego zakresu częstotliwości. Dla metamateriału typu A wyniki pomiarów nie odpowiadają spodziewanym. Przede wszystkim maksymalny wzrost izolacyjności jest przesunięty prawie o oktawę w kierunku większych częstotliwości. Kształt obu krzywych również nie jest porównywalny. Lepszą zbieżność uzyskano dla metamateriału typu B, gdzie największy wzrost izolacyjności jest zbliżony do wyznaczonego analitycznie zarówno w jego częstotliwości jak i wysokości. W krzywej można również wyszczególnić obszar odpowiadający spadkowi w okolicach górnej granicy przerwy pasmowej, chociaż ten także jest przesunięty w stronę większych częstotliwości. Na te różnice mogło mieć wpływ kilka czynników. Jednym z nich jest ograniczenie zastosowanej techniki pomiaru do pasm 1/3 oktawowych, która nie odzwierciedla wystarczająco dobrze właściwości rezonansowych. Dodatkowo, wynikające z procesu produkcji, niejednolite w całej objętości struktury właściwości mechaniczne papieru mogły mieć wpływ na szerokość rezonansu.

Porównując dwa typy metamateriałów, typ B wykazuje większą poprawę izolacyjności. Można to przypisać większej masie rezonatorów m_2 i wynikającej z nich szerszej przerwie pasmowej, ale także większej powtarzalności struktury. Powtarzalność osiąga się poprzez zwrócenie elementu sprężynującego rezonatorów tylko w kierunku CD, co wyrównuje częstotliwość lokalnych rezonansów w poszczególnych komórkach. Natomiast w przypadku metamateriału typu A konstrukcja jest bardziej wrażliwa na trudności techniczne występujące przy wykonaniu próbki. Jedną z nich jest zamocowanie belek tylko w jednym punkcie. Oprócz konsekwencji tego zabiegu wyszczególnionych w punkcie 3.2, zauważono również, że w niektórych wspornikach, tektura po nasiąknięciu klejem rozwarstwiała się, co z pewnością spowodowało obniżenie częstotliwości rezonansowej lub wręcz całkowite wyeliminowanie danej belki z układu periodycznego. Cztery podpory w komórkach metamateriału typu B były bardziej odporne na to zjawisko.



Rysunek 25 Wyniki pomiarów izolacyjności akustycznej właściwej dla metamateriału a) typu A i b) typu B. Porównanie analitycznie i pomiarowo otrzymanego wzrostu izolacyjności względem przegrody podwójnej dla metamateriału c) typu A i d) typu B. Do porównania wybrano pomiar w położeniu nr 2.

3.4. Podsumowanie i porównanie właściwości obu konstrukcji metamateriałów

Zbadano możliwości zastosowania metamateriałów akustycznych o ujemnej efektywnej gęstości do zwiększenia izolacyjności przegrody podwójnej. W toku tych badań przeanalizowano dwie konstrukcje: pierwszą w postaci układu belek osadzonych na wspornikach (typu A) oraz drugą, będącą jej ulepszeniem, z masami wyciętymi w płycie (typu B). Obie były dostrojone do rezonansu masa-sprężyna-masa przegrody podwójnej, którego częstotliwość to $f_{DW} = 420$ Hz. Po wykonaniu analizy krzywych dyspersyjnych otrzymano przerwę pasmową w zakresie $314 \div 345$ Hz dla typu A i $357 \div 395$ Hz dla typu B.

Wyniki analityczne i eksperymentalne wykazały poprawę izolacyjności akustycznej właściwej spowodowanej dzięki wprowadzeniu metamateriałów. Dla obu zaprojektowanych typów A i B uzyskano zarówno lokalny wzrost w okolicach przerwy pasmowej (5,9 dB dla typu A i 9,8 dB dla typu B), a także poprawę wskaźnika $R_{I,M,W}$ o odpowiednio 3 dB i 5 dB.

Jednak głębsza interpretacja uzyskanych wyników wykazała, że metamateriał A nie spełnia stawianych oczekiwań:

→ po wykonaniu analizy modalnej komórki metamateriału z nadanym warunkiem periodycznym Blocha Floqueta, nie uzyskano planowanego powielenia się częstotliwości rezonansowej dla obu rodzajów belek zwróconych w kierunkach produkcyjnych CD i MD tektury. Wobec tego jedynie belki zwrócone w kierunku osi x przyczyniły się do powstania przerwy pasmowej;

→ powyższa analiza wyeksponowała również istnienie modów skrętnych w częstotliwościach poniżej przerwy pasmowej. Siła oddziaływująca od rezonatora na płytę w osi z jest w takim przypadku zminimalizowana, wobec czego istnienie tego modu nie przyczynia się do poprawy izolacyjności;

→ podparcie belki w jednym punkcie było niekorzystnym wyborem z uwagi na tworzenie się wspomnianych modów skrętnych jak i na większą wrażliwość na pojawiające się trudności techniczne.

Mimo że wprowadzenie rezonatorów do przegrody podwójnej skutkowało poprawą izolacyjności, to wszystkie powyższe fakty przyczyniły się do mniejszej skuteczności metamateriału oraz do słabej korelacji między analitycznie i pomiarowo uzyskanymi wynikami. Drobne poprawki w konstrukcji typu A, jak np. dostrojenie częstotliwości modów dla obu kierunków belek na podstawie wyników eksperymentalnych, czy zmiana materiału konstrukcyjnego najprawdopodobniej skutkowałyby poprawą w osiąganych rezultatach. Jednak tego typu działania miały zbyt nikłą szansę powodzenia w stosunku do ich czasochłonności, dlatego opracowano konstrukcję typu B. Miała ona na celu zniwelowanie powyższych wad, m.in. poprzez wprowadzenie większej ilości podpór, poszerzenie belki, zwiększenie drgającej masy m_2 i uniezależnienie od właściwości ortogonalnych papieru. Dla tego typu metamateriału, zmierzone wyniki wzrostu izolacyjności akustycznej były zdecydowanie bardziej zgodne z wyznaczonymi analitycznie. Wadą metamateriału typu B jest nadmierne obciążenie płyty masą tektury stanowiącej rusztowanie dla rezonatorów. Masa ta nie jest składową masy drgającej m_r ale powiększa masę przegrody b. Całkowita masa przegrody w przypadku metamateriału typu A wzrosła o 21%, natomiast dla typu B było to aż 120 %.

Uzyskane wyniki wskazują, że wykorzystanie rezonatorów mechanicznych przyczynia się do poprawy izolacyjności akustycznej przegrody podwójnej.

Rozdział 4.

Przegroda podwójna z metamateriałem o ujemnej efektywnej sprężystości

Kolejnym typem struktury podwyższającej izolacyjność przegrody podwójnej jest dodatek metamateriału o ujemnej efektywnej sprężystości, poprzez wprowadzenie między przegrodami siatki rezonatorów Helmholtza. W przeciwieństwie do poprzedniego rozdziału, tutaj opracowano tylko jedną konstrukcje, za to w dwóch wariantach, tj. działającą dla różnych częstotliwości rezonansowych ściany podwójnej $f_{DW} = 340$ Hz i 460 Hz. Przedstawione zostały wyniki: obliczeń analitycznych – sprężystości efektywnej i izolacyjności akustycznej; obliczeń numerycznych – krzywych dyspersyjnych; oraz eksperymentalne – wskaźnika izolacyjności akustycznej.

4.1. Opis konstrukcji i materiałów

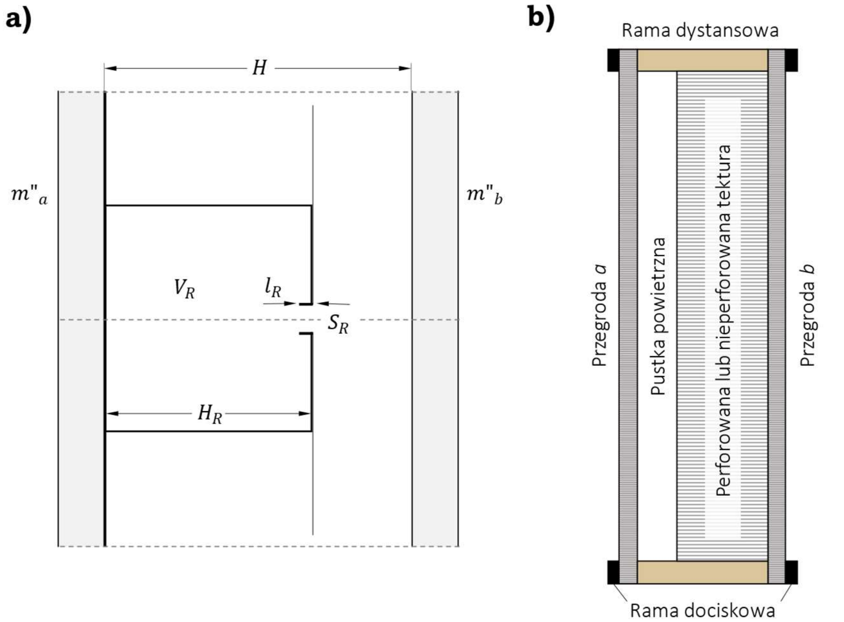
Przy konstrukcji przegrody podwójnej wzięto pod uwagę takie same motywy jak w układzie ujemną efektywną gęstością, tj. dobór częstotliwości rezonansowej podwójnej ściany f_{DW}, a tym samym położenia przerwy pasmowej powinien mieścić się w zakresie częstotliwości wskaźnika izolacyjności właściwej R_W oraz być łatwo mierzalny. Tym samym częstotliwości te są podobne i wynoszą około 400 Hz.

Przegroda podwójna, tak jak w poprzednim rozdziale, została wykonana z pary płyt o strukturze plastra miodu, gramaturze 590 g/m² oraz o grubości i szerokości celi [8] równych 10 mm. Ich wzajemna odległość wynosiła $H = 40$ mm w pierwszym przypadku i 69 mm w drugim, co definiuje częstotliwości rezonansowe podwójnej ściany równe $f_{DW} =$ 340 Hz i 460 Hz. Do jednej z płyt przymocowano kolejny płat tektury o strukturze plastra miodu, jednak o szerokości celi równych 22 mm i grubości odpowiednio 25 mm lub 50 mm

[8] *Cela* jest terminem branżowym, używanym w papiernictwie [123] i oznacza komórkę płyty plastra miodu. Po wykonaniu otworu w warstwie wierzchniej płyty, cela pełni funkcję komory rezonatora Helmholtza.

oraz o gramaturach równych 1057 g/m² i 1515 g/m² (Rysunek 26). Dla przejrzystości opisów w niniejszym rozdziale, poszczególne warianty oznaczono od wysokości rezonatora Helmholtza, tj. pierwszą jako $\mathbf{H_R 25}$, a drugą jako $\mathbf{H_R 50}$.

Wybór materiałów konstrukcyjnych jest konsekwencją przeprowadzenia prac badawczych w ramach projektu: *Mobilny Proekologiczny Dom z Tektury – prace B + R nad zastosowaniem materiałów pochodzenia celulozowego w architekturze*, finansowanego przez NCBiR w ramach grantu nr: Lider/60/0250/L-11/ 19/NCBR/2020, podobnie jak dla rozwiązań przedstawionych w rozdziale 1.



Rysunek 26 a) Szczegółowy schemat rezonatora Helmholtza w komórce metamateriału między przegrodami, b) Układ rozmieszczenia elementów przegrody w oknie komory pogłosowej. [22]

Siatkę rezonatorów uzyskano poprzez wykonanie otworu w każdej celi tektury, uzyskując komorę Helmholtza. Podczas tego procesu część materiału zaginała się do wewnątrz, co skutkowało całkowitą, średnią długością szyjki równą odpowiednio 1,4 mm i 1,5 mm. Częstotliwości rezonansowe poszczególnych elementów, obliczone na podstawie równań (11), (22), i (27) wyszczególniono w Tabeli 4, a ich wartości dobrano tak, aby pierwsza częstotliwość rezonansowa Helmholtza f_R była trochę większa niż f_{DW}. Referencyjną przegrodę podwójną (nie będącą metamateriałem) wykonano poprzez umieszczenie wewnątrz takiego samego, jednak nieperforowanego płata tektury.

Tabela 4 Częstotliwości rezonansowe metamateriału akustycznego o ujemnej efektywnej sprężystości

Grubość panelu H_R	Średnica szyjki d_R	Częstotliwość rez. Helmholtza f_R	Współczynnik wypełnienia ϕ_R	Częstotliwość rez. podwójnej ściany f_{DW}	Częstotliwości rez. układu (z równ. (27))	
					f_{01}	f_{02}
25 mm	1,6 mm	467 Hz	0,625	460 Hz	346 Hz	1012 Hz
50 mm	1,8 mm	355 Hz	0,725	340 Hz	255 Hz	901 Hz

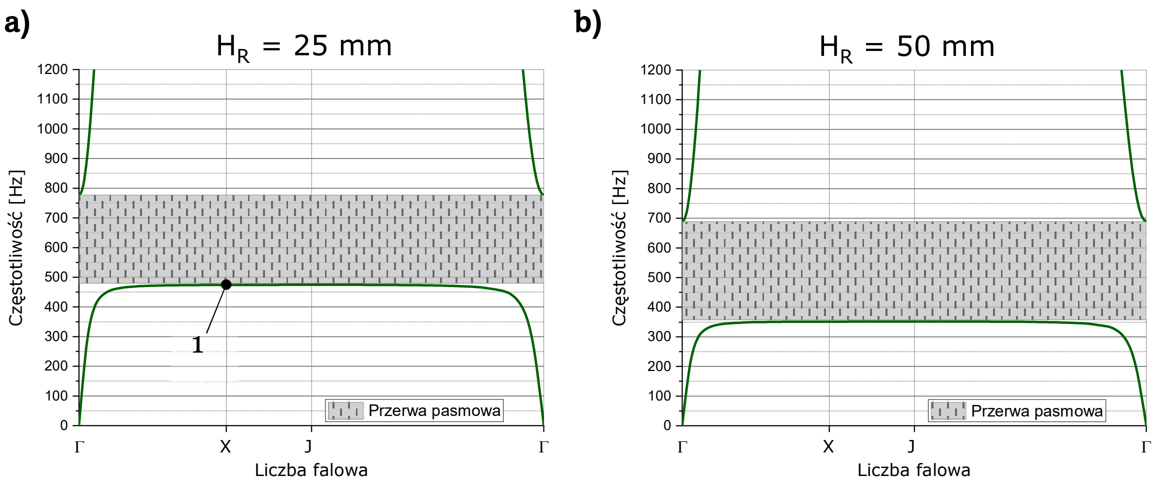
Wyniki uzyskane analitycznie mogą różnić się w praktyce. Proces produkcji tektury nie gwarantuje powstania jednakowych objętości komórek, co ma dwie konsekwencje: zmianę szerokości i położenia rezonansu Helmholtza oraz trudności techniczne w utrzymaniu stałej pozycji otworu względem ścianek komórki. Nie wyklucza to plastra miodu z potencjalnego wykorzystania, jednak powinno być wzięte pod uwagę przy analizie wyników.

4.2. Analiza struktury pasmowej

Uzyskana struktura periodyczna metamateriału była heksagonalna (jak przedstawiono w punkcie 2.3.1, na Rysunku 9b), a stała siatki wynikała z szerokości komory tektury i wynosiła w każdym przypadku $a = 22\,\mathrm{mm}$. Dla siatki heksagonalnej, mającej 12 osi symetrii, nieredukowalna strefa Brillouina ma postać trójkąta o wierzchołkach $\Gamma - X - J - \Gamma$. Model numeryczny metamateriału musi dotyczyć elementu powodującego ujemną efektywną sprężystość, a więc zawiera wewnątrz komórek powietrze, nie zaś elementy strukturalne. Z tego powodu typ użytej analizy modalnej jest akustyczny, tj. wynikiem w każdym węźle komórki jest ciśnienie i prędkość akustyczna. Warunek Blocha Floqueta oprócz przemieszczeń (wynikających z prędkości) musi zatem zawierać również powiązanie ciśnienia akustycznego na brzegach komórki:

$$p(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r_0})e^{i\mathbf{k}a} \tag{29}$$

Wynikiem analizy modalnej, są krzywe przedstawione na Rysunku 27 wraz z przerwami pasmowymi, których granice wyszczególniono w Tabeli 5.



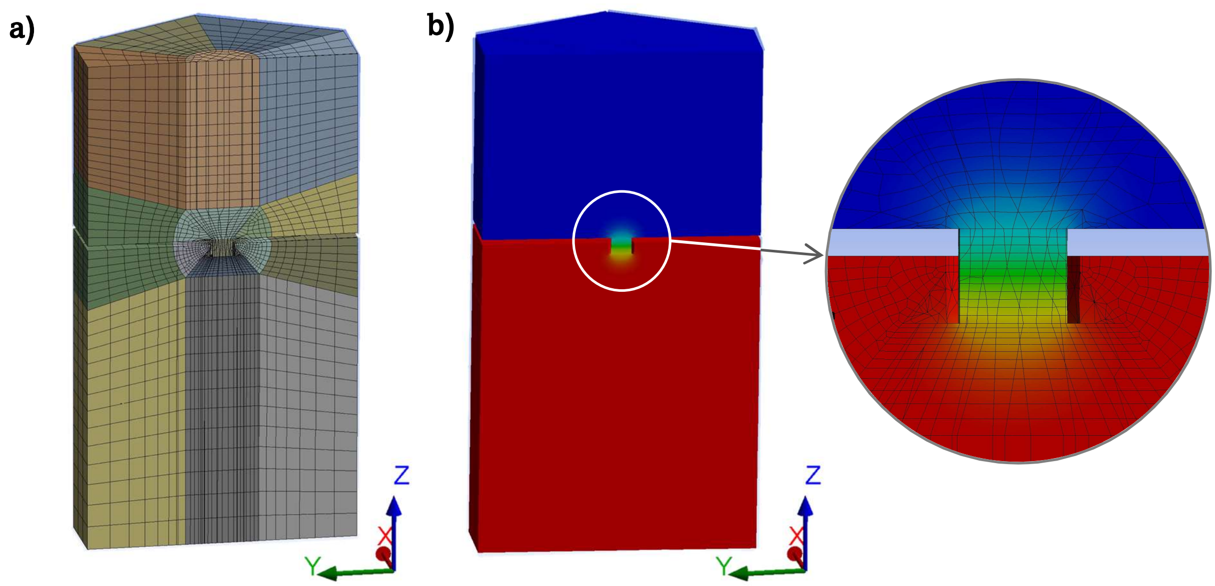
Rysunek 27 Krzywe dyspersyjne wraz z przerwą pasmową dla metamateriału z rezonatorami Helmholtza dla wariantu: a) H_R25 i b) H_R50. Punktem 1 oznaczono pierwszy mod drgań widoczny na Rysunku 28b.

W każdej komórce metamateriału znalazł się jedynie jeden rezonator, co poskutkowało bardzo regularną strukturą pasmową. Dolne granice przerwy pasmowej są zgodne z obliczonymi analitycznie częstotliwościami rezonansowymi Helmholtza i wynoszą odpowiednio 475 Hz i 351 Hz dla obu wysokości komór. Szerokości przerwy pasmowej także odpowiadają tym przewidzianym analitycznie.

Tabela 5 Częstotliwości graniczne przerwy pasmowej w metamateriale o ujemnej efektywnej sprężystości, otrzymane numerycznie i analitycznie.

Wariant	Dolna granica przerwy pasmowej f_L		Górna granica przerwy pasmowej f_H		Szerokość przerwy pasmowej	
	Analitycznie	Numerycznie	Analitycznie	Numerycznie	Analitycznie	Numerycznie
HR25	467 Hz	475 Hz	763 Hz	778 Hz	296 Hz	303 Hz
HR50	355 Hz	351 Hz	676 Hz	690 Hz	321 Hz	339 Hz

Oprócz typu analizy, jedną z większych różnic między modelami numerycznymi przedstawionymi w poprzednim i bieżącym rozdziale, jest stopień skomplikowania siatki obliczeniowej. Aby zapewnić odpowiednie zagęszczenie węzłów w okolicach szyjki rezonatora oraz regularność siatki na brzegach komórki i jednocześnie nie doprowadzić do przeciążenia modelu nadmiernie dużą liczbą węzłów, każdy z elementów (rzeczywisty i urojony) podzielono na 42 regularne części. Dzięki temu uzyskano siatkę widoczną na Rysunku 28a. Obok znajduje się przykładowy rozkład ciśnienia akustycznego dla modu zaznaczonego numerem 1 na Rysunku 27a.



Rysunek 28 a) Przekrój siatki obliczeniowej MES dla komórki metamateriału HR25.
b) Rozkład ciśnienia akustycznego w pierwszym modzie drgań w punkcie X strefy Brillouina, oznaczony punktem 1 na Rysunku 28 dla częstotliwości 475 Hz. Po prawej stronie zbliżenie na okolice szyjki rezonatora z widoczną siatką. Kolor niebieski oznacza minimum ciśnienia akustycznego, natomiast kolor czerwony – maksimum.

Szczegółowa analiza rozkładów ciśnienia w poszczególnych punktach struktury pasmowej nie przyniosła niespodziewanych wniosków. Wyniki są zgodne z oczekiwanymi.

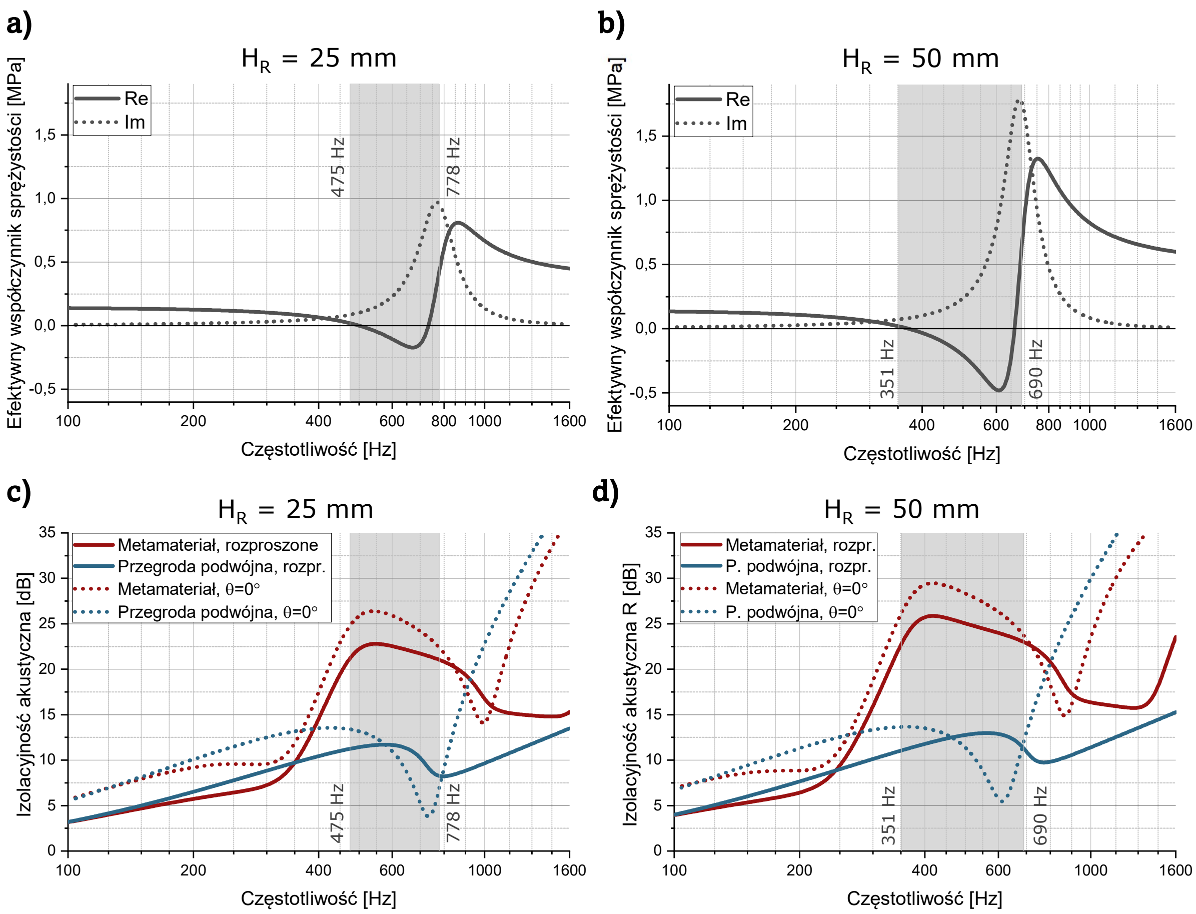
4.3. Analityczne i eksperymentalne wyniki izolacyjności akustycznej

Wyniki izolacyjności akustycznej otrzymano dla modelu analitycznego, przy użyciu metody opisanej w punkcie 2.4.3 oraz dla pomiarów rzeczywistych próbek w komorze pogłosowej metodą natężeniową, podobnie jak w rozdziale 3.

4.3.1. Analityczny model izolacyjności akustycznej

W celu wykonania analizy izolacyjności akustycznej, założono co następuje:

→ wewnętrzna płyta tektury porusza się wraz z przegrodą zewnętrzną, tzn. jej masa jest wliczona do masy przegrody b;

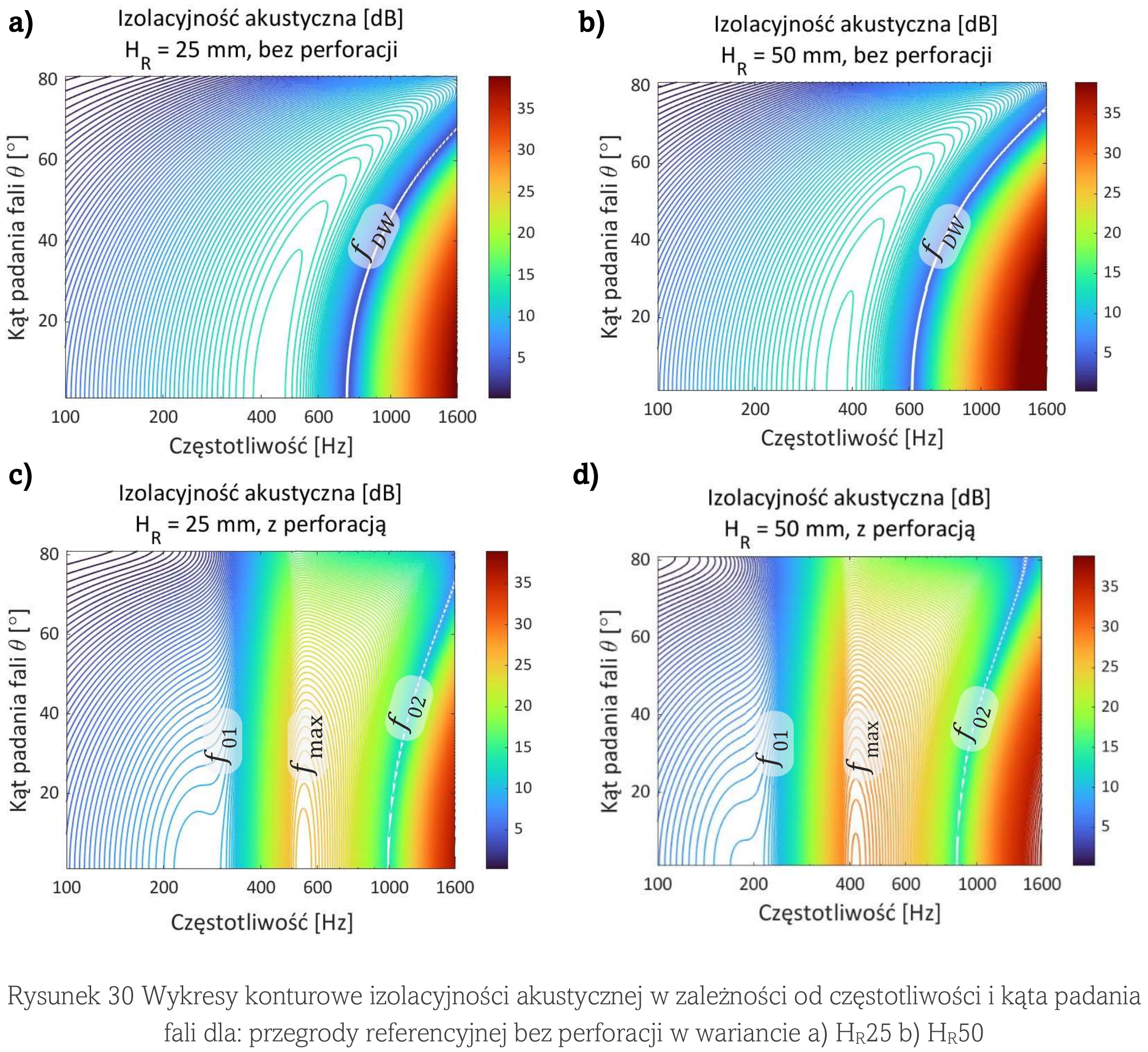


Rysunek 29 Część rzeczywista (Re) i urojona (Im) efektywnego współczynnika sprężystości objętościowej dla medium pomiędzy przegrodami, dla metamateriału a) H_R25 b) H_R50.
Analitycznie wyznaczona izolacyjność akustyczna dla fali padającej pod kątem $\theta = 0°$ (linia kropkowana) oraz dla pola rozproszonego (linia ciągła) dla metamateriału: c) H_R25 d) H_R50.
Kolorem szarym oznaczono zakres przerwy pasmowej otrzymany numerycznie

→ dla przypadku referencyjnego (bez perforacji) odległość między przegrodami jest zmniejszona o grubość płyty tektury wewnętrznej, tj. o H_R. Całkowita grubość obu wariantów jest, wobec tego taka sama. Częstotliwości rezonansowe podwójnej ściany ze zmniejszoną odległością to 733 Hz i 613 Hz;

→ współczynnik tłumienia rezonatora Helmholtza ζ_R wynosi 0,3. Został on dobrany na podstawie późniejszych pomiarów izolacyjności akustycznej (opisanych w punkcie 4.3.2). Obejmuje, wobec tego nie tylko dające się wyznaczyć analitycznie bądź numerycznie straty wynikające z tłumienia wiskotycznego, ale także pozorne zwiększenie szerokości rezonansu wynikające z niejednakowych objętości komórek Helmholtza.

Rysunki 29 a i b zawierają efektywny współczynnik sprężystości objętościowej medium między przegrodami. W przeciwieństwie do metamateriałów z poprzedniego rozdziału, w tym wypadku dla obu struktur uzyskano ujemne wartości rzeczywiste. Jest to możliwe dzięki wysokiemu współczynnikowi wypełnienia ϕ_R, który determinuje szerokość przerwy pasmowej. Odpowiednikiem tego współczynnika dla rezonansu mechanicznego jest stosunek masy drgającej m_2 do całkowitej masy dolnej płyty m_b.



Rysunek 30 Wykresy konturowe izolacyjności akustycznej w zależności od częstotliwości i kąta padania fali dla: przegrody referencyjnej bez perforacji w wariancie a) H_R25 b) H_R50 oraz przegrody z perforacją dla c) H_R25 d) H_R50. Na wykresach zaznaczono kluczowe częstotliwości rezonansowe f_{01}, f_{02} oraz częstotliwość maksimum $f_{\max}$.

Na Rysunkach 29 c i d znajdują się krzywe izolacyjności akustycznej dla padającej fali płaskiej i w polu rozproszonym, w odniesieniu do referencyjnej przegrody podwójnej z wkładem z nieperforowanej tektury.

Wzrost izolacyjności w okolicy przerw pasmowych jest ewidentny, a także wyraźnie większy niż dla analizowanego poprzednio metamateriału o ujemnej efektywnej gęstości. Wzrost maksimum izolacyjności w polu rozproszonym względem przegrody podwójnej wyniósł 12,8 dB dla metamateriału H_R25 i 13,9 dla H_R50.

Częstotliwości minimów f_{01} i f_{02} są zależne zarówno od częstotliwości rezonansu Helmholtza f_R jak i od rezonansu ściany podwójnej f_{DW}, dlatego obie są również zależne od kąta padania fali θ. Dużo silniejszą zależność, widoczną na Rysunku 30, wykazuje drugie minimum f_{02}, a oznaczona jako $f_{\max}$ częstotliwość grzbietu jest stała. Wraz ze wzrostem kąta θ, zwiększa się natomiast zakres częstotliwości obszaru o zwiększonej izolacyjności, przy jednoczesnym spadku jej amplitudy. Efektem tych zależności w polu rozproszonym jest poszerzenie pasma częstotliwości, dla których dodatek metamateriału zwiększa izolacyjność przegrody.

4.3.2. Wyniki badań eksperymentalnych izolacyjności akustycznej

Laboratoryjne pomiary ważonego wskaźnika skorygowanej natężeniowej izolacyjności akustycznej właściwej ($R_{I,M,W}$) (w oparciu o normę ISO 15186-1 [115]) wykonano w tych samych warunkach, jak opisano w punkcie 3.3.2, dotyczącym metamateriałów o ujemnej efektywnej gęstości. Próbkę umieszczono w oknie komory, tak jak to pokazano na Rysunku 26b, z otworami rezonatorów Helmholtza zwróconymi w kierunku źródła dźwięku.

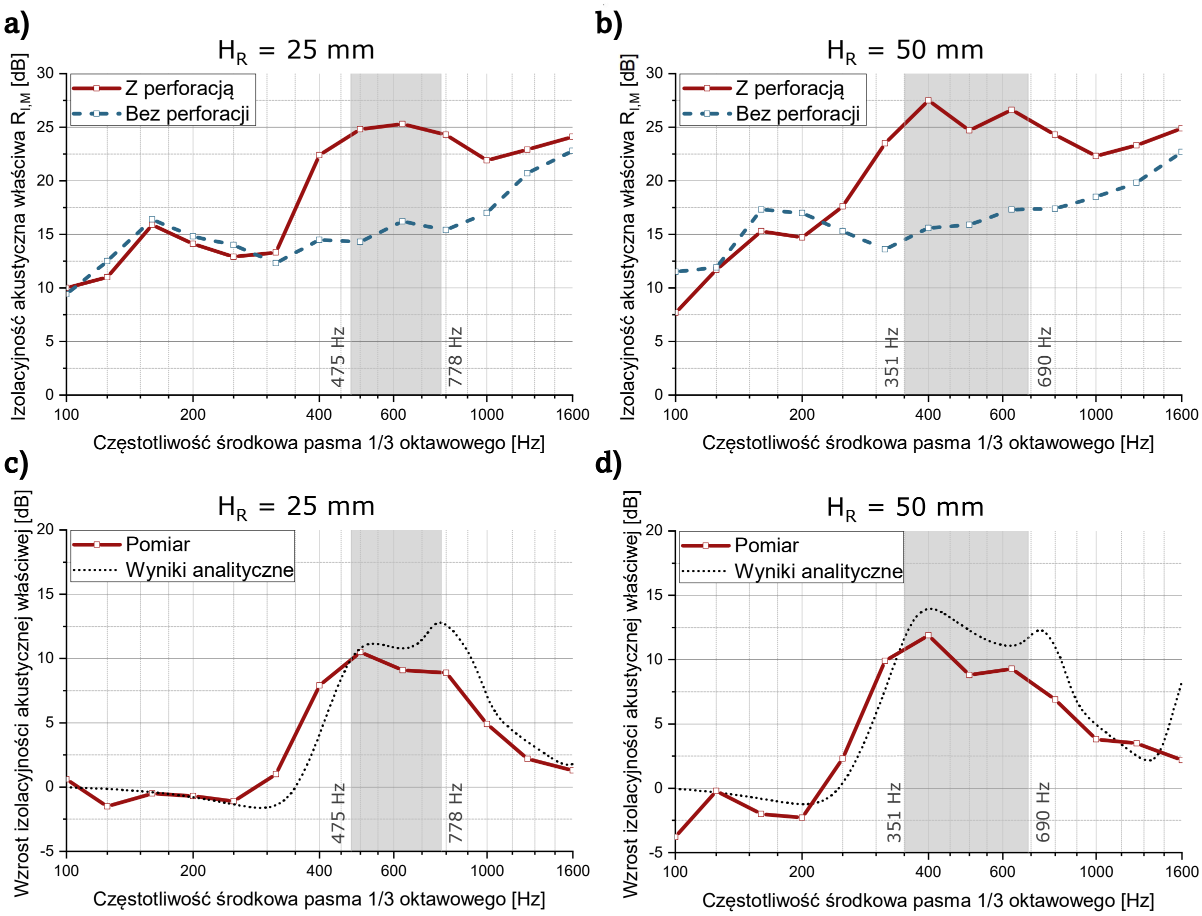
Tabela 6 Wyniki skorygowanej natężeniowej izolacyjności akustycznej właściwej dla metamateriałów H_R25 i H_R50 uzyskane podczas pomiarów. Pasma nie mieszczące się w zasięgu pomiarowym użytego separatora zaznaczono na szaro. Podane w tabeli wskaźniki $R_{I,M,W}$, C i C_{tr} są szacowane.

Wariant	Skorygowana natężeniowa izolacyjność akustyczna właściwa $R_{I,M}$ [dB]																		
				Częstotliwość środkowa pasma 1/3 oktawowego [Hz]															
	$R_{I,M,W}$	C	C_{tr}	*100*	*125*	*160*	*200*	*250*	*315*	*400*	*500*	*630*	*800*	*1000*	*1250*	*1600*	*2000*	*2500*	*3150*
H_R25 bez perforacji	**19**	0	-2	9,4	12,5	16,4	14,8	14,0	12,3	14,5	14,3	16,2	15,4	17,0	20,7	22,8	23,9	27,1	31,3
H_R25 *z* perforacją	**23**	-1	-3	10,0	11,0	15,9	14,1	12,9	13,3	22,4	24,8	25,3	24,3	21,9	22,9	24,1	24,1	26,5	30,6
H_R50 bez perforacji	**20**	0	-2	11,5	11,9	17,3	17,0	15,3	13,6	15,6	15,9	17,3	17,4	18,5	19,8	22,7	26,1	31,7	33,7
H_R50 z perforacją	**26**	-2	-5	7,7	11,7	15,3	14,7	17,6	23,5	27,5	24,7	26,6	24,3	22,3	23,3	24,9	27,4	32,2	33,8

Szczegółowe wyniki pomiarów izolacyjności akustycznej są zawarte w Tabeli 6. Podobnie jak przy badaniach metamateriałów typu A i B, wskaźniki $R_{I,M,W}$, C i C_{tr} są szacowane z powodu ograniczeń związanych z zastosowanym separatorem. Jednak również w bieżącym przypadku, wartości indeksu PI dla kwestionowanych pasm były prawidłowe i nie przekraczały 10 dB, a próba obniżenia wartości izolacyjności o 3 dB nie wywołała zmian wskaźnika większych niż 1 dB.

Wyniki ważonego wskaźnika izolacyjności akustycznej wyniosły odpowiednio 23 dB i 26 dB dla przegród o mniejszej i większej grubości, co stanowi wzrost względem konstrukcji bez perforacji o 4 dB i 6 dB. Jednakże, wzrost ten jest pasmowy, co przekłada się na spadek wartości widmowych wskaźników adaptacyjnych C i C_{tr} o 1 ÷ 3 dB.

Maksymalny zaobserwowany zysk izolacyjności w 1/3 oktawy, uzyskany dzięki wprowadzeniu metamateriału wynosi 10,5 dB dla wariantu H_R25, 11,9 dB dla H_R50 i mieści się w granicach przerwy pasmowej. Zarówno podane wartości jak i cała zależność częstotliwościowa pokazana na wykresach na Rysunku 31 ściśle odpowiadają wyznaczonym analitycznie. Krzywe pomiarowe są przesunięte w stronę mniejszych częstotliwości o ok. 20÷50 Hz, co wskazuje na to, że rzeczywista masa drgającego słupa powietrza w szyjce rezonatora mogła być trochę większa, przypuszczalnie z powodu postrzępionych krawędzi otworu.



Rysunek 31 Wyniki pomiarów izolacyjności akustycznej właściwej dla metamateriału a) H_R25 b) H_R50. Porównanie analitycznie i pomiarowo otrzymanego wzrostu izolacyjności względem przegrody podwójnej dla metamateriału c) H_R25 d) H_R50.

4.4. Podsumowanie właściwości metamateriałów o ujemnej efektywnej sprężystości

Dokonano analizy możliwości zwiększenia izolacyjności akustycznej przegród podwójnych poprzez zastosowanie metamateriałów akustycznych o ujemnej efektywnej sprężystości. W toku badań zaprojektowano i zbadano dwa warianty konstrukcji zawierającej heksagonalną siatkę periodycznie rozmieszczonych rezonatorów Helmholtza, o częstotliwości rezonansowej zbliżonej do rezonansu ściany podwójnej f_{DW}. Warianty te różniły się między sobą wielkością oraz wynikającą z niej częstotliwością pracy. Pierwszy, oznaczony jako HR25 wmontowany był w przegrodę podwójną o $f_{DW} = 460$ Hz, natomiast drugi – HR50 – w przegrodę o $f_{DW} = 340$ Hz. Numerycznie przeprowadzona analiza krzywych dyspersyjnych wykazała istnienie przerwy pasmowej w zakresie 475 Hz – 778 Hz dla wariantu HR25 i 351 Hz – 690 Hz dla wariantu HR50.

Podczas pomiarów izolacyjności akustycznej uzyskano zbliżoną poprawę skuteczności dla obu wariantów. Maksymalny wzrost izolacyjności w okolicach przerwy pasmowej wyniósł odpowiednio 10,5 dB dla wymiaru HR25 i 11,9 dB dla HR50. Skutkowało to także zwiększeniem wskaźnika $R_{I,M,W}$ o odpowiednio 4 dB i 6 dB. Wzrost izolacyjności otrzymany eksperymentalne okazał się być wysoce zgodny z przewidzianym analitycznie w obu przypadkach.

Rezultaty powyższych prac były dalece bardziej pozytywne niż dla metamateriałów o ujemnej efektywnej masie. Przewaga dotyczyła wielu płaszczyzn:

→ wzrost izolacyjności był większy zarówno w okolicach przerwy pasmowej jak i dla jednoliczbowego wskaźnika $R_{I,M,W}$. Co więcej wzrost ten został osiągnięty przy *niezmienionej całkowitej grubości przegrody*, natomiast w przypadku metamateriałów z rozdziału 3 zwiększeniu uległa całkowita masa. Odpowiednikiem przegrody referencyjnej z niniejszego rozdziału jest przegroda podwójna o ekwiwalentnej masie, względem której ewentualna poprawa izolacyjności jest mniejsza;

→ tak duży wzrost izolacyjności wynikał z szerokiej przerwy pasmowej, która z kolei była konsekwencją wysokiego współczynnika wypełnienia ϕ_R rezonatorów w pustce przegrody. Duże wypełnienie uzyskuje się bez znacznych modyfikacji w przegrodzie, jedynie poprzez zaadaptowanie istniejącej pustki powietrznej. W obu badanych wariantach, zachowano również całkowitą masę przegrody. W przypadku metamateriału o ujemnej efektywnej gęstości, dodanie rezonatorów skutkowało zwiększeniem masy przegrody, co jest zjawiskiem niekorzystnym;

→ dzięki prostej konstrukcji i przewidywalnym parametrom komórki metamateriału, uzyskano wysoką zgodność między wynikami analitycznymi, numerycznymi i eksperymentalnymi. Zastosowana metoda projektowa pozwala skutecznie wyznaczyć właściwości izolacyjne;

→ sam proces produkcji metamateriału był prosty i mało czasochłonny, głównie dzięki użyciu do konstrukcji prefabrykatu w postaci tektury o strukturze plastra miodu. Tego typu materiały są dostępne i łatwe w produkcji, co zwiększa szanse na wprowadzenie metamateriałów do praktycznych zastosowań. Nawet wady w produkcie mogą przyczynić się do zwiększenia skuteczności przegrody, jeśli tylko będą stosownie uwzględnione. Przykładem jest pozorne zwiększenie współczynnika tłumienia ζ_R, spowodowane nieregularnościami w objętości komór rezonatorów.

Uzyskane wyniki wskazują, że wykorzystanie metamateriałów o ujemnej efektywnej sprężystości przyczynia się do poprawy izolacyjności akustycznej przegrody podwójnej.

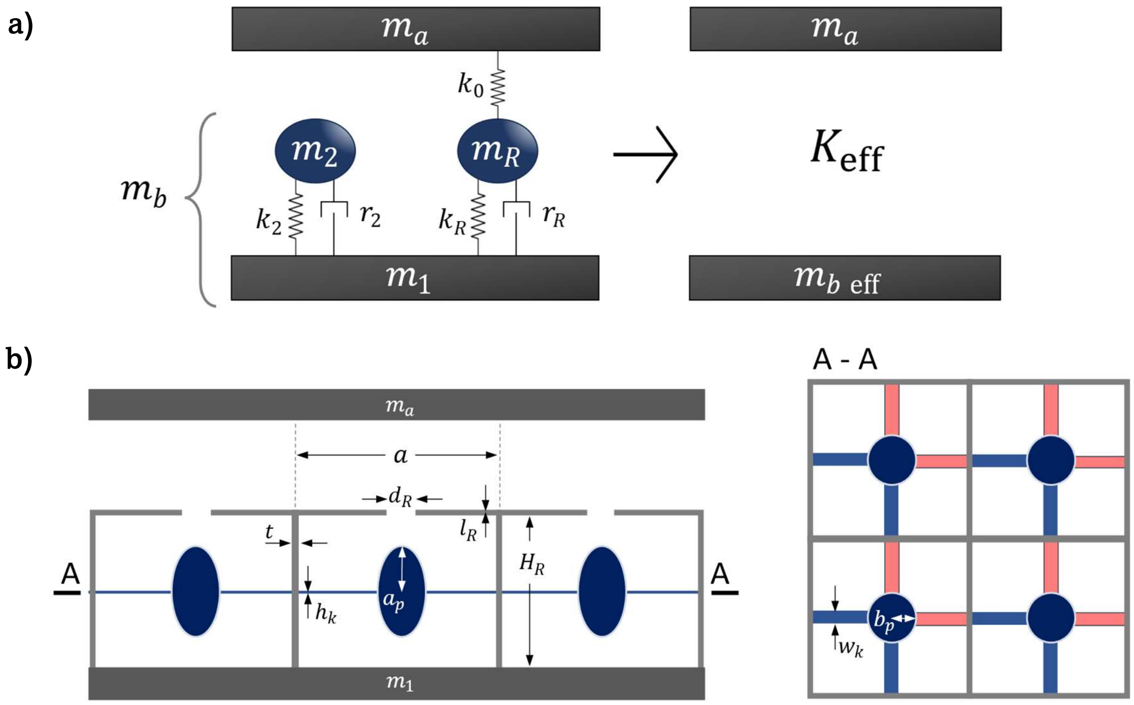
Rozdział 5.

Optymalizowana przegroda podwójna

Analiza struktur przebadanych w rozdziale trzecim i czwartym posłużyła do opracowania przegrody podwójnej z metamateriałem o ujemnej efektywnej gęstości i sprężystości, tj. zawierającej siatkę periodyczną rezonatorów mechanicznych i akustycznych. Strukturę zoptymalizowano tak, aby zmaksymalizować wzrost ważonego wskaźnika izolacyjności akustycznej R_W względem przegrody podwójnej o ekwiwalentnej masie i niezmienionej odległości pomiędzy płytami. Bazą wyjściową struktury była para przegród o częstotliwości rezonansu podwójnej ściany równej $f_{DW} = 551\ \mathrm{Hz}$. Przedstawione zostały kolejne etapy projektu metamateriału oraz uzyskane wyniki sprężystości i gęstości efektywnej, struktury pasmowej oraz izolacyjności akustycznej. Ta ostatnia została uzyskana analitycznie, numerycznie i eksperymentalnie.

5.1. Opis materiałów i założeń konstrukcyjnych

Głównym celem badań niżej przedstawionego metamateriału było zwiększenie izolacyjności akustycznej w szerszym paśmie częstotliwości, dzięki wprowadzeniu do komórki Wignera-Seitza rezonatorów o więcej niż jednej częstotliwości rezonansowej. Jednocześnie, wprowadzenie kilku rezonansów w jednym medium skutkuje powstaniem układu drgającego o wielu stopniach swobody, a przez to o dalece większym stopniu skomplikowania i związanej z nim mniejszej przewidywalności układu (tak jak miało to miejsce przy analizie metamateriału typu A). Wprowadzenie kilku rezonatorów mechanicznych skutkowałoby ponadto powstaniem niepożądanych modów skrętnych, wynikających z zaistnienia momentu bezwładności między drgającymi masami. Wobec tego, koncepcja niniejszego metamateriału oparła się na wprowadzeniu rezonatorów mechanicznych do jednej z płyt i rezonatorów Helmholtza do medium pomiędzy płytami. Każdy wymienionych jest układem drgającymi o jednym stopniu swobody, a razem z przegrodą podwójną stanowi układ o dwóch stopniach swobody. Jeśli układy te dotyczą dwóch domen, tj. mechanicznego i akustycznego rezonansu, to ich drgania mogą być sprzężone jedynie przez masy płyt przegrody podwójnej (Rysunek 32a). Warunkiem jest możliwe rozdzielenie drgań masy akustycznej słupa powietrza w rezonatorze Helmholtza od drgań masy w układzie mechanicznym.



Rysunek 32 a) Układ płyty podwójnej z rezonatorami mechanicznymi oraz rezonatorami Helmholtza. k_0 oznacza współczynnik sprężystość pustki powietrznej między przegrodami, a k_R współczynnik sprężystości komory Helmholtza. Tak samo jak w przypadku metamateriału z rozdziału 3, masa m_b stanowi łączną masę całej dolnej płyty, razem z dołączonymi rezonatorami oraz elementami konstrukcyjnymi. Po prawej stronie ten sam układ po wprowadzeniu dynamicznej sprężystości efektywnej K_{eff} i dynamicznej masy efektywnej $m_{b\ \mathrm{eff}}$.
b) Schemat koncepcji konstrukcji metamateriału o ujemnej efektywnej sprężystości i ujemnej efektywnej masie wraz z wymiarami poddanymi optymalizacji. Po lewej widok z boku, po prawej przekrój przez środek mas. Kolorem niebieskim oznaczono konieczną, a czerwonym ewentualną pozycję belek.

Powyższy warunek jest spełniony przez konstrukcję zaproponowaną na Rysunku 32b, w której:

- → zawieszenie masy drgającej m_2 na kratownicy utworzonej przez ściany komór rezonatorów Helmholtza nie powoduje znacznych wychyleń szyjki (innych niż wynikających z ruchów całej masy płyty dolnej – m_b);
- → masa m_2 jest osunięta od szyjki rezonatora, tak aby nie znajdywała się w objętości współdrgającego powietrza, tj. na odległość większą niż $\pi d_R/8$;

oraz dodatkowo, aby zminimalizować mody skrętne w częstotliwościach w okolicach przerwy pasmowej:

- → każda ze ścian kratownicy jest jednakowo obciążona – jednostronnie lub (najlepiej) symetrycznie;
- → masa m_2 jest podparta w więcej niż jednym miejscu i jest możliwie skupiona względem płaszczyzny prostopadłej do wektora ruchu. Z tego powodu ciężarek jest wydłużony w osi z – ma postać paraboloidu.

Metamateriał został wykonany przy pomocy techniki maskowanej stereolitografii (MSLA) [119], zwyczajowo znanej jako jedna z metod druku 3D. MSLA polega na polimeryzacji kolejnych warstw ciekłego materiału (zwanej *żywicą*), poprzez jego ekspozycję na światło generowane przez ekran LCD. Jest dalece bardziej precyzyjna niż konkurencyjna, powszechna metoda FDM. Do wydruku użyto urządzenia ELEGOO Saturn 4K, osiągającego dokładność 0,05 mm w płaszczyźnie XY i 0,00125 mm w osi Z, czyli rząd wielkości mniej niż w przypadku FDM. Precyzja wydruku miała kluczowe znaczenie, ponieważ najmniejsze wymiary metamateriału (podane w akapicie 5.3) nie przekraczały 0,5 mm. Wadą metody MSLA jest mniejsza objętość przestrzeni roboczej i skomplikowana obróbka. Maksymalne wymiary drukowanego modelu dla użytego urządzenia nie mogą przekraczać 192 mm x 120 mm x 200 mm. Aby nie dopuścić do ugięcia utwardzonego materiału, model jest drukowany razem z konstrukcją podpierającą, usuwaną w późniejszym etapie. Zarówno model jak i urządzenie muszą być po każdym użyciu oczyszczone alkoholem izopropylenowym z pozostałości żywicy i utwardzonych odprysków podpór. Na koniec element musi być dodatkowo wystawiony na działanie światła UV i/lub światła słonecznego. Podczas przeprowadzanych prac utwardzono każdy element dodatkowo przez 30-60 min (w zależności od jego wymiarów) pod lampą UV i minimum dobę w świetle słonecznym.

Do wydruku użyto żywicy ELEGOO ABS-Like V2.0. Jej dynamiczne właściwości mechaniczne zmierzono metodą Obersta (według normy ASTM E-756 [118]), analogicznie jak w punkcie 3.1. Wyniki uśrednione dla pięciu próbek znajdują się w Tabeli 7. Niepewność rozszerzona jest podana dla 95% przedziału ufności rozkładu t-Studenta, z uwzględnieniem niepewności typu A i B.

Tabela 7 Dynamiczne właściwości mechaniczne żywicy ELEGOO ABS-Like V2.0 po utwardzeniu, uzyskane przez pomiar (E, η i ζ_2) i od producenta (ρ) (również potwierdzone przez pomiar).

Wielkość	Symbol	Wartość
Moduł Younga	E	2,31 GPa $U_{95} = 0{,}087$ GPa
Współczynnik tłumienia wewnętrznego	η	0,092 $U_{95} = 0{,}0089$
Współczynnik tłumienia	ζ_2	0,184
Gęstość	ρ	1195 kg/m^3

Ponadto wzięto również pod uwagę czynniki wyszczególnione w punkcie dotyczącym konstrukcji układu z ujemną efektywną gęstością (3.1), tj. możliwości pomiarowe i wpływ na zmianę wskaźnika izolacyjności R_W. Długotrwałość procesu produkcji sprawiła, że wymiary próbki musiały być ograniczone. Komora pogłosowa w której przeprowadzono badanie także była mniejsza i w związku z tym wzbudzały się w niej wyższe mody. Wobec tego zdecydowano, że konstrukcją nośną metamateriału będzie przegroda podwójna, wykonana z pary płyt poliwęglanowych o grubości 1 mm, odsuniętych na odległość 20 mm i o częstotliwości rezonansowej podwójnej ściany wynoszącej $f_{DW} = 551\ \mathrm{Hz}$. Taka konstrukcja miała również tę zaletę, że była przezierna, dzięki czemu zachowano większą kontrolę podczas badań. Parametry mechaniczne poliwęglanu podane przez producenta są zbliżone do właściwości materiału użytego do druku i wynoszą odpowiednio: $E = 2{,}2$ GPa i $\rho = 1{,}150\ \mathrm{kg/m^2}$.

5.2. Analiza i optymalizacja izolacyjności akustycznej

Izolacyjność akustyczna układu przedstawionego na Rysunku 32a, może być obliczona po uwzględnieniu we wzorze (26) masy efektywnej przegrody b. Impedancja znormalizowana przegrody przybierze wówczas postać:

$$X_b = \frac{\mathrm{i}\omega m''_{b\ \mathrm{eff}}}{Z_0} \tag{30}$$

Skuteczność metamateriału zależy od wzajemnego położenia częstotliwości rezonansowych f_{DW}, f_0 i f_R, a także od stosunku masy drgającej do masy płyty $b - m_2/m_b$ i współczynnika wypełnienia ϕ_R. Te parametry są z kolei ograniczone przez skończoną przestrzeń między płytami i techniczne możliwości druku. Powstał, wobec tego problem maksymalizacji izolacyjności w zależności od dziewięciu niezależnych wymiarów geometrycznych (Rysunek 32b):

- → rezonatora Helmholtza: H_R, d_R, l_R, a;
- → rezonatora mechanicznego: h_k, w_k, a_p, b_p;
- → grubości ścian bocznych komórek: t.

Jest to problem optymalizacyjny. Do jego rozwiązania zastosowano algorytm genetyczny.

5.2.1. Optymalizacja geometrii metamateriału pod kątem jego izolacyjności

Algorytm ten, inspirowany naturalnymi procesami ewolucji, został zaproponowany przez J. Hollanda w 1975 r. [120]. Jego celem jest znalezienie najlepszego możliwego rozwiązania poprzez ewolucję populacji rozwiązań w kolejnych pokoleniach. Algorytm zaczyna od losowej generacji początkowej populacji rozwiązań (zwanych czasem chromosomami) [121]. W niniejszej pracy, populacja była ograniczona następująco:

- → maksymalna szerokość komórki $a = 25$ mm;
- → maksymalna wysokość rezonatora Helmholtza $H_R = 17$ mm;
- → minimalne grubości wszystkich elementów (ze względu na możliwości druku) równe 0,4 mm;
- → minimalna średnica szyjki rezonatora Helmholtza $d_R = 0{,}6$ mm;
- → dla zapewnienia stabilności – minimalna grubość ścian bocznych komórek t i szerokości belki w_k przynajmniej 3 razy większe niż wymiary l_R i h_k. Przy optymalizacji i obliczeniach izolacyjności, przyjęto, że masa belek jest pomijalna;
- → masa mieszcząca się w komorze rezonatora Helmholtza z zapasem przynajmniej 1 mm z każdej strony i $\pi d_R/8$ od szyjki rezonatora.

Następnie, każde rozwiązanie w populacji jest oceniane za pomocą funkcji celu (fitness) [122], która mierzy jego jakość w odniesieniu do celu optymalizacji. Na podstawie tej wartości dokonywana jest selekcja, czyli wybór najlepszych rozwiązań i najlepszych cech do utrzymania w kolejnym pokoleniu. Reszta rozwiązań jest na tym etapie odrzucana. Liczba rozwiązań w każdym kolejnym pokoleniu pozostaje stała, a brakujące elementy są tworzone poprzez proces krzyżowania i mutacji. Krzyżowanie polega na łączeniu wybranych chromosomów w pary rodzicielskie i kombinowanie ich cech, co prowadzi do powstania nowych rozwiązań. Dzięki temu, chromosomy mogą przybrać wartości należące do nowych obszarów przestrzeni rozwiązań i przez to mogą prowadzić do lepszych wyników. Mutacja sprowadza się do losowej zmiany niektórych elementów rozwiązania, co pomaga uniknąć sytuacji, w której cała populacja zbiega się do lokalnego a nie do globalnego maksimum.

Cały proces, od selekcji, przez krzyżowanie i mutację, jest powtarzany przez wiele pokoleń. W każdym kolejnym pokoleniu populacja powinna zbliżać się coraz bardziej do optymalnego rozwiązania. Proces ten jest kontynuowany do momentu spełnienia określonych kryteriów zakończenia, takich jak osiągnięcie maksymalnej liczby pokoleń, uzyskanie rozwiązania o wystarczająco wysokiej jakości lub brak istotnych postępów przez określoną liczbę pokoleń. Algorytm może być dostosowywany do danego problemu przez zmianę jego parametrów, wśród których jest wielkość populacji, udział rozwiązań wyselekcjonowanych i skrzyżowanych w populacji, zakres mutacji, itd. Algorytmy genetyczne są szczególnie przydatne w optymalizacji problemów o dużej złożoności i wielu zmiennych. Ich zaletą jest równoległe przeszukiwanie wielu obszarów przestrzeni rozwiązań, co sprawia, że są mało podatne na utknięcie w lokalnych maksimach. Ponadto jest to metoda dobrze opisana i powszechna, dzięki czemu także łatwa w użyciu, np. w formie dedykowanego narzędzia w programie Matlab.

Pierwszorzędną funkcją celu było zmaksymalizowanie różnicy między ważonymi wskaźnikami izolacyjności akustycznej R_W metamateriału i przegrody podwójnej o ekwiwalentnej masie i niezmienionej odległości pomiędzy płytami. Wskaźniki izolacyjności były liczone zgodnie ze wzorami (21), (26) i (30) dla pola rozproszonego z kątem padania θ od 0 do 80 stopni. Każdy ze wskaźników obliczany był z dokładnością do 1 dB. Podczas próby optymalizacji dla tak zdefiniowanej funkcji celu różnice w uzyskiwanych wynikach nie przekraczały 5 dB. Proces ten okazał się nieefektywny, ponieważ minimalny skok wartości funkcji wynosił 20% wartości maksymalnej. W rezultacie powstało wiele zróżnicowanych rozwiązań z maksymalnym wynikiem, ale bez dalszego postępu, co doprowadziło do zablokowania na jednym rozwiązaniu przez wiele pokoleń. Aby uzyskać bardziej ciągłe zmiany wartości funkcji celu, wprowadzono dodatkową składową, która porównywała podobieństwo krzywej izolacyjności do jej krzywej odniesienia. Składowa ta osiągała wartość 1, gdy izolacyjność dla każdej częstotliwości odpowiadała wartości krzywej odniesienia obniżonej o 2 dB i była bliska 0, jeśli dla którejkolwiek częstotliwości izolacyjność była niższa o 32 dB[9] względem krzywej odniesienia:

[9] Jest to maksymalna różnica dla poprawnie wyznaczonej krzywej odniesienia.

$$f_{\mathrm{fit}} = R_{W\,\mathrm{meta}} - R_{W\,\mathrm{DW}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{2n}\sum_i (R_{o\,i} - \mathrm{R}_{\mathrm{meta}\,i} - 2\ \mathrm{dB})^2} \tag{31}$$

Gdzie: f_{fit} – funkcja celu, n – liczba pasm 1/3 oktawy, wskaźnik izolacyjności akustycznej: $R_{W\,\mathrm{meta}}$ – dla metamateriału i $R_{W\,DW}$ – dla podwójnej przegrody referencyjnej, izolacyjność: $R_{o\,i}$ – krzywej odniesienia i $\mathrm{R}_{\mathrm{meta}\,i}$ – metamateriału dla i-tego pasma częstotliwości. Wartości do sumy wliczano tylko jeśli składnik $R_{o\,i} - \mathrm{R}_{\mathrm{meta}\,i} - 2\ \mathrm{dB}$ był ujemny.

Maksymalna wartość dodatkowej składowej wynosiła 1, co zapobiegało ryzyku, że najlepsze rozwiązanie będzie miało niższy poziom izolacyjności. Dzięki tej modyfikacji funkcji celu uzyskano różnicę 7 dB między wskaźnikami, a krzywa izolacyjności nie zawierała głębokich minimów. Cały proces optymalizacji trwał około 7 godzin i został przeprowadzony w granicach 1000 pokoleń, przy rozmiarze populacji wynoszącym 500. Wynikiem optymalizacji były wartości wyszczególnione w Tabeli 8.

Tabela 8 Niezależne wymiary geometryczne metamateriału uzyskane w procesie optymalizacji

Grupa	Wielkość	Symbol	Wymiar [mm]
Rezonator Helmholtza	Stała siatki	a	23,58
	Wysokość komory	H_R	17,00
	Średnica szyjki	d_R	1,07
	Długość szyjki	l_R	0,42
Rezonator mechaniczny	Wymiary poprzeczne belki	h_k	0,40
		w_k	4,04
	Wymiary paraboloidu	a_p	6,88
		b_p	6,34
Grubość ścian bocznych komórek		t	1,34

Powyższe wyniki uzyskano dla symetrycznego obciążenia ścian bocznych, tj. dla czterech belek podtrzymujących drgającą masę. Objętość komory rezonatora Helmholtza wyniosła 7315 mm^3. Ponadto przyjęto, że współczynnik tłumienia rezonatora Helmholtza ζ_R jest równy 0,2. Było to podyktowane obserwacjami procesu optymalizacji. W rzeczywistości współczynnik ten dla rezonatorów o podobnych wymiarach, wykonanych metodą druku 3D, przybiera wartości bliższe 0,05 [20], jednak skutkuje to powstaniem rezonansów o bardzo dużej dobroci. Optymalizacja takiej krzywej izolacyjności jest bardziej podatna na możliwe niedoskonałości – np. na małe nierówności wymiarów pomiędzy poszczególnymi komórkami, skutkujące pozornym powiększeniem współczynnika tłumienia lub zmianą częstotliwości rezonansowej. Mimo, że zastosowano jeden z najbardziej dokładnych (i dostępnych) rodzajów druku oraz żywicę o małym skurczu, to taki scenariusz jest bardzo prawdopodobny. Jeśli znalezione maksimum optymalizacji samo w sobie miałoby dużą dobroć w przestrzeni rozwiązań, to wszelkie małe zmiany tego rozwiązania mogą spowodować duże zmiany w wyniku. Wobec powyższego, przewidziano, że zwiększenie współczynnika tłumienia rezonatora, a przez to sztuczne wygładzenie krzywej izolacyjności, spowoduje mniejszą podatność wyniku na ewentualne fluktuacje rzeczywistych wymiarów. Co prawda otrzymana zależność izolacyjności może odbiegać od prawidłowej, jednak ryzyko wykonania metamateriału o zupełnie znikomej skuteczności spada.

5.2.2. Analityczne wyniki izolacyjności akustycznej

Dla tak zaprojektowanego metamateriału uzyskano wynik ważonego wskaźnika izolacyjności akustycznej równy 28 dB. Jest to wynik o 7 dB większy niż dla przegrody o ekwiwalentnej masie i o tej samej odległości pomiędzy panelami. Należy mieć na uwadze, że jest to odniesienie najmniej korzystne, gdyż całkowita grubość przegrody ekwiwalentnej jest zwiększona. Uzyskane izolacyjności oraz pozostałe parametry decydujące o kształcie krzywej zestawiono w Tabeli 9. Obliczono także izolacyjności obrazujące oddziaływanie poszczególnych elementów metamateriału, tj. rezonatora Helmholtza (z usuniętą masą drgającą) oraz rezonatora mechanicznego (z usuniętym rezonatorem Helmholtza). W tym drugim scenariuszu masa wchodząca w skład konstrukcji rezonatora Helmholtza została włączona do masy płyty nośnej – m_1.

Dla zachowania jasności, przegroda podwójna o ekwiwalentnej masie i zachowanej odległości pomiędzy panelami będzie od teraz nazywana skrótowo *przegrodą ekwiwalentną*, natomiast przegroda podwójna wykonana z samych płyt poliwęglanowych, (konstrukcja nośna dla metamateriału) będzie nazywana *przegrodą podwójną*.

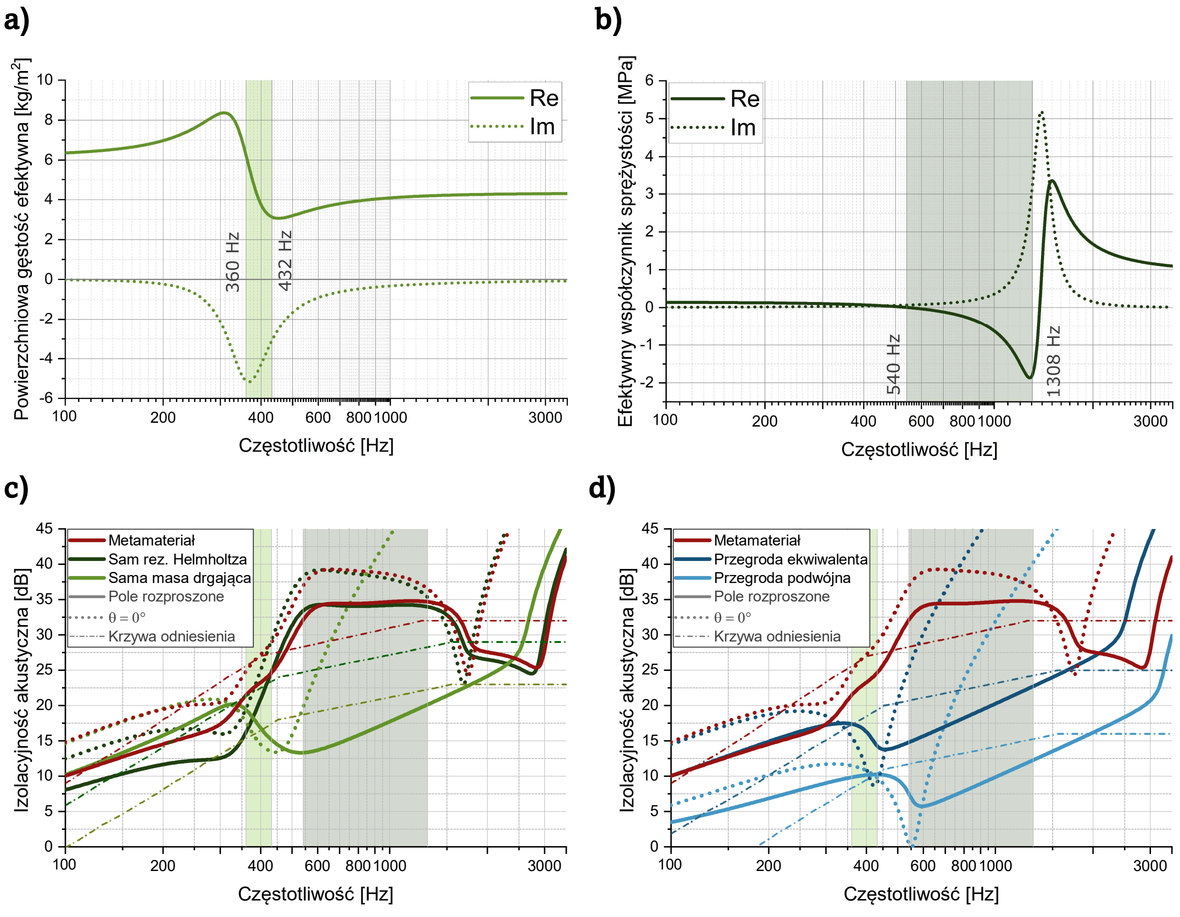
Tabela 9 Uzyskane wyniki izolacyjności akustycznej, częstotliwości rezonansowych i najważniejszych właściwości zoptymalizowanego metamateriału.

Wielkość		Symbol	Wartość
Wskaźnik izolacyjności akustycznej	Metamateriału	$R_{W\,\mathrm{meta}}$	28 dB
	Przegrody ekwiwalentnej	$R_{W\,\mathrm{ekv}}$	21 dB
	Przegrody podwójnej	$R_{W\,\mathrm{DW}}$	12 dB
	Przegrody z samym rezonatorem mechanicznym	$R_{W\,M}$	19 dB
	Przegrody z samym rezonatorem Helmholtza	$R_{W\,H}$	25 dB
Częstotliwość rezonansowa	Ściany podwójnej – dla przegrody ekwiwalentnej	$f_{DW\,\mathrm{ekv}}$	430 Hz
	Rezonatora mechanicznego	f_0	360 Hz
	Rezonatora Helmholtza	f_R	540 Hz
	Układu dwóch płyt z rezonatorami Helmholtza	f_{01}	344 Hz
		f_{02}	1606 Hz
Stosunek masy drgającej do masy całkowitej płyty *b*		m_1/m_b	0,30
Współczynnik wypełnienia rezonatorów Helmholtza		ϕ_R	0,82
Całkowita masa powierzchniowa przegrody		m''	7,38 kg/m²

Wzrost izolacyjności metamateriału jest uzyskany przede wszystkim dzięki obecności rezonatorów Helmholtza – wskaźnik izolacyjności dla przegrody bez masy drgającej wynosi aż 25 dB. Dla wariantu przeciwnego wskaźnik ten jest niższy nawet niż dla ekwiwalentnej przegrody podwójnej. Jest to skutek skończonej odległości pomiędzy przegrodami i wynikającego z niej małego stosunku masy drgającej do masy całkowitej m_1/m_b w porównaniu do wartości współczynnika wypełnienia ϕ_R. Mimo to, obecność masy drgającej powoduje wzrost wskaźnika o 3 dB. Jest to możliwe, ponieważ częstotliwość rezonansowa f_0 jest zbliżona do częstotliwości f_{01}, a układ mechaniczny działa w zakresie pierwszego minimum układu z ujemną efektywną sprężystością.

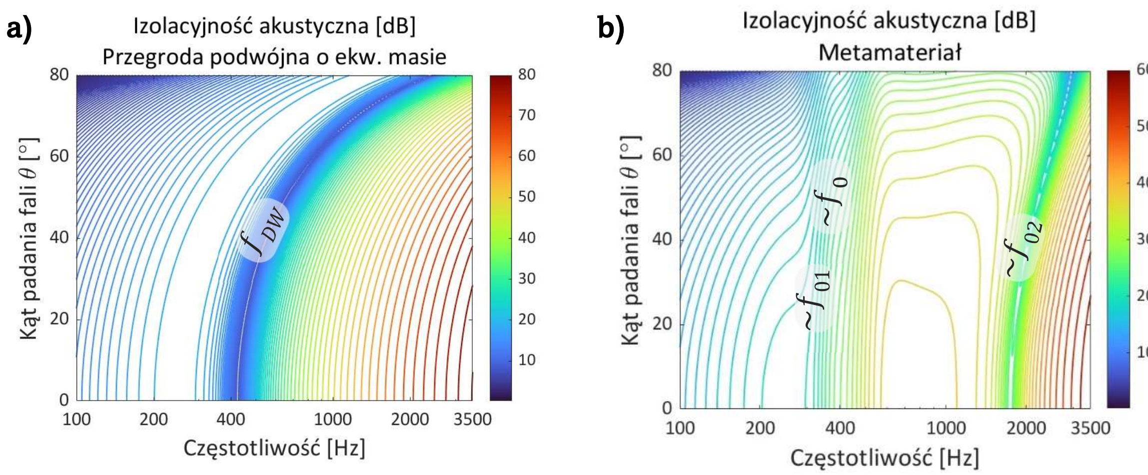
Efekt ten wyraźnie widać na Rysunku 33. Mimo, że wprowadzenie rezonatora mechanicznego nie powoduje spadku masy ekwiwalentnej poniżej 0, to zwiększa to izolacyjność o ok. 5 dB w zakresie $250 - 400$ Hz. Jest to obszar, w którym izolacyjność przegrody z samym rezonatorem Helmholtza najbardziej odstaje od odpowiadającej jej krzywej odniesienia. Kształty krzywych dla obu wariantów są zgodne z przebiegami odpowiadających im efektywnych parametrów dynamicznych, jednak tylko efektywna sprężystość ośrodka osiąga wartości ujemne.

Wprowadzenie obu typów rezonatorów prowadzi do znacznego wzrostu izolacyjności w porównaniu z przegrodą ekwiwalentną bardzo szerokim, prawie 3-oktawowym zakresie 300÷2100 Hz. Różnica wynosi średnio 11 dB, a maksymalnie aż 18,6 dB. Co istotne, poniżej 300 Hz nie odnotowano praktycznie żadnego negatywnego wpływu rezonatorów – różnica na niekorzyść nie przekracza 1 dB. Z kolei przy dużych częstotliwościach widoczny jest wyraźny spadek, osiągający swoje maksimum równe 16,5 dB przy 2930 Hz.



Rysunek 33 Część rzeczywista (Re) i urojona (Im): a) powierzchniowej gęstości efektywnej płyty *b* i b) efektywnego współczynnika sprężystości objętościowej dla medium pomiędzy przegrodami. Analitycznie wyznaczona izolacyjność akustyczna dla fali padającej pod kątem $\theta = 0°$ (linia kropkowana) oraz dla pola rozproszonego (linia ciągła) wraz z jej krzywą odniesienia (linia przerywana). Zakresy przerw pasmowych dla domeny strukturalnej (kolor jasnozielony) oraz akustycznej (kolor ciemnozielony) otrzymano numerycznie i opisano w punkcie 5.3.1.

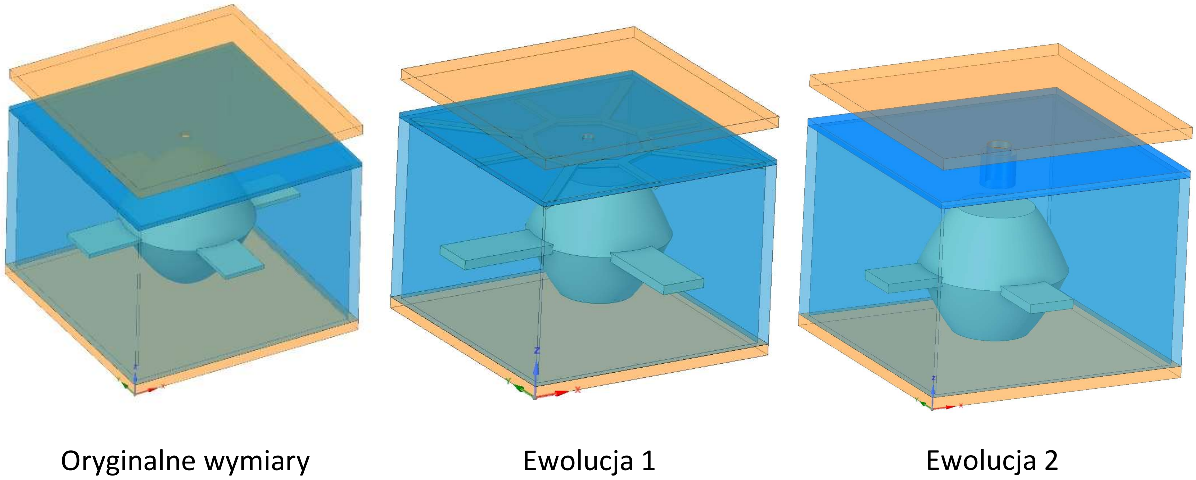
Na Rysunku 34 znajdują się wykresy konturowe izolacyjności akustycznej metamateriału w porównaniu do ekwiwalentnej przegrody podwójnej. Jest on bardzo podobny do wykresów matamateriału o ujemnej efektywnej sprężystości, przedstawionych na Rysunkach 30 c i d, rozszerzony tylko o szczyt w okolicach częstotliwości f_0, niwelujący spadek dla pierwszego minimum przy częstotliwości zbliżonej do f_{01}. Z tego wykresu konturowego płynie jeden ciekawy wniosek na temat efektów optymalizacji. Częstotliwości f_0 (niezależna od kąta padania fali θ) oraz f_{01} (słabo zależna od θ dla wysokich współczynników wypełniania ϕ_R) są zbliżone do siebie w całej dziedzinie θ. Dzięki temu efekt optymalizacji może być porównywalny zarówno w polu idealnie rozproszonym jak i w polu z przewagą małych kątów padania fali, bardziej zbliżonym do warunków rzeczywistych.



Rysunek 34 Wykresy konturowe izolacyjności akustycznej w zależności od częstotliwości i kąta padania fali dla: a) ekwiwalentnej przegrody podwójnej, b) metamateriału.
Na wykresach zaznaczono częstotliwości zbliżone do kluczowych częstotliwości rezonansowych układów o jednym typie rezonatora: f_{01}, f_{02} oraz f_0.

5.3. Obliczenia numeryczne i modyfikacje geometryczne metamateriału

Analityczna optymalizacja modelu zawiera kilka uproszczeń, które mogą wpłynąć na poprawność wyniku. Przede wszystkim uproszczony jest układ mechaniczny, w którym przyjęto, że masa belek jest pomijalna oraz że kratownica podtrzymująca konstrukcję jest doskonale sztywna. Po drugie, sprzężenia i rozprzężenia powietrza w komorze rezonatora Helmholtza mogą być zaburzone przez znajdującą się wewnątrz niej masę drgającą. Aby możliwie dobrze dopasować działanie metamateriału do wyników optymalizacji, należy odwrócić proces projektowy wykorzystany w poprzednich konstrukcjach. Mianowicie należy tak zmodyfikować geometrię metamateriału, aby numeryczne wyniki analiz modalnych pokryły się z częstotliwościami f_0 i f_R przedstawionymi w Tabeli 9, przy jednoczesnym zachowaniu parametrów m_1/m_b, ϕ_R, m" i d. Symetria metamateriału jest 4-płaszczyznowa, wobec czego nieredukowalna strefa Brillouina jest oparta na trójkącie o wierzchołkach Γ-X-M-Γ, a szukane częstotliwości znalazły się na krzywych dyspersyjnych w punkcie *M*.



Rysunek 35 Kolejne ewolucje geometrii komórki metamateriału wynikające z warunków druku i wyników analizy modalnej. Na pomarańczowo zaznaczono płyty zewnętrzne z poliwęglanu, a na niebesko elementy drukowane.

Równocześnie wykonano obserwacje jakości druku dla próbnego modelu, o wymiarach jak w Tabeli 8. W ich wyniku dokonano kolejnych modyfikacji geometrii (Rysunek 35):

→ w dolnej części masy drgającej tworzył się naciek deformujący jej kształt. Problem zniknął po ścięciu paraboloidu z dwóch stron i zwiększeniu jego wymiarów poprzecznych. Pozwoliło to także na zwiększenie odległości masy od rezonatora Helmholtza;

→ przyjęta minimalna grubość wszystkich elementów (równa 0,4 mm) okazała się zbyt mała. Belki podtrzymujące masę zapadały się przy wydruku, dlatego zwiększono ich grubość, a dla zachowania niezmienionej częstotliwości rezonansowej f_0 także wydłużono i usunięto dwie z nich.

→ w przypadku „wieczka” zawierającego szyjkę rezonatora Helmholtza (o grubości l_R) początkowy wydruk był prawidłowy, jednak odkształcał się w wyniku późniejszych czynności. Aby temu zapobiec zaprojektowano konstrukcję podtrzymującą (widoczną w *Ewolucji 1*), jednak nie przyniosło to oczekiwanych rezultatów. W efekcie grubość wieczka również została zwiększona;

→ zwiększenie wymiaru l_R wymusiło zwiększenie średnicy szyjki rezonatora Helmholtza. Po modyfikacji kształtu masy drgającej udało się znaleźć miejsce na dalsze zwiększenie obu parametrów i dodano element przedłużający szyjkę. Tym samym zwiększono stosunek przekroju szyjki do pola powierzchni komórki, co podniosło skuteczność rezonatora. Wprowadzenie tego elementu miało niestety duży wpływ na czasochłonność wykonania, gdyż kratownica wraz z masą oraz wieczka rezonatorów musiały być drukowane oddzielnie.

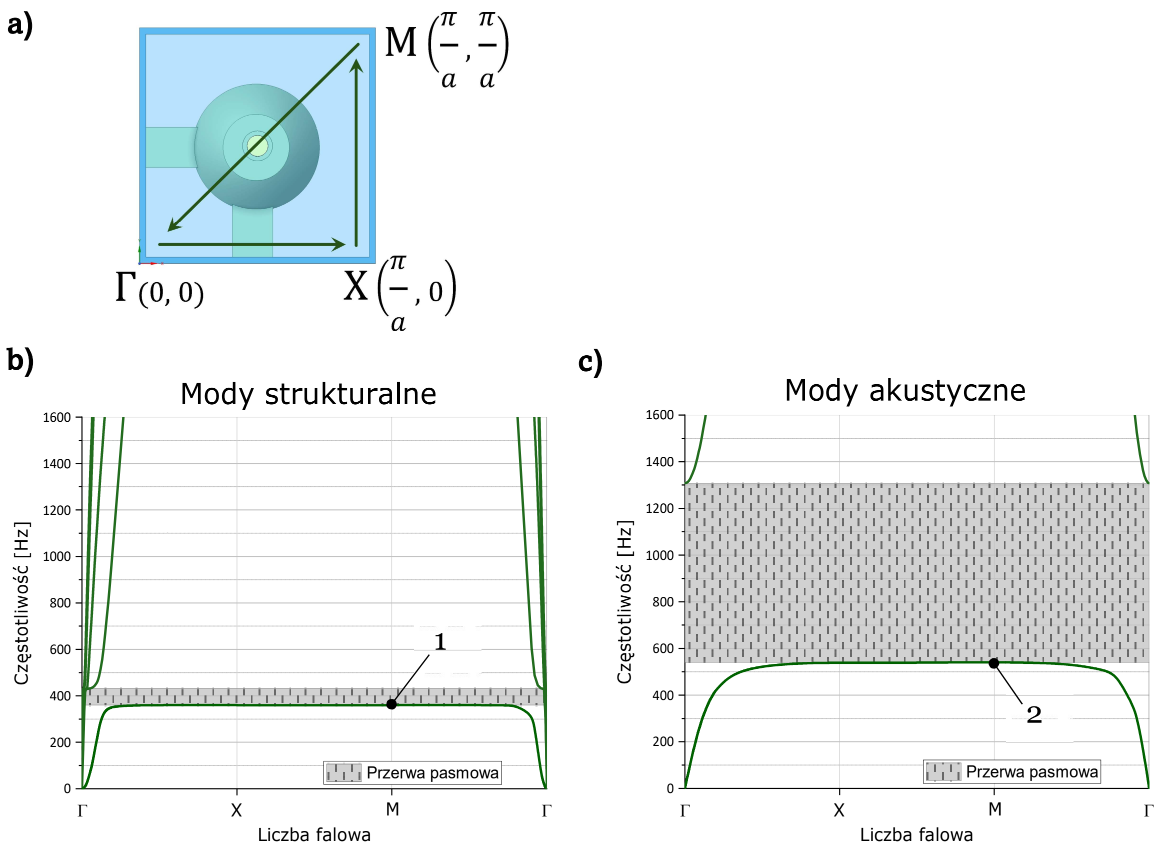
Po wykonaniu analizy modalnej i druku próbnego, otrzymano ostateczny model opisany na Rysunku 35 jako *Ewolucja 2*. Wszystkie zmiany w geometrii są wyszczególnione w Tabeli 10.

Tabela 10 Zmiany wymiarów geometrycznych metamateriału uzyskane po wykonaniu analizy modalnej

Grupa	Wielkość		Wymiar [mm]
Rezonator Helmholtza	Średnica szyjki	d_R	2,10
	Długość szyjki	l_R	3,40
Rezonator mechaniczny	Grubość belki	h_k	0,80
	Długość belki	l_k	5,26
	Odległość masy drgającej od:	szyjki rezonatora	1,90
		płyty b	1,10
	Grubość ścian bocznych komórek	t	1,26
	Grubość „wieczka” rezonatora Helmholtza		0,60

5.3.1. *Struktury pasmowe*

Struktury pasmowe widoczne na Rysunku 36 są wynikiem dwóch analiz modalnych – jednej w dziedzinie strukturalnej, przeprowadzonej dla przegrody b oraz drugiej w dziedzinie akustycznej, przeprowadzonej dla powietrza między przegrodami. W obu przypadkach krzywe odpowiadają układowi o jednym stopniu swobody, z granicami przerw pasmowych wyszczególnionymi w Tabeli 11.



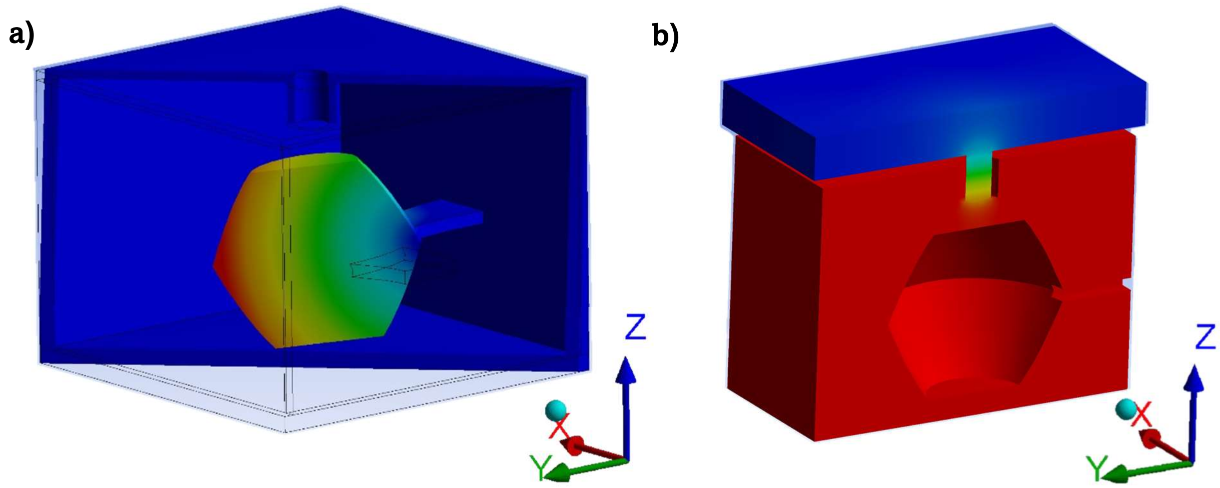
Rysunek 36 a) Kierunki propagacji i granice nieredukowalnej strefy Brillouina w metamateriale. Krzywe dyspersyjne wraz z przerwą pasmową dla domeny: b) strukturalnej i c) akustycznej. Punktami 1 i 2 oznaczono pierwsze mody drgań dla częstotliwości rezonansowych f_0 i f_R, widoczne na Rysunku 37.

Wartości szerokości przerwy pasmowej oraz jej górnej granicy, wyznaczone obiema metodami, niemal idealnie się pokrywają w przypadku rezonatora mechanicznego. Świadczy to o tym, że założenie o pomijalnym udziale masy belek jest prawidłowe. W przypadku rezonatora Helmholtza różnica wynosi 23 Hz na korzyść wyniku obliczonego numerycznie. Ta tendencja była widoczna również w konstrukcjach badanych w Rozdziale 4. Zwiększona szerokość przerwy pasmowej sugeruje pozorne zwiększenie współczynnika wypełnienia, tj. powiększenie pojemności komory rezonatora o 0,76%. Jest to bardzo niewielka zmiana, niepowodująca żadnej różnicy w obliczonych wskaźnikach, a jedynie 0,25 dB maksymalnego przesunięcia krzywej izolacyjności. Prowadzi to do wniosku, że analizy modalne potwierdzają poprawność założeń modelu analitycznego oraz jego optymalizacji. Dolne granice przerw pasmowych ściśle odpowiadają wyznaczonym analitycznie, ponieważ zostały one dostrojone poprzez opisane już modyfikacje geometrii.

Tabela 11 Częstotliwości graniczne przerwy pasmowej w metamateriale, otrzymane numerycznie i analitycznie.

Dziedzina	Dolna granica przerwy pasmowej f_L		Górna granica przerwy pasmowej f_H		Szerokość przerwy pasmowej	
	Analitycznie	Numerycznie	Analitycznie	Numerycznie	Analitycznie	Numerycznie
Strukturalna	360 Hz	360 Hz	431 Hz	432 Hz	71 Hz	72 Hz
Akustyczna	540 Hz	540 Hz	1285 Hz	1308 Hz	745 Hz	768 Hz

Zakresy obu przerw pasmowych w żadnym punkcie się nie pokrywają. Wobec tego, nawet jeśli ekwiwalentna dynamiczna masa osiągałaby wartości ujemne (np. przy zminimalizowaniu współczynnika tłumienia ζ_2), badany metamateriał nie byłby typu podwójnie ujemnego, ponieważ dla żadnej z częstotliwości oba te współczynniki nie byłyby ujemne jednocześnie.



Rysunek 37 Przekrój przez mody drgań w punkcie M strefy Brillouina dla:
a) analizy modalnej strukturalnej – mod o częstotliwości 359,9 Hz (Punkt 1 z Rysunku 36b);
b) analizy modalnej akustycznej – mod o częstotliwości 540,4 Hz (Punkt 2 z Rysunku 36c).
Kolor niebieski oznacza minimum ciśnienia akustycznego lub wychylenia, natomiast kolor czerwony – maksimum.

Na Rysunku 37 przedstawiono kształt modu w strukturze (ze zobrazowaniem relacji wychyleń) oraz w powietrzu (ze zobrazowaniem relacji ciśnień), dla częstotliwości rezonansowych f_0 i f_R.

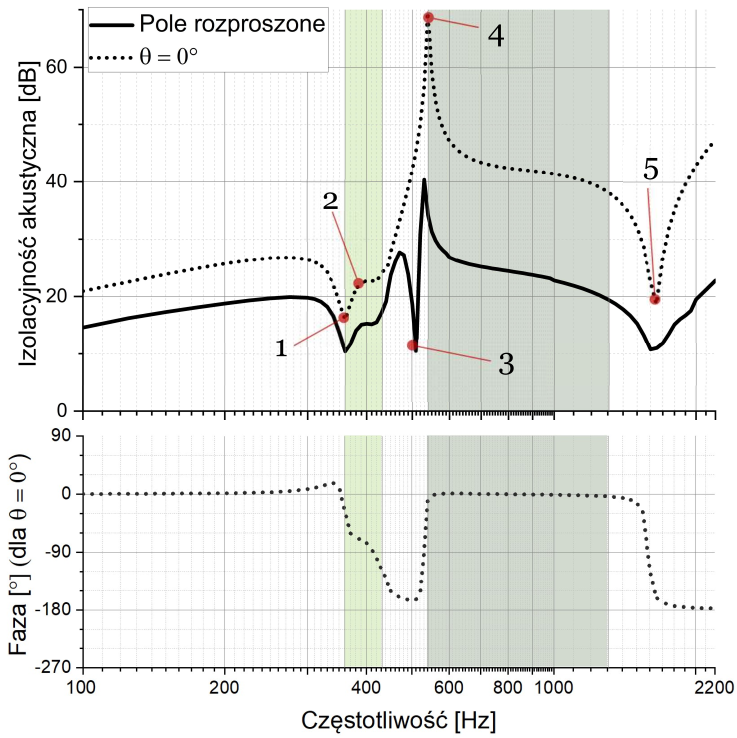
5.3.2. Izolacyjność akustyczna w polu rozproszonym

W przypadku tego metamateriału, izolacyjność akustyczna została obliczona także numerycznie, zgodnie z metodą impedancyjną opisaną w punkcie 2.4.4. Mimo, że model ten jest możliwie najbardziej uproszczony, to czasochłonność obliczeń pozostała wysoka. W maszynie dysponującej 64 GB pamięci RAM, procesorem 12-rdzeniowym AMD Ryzen 9 oraz akceleracją karty graficznej NVIDIA GeForce RTX4070Ti SUPER, obliczenie krzywej izolacyjności dla 100 punktów częstotliwości, dla pojedynczego kąta trwało ok. 8h. Przy wyznaczaniu izolacyjności w polu rozproszonym, dla kątów fali padającej θ od 0° do 80° (co 4°), czas ten wyniósł już ok. 170h nieprzerwanej pracy. Złożoność obliczeniowa wynika ze specyfiki wprowadzenia warunku periodycznego Blocha-Floqueta w środowisku ANSYS. W układzie znalazło się łącznie 80 tys. elementów i 185 tys. węzłów, z czego 16 tys. z nich jest umieszczonych na brzegach komórki. Skutkuje to wprowadzeniem do modelu dodatkowych 12,5 tys. równań więzów, łączących przemieszczenia i ciśnienia na brzegach części urojonej i rzeczywistej.

Do modelu wprowadzono tłumienie strukturalne (w formie współczynnika tłumienia wewnętrznego materiału η) oraz tłumienie fali akustycznej w powietrzu, zależne od jego lepkości i przewodnictwa cieplnego. Jednak, aby nie potęgować czasochłonności obliczeniowej, zrezygnowano z wprowadzania do modelu warunku brzegowego impedancji tłumienia termo-lepkiego (ang. *Thermo-viscous Boundary Layer Impedance).* Jest to jeden z najważniejszych parametrów wpływających na kształt krzywej izolacyjności, ponieważ wprowadza tłumienie w r_R w szyjce rezonatora Helmholtza, jednak w niniejszej analizie nie był praktycznie możliwy do uwzględnienia. Zastosowanie tego typu warunku brzegowego w układzie spowodowałoby przekroczenie dostępnych zasobów sprzętowych oraz co najmniej kilkukrotne wydłużenie czasu obliczeń.

Na Rysunku 38 przedstawiono zależność izolacyjności akustycznej i fazy dla fali padającej normalnie do przegrody oraz dla pola rozproszonego. Zakres częstotliwości jest ograniczony do 2200 Hz, z uwagi na złożoność obliczeniową (siatka obliczeniowa dla większych częstotliwości musiałaby być gęstsza, co wydłużyłoby czas obliczeniowy). Punktami 1-5 oznaczono charakterystyczne minima i maksima, dla których wykonano wizualizacje relacji przemieszczeń i ciśnień w metamateriale (Rysunki 39 i 40), dla fali padającej normalnie do powierzchni przegrody. Wyjątkiem jest punkt 3, dla którego kąt padania θ wynosi 20°.

Dla fali padającej prostopadle, izolacyjność akustyczna ma maksimum dla częstotliwości rezonansu Helmholtza (4). Dla częstotliwości 360 Hz (1) następuje spadek związany z obecnością pierwszego minimum f_{01} dla układu z ujemną sprężystością. Jednak wielkość tego spadku jest złagodzona przez wpływ rezonatora mechanicznego, co ilustruje kształt krzywej w punkcie (2). Punkt (5) odpowiada częstotliwości $\sim f_{02}$. Dla punktów (1), (4) i (5) następuje zmiana fazy drgań płyty b.



Rysunek 38 Izolacyjność akustyczna metamateriału w polu rozproszonym i dla fali padającej pod kątem 0°, wyznaczona numerycznie. Punktami 1-5 oznaczono częstotliwości dla których rozkład wychyleń i ciśnień jest pokazany na Rysunkach 39 i 40.
Poniżej znajduje się zależność przesunięcia fazy wychylenia płyty *b*, względem wychylenia płyty *a*.

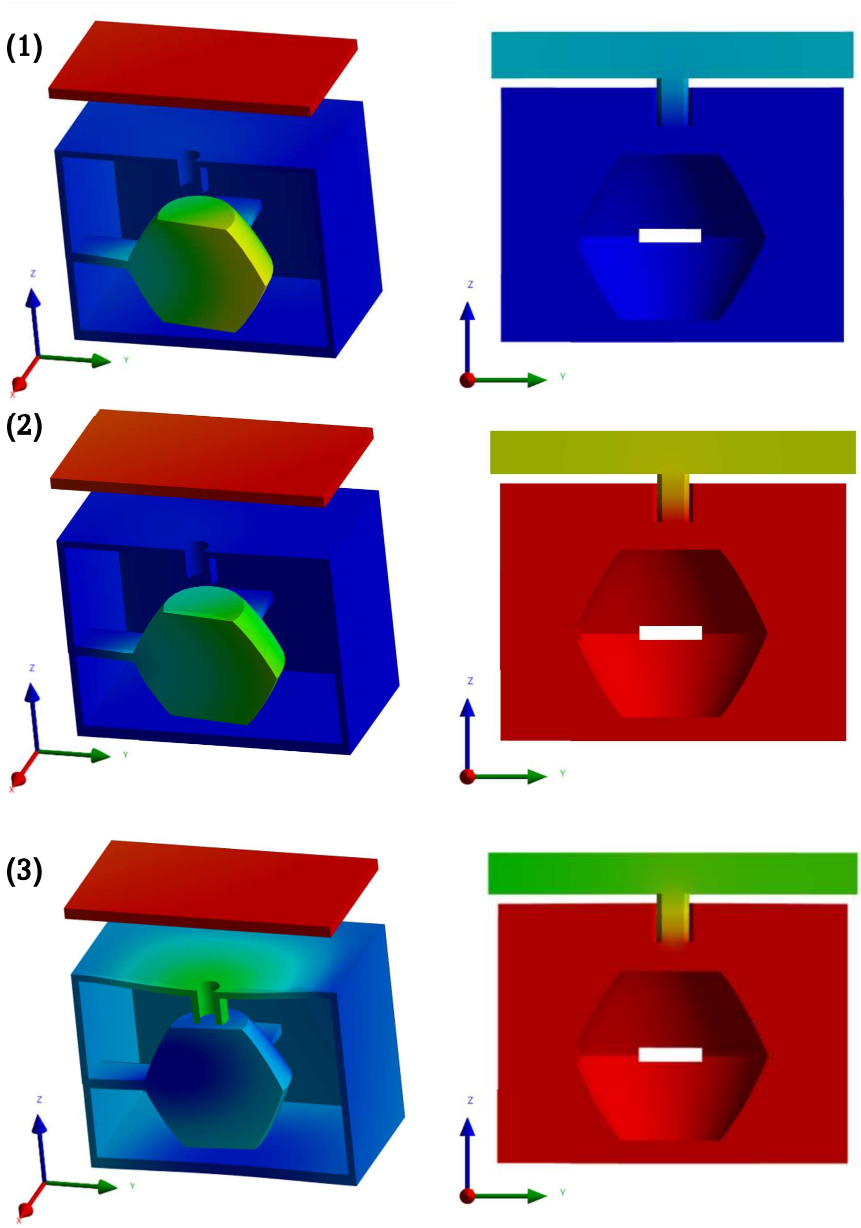
Wszystkie wychylenia przedstawiono również w formie animacji, a ich spis jest dostępny w Dodatku A.

W widocznych na Rysunku 39 relacjach między wychyleniami w punktach (1) i (2) można dostrzec podobieństwo, jednak wartości osiągane w punkcie minimum (2) są mniejsze. W punkcie (1) masa drgająca porusza się prawie w przeciwfazie do płyty a, której drgania są znacznie większe w porównaniu do amplitudy drgań całego metamateriału. W punkcie (2) następuje niewielkie przesunięcie fazy drgań masy względem punktu (1).

Wpływ komory rezonatora Helmholtza jest ewidentnie widoczny w punktach (3) i (4). Punkt (4) odpowiada rezonansowi Helmholtza – w tym wypadku sprzężenie wywołane przez ruch płyty a powoduje jedynie wzrost ciśnienia w komorze. Wychylenia innych elementów są bliskie 0.

W punkcie (3) widoczne jest zjawisko możliwe do zaobserwowania jedynie w analizie numerycznej. Następuje tu rezonans pomiędzy płytą a, a masą szyjki rezonatora Helmholtza. Masy te są połączone sprężyście przez pustkę powietrzną, górną ściankę przegrody komory oraz objętość komory Helmholtza. Rezonans ten powoduje spadek izolacyjności akustycznej dla wszystkich kątów pomiędzy 4° a 80°. Nie jest on jednak widoczny dla kąta padania $\theta = 0°$. Najprawdopodobniej wynika to z błędu numerycznego, którego pochodzenia niestety nie udało się jednoznacznie potwierdzić. Być może powodem jest ręczne wprowadzenie warunku periodycznego Blocha Floqueta. W modelu numerycznym wyrażenie $\sin k_{x,y}a = \sin(\omega \sin\theta / c_0)$ dla kąta 0° osiąga wartość rzędu 10^{-16}.

Niewykluczone, że ta resztkowa wartość uniemożliwia prawidłowe uzależnienie wychyleń na brzegu komórki dla badanego rezonansu.



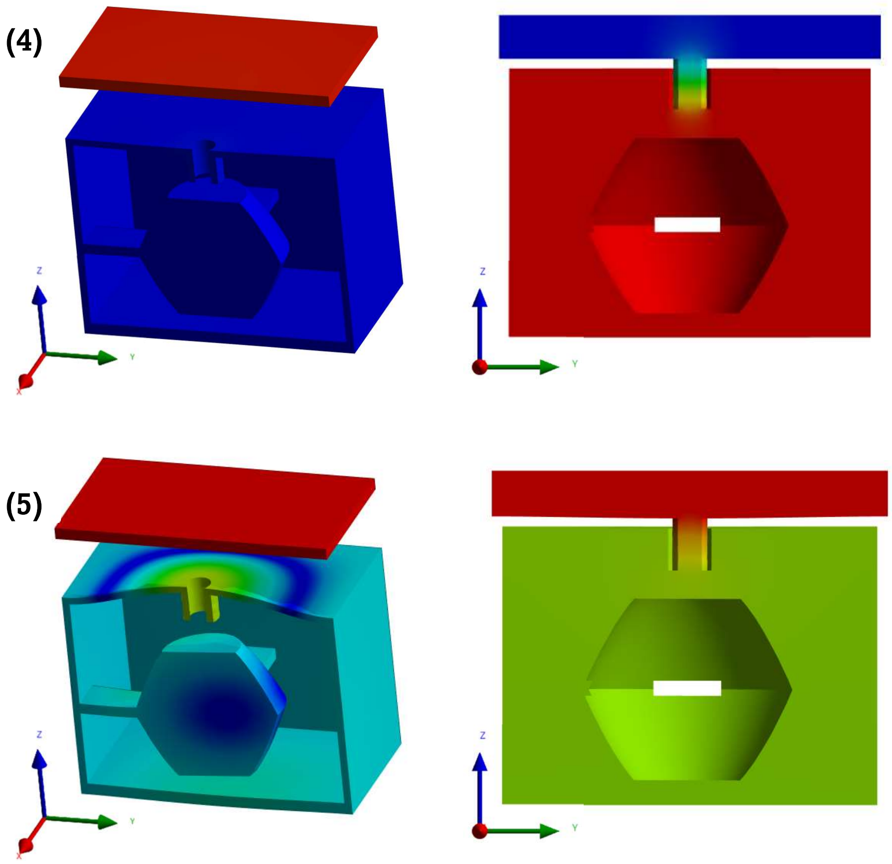
(1) $f = 360$ Hz, $u_{\max} = 3{,}1$ mm, $p_{\max} = 31{,}5$ kPa

(2) $f = 390$ Hz, $u_{\max} = 0{,}8$ mm, $p_{\max} = 7{,}3$ kPa

(3) $f = 520$ Hz, $u_{max} = 1{,}4$ mm, $p_{max} = 81{,}5$ kPa

Rysunek 39 Kształt wychyleń (po lewej) i ciśnień akustycznych (po prawej) wewnątrz metamateriału dla punktów 1-3 (zaznaczonych na Rysunku 38). Kolor czerwony odpowiada maksymalnemu wychyleniu lub ciśnieniu, podanemu obok odpowiadającej grafiki.
Obliczeń dokonano dla siły F równej 1 N, działającej na płytę a.

Częstotliwość punktu 5 odpowiada rezonansowi dla częstotliwości $\sim f_{02}$, jednak jej wartość jest trochę większa. Na tą zmianę najprawdopodobniej ma wpływ odkształcenie górnej ścianki komory. Szyjka rezonatora Helmholtza drga tutaj zgodnie z płytą a, tak jakby połączenie między nimi było sztywne. Element ten pełni zatem rolę łącznika pomiędzy dwiema płytami.



(4): $f = 540$ Hz, $u_{max} = 0{,}1$ mm, $p_{max} = 1{,}5$ kPa

(5): $f = 1650$ Hz, $u_{max} = 0{,}2$ mm, $p_{max} = 9{,}4$ kPa

Rysunek 40 Kształt wychyleń (po lewej) i ciśnień akustycznych (po prawej) wewnątrz metamateriału dla punktów 4-5 (zaznaczonych na Rysunku 38). Kolor czerwony odpowiada maksymalnemu wychyleniu lub ciśnieniu, podanemu obok odpowiadającej grafiki.
Obliczeń dokonano dla siły F równej 1N, działającej na płytę a.

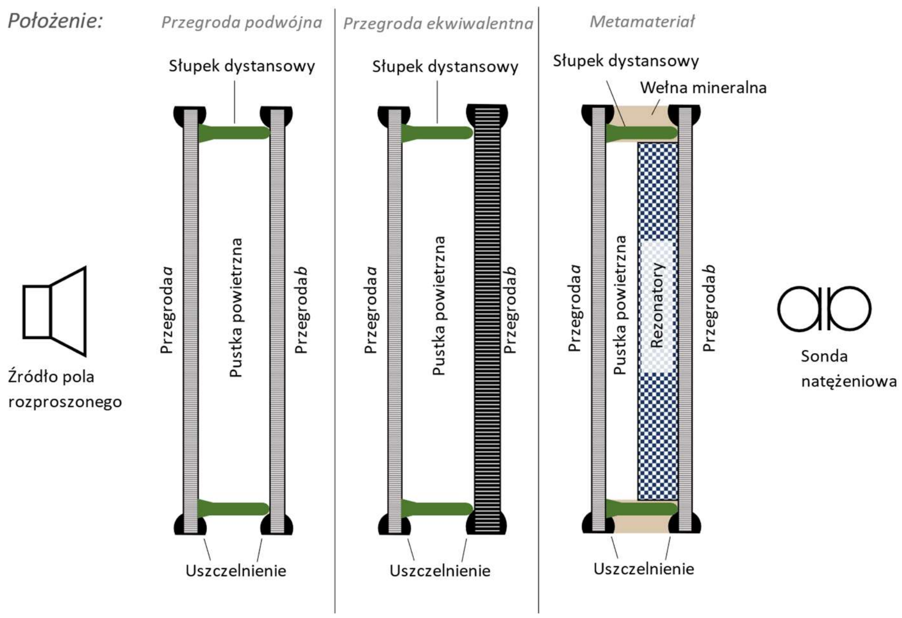
5.4. Wyniki badań eksperymentalnych tłumienia wtrącenia

Laboratoryjne pomiary izolacyjności akustycznej wykonano w zmniejszonej komorze pogłosowej o objętości 1,33 m^3, metodą natężeniową, w oparciu o normę ISO 15186-1 [115], w zakresie częstotliwości 315 – 3150 Hz, w pasmach 1/3 oktawowych oraz bez uśredniania oktawowego. W oknie komory umieszczono próbki o wymiarach 550 mm x 450 mm, a następnie uszczelniono połączenia wełną mineralną i masą butylową.

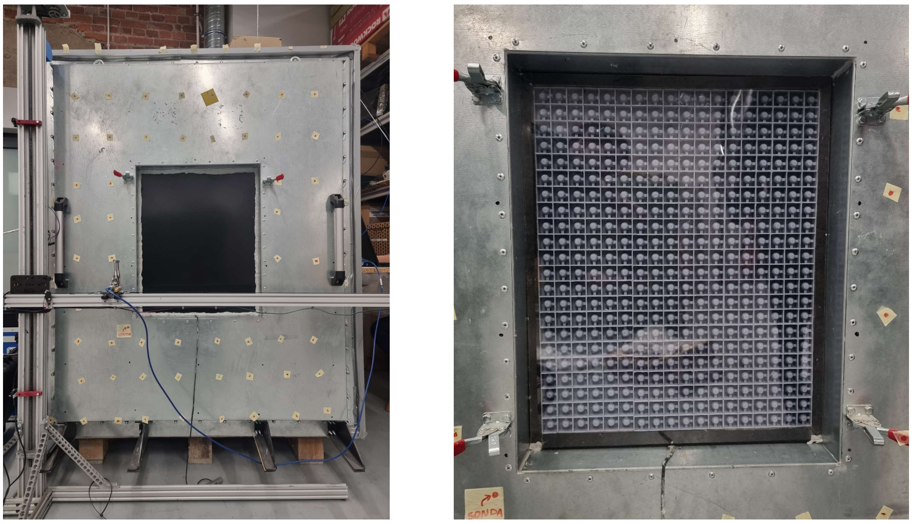
Wewnątrz komory wstawiono referencyjne źródło dźwięku D203 Look Line w taki sposób, aby pole akustyczne było jak najbardziej rozproszone, natomiast średni poziom ciśnienia akustycznego zmierzono w miejscach, w których wpływ modów komory był najmniejszy. Poziom natężenia akustycznego zmierzono metodą omiatania na zewnątrz komory, 80 mm od powierzchni próbki, za pomocą sondy natężeniowej z mikrofonami Gras 50AI-LP 1/2”, rozdzielonymi separatorem długości 12,5 mm.

Metamateriał zmierzono w odniesieniu do dwóch referencyjnych przegród podwójnych – jednej bazowej wykonanej z dwóch płyt poliwęglanowych o grubości 1 mm oraz drugiej ekwiwalentnej, w której przegroda *b* została zamieniona na 2 sklejone ze sobą płyty ABS, każda o grubości 2 mm. Łączna masa przegrody ekwiwalentnej (wliczając masę kleju epoksydowego) odpowiadała masie metamateriału z dokładnością 0,1 kg/m². Schemat umieszczenia próbek wraz ze zdjęciami okna pomiarowego znajdują się na Rysunku 41.

a)



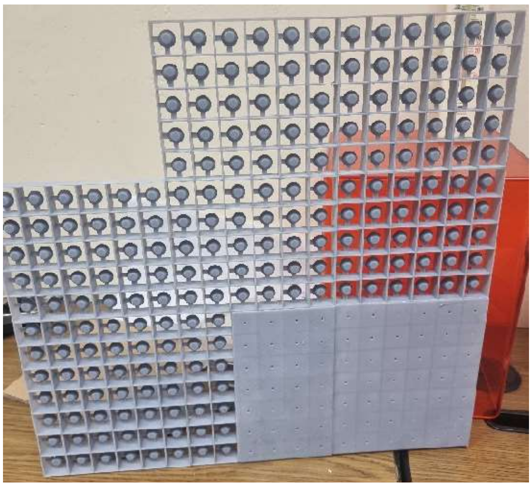
b)

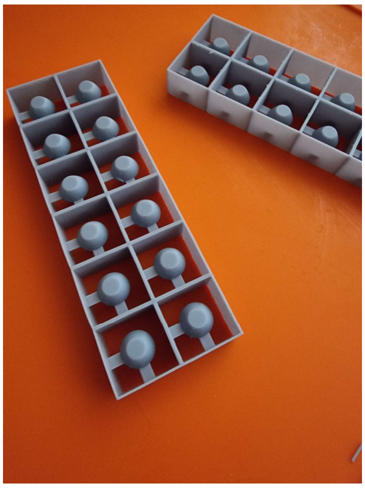


Rysunek 41 a) Schemat ułożenia próbek metamateriału i przegród referencyjnych w oknie komory pogłosowej. b) Zdjęcia komory pogłosowej z próbką przegrody ekwiwalentnej oraz okna pomiarowego z próbką metamateriału.

Sam metamateriał wykonany był z 29 osobno drukowanych elementów, które zostały następnie połączone tą samą żywicą światło-utwardzalną (Rysunek 42). Powstała siatka o 396 komórkach (18 x 22).

Z uwagi na dużo mniejszą niż w poprzednich rozdziałach objętość komory pogłosowej, wyniki dla częstotliwości poniżej 300 Hz są niemiarodajne. Zgodnie z wytycznymi normy ISO 15186-1 [115] niemożliwe jest w takim wypadku obliczenie wskaźników izolacyjności akustycznej, dlatego wartości prezentowane w niniejszym punkcie oznaczono jako tłumienie wtrącenia IL. Podana średnia ważona wartość tłumienia $\overline{IL}$ oraz wskaźniki adaptacyjne zostały obliczone z pominięciem niższych pasm, przy założeniu, że różnica między krzywą odniesienia, a tłumieniem wtrącenia: $R_{o\,i} - \mathrm{IL_i}$ jest większa bądź równa -2 dB tylko dla pasm częstotliwości powyżej 250 Hz. Założenie to jest zgodne z zaobserwowaną tendencją krzywych izolacyjności. Średnie ważone tłumienie wtrącenia $\overline{\mathrm{IL}}$ zostało obliczone zgodnie z procedurą wyznaczania wskaźnika izolacyjności akustycznej R_W, ale z dokładnością do 0,1 dB.





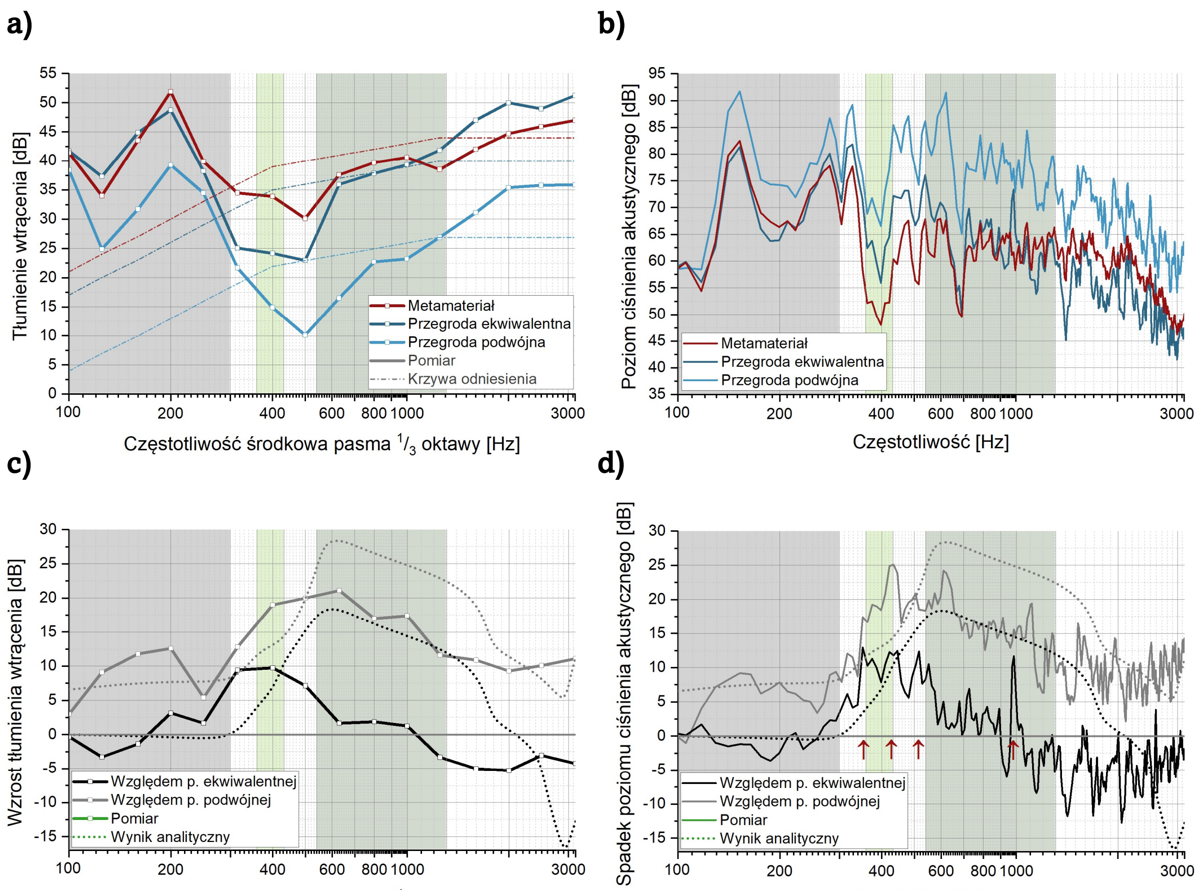
Rysunek 42 Próbka metamateriału na różnych etapach wytwarzania.

Szczegółowe wyniki pomiarów izolacyjności akustycznej w pasmach 1/3 oktawowych, dla wszystkich trzech wariantów, są zawarte w Tabeli 12. Na Rysunku 43 znajdują się wyniki tłumienia wtrącenia: przegrody podwójnej, ekwiwalentnej i metamateriału w pasmach 1/3 oktawowych oraz bez uśredniania. Wzrost tłumienia odniesiono do wyników uzyskanych analitycznie. Wyniki dla pasm nie mieszczących się w zakresie pomiarowym zaznaczono na szaro.

Tabela 12 Wyniki tłumienia wtrącenia dla metamateriału oraz obu podwójnych przegród referencyjnych. Podane w tabeli wskaźniki $\sim C$ i $\sim C_{tr}$ są szacowane.

Wariant	Tłumienie wtrącenia IL [dB]																		
				Częstotliwość środkowa pasma 1/3 oktawowego [Hz]															
	$\overline{\mathrm{IL}}$	$\sim C$	$\sim C_{tr}$	*100*	*125*	*160*	*200*	*250*	*315*	*400*	*500*	*630*	*800*	*1000*	*1250*	*1600*	*2000*	*2500*	*3150*
Przegroda podwójna	**22,8**	-2,3	-3,5	38,4	24,9	31,7	39,3	34,5	21,7	14,9	10,1	16,5	22,7	23,2	26,9	31,1	35,4	35,8	35,9
Przegroda ekwiwalentna	**35,9**	-2,9	-4,4	41,7	37,3	44,9	48,7	38,2	25,1	24,2	23,0	35,9	37,8	39,3	41,8	47,0	50,0	49,0	51,3
Metamateriał	**39,9**	-1,2	-2,3	41,4	34,0	43,5	51,9	39,9	34,5	33,9	30,1	37,6	39,7	40,6	38,5	42,0	44,7	45,9	47

Wyniki ważonego tłumienia wtrącenia dla przegród podwójnej i ekwiwalentnej wyniosły odpowiednio 22,8 dB i 35,9 dB. Wprowadzenie metamateriału spowodowało wzrost tłumienia do 39,9 dB, tj. o odpowiednio 17,1 dB i 4,0 dB. Po uwzględnieniu wskaźników adaptacyjnych różnica jest jeszcze większa, gdyż ich wartości wzrosły o ok. 1 dB dla przegrody podwójnej i aż o ok. 2 dB dla przegrody ekwiwalentnej.



Rysunek 43 a) Wyniki pomiarów tłumienia wtrącenia oraz b) średni poziom ciśnienia akustycznego na zewnątrz komory (uśrednienie 1/48 oktawy) dla metamateriału, przegrody ekwiwalentnej oraz przegrody podwójnej.
c) Wzrost tłumienia wtrącenia oraz d) spadek średniego poziomu ciśnienia akustycznego na zewnątrz komory dla metamateriału względem przegrody ekwiwalentnej i przegrody podwójnej, odniesiony do wyników analitycznych.

Maksymalny zaobserwowany wzrost tłumienia w pasmach 1/3 oktawy wyniósł 9,7 dB (dla 400 Hz) względem przegrody ekwiwalentnej i 21,1 dB (dla 630 Hz) względem przegrody podwójnej – w obu przypadkach dla pasm częstotliwości odpowiadających rezonansowi podwójnej ściany. Spośród wszystkich badanych wariantów, krzywa tłumienia dla metamateriału jest najbardziej zbliżona do kształtu krzywej odniesienia (Rysunek 43a). Jest to powód tak wysokich wskaźników adaptacyjnych oraz maksymalnej poprawy tłumienia w najbardziej niekorzystnym zakresie częstotliwości dla obu przegród. Efekt ten był zamierzony, ponieważ stanowił drugorzędny cel optymalizacji.

Pierwszorzędny cel optymalizacji, czyli wzrost izolacyjności, został osiągnięty częściowo. Wzrost tłumienia względem przegrody ekwiwalentnej widoczny na Rysunek 43c jest niższy niż przewidywany analitycznie oraz przesunięty o ok. 2/3 oktawy w stronę mniejszych częstotliwości, co powoduje, że wzrost średniego, ważonego tłumienia wtrącenia wynosi 4, a nie 7 dB. Nieco lepiej wypada porównanie dla przegrody podwójnej, gdzie różnice w wartościach oraz przysunięcie częstotliwościowe są mniejsze. Powodem może być zmniejszenie częstotliwości rezonansu mechanicznego lub/i rezonansu Helmholtza, np. poprzez niedokładność druku lub skurcz materiału. Przykładowo:

→ zmniejszenie grubości belki o zaledwie 0,1 mm skutkowałoby spadkiem f_0 o ok. 50 Hz,

→ taki sam spadek w częstotliwości f_R spowodowałoby zmniejszenie średnicy szyjki o 0,2 mm.

Analiza różnic średniego poziomu ciśnienia akustycznego na zewnątrz komory pomiarowej (Rysunek 43d) daje pewne sugestie na temat prawdopodobnych przyczyn takiego stanu. Dla częstotliwości 350 Hz, 430 Hz i 515 Hz widoczne są szczyty krzywej, oznaczone czerwonymi strzałkami. Pierwszy z nich może być powiązany z rezonansem mechanicznym (360 Hz), drugi z maksimum lokalnym (3) wyznaczonym podczas harmonicznej analizy numerycznej (400 Hz), a trzeci być wynikiem rezonansu Helmholtza (540 Hz). Wszystkie te częstotliwości są niezbyt odległe od wyznaczonych analitycznie i numerycznie. Jeśli ta interpretacja jest prawdziwa, to przyczyną różnic w wynikach musi być inny czynnik, np. błędnie wyznaczone współczynniki tłumienia ζ_2 i ζ_R albo powstałe w strukturze zjawiska, które nie zostały przewidziane ani numerycznie, ani analitycznie. Argumentem za tym ostatnim może być duże odchylenie widoczne dla częstotliwości 980 Hz. Jednak ono z kolei jest spowodowane przez gwałtowny wzrost poziomu ciśnienia akustycznego, mierzonego dla przegrody ekwiwalentnej (Rysunek 43b), a nie przez jakiekolwiek zjawisko powstałe w metamateriale.

Dokładna przyczyna rozbieżności pozostaje, wobec tego nieznana. Niemniej jednak, uzyskana poprawa tłumienia względem przegrody ekwiwalentnej nie jest pomijalna. Wynik optymalizacji konstrukcji jest bardzo wrażliwy na wszelkie drobne fluktuacje wymiarów, wobec czego wzrost o 7 dB był osiągalny jedynie dla modelu analitycznego. Wynik poprawy o 4 dB w warunkach laboratoryjnych można w tym wypadku uznać za potwierdzenie skuteczności metamateriału.

5.5. Podsumowanie efektywności optymalizowanego metamateriału akustycznego

Analiza przeprowadzona w rozdziałach trzecim i czwartym pozwoliła na opracowanie zoptymalizowanej przegrody podwójnej z metamateriałem o ujemnej efektywnej gęstości i sprężystości, tj. z periodyczną siatką rezonatorów mechanicznych i Helmholtza. Konstrukcja została wykonana metodą maskowanej stereolitografii, a wszystkie wymiary geometryczne zoptymalizowano przy użyciu algorytmu genetycznego, w celu maksymalizacji wzrostu wskaźnika izolacyjności akustycznej R_W. Zysk w izolacyjności odniesiono do ekwiwalentnej przegrody podwójnej, tj. do przegrody o takiej samej masie i odległości między płytami. Wynikiem optymalizacji była przegroda podwójna z parą rezonatorów – mechanicznym (o częstotliwości rezonansowej $f_0 = 360$ Hz) i Helmholtza (o częstotliwości rezonansowej $f_R = 540$ Hz). Po uwzględnieniu współczynników tłumienia ζ_2 i ζ_R w metamateriale, jedynie dynamiczna sprężystość osiągała wartości ujemne.

W analitycznym modelu przegrody uzyskano wzrost wskaźnika R_W o 7 dB (z 21 do 28 dB) oraz zwiększenie izolacyjności w bardzo szerokim zakresie częstotliwości: od 295 do 2080 Hz, o średnio 11 dB. Efekt ten jest uzyskany w głównej mierze dzięki wprowadzeniu rezonatorów Helmholtza – wskaźnik R_W dla przegrody bez uwzględniania masy drgającej wynosi aż 25 dB. Rezonatory mechaniczne działają w paśmie częstotliwości zbieżnym z pierwszym lokalnym minimum modelu o ujemnej sprężystości ($f_{01} = 344$ Hz), czyli z maksimum skuteczności dla 325 Hz.

Projekt metamateriału został następnie dopracowany dzięki uwzględnieniu rezultatów próbnych wydruków 3D i wyników numerycznych analiz modalnych. Niektóre wymiary i kształty geometryczne zostały zmienione. Zachowano jednak wszelkie parametry wpływające na izolacyjność akustyczną i decydujące o położeniu i szerokości przerw pasmowych, przede wszystkim wartości częstotliwości rezonansowych f_0 i f_R i wzajemne stosunki mas i objętości elementów składowych metamateriału.

Wyniki analizy numerycznej potwierdziły istnienie przerw pasmowych pokrywających się z zakresami wyznaczonymi analitycznie. Izolacyjność akustyczna osiągnęła maksima dla częstotliwości f_0 i f_R , ale także lokalne maksimum o mniejszej amplitudzie dla częstotliwości pośredniej.

Skuteczność metamateriału akustycznego została następnie zweryfikowana eksperymentalnie komorze pogłosowej metodą natężeniową. Zmierzono tłumienie wtrącenia metamateriału oraz obydwu przegród referencyjnych – podwójnej i ekwiwalentnej. Średni, ważony wynik uzyskany dla metamateriału (39,9 dB) był o 4 dB większy niż dla przegrody ekwiwalentnej (35,9 dB) oraz o 17,1 dB większy niż dla przegrody podwójnej (22,8 dB). Co więcej, wskaźniki adaptacyjne C i C_{tr} zwiększyły się odpowiednio o ok. 2 i 1 dB. W obu przypadkach największy wzrost tłumienia odnotowano dla zakresu częstotliwości zbliżonego do rezonansu podwójnej ściany.

Optymalizacja konstrukcji w celu poprawy izolacyjności akustycznej przyniosła częściowe efekty. Zwiększenie tłumienia wtrącenia względem przegrody ekwiwalentnej było mniejsze niż zakładano, a jego maksimum przesunęło się w stronę niższych częstotliwości. Możliwe przyczyny rozbieżności to m.in. niewielkie zmiany wymiarów materiału, które wpłynęły na duże różnice częstotliwości rezonansowych. Uzyskano natomiast drugi cel optymalizacji, tj. przyrównanie tłumienia do kształtu krzywej odniesienia. Dowodzi to o największej skuteczności metamateriału w zakresie rezonansu podwójnej ściany, przy jednoczesnym zniwelowaniu niekorzystnych efektów spowodowanych przez inne rezonanse.

Mimo niepełnej zgodności wyników laboratoryjnych z modelem analitycznym, wzrost tłumienia o 4 dB potwierdza efektywność zastosowanego materiału. Co istotne, wynik ten uzyskano dla referencji do przegrody ekwiwalentnej o niezmienionej masie i zachowanej odległości pomiędzy przegrodami. Oznacza to, że całkowita grubość przegrody z metamateriałem była o ponad 5 mm (19%) mniejsza od grubości przegrody ekwiwalentnej.

Rozdział 6.

Podsumowanie

Dokonano kompleksowej analizy metamateriałów akustycznych o ujemnej efektywnej gęstości i sprężystości w konstrukcji przegród podwójnych. Praca obejmuje przegląd literatury, omówienie metod projektowych, a także szczegółową analizę różnych typów przegrody akustycznej z metamateriałami, zbadanych analitycznie, numerycznie i eksperymentalnie. Kolejno opisano właściwości izolacyjne struktur z ujemną gęstością (rozdział 3), sprężystością (rozdział 4) oraz z obydwoma tymi cechami (rozdział 5).

6.1. Osiągnięcia pracy i weryfikacja postawionej tezy

Izolacyjność akustyczna przegród rośnie wraz z ich masą – dwukrotne zwiększenie masy przegrody podnosi izolacyjność akustyczną o 6 dB. Jednak w wielu zastosowaniach używanie ciężkich przegród nie jest wskazane, ze względu na ograniczenia konstrukcyjne, związane z efektywnością materiałową i estetyką (np. przezroczyste konstrukcje). Lekkie przegrody, choć pozwalają na oszczędność masy, wykazują niższą izolacyjność akustyczną i podatność na rezonanse, a szczególnie na rezonans masa-sprężyna-masa w układach podwójnych. Przez to zachowanie odpowiedniej izolacyjności akustycznej w lekkich konstrukcjach jest wyzwaniem.

W odpowiedzi na te trudności pojawiła się koncepcja użycia metamateriałów akustycznych. Celem badania było określenie ich wpływu na poprawę izolacyjności akustycznej lekkich przegród podwójnych. Teza pracy zakłada, że zastosowanie metamateriałów pozwoli na zwiększenie izolacyjności nie tylko w wybranych pasmach, lecz także w ujęciu całościowym. W literaturze istnieją przypadki wykorzystania metamateriałów akustycznych do poprawy izolacyjności w określonych pasmach częstotliwości, lecz wiązało się to z pogorszeniem jej w innych zakresach. W tej pracy sprawdzono czy można dobrać takie parametry metamateriału, aby w rezultacie podnieść całkowitą izolacyjność akustyczną przegrody.

Dla osiągnięcia tego efektu jako parametr wzrostu przyjęto wskaźnik izolacyjności akustycznej R_W, dążąc do zoptymalizowania działania metamateriału w zakresie rezonansu masa-sprężyna-masa, jednocześnie minimalizując niekorzystny wpływ dodatkowych rezonansów powstałych w konstrukcji. W związku z tym zaprojektowano trzy rodzaje metamateriałów:

→ **metamateriały o ujemnej efektywnej masie** (z rezonatorami mechanicznymi),
→ **metamateriały o ujemnej efektywnej sprężystości** (z rezonatorami Helmholtza),
→ **struktury łączące obie właściwości** – zoptymalizowane tak, aby maksymalizować wskaźnik R_W przez skuteczne ograniczenie negatywnych efektów, jakie pojawiają się w konstrukcjach z pojedynczym typem rezonatora.

6.1.1. Metamateriały o jednym typie rezonatorów

W badaniach nad zastosowaniem metamateriałów akustycznych o ujemnej efektywnej gęstości dla zwiększenia izolacyjności akustycznej przegrody podwójnej przeanalizowano konstrukcje układu belek na wspornikach (typ A). Analiza numeryczna wykazała obecność przerwy pasmowej w zakresie 314÷345 Hz, ale również ujawniła pewne ograniczenia, głównie brak powielenia rezonansu we wszystkich rezonatorach oraz obecność modów skrętnych, które mogły negatywnie wpłynąć na izolacyjność. W wyniku tych obserwacji, opracowano ulepszoną konstrukcję (typu B), z przerwą pasmową w zakresie 357÷395 Hz, do której wprowadzono dodatkowe podpory, ujednolicono częstotliwość rezonansową i zwiększono udział masy drgającej w całkowitej masie przegrody. W żadnym z powyższych wariantów, ze względu na znaczącą wartość współczynnika tłumienia ζ_2, nie osiągnięto faktycznej ujemnej dynamicznej gęstości.

Mimo to, wprowadzenie metamateriałów spowodowało poprawę izolacyjności akustycznej przegrody w obu przypadkach. Dla typu B uzyskano wyraźnie lepsze rezultaty – maksymalny, lokalny wzrost izolacyjności w zakresie przerwy pasmowej wyniósł 9,8 dB, w porównaniu do 5,9 dB dla typu A. Dodatkowo, wskaźnik $R_{I,M,W}$ poprawił się o 5 dB dla typu B, podczas gdy dla typu A wzrost wyniósł 3 dB. Większa była także zgodność eksperymentu z wynikami analitycznymi. Jednak efekt ten został osiągnięty przy zwiększeniu całkowitej masy przegrody – o 21% dla typu A i aż o 120 % dla typu B.

Metamateriały akustyczne o ujemnej efektywnej sprężystości, oparto na dwóch prostych konstrukcjach rezonatorów Helmholtza, ułożonych na planie siatki heksagonalnej (H_R25 i H_R50). Różniły się od siebie wielkością komór, współczynnikiem w jakim wypełniły one przestrzeń między przegrodami oraz częstotliwością pracy. Uzyskano szerokie przerwy pasmowe: od 475 Hz do 778 Hz dla cieńszej przegrody H_R25 oraz od 351 Hz do 690 Hz dla przegrody H_R50.

Podczas pomiarów izolacyjności akustycznej w warunkach pogłosowych, potwierdzono wysoką skuteczność obu wariantów – w obszarze przerwy pasmowej izolacyjność zwiększyła się do 10,5 dB dla przegrody H_R25 i do 11,9 dB dla przegrody H_R50, co z kolei spowodowało wzrost wskaźnika $R_{I,M,W}$ o odpowiednio 4 dB i 6 dB. W porównaniu z metamateriałami o ujemnej efektywnej gęstości, przebadane konstrukcje zapewniły lepszą izolacyjność przy jednoczesnym braku wzrostu masy przegrody oraz jej grubości. Jednak największą zaletą jest wysoka zgodność pomiędzy wynikami otrzymanymi analitycznie, numerycznie i eksperymentalnie. Wartości częstotliwości rezonansowych, szerokości przerw pasmowych czy w końcu izolacyjności akustycznej były wysoce przewidywalne. Jest to efekt zastosowania wyjątkowo prostej konstrukcji, opartej na prefabrykacie w postaci tektury o strukturze plastra miodu.

6.1.2. Optymalizowany metamateriał o ujemnej efektywnej gęstości i sprężystości

Metamateriał opracowano na podstawie wcześniejszych prac, które dostarczyły istotnych danych na temat skuteczności wybranych rozwiązań pod kątem zwiększenia izolacyjności akustycznej przegród podwójnych. Opracowano konstrukcję, składającą się z rezonatorów Helmholtza i rezonatorów mechanicznych, rozmieszczonych na siatce kwadratowej. Rezonatory Helmholtza zajmowały większą przestrzeń pomiędzy przegrodami, co wynikało z udanych wyników badań nad metamateriałami o ujemnej sprężystości. Z kolei rezonatory mechaniczne były osadzone wewnątrz komór rezonatorów Helmholtza i wykorzystywały ich ściany jako strukturę wsporczą. Założeniem działania opracowanego metamateriału było uzyskanie głównego efektu poprawy izolacyjności dzięki rezonatorom Helmholtza, podczas gdy rezonatory mechaniczne miały za zadanie poprawić izolacyjność w miejscach, gdzie wprowadzenie dodatkowego rezonansu mogło prowadzić do lokalnych spadków izolacyjności. To podejście stworzyło bardziej złożony problem optymalizacyjny, dlatego zdecydowano się na zastosowanie algorytmu genetycznego, aby precyzyjnie dostroić parametry geometryczne konstrukcji. Pierwszorzędnym celem optymalizacji była maksymalizacja wzrostu wskaźnika izolacyjności akustycznej R_W w porównaniu do ekwiwalentnej przegrody o tej samej masie i niezmienionej odległości między płytami. Drugim celem była minimalizacja dużych odchyleń krzywej izolacyjności od krzywej odniesienia, co pozwoliło ograniczyć ewentualne niekorzystne skutki wynikające z dodatkowych rezonansów w strukturze.

W wyniku optymalizacji uzyskano częstotliwości rezonansowe: mechaniczną $f_0 = 360\ \mathrm{Hz}$ i Helmholtza $f_R = 540\ \mathrm{Hz}$, dostrojone do częstotliwości rezonansowej podwójnej ściany $f_{DW} = 430\ \mathrm{Hz}$. Model analityczny dla tak zaprojektowanej przegrody wykazał poprawę wskaźnika R_W o 7 dB (z 21 do 28 dB), wynikające ze zwiększenia izolacyjności w zakresie 295–2080 Hz. Weryfikacja numeryczna potwierdziła występowanie przerw pasmowych, zgodnych z modelem analitycznym. Wyniki badań w komorze pogłosowej wykazały, że średnie ważone tłumienie wtrącenia dla metamateriału (39,9 dB) przewyższało tłumienie przegrody ekwiwalentnej o 4 dB i podwójnej o 17,1 dB. Dodatkowo, po uwzględnieniu szacowanych wskaźników adaptacyjnych, tłumienie wzrosło jeszcze bardziej – o 5,7 dB dla wskaźnika C i aż o 6,1 dB dla C_{tr}, względem przegrody ekwiwalentnej.

Zwiększenie tłumienia wtrącenia w stosunku do przegrody ekwiwalentnej było niższe od oczekiwań, a maksimum tłumienia przesunęło się w stronę mniejszych częstotliwości, prawdopodobnie z powodu niewielkich zmian wymiarów materiału. Pomimo rozbieżności między wynikami eksperymentalnymi a modelem analitycznym, wzrost tłumienia o 4 dB wyraźnie potwierdza skuteczność zastosowanego metamateriału. Co ważne, efekt ten został osiągnięty w odniesieniu do przegrody ekwiwalentnej o tej samej masie i niezmienionej odległości między płytami, gdzie całkowita grubość przegrody z metamateriałem była o ponad 5 mm (czyli o 19%) mniejsza niż grubość przegrody ekwiwalentnej.

6.1.3. Weryfikacja tezy

Postawiona w dysertacji teza: *Zastosowanie metamateriałów akustycznych pozwala na znaczne zwiększenie izolacyjności akustycznej lekkich przegród podwójnych* została zweryfikowana pozytywnie. W toku prac udało się z powodzeniem zoptymalizować projekt metamateriału, który zwiększa właściwości izolacyjne lekkiej przegrody podwójnej, nie powodując przy tym wzrostu jej masy ani grubości.

Analityczny model izolacyjności okazał się zgodny z wynikami eksperymentalnymi, szczególnie dla konstrukcji z rezonatorami Helmholtza. Mimo uproszczeń model może być skutecznie wykorzystywany w procesie projektowania i optymalizacji metamateriałów akustycznych, szczególnie jeśli jest podparty wynikami modalnych analiz numerycznych weryfikujących położenie i szerokości przerw pasmowych.

Natomiast harmoniczna analiza numeryczna izolacyjności akustycznej wymaga dużych nakładów obliczeniowych. Uwzględnienie tłumienia wisko-termicznego na granicy ośrodka dodatkowo wydłuża czas obliczeń wielokrotnie, co czyni ten proces mało efektywnym. Analiza numeryczna powinna stanowić alternatywę dla eksperymentu, jednak w tym przypadku eksperyment okazał się być znacznie szybszy niż obliczenia numeryczne. Tego rodzaju analiza miałaby uzasadnienie jedynie wtedy, gdyby jej wyniki miały wpływ na modyfikację geometrii komórki, co pozwoliłoby na skrócenie procesu produkcyjnego. W tym przypadku jednak geometria była już wcześniej ustalona, co ograniczało wpływ wyników numerycznych na projekt.

Przedstawiony proces projektowy może być z powodzeniem wykorzystany do zwiększenia izolacyjności akustycznej w zastosowaniach, gdzie konwencjonalne przegrody ze względu na ograniczenia masowe lub przestrzenne okazują się niewystarczające. Konstrukcja pozbawiona materiałów dźwiękochłonnych (porowatych lub włóknistych), daje dodatkowo możliwość stworzenia przegrody przeziernej.

6.2. Perspektywy przyszłych kierunków badań

Dalszy rozwój badań nad wykorzystaniem metamateriałów akustycznych w lekkich przegrodach może koncentrować się na precyzyjniejszej optymalizacji ich właściwości izolacyjnych oraz poprawie powtarzalności wyników.

→ *Optymalizacja z wykorzystaniem obliczeń numerycznych*

Jednym z możliwych kierunków badań jest przeprowadzenie optymalizacji metamateriału z uwzględnieniem pełnych danych numerycznych. Połączenie modelu analitycznego waz z wynikami analizy modalnej mogłoby umożliwić optymalizację całej objętości komórki, a nie jedynie wybranych wielkości geometrycznych z góry założonej konstrukcji. Mogłoby to posłużyć do dostrojenia rezonatora mechanicznego w szerszym zakresie częstotliwości lub maksymalizacji udziału masy drgającej w całkowitej masie przegrody. Jednak tego typu optymalizacja wymagałaby większej mocy obliczeniowej, co obecnie znacznie wydłużałoby czas trwania prac. Aby taki proces był wydajny, należałoby zacząć od prostszych modeli metamateriałów, np. płytowych, z rezonatorami umieszczonymi na powierzchni pojedynczej przegrody. Jeszcze większe możliwości dałaby optymalizacja wykonana na podstawie wyników izolacyjności akustycznej uzyskanych z numerycznej analizy harmonicznej. Jednak moc obliczeniowa potrzebna do tego typu działań jest obecnie poza dostępnym zasięgiem.

→ *Zwiększenie precyzji i powtarzalności procesu produkcji*

Chociaż wykorzystana w badaniach metoda maskowanej stereolitografii zapewniła wyższą precyzję niż inne popularne metody przyrostowe (np. FDM), nawet niewielkie zmiany wymiarów mogą wpływać na skuteczność izolacyjną metamateriału. W przyszłości prace powinny zatem obejmować zastosowanie jeszcze bardziej dokładnych metod produkcji, jak np. użycie prefabrykowanych elementów konstrukcyjnych. Takie podejście mogłoby poprawić powtarzalność uzyskiwanych częstotliwości rezonansowych pomiędzy poszczególnymi komórkami na całej powierzchni przegrody i przyczynić się do lepszego przewidywania jej właściwości izolacyjnych.

→ *Dokładniejsze przewidywanie współczynnika tłumienia rezonatorów Helmholtza*

Istotnym elementem, który pozwoliłby na zwiększenie precyzji modelu analitycznego jest bardziej szczegółowe uwzględnienie tłumienia rezonatorów Helmholtza. W tym celu mogłyby być przeprowadzone pomiary współczynnika pochłaniania na większych próbkach materiałów, co pozwoliłoby dokładniej modelować ich wpływ na całkowitą izolacyjność akustyczną przegrody. Szersze prace w tym zakresie mogłyby objąć wpływ kształtu szyki rezonatora i chropowatości jej powierzchni na wartość współczynnika tłumienia, tak aby można było włączyć ten parametr do procesu optymalizacji. Realizacja takiej optymalizacji nabrałaby szczególnego sensu, gdyby materiał był wytwarzany w bardziej powtarzalnych warunkach i przy użyciu metod o większej precyzji. Wykonanie tego kroku jest priorytetem w najbliższym czasie, ponieważ przewiduje się, że przyniesie on najlepsze rezultaty przy minimalnych nakładach.

Bibliografia

1. Fahy, F., Gardonio, P. (2006). *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response. Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response* (2 ed.). Academic Press. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-373633-8.X5000-5

2. Kushwaha, M. S., Halevi, P., Dobrzynski, L., Djafari-Rouhani, B. (1993). Acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review Letters*, ***71***(13), 2022–2025. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.2022

3. Sigalas, M., Economou, E. N. (1993). Band structure of elastic waves in two dimensional systems. *Solid State Communications*, ***86***(3), 141–143. https://doi.org/10.1016/0038-1098(93)90888-T

4. Khelif, A., Adibi, A. (red.). (2016). *Phononic crystals: Fundamentals and applications*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-9393-8

5. Hussein, M. I., Leamy, M. J., Ruzzene, M. (2014). Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. *Applied Mechanics Reviews*, ***66***(4), 1–38. https://doi.org/10.1115/1.4026911

6. Klimek, A. (2019). Fluid-Fluid Phononic Crystal with Elastic Coat Working in Audible Frequencies. *Vibrations in Physical Systems*, *30*(**2019145**).

7. Martínez-Sala, R., Sancho, J., Sánchez, J. V., Gómez, V., Llinares, J., Meseguer, F. (1995). Sound attenuation by sculpture. *Nature*, ***378***, 241.

8. Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ. *Soviet Physics Uspekhi*, ***10***(4), 509–514. https://doi.org/10.1070/pu1968v010n04abeh003699

9. Liu, Z., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2000). Locally resonant sonic materials. *Science*, ***289***, 1734–1736. https://doi.org/10.1016/S0921-4526(03)00487-3

10. Goffaux, C., Sánchez-Dehesa, J., Yeyati, A. L., Lambin, P., Khelif, A., Vasseur, J. O., Djafari-Rouhani, B. (2002). Evidence of Fano-Like Interference Phenomena in Locally Resonant Materials. *Physical Review Letters*, ***88***(225502) https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.225502

11. Li, J., Chan, C. T. (2004). Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, ***70***(5), 4. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.055602

12. Ma, G., Sheng, P. (2016). Acoustic metamaterials: From local resonances to broad horizons. *Science Advances*, ***2***(2). https://doi.org/10.1126/sciadv.1501595

13. Kumar, S., Lee, H. P. (2019). The Present and Future Role of Acoustic Metamaterials for Architectural and Urban Noise Mitigations. *Acoustics*, ***1***(3), 590–607. https://doi.org/10.3390/acoustics1030035

14. Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G., Kim, C. K. (2009). Acoustic metamaterial with negative modulus. *Journal of Physics Condensed Matter*, ***21***(17), 19–23. https://doi.org/10.1088/0953-8984/21/17/175704

15. Fang, N., Xi, D., Xu, J., Ambati, M., Srituravanich, W., Sun, C., Zhang, X. (2006). Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature Materials*, ***5***(6), 452–456. https://doi.org/10.1038/nmat1644

16. Ding, C., Hao, L., Zhao, X. (2010). Two-dimensional acoustic metamaterial with negative modulus. *Journal of Applied Physics*, ***108***(7). https://doi.org/10.1063/1.3493155

17. Yamamoto, T. (2018). Acoustic metamaterial plate embedded with Helmholtz resonators for extraordinary sound transmission loss. *Journal of Applied Physics*, ***123***(21), 1–9. https://doi.org/10.1063/1.5025570

18. Jena, D. P., Dandsena, J., Jayakumari, V. G. (2019). Demonstration of effective acoustic properties of different configurations of Helmholtz resonators. *Applied Acoustics*, ***155***, 371–382. https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2019.06.004

19. Langfeldt, F., Hoppen, H., Gleine, W. (2019). Resonance frequencies and sound absorption of Helmholtz resonators with multiple necks. *Applied Acoustics*, ***145***, 314–319. https://doi.org/10.1016/J.APACOUST.2018.10.021

20. Langfeldt, F., Hoppen, H., Gleine, W. (2020). Broadband low-frequency sound transmission loss improvement of double walls with Helmholtz resonators. *Journal of Sound and Vibration*, ***476***, 1–16. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2020.115309

21. Smith, M. J. A., Abrahams, I. D. (2022). Tailored acoustic metamaterials. Part II. Extremely thick-walled Helmholtz resonator arrays. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, ***478***(2262). https://doi.org/10.1098/rspa.2022.0125

22. Klimek, A., Łatka, J. F., Nieradka, P., Dobrucki, A. (2024). Application of Cellulose and Paper-Based Products in Building Acoustics. *Archives of Acoustics*, ***49***(3), 369–383. https://doi.org/10.24425/aoa.2024.148791

23. Liu, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2005). Analytic model of phononic crystals with local resonances. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, ***71***(1), 1–8. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.71.014103

24. Naify, C. J., Chang, C. M., McKnight, G., Nutt, S. (2010). Transmission loss and dynamic response of membrane-type locally resonant acoustic metamaterials. *Journal of Applied Physics*, ***108***(11). https://doi.org/10.1063/1.3514082

25. Yang, Z., Dai, H. M., Chan, N. H., Ma, G. C., Sheng, P. (2010). Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50-1000 Hz regime. *Applied Physics Letters*, ***96***(4). https://doi.org/10.1063/1.3299007

26. Naify, C. J., Chang, C. M., McKnight, G., Nutt, S. (2011). Transmission loss of membrane-type acoustic metamaterials with coaxial ring masses. *Journal of Applied Physics*, ***110***(12). https://doi.org/10.1063/1.3665213

27. Naify, C. J., Chang, C. M., McKnight, G., Scheulen, F., Nutt, S. (2011). Membrane-type metamaterials: Transmission loss of multi-celled arrays. *Journal of Applied Physics*, ***109***(10). https://doi.org/10.1063/1.3583656

28. Yang, Z., Mei, J., Yang, M., Chan, N. H., Sheng, P. (2008). Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. *Physical Review Letters*, ***101***(20), 1–4. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.101.204301

29. Naify, C. J., Chang, C.-M., McKnight, G., Nutt, S. R. (2012). Scaling of membrane-type locally resonant acoustic metamaterial arrays. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***132***(4), 2784–2792. https://doi.org/10.1121/1.4744941

30. Huang, T.-Y., Shen, C., Jing, Y. (2016). Membrane- and plate-type acoustic metamaterials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***139***(6), 3240–3250. https://doi.org/10.1121/1.4950751

31. Ma, F., Wu, J. H., Huang, M., Zhang, W., Zhang, S. (2015). A purely flexible lightweight membrane-type acoustic metamaterial. *Journal of Physics D: Applied Physics*, ***48***(17). https://doi.org/10.1088/0022-3727/48/17/175105

32. Cai, M., Tian, H., Liu, H., Qie, Y. (2019). Low frequency sound insulation performance of asymmetric coupled-membrane acoustic metamaterials. *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, ***15***(5), 1006–1015. https://doi.org/10.1108/MMMS-06-2018-0110

33. Lu, Z., Yu, X., Lau, S. K., Khoo, B. C., Cui, F. (2020). Membrane-type acoustic metamaterial with eccentric masses for broadband sound isolation. *Applied Acoustics*, ***157***, 107003. https://doi.org/10.1016/j.apacoust.2019.107003

34. Xiao, Y., Wen, J., Wen, X. (2012). Sound transmission loss of metamaterial-based thin plates with multiple subwavelength arrays of attached resonators. *Journal of Sound and Vibration*, ***331***(25), 5408–5423. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.07.016

35. Vazquez Torre, J. H., Brunskog, J., Cutanda Henriquez, V. (2019). An analytical model for broadband sound transmission loss of a finite single leaf wall using a metamaterial. *INTER-NOISE 2019 MADRID - 48th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, *1708*, 1697–1708. https://doi.org/10.1121/10.0000923

36. Van Belle, L., Claeys, C., Deckers, E., Desmet, W. (2019). The impact of damping on the sound transmission loss of locally resonant metamaterial plates. *Journal of Sound and Vibration*, ***461***, 114909. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.114909

37. de Melo Filho, N. G. R., Van Belle, L., Claeys, C., Deckers, E., Desmet, W. (2019). Dynamic mass based sound transmission loss prediction of vibro-acoustic metamaterial double panels applied to the mass-air-mass resonance. *Journal of Sound and Vibration*, ***442***, 28–44. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.10.047

38. Vazquez Torre, J. H., Brunskog, J., Cutanda Henriquez, V. (2019). An analytical model for broadband sound transmission loss of a Finite Single Leaf Wall using a two degree of freedom resonant Metamaterial. *Proceedings of the International Congress on Acoustics, 2019-September*(1), 2091–2098. https://doi.org/10.18154/RWTH-CONV-239598

39. Zheng, Q., Zhao, H., Wang, Y., Cao, J., Wen, J. (2020). Improvement of sound absorption and insulation using a double-layer metamaterial. *AIP Advances*, ***10***(9). https://doi.org/10.1063/5.0017618

40. Liu, Z., Rumpler, R., Feng, L. (2021). Locally resonant metamaterial curved double wall to improve sound insulation at the ring frequency and mass-spring-mass resonance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, ***149***, 107179. https://doi.org/10.1016/J.YMSSP.2020.107179

41. Chojnacka, K., Kras, A., Kamisiński, T. (2022). Sound Transmission Loss Calculation for Metamaterial Plate Using Combined Analytical and Numerical Approach. *Vibrations in Physical Systems*, ***33***(3). https://doi.org/10.21008/j.0860-6897.2022.3.14

42. Claeys, C., Deckers, E., Pluymers, B., Desmet, W. (2016). A lightweight vibro-acoustic metamaterial demonstrator: Numerical and experimental investigation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, ***70–71***, 853–880. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2015.08.029

43. Xiao, Y., Wen, J., Wen, X. (2012). Flexural wave band gaps in locally resonant thin plates with periodically attached springmass resonators. *Journal of Physics D: Applied Physics*, ***45***(195401) https://doi.org/10.1088/0022-3727/45/19/195401

44. Klimek, A., Dobrucki, A. (2023). Acoustic metamaterial design for levelling the impact of double-wall resonance on sound insulation, ***34***(1), 1–9. https://doi.org/10.21008/j.0860-6897.2024.1.08

45. Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G., Kim, C. K. (2010). Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus. *Physical Review Letters*, ***104***(5), 1–4. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.054301

46. Yang, M., Ma, G., Yang, Z., Sheng, P. (2013). Coupled membranes with doubly negative mass density and bulk modulus. *Physical Review Letters*, ***110***(13), 1–5. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.134301

47. Kumar, S., Bhushan, P., Prakash, O., Bhattacharya, S. (2018). Double negative acoustic metastructure for attenuation of acoustic emissions. *Applied Physics Letters*, ***112***(10). https://doi.org/10.1063/1.5022602

48. Guild, M. D., Rothko, M., Sieck, C. F., Rohde, C., Orris, G. (2018). 3D printed sound absorbers using functionally-graded sonic crystals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***143***(3), 1714–1714. https://doi.org/10.1121/1.5035582

49. Yang, M., Sheng, P. (2018). An integration strategy for acoustic metamaterials to achieve absorption by design. *Applied Sciences (Switzerland)*, ***8***(8), 2074. https://doi.org/10.3390/app8081247

50. Jimenez, N., Romero-García, V., Pagneux, V., Groby, J. P. (2017). Rainbow-trapping absorbers for transmission problems: Broadband and perfect sound absorbing panels. W: *13th International Conference on Theoretical and Computational Acoustics, ICTCA 2017*, lipiec *2017*, 69.

51. Ballestero, E., Romero-García, V., Jiménez, N., Groby, J. P., Aygun, H., Dance, S. (2019). 3D Printed quadratic residue metadiffuser - Design and measurements of an optimized deep-subwavelength sound diffuser. *Proceedings of the International Congress on Acoustics*, *2019-September*(1), 2267–2269. https://doi.org/10.18154/RWTH-CONV-239629

52. Mei, J., Ma, G., Yang, M., Yang, Z., Wen, W., Sheng, P. (2012). Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound. *Nature Communications*, ***3****(756)*. https://doi.org/10.1038/ncomms1758

53. Ma, G., Yang, M., Xiao, S., Yang, Z., Sheng, P. (2014). Acoustic metasurface with hybrid resonances. *Nature Materials*, ***13***(9), 873–878. https://doi.org/10.1038/nmat3994

54. Zhao, H. G., Liu, Y. Z., Wen, J. H., Yu, D. L., Wang, G., Wen, X. Sen. (2006). Sound absorption of locally resonant sonic materials. *Chinese Physics Letters*, ***23***(8), 2132–2134. https://doi.org/10.1088/0256-307X/23/8/047

55. Malléjac, M., Sheng, P., Tournat, V., Romero-García, V., Groby, J. P. (2022). Slow-Sound-Based Delay-Line Acoustic Metamaterial. *Physical Review Applied*, ***17***(4), 1. https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.17.044035

56. Sangiuliano, L., Claeys, C., Deckers, E., De Smet, J., Pluymers, B., Desmet, W. (2019). Reducing Vehicle Interior NVH by Means of Locally Resonant Metamaterial Patches on Rear Shock Towers. SAE International. SAE Technical Paper 2019-01-1502, 2019, https://doi.org/10.4271/2019-01-1502.

57. Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2020). Emergence of seismic metamaterials: Current state and future perspectives. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, ***384***(1), 126034. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2019.126034

58. Brûlé, S., Javelaud, E. H., Enoch, S., Guenneau, S. (2013). Experiments on seismic metamaterials: Molding surface waves. *Physical Review Letters*, ***112***(13), 1–5. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.133901

59. Zhang, S., Yin, L., Fang, N. (2009). Focusing ultrasound with an acoustic metamaterial network. *Physical Review Letters*, ***102***(19), 1–4. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.194301

60. Zhu, J., Christensen, J., Jung, J., Martin-Moreno, L., Yin, X., Fok, L., Zhang, X., Garcia-Vidal, F. J. (2011). A holey-structured metamaterial for acoustic deep-subwavelength imaging. *Nature Physics*, ***7***(1), 52–55. https://doi.org/10.1038/nphys1804

61. Lemoult, F., Fink, M., Lerosey, G. (2011). Acoustic resonators for far-field control of sound on a subwavelength scale. *Physical Review Letters*, ***107***(6), 1–5. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.064301

62. Lemoult, F., Kaina, N., Fink, M., Lerosey, G. (2013). Wave propagation control at the deep subwavelength scale in metamaterials. *Nature Physics*, ***9***(1), 55–60. https://doi.org/10.1038/nphys2480

63. Zhang, S., Yin, L., Fang, N. (2009). Focusing Ultrasound with an Acoustic Metamaterial Network. *Physical Review Letters*, ***102***(19), 194301. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.194301

64. Zigoneanu, L., Popa, B.-I., Cummer, S. A. (2014). Three-dimensional broadband omnidirectional acoustic ground cloak. *Nature Materials*, ***13***(4), 352–355. https://doi.org/10.1038/nmat3901

65. Popa, B. I., Zigoneanu, L., Cummer, S. A. (2013). Tunable active acoustic metamaterials. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, ***88***(2), 1–8. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.88.024303

66. Dobrucki, A. (2007). Przetworniki elektroakustyczne (I., pp. 44–47). Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.

67. Claeys, C. C., Vergote, K., Sas, P., Desmet, W. (2013). On the potential of tuned resonators to obtain low-frequency vibrational stop bands in periodic panels. *Journal of Sound and Vibration*, ***332***(6), 1418–1436. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.09.047

68. Jiménez, N., Umnova, O., Groby, J.-P. (red.) (2021). *Acoustic Waves in Periodic Structures, Metamaterials, and Porous Media: From Fundamentals to Industrial Applications*, Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-84300-7

69. Deymier, P. A. (red.). (2013). *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-31232-8

70. Brillouin, L. (1946). *Wave Propagation In Periodic Structures* (1 ed.). New York, Londyn: McGraw-Hill Book Company, INC.

71. Melnikov, A., Hankec, M., Marburg, S. (2018). Dispersion Curves of Elastic Metamaterials and Sonic Crystals with ANSYS. W: *36. CADFEM ANSYS Simulation Conference*, 10 – 12 października 2018.

72. Van Belle, L. (2019). Vibro-Acoustic Performance of Locally Resonant Metamaterials With Damping, [Dysertacja doktorska, KU Leuven].

73. Lazarov, B. S., Jensen, J. S. (2007). Low-frequency band gaps in chains with attached non-linear oscillators. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, ***42***(10), 1186–1193. https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2007.09.007

74. Huang, H. H., Sun, C. T., Huang, G. L. (2009). On the negative effective mass density in acoustic metamaterials. *International Journal of Engineering Science*, ***47***(4), 610–617. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2008.12.007

75. Manimala, J. M., Sun, C. T. (2014). Microstructural design studies for locally dissipative acoustic metamaterials. *Journal of Applied Physics*, ***115***(2). https://doi.org/10.1063/1.4861632

76. Jensen, J. S. (2003). Phononic band gaps and vibrations in one- and two-dimensional mass-spring structures. *Journal of Sound and Vibration*, ***266***(5), 1053–1078. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01629-2

77. Oudich, M., Zhou, X., Badreddine Assouar, M. (2014). General analytical approach for sound transmission loss analysis through a thick metamaterial plate. *Journal of Applied Physics*, ***116***(19). https://doi.org/10.1063/1.4901997

78. Qian, D., Shi, Z. (2016). Bandgap properties in locally resonant phononic crystal double panel structures with periodically attached spring–mass resonators. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, ***380***(41), 3319–3325. https://doi.org/10.1016/j.physleta.2016.07.068

79. Garcia-Pablos, D., Sigalas, M., de Espinosa, F. R., Torres, M., Kafesaki, M., Garcia, N. (2000). Theory and Experiments on Elastic Band Gaps. *Physical Review Letters*, ***84***(19), 4349–4352. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4349

80. Tanaka, Y., Tomoyasu, Y., Tamura, S. (2000). Band structure of acoustic waves in phononic lattices: Two-dimensional composites with large acoustic mismatch. *Physical Review B*, ***62***(11), 7387–7392. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.7387

81. Howard, C., Cazzolato, B. (2014). *Acoustic Analyses Using Matlab and Ansys* (1 ed.). CRC Press. https://doi.org/https://doi.org/10.1201/b17825

82. Allard, J. F., Atalla, N. (2009). *Finite element modelling of poroelastic materials. Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*. Wiley. https://doi.org/10.1002/9780470747339

83. Hakoda, C., Rose, J., Shokouhi, P., Lissenden, C. (2018). Using Floquet periodicity to easily calculate dispersion curves and wave structures of homogeneous waveguides. W: *AIP Conference Proceedings* (1949). American Institute of Physics Inc. https://doi.org/10.1063/1.5031513

84. Yu, X., Lu, Z., Cheng, L., Cui, F. (2017). On the sound insulation of acoustic metasurface using a sub-structuring approach. *Journal of Sound and Vibration*, ***401***, 190–203. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.04.042

85. Kafesaki, M., Economou, E. N. (1999). Multiple-scattering theory for three-dimensional periodic acoustic composites. *Physical Review B*, ***60***(17), 11993–12001. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.60.11993

86. Liu, Z., Chan, C. T., Sheng, P., Goertzen, A. L., Page, J. H. (2000). Elastic wave scattering by periodic structures of spherical objects: Theory and experiment. *Physical Review B*, ***62***(4), 2446–2457. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.2446

87. Wu, Y., Lai, Y., Zhang, Z.-Q. (2007). Effective medium theory for elastic metamaterials in two dimensions. *Physical Review B*, ***76***(20), 205313. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.205313

88. Hu, X., Ho, K.-M., Chan, C. T., Zi, J. (2008). Homogenization of acoustic metamaterials of Helmholtz resonators in fluid. *Physical Review B*, ***77***(17), 172301. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.172301

89. ANSYS, Inc. (2024). Theory Reference 24.1.

90. Larson, M., Bengzon, F. (2013). *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications*, Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-33287-6

91. ANSYS, Inc. (2024). Mechanical User ' s Guide.

92. Ansys, Inc. (2024). Element Reference.

93. ANSYS, Inc. (2024). Acoustic Analysis Guide.

94. Nobrega, E. D., Gautier, F., Pelat, A., Dos Santos, J. M. C. (2016). Vibration band gaps for elastic metamaterial rods using wave finite element method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, ***79***, 192–202. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.02.059

95. ANSYS, I. (2024). Cyclic Symmetry Analysis.

96. Sadowski, J. (1976). *Akustyka architektoniczna*. Warszawa; Poznań: PWN.

97. Rossing, T. D. (red.). (2007). *Springer Handbook of Acoustics*, Springer https://doi.org/10.1007/978-0-387-30425-0

98. Majkut, L. (2018). Analiza teoretyczna zjawiska koincydencji i częstości krytycznych paneli akustycznych. *AUTOBUSY – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe*, ***19***(12), 549–552. https://doi.org/10.24136/atest.2018.449

99. Hernandez, P., Oregi, X., Longo, S., Cellura, M. (2019). Rozdział 4 - Life-Cycle Assessment of Buildings. W: F. Asdrubali U. Desideri (red.), *Handbook of Energy Efficiency in Buildings* (pp. 207–261). Butterworth-Heinemann. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812817-6.00010-3

100. Mulholland, K. A., Parbrook, H. D., Cummings, A. (1967). The transmission loss of double panels. *Journal of Sound and Vibration*, ***6***(3), 324–334. https://doi.org/10.1016/0022-460X(67)90205-2

101. Beranek, L. L., Work, G. A. (1949). Sound Transmission through Multiple Structures Containing Flexible Blankets. *Journal of the Acoustical Society of America*, ***21***(4), 419–428. https://doi.org/10.1121/1.1906530

102. London, A. (1950). Transmission of Reverberant Sound through Double Walls. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***22***(2), 270–278.

103. Wang, J., Lu, T. J., Woodhouse, J., Langley, R. S., Evans, J. (2005). Sound transmission through lightweight double-leaf partitions: Theoretical modelling. *Journal of Sound and Vibration*, ***286***(4–5), 817–847. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.10.020

104. Givoli, D. (2004). High-order local non-reflecting boundary conditions: A review. *Wave Motion*, ***39***(4), 319–326. https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2003.12.004

105. Berenger, J.-P. (1994). A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, ***114***(2), 185–200. https://doi.org/https://doi.org/10.1006/jcph.1994.1159

106. del Coz Díaz, J. J., Álvarez Rabanal, F. P., García Nieto, P. J., Serrano López, M. A. (2010). Sound transmission loss analysis through a multilayer lightweight concrete hollow brick wall by FEM and experimental validation. *Building and Environment*, ***45***(11), 2373–2386. https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2010.04.013

107. Maurin, A., Kwapisz, L. (2021). Simplified method for calculating airborne sound transmission through composite barriers. *Composite Structures*, ***276*.** https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2021.114526

108. Billon, A., Foy, C., Picaut, J., Valeau, V., Sakout, A. (2008). Modeling the sound transmission between rooms coupled through partition walls by using a diffusion model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***123***(6), 4261–4271. https://doi.org/10.1121/1.2905242

109. Arjunan, A., Wang, C. J., Yahiaoui, K., Mynors, D. J., Morgan, T., English, M. (2013). Finite element acoustic analysis of a steel stud based double-leaf wall. *Building and Environment*, ***67***, 202–210. https://doi.org/10.1016/J.BUILDENV.2013.05.021

110. Arjunan, A., Wang, C. J., Yahiaoui, K., Mynors, D. J., Morgan, T., Nguyen, V. B., English, M. (2014). Development of a 3D finite element acoustic model to predict the sound reduction index of stud based double-leaf walls. *Journal of Sound and Vibration*, ***333***(23), 6140–6155. https://doi.org/10.1016/J.JSV.2014.06.032

111. Deckers, E., Jonckheere, S., Van Belle, L., Claeys, C., Desmet, W. (2018). Prediction of transmission, reflection and absorption coefficients of periodic structures using a hybrid Wave Based – Finite Element unit cell method. *Journal of Computational Physics*, ***356***, 282–302. https://doi.org/10.1016/J.JCP.2017.12.001

112. Brunskog, J. (2012). The forced sound transmission of finite single leaf walls using a variational technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, ***132***(3), 1482–1493. https://doi.org/10.1121/1.4740501

113. Polski Komitet Normalizacyjny (2021). *Akustyka -- Ocena izolacyjności akustycznej w budynkach i izolacyjności akustycznej elementów budowlanych -- Część 1: Izolacyjność od dźwięków powietrznych*. PN-EN ISO 717-1:2021. Warszawa: PKN

114. Polski Komitet Normalizacyjny (2021). *Akustyka -- Pomiar laboratoryjny izolacyjności akustycznej elementów budowlanych -- Część 2: Pomiar izolacyjności od dźwięków powietrznych*. PN-EN ISO 10140-2:2021-10. Warszawa: PKN

115. Polski Komitet Normalizacyjny (2005). *Akustyka -- Pomiar izolacyjności akustycznej w budynkach oraz izolacyjności elementów budowlanych metodą natężenia dźwięku -- Część 1: Pomiary laboratoryjne*. PN-EN ISO 15186-1:2005. Warszawa: PKN

116. Niskanen, K. (red) (2011). *Mechanics of Paper Products*, De Gruyter, https://doi.org/10.1515/9783110254631

117. Dobrucki A. (1994). Nontypical effects in an electrodynamic loudspeaker with a nonhomogeneous magnetic field in the air gap and nonlinear suspensions. *Journal of the Audio Engineering Society*, ***42***(7/8), 565–576.

118. ASTM International (2005). *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. ASTM E-756. *Annual Book of ASTM Standards*, *05* (Ponownie zatwierdzony w 2017). https://doi.org/10.1520/E0756-05R17.2

119. Polski Komitet Normalizacyjny (2021). *Wytwarzanie przyrostowe -- Zasady ogólne -- Przegląd przetwarzania danych*. PN-EN ISO/ASTM 52950:2021-07. Warszawa: PKN

120. Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Ann Arbor: University of Michigan Press.

121. Sivanandam, S. N., Deepa, S. N. (2008). *Introduction to genetic algorithms. Introduction to Genetic Algorithms*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-540-73190-0

122. McCall, J. (2005). Genetic algorithms for modelling and optimisation. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, ***184***(1), 205–222. https://doi.org/10.1016/j.cam.2004.07.034

123. Rożek, A. Płyta plaster miodu - plastry miodu tektura - karton - papier | Producent tektury BESTEM, online: https://bestem.com.pl/produkty/plyta-plaster-miodu/, dostęp 15.11.2024 r.

DODATEK A. SPIS ANIMACJI

W celu najlepszego przedstawienia relacji przemieszczeń i ciśnień w metamateriale, widocznych na Rysunkach 39 i 40, do tekstu dysertacji dołączono dodatkowy katalog zawierający pliki z animacjami w formacie .mp4. Animacje są wynikiem akustycznej analizy harmonicznej, wykonanej w odpowiedzi na wymuszenie drgań płyty a siłą F o amplitudzie równej 1 N. Częstotliwość wymuszenia odpowiada częstotliwościom minimów i maksimów krzywej izolacyjności akustycznej, oznaczonych Punktami 1-5 na Rysunku 38.

Animacje zawierają pojedynczy okres drgań, dlatego powinny zostać odtworzone w zapętleniu.

Punkt 1 - przemieszczenie.mp4 Przemieszczenia dla $f = \mathbf{360\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 2 - przemieszczenie.mp4 Przemieszczenia dla $f = \mathbf{390\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 3 - przemieszczenie.mp4 Przemieszczenia dla $f = \mathbf{520\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{20}°$,
Punkt 4 - przemieszczenie.mp4 Przemieszczenia dla $f = \mathbf{540\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 5 - przemieszczenie.mp4 Przemieszczenia dla $f = \mathbf{1650\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,

Punkt 1 - cisnienie.mp4 Ciśnienie akustyczne dla $f = \mathbf{360\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 2 - cisnienie.mp4 Ciśnienie akustyczne dla $f = \mathbf{390\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 3 - cisnienie.mp4 Ciśnienie akustyczne dla $f = \mathbf{520\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{20}°$,
Punkt 4 - cisnienie.mp4 Ciśnienie akustyczne dla $f = \mathbf{540\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$,
Punkt 5 - cisnienie.mp4 Ciśnienie akustyczne dla $f = \mathbf{1650\ Hz}$ i $\theta = \mathbf{0}°$.