Prof. dr hab. inż Jolanta K. Misiewicz
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
Politechnika Warszawska
Adres do korespondencji: 02-975 Warszawa, ul. Kazury 10/22.
telefon: 601 899 344

Warszawa 15 stycznia 2023 r.

Ocena dorobku naukowego, dydaktycznego i organizacyjnego dr. Grzegorza Serafina w związku z postępowaniem w sprawie nadania mu stopnia doktora habilitowanego w dziedzinie nauk ścisłych i przyrodniczych w dyscyplinie matematyka

Na rozprawę habilitacyjną składa się cykl czterech powiązanych tematycznie artykułów naukowych (w tym dwóch samodzielnych) opublikowanych w renomowanych czasopismach matematycznych o zasięgu międzynarodowym. Cykl ten nosi nazwę

Ruch Browna i proces Bessela w obszarach wypukłych.

Na podstawie załącznika do komunikatu Ministra Edukacji i Nauki z dnia 1 grudnia 2021 r. **Wykaz czasopism naukowych i recenzowanych materiałów z konferencji międzynarodowych**, Berkeley 2020, wymienione artykuły uzyskały łącznie 410 punktów.

Problematyka tych prac dotyczy wycieczek, ucieczek i przekraczania barier dla dwóch typów procesów: wielowymiarowego ruchu Browna i procesu Bessela. Badania tego typu zostały zapoczątkowane rozważaniami na temat błądzenia losowego, czego najbardziej znanym przykładem jest tzw. **twierdzenie o głosowaniu**. Problem ucieczki ze zbioru $[0, a]$ dla jednowymiarowego ruchu Browna opisuje ogólnie znana **zasada odbicia**. Rozszerzenie tematyki na inne procesy, również procesy wielowymiarowe, znajduje uzasadnienie w szerokim zastosowaniu takich rozważań do modelowania stochastycznego zjawisk rzeczywistych, teorii ryzyka/teorii niezawodności. Nic więc dziwnego, że problematyka ta jest ciągle żywa i przyciąga zainteresowanie wielu matematyków.

Mówiąc precyzyjniej, należy zacząć od zdefiniowania momentu opuszczenia zbioru D

$$\tau_D = \inf\{t > 0\colon X(t) \notin D\},$$

gdzie $\{X(t)\colon t \geqslant 0\}$ oznacza proces stochastyczny, w naszym przypadku ruch Browna lub proces Bessela, natomiast zbiór D, zawarty w przestrzeni procesu, powinien być dość regularnym obszarem, w którego wnętrzu znajduje się punkt startowy procesu. W opisywanych pracach zakłada się, że D jest zbiorem gwiaździstym o brzegu ∂_D klasy $C_{1,1}$. Następnie definiujemy proces zabity na brzegu obszaru D:

$$X^D(t) = \begin{cases} X(t) & t < \tau_D, \\ \partial & t \geqslant \tau_D, \end{cases}$$

gdzie ∂ oznacza cmentarz, punkt umowny w którym proces ląduje natychmiast po opuszczeniu wnętrza zbioru D. Właśnie $\{X^D(t)\colon t \geqslant 0\}$ jest interesującym nas procesem a podstawowym narzędziem jego badania jest gęstość prawdopodobieństwa przejścia g_D. Wyznaczanie funkcji g_D metodami probabilitycznymi można połączyć/zastąpić wyznaczaniem jej metodami analitycznymi na podstawie klasycznego równania ciepła z warunkami Dirichleta na zbiorze D:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} g_D = \Delta\, g_D, \\ g_D\big|_{\partial D} = \delta_x(y), \\ g_D\big|_{\partial D} = 0. \end{cases}$$

Funkcje g_D zwykle wyrażają się bardzo skomplikowanymi wzorami, często szeregami o składnikach zawierających funkcje specjalne, bardzo trudno więc posługiwać się nimi przy oblicniu, czy choćby przybliżaniu wartości interesujących nas prawdopodobieństw. Dlatego tak duże znaczenie mają wszelkiego rodzaju przybliżenia wartości g_D. W szczególności interesują nas tzw. przybliżenia ostre, czyli takie, w których istnieją stała $C > 0$ oraz względnie prostsza, czy łatwiejsza w obliczeniach funkcja $E(t, x, y)$ na $[0, \infty) \times D^2$ takie, że

$$\frac{1}{C}\, E(t, x, y) \leqslant g_D(t, x, y) \leqslant C\, E(t, x, y).$$

Problematyka ta okazała się niezwykle trudna ale i atrakcyjna i od wielu lat budzi zainteresowanie i angażuje wielu matematyków. W swoim **Autoreferacie** dr Grzegorz Serafin opisuje pokrótce bogatą historię badań, obecny stan wiedzy i swoje dokonania w tej dziedzinie. W szczególności opisuje główne wyniki artykułów wchodzących w skład jego rozprawy habilitacyjnej:

[H1] FOURIER-BESSEL HEAT KERNEL ESTIMATES, *Jacek Malecki, Grzegorz Serafin, Tomasz Zorawik*, J. Math.Anal.Appl. **439** (2016), 91–102
Najważniejszym wynikiem w tej pracy jest uzyskanie dwustronnych ostrych oszacowań dla rozwiązania równania ciepła Fouriera-Bessela i zarazem dla gęstości prawdopodobieństwa przejścia w procesie Bessela na przedziale $(0, 1)$ zabijanym w jedynce, zabijanym lub odbijanym w zerze

[H2] EXIT TIMES DENSITIES OF THE BESSEL PROCESS, *Grzegorz Serafin*, Proceedings of the American Mathematical Society, **145(7)**, July 2017, 3165–3178
W tej pracy badane są funcje gęstości dla czasu pierwszego wyjścia procesu Bessela ze zbiorów $[0, 1)$ i $(0, 1)$. Najpierw wyrażono je za pomocą funkcji gęstości przejścia procesu zabitego na brzegu. Korzystając z tej zależności, wyprowadzono ostre oszacowania i asymptoty gęstości dla czasu wyjścia. Otrzymane wyniki przepisują się w szczególności do szacowania gęstości czasu pierwszego wyjścia z kuli jednostkowej dla ruchu Browna.

[H3] DIRICHLET HEAT KERNEL FOR THE LAPLACIAN IN A BALL, *Jacek Małecki, Grzegorz Serafin*, Potential Analysis (2020) **52**: 545–563.
Znaleziono ostre dwustronne oszacowania jądra ciepła Dirichleta $k_1(t, x, y)$

dla Laplacianu w kuli. Wynik dokładnie opisuje wykładnicze zachowanie jądra dla małych czasów i znacząco poprawia ostre wyniki znane do tej pory. W konsekwencji otrzymano pełny opis jądra $k_1(t, x, y)$ za pomocą jego globalnych dwustronnych ostrych oszacowań. Warto podkreślić, że zastosowano tu połączenie metod analitycznych i probabilistycznych.

[H4] LAPLACE DIRICHLET HEAT KERNELS IN CONVEX DOMAINS, *Grzegorz Serafin*, Journal of Differential Equations **314**, (2022), 700–732
Podano ogólne dolne i górne granice dla jądra ciepła Laplace'a Dirichleta w dziedzinach wypukłych klasy $C_{1,1}$. Uzyskane oszacowania precyzyjnie opisują wykładnicze zachowanie się jąder, które do tej pory było znane tylko w kilku szczególnych przypadkach. Podano r"iownież charakteryzację klas zbiorów, dla których te oszacowania są ostre. Obejmuje to np. zbiory postaci $\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \colon x_n > a\|\mathbf{x}\|^p\}$ gdzie $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$, $p \geqslant 2$, $n \geqslant 2$ oraz $a > 0$.

Dr Grzegorz Serafin ma w swoim dorobku 20 publikacji naukowych w wydawnictwach o zasięgu międzynarodowym, w tym jeden rozdział w monografii matematycznej. Nawiązał współpracę naukową z prof. N. Privault, co zaowocowało nie tylko serią prac, ale również wielokrotnymi wizytami naukowymi w Nanyang Technological University w Singapurze. Współpraca ta jest kontynuowana do dziś mimo zawirowań związanych z ograniczeniami covidowymi. Dr Grzegorz Serafin współpracuje naukowo również z wieloma znanymi matematykami z Polski i uczestniczy w intensywnych pracach wrocławskiej grupy matematyków w ramach badań zainicjowanych przez prof. T. Byczkowskiego.

Pracując na Politechnice Wrocławskiej, gdzie zapotrzebowanie na zajęcia z matematyki na wszystkich jej wydziałach zawsze było bardzo duże dr Grzegorz Serafin musiał zdobyć ogromne doświadczenie dydaktyczne. Prowadził nawet cztery kursy w języku angielskim. Oprócz zajęć ogólnouczelnianych prowadził również kursy specjalistyczne na kierunku matematyki. Był opiekunem trzech prac licencjackich, a także promotorem pomocniczym w przewodzie doktorskim Kamila Bogusa.

Dr Grzegorz Serafin brał udział w organizacji *seminarium z grafów losowych i struktur dyskretnych* na Politechnice Wrocławskiej. Uczestniczył też w orgazizacji dwóch konferencji z cyklu *Probability and Analysis.* Zajmował się popularyzacją matematyki dla licealistów i studentów. Otrzymał dwa granty naukowe i został wybrany na dwuletnią kadencję do em Academia Iuvenum.

Pozostaje jeszcze odnieść się do **Autoreferatu** dr. Grzegorza Serafina. Nie mam żadnych zastrzeżeń, jeśli chodzi o jego zawartość merytoryczną. Zawiera dostatecznie bogate wprowadzenie w omawianą tematykę, opis obecnego stanu wiedzy i opis wkładu dr. Grzegorza Serafina w jej rozwój. Zawiera również niewielką ilość literówek, niezwykle trudnych do uniknięcia w dłuższym tekście oraz, niedopuszczalne ze względu na historię szkoły wrocławskiej utożsamianie miary z jej gęstością (zauważalne również w opublikowanych pracach, a więc akceptowane wśród matematyków pracujących w tej dziedzinie(!)). Zauważyłam również pewien brak wyczucia niuansów języka polskiego z czym pewnie bardzo trudno sobie poradzić. Na szczęście publikujemy głównie w języku angielskim. W szczególnosci:

3_5 Jest: *„w rozważanym temacie”* powinno być **na rozważany temat**.

4^3 Jest *„artykułów zawartych w tym osiągnięciu”*, lepiej byłoby napisać: **artykułów wchodzących w skład tej habilitacji**. Niewątpliwie zarówno same artykuły, jak i fakt przystąpienia do procedury habilitacyjnej są osiągnięciami dr. Serafina, ale ani ten *Autoreferat*, ani żadna z opisywanych prac nie nosi nazwy własnej *osiągnięcie*.

4^4 Wyrażenie *„podsumowanie wyników oraz ich znaczenie”* proponowałabym zastąpić przez **podsumowanie wyników oraz opis ich znaczenia**.

$4^{13\div 14}$ Niekonsekwencja w oznaczeniach. We wzorze (2) mamy całkowanie $\int_A p(t,x,y)m(y)dy$, co oznacza, że mamy funkcję $m\colon \mathbb{R}^n \to [0,\infty)$, która jest gęstością miary $A \to \int_A m(y)dy$ na zbiorach borelowskich $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n)$. W szczególności argumentami funkcji m są punkty z przestrzeni $\mathbb{R}^n$. Tymczasem w następnej linii mamy $m(dy)$ co oznacza, że traktujemy m jak miarę. Należałoby te dwie wielkości oznaczać różnymi symbolami - jeśli przez m oznaczymy miarę, to symbol jej gęstości powinien być nieco inny, np. f_m, $\widetilde{m}$, czy $\overline{m}$, czy cokolwiek innego. Rozumiem jednak, że muszę tymczasem pogodzić się z wielokrotnym odgadywaniem co Autor miał na myśli pisząc m.

4_5 Czy przy definicji czasu wyjścia ze zbioru D nie powinniśmy zakładać, że proces w zbiorze D startuje?

5^1 Należałoby precyzyjniej opisać, co to jest miara reprezentowana przez $\delta_D(y)dy$, która ma być miarą powierzchniową na brzegu zbioru D generowaną przez miarę m. Widzę przynajmniej dwie możliwe definicje takiej miary.

$5_{2\div 1}$ Proces startuje z punktu $x > 0$, który to punkt występuje w definicji operatora dyfuzji. Tylko niezręczność, ale ...

6^{15} Symbolem równości prawie na pewno jest równość p.n. lub równość p.w. - od „prawie wszędzie”.

6_{13} No i musiała się pojawić ta skrajnie sprzeczna równość:

$$m(dx) = m(x)dx!!!$$

Po lewej stronie m jest miarą, po prawej funkcją!

$9_{18\div 17}$ Coś się porobiło. W środku wzoru μ zostało zastąpione przez ν.

21_{14} Jest *„and”*, powinno być **i** lub **oraz**.

21_{12} Wiem, to nie jest habilitacja z języka polskiego, ale wyrażenie *„w tym temacie”* jest skrajnie niepoprawne. Powinno być **na ten temat**.

$28 \div 29$ Nazwy przedmiotów czy wszystkie rzeczowniki w tytułach książek i artykułów piszemy dużą literą w języku agnielskim, ale nigdy w języku polskim!

Biorąc to wszystko pod uwagę stwierdzam, że dorobek naukowy, dydaktyczny i organizacyjny dr. Grzegorza Serafina spełniają wszelkie wymagania określone w art. 219 ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* i w związku z tym wnoszę o dopuszczenie kandydata do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Jolanta K. Misiewicz

J Misiewicz