

Dr hab. Anna Karczewska, prof. UZ
Instytut Matematyki
Uniwersytet Zielonogórski
Ul. Prof. Z. Szafrana 4a
65-516 Zielona Góra

Zielona Góra, 5 stycznia 2023 r.

Recenzja

w postępowaniu o nadanie panu doktorowi Grzegorzowi Ryszardowi Serafinowi stopnia naukowego doktora habilitowanego

Przedstawioną recenzję opracowałam na zlecenie pana profesora dra hab. inż. Krzysztofa Bogdana, przewodniczącego Rady Dyscypliny Naukowej Matematyka Politechniki Wrocławskiej z dnia 8 listopada 2022 r. Pełny zestaw dokumentów dotarł do mnie 22 listopada 2022 r.

Postępowanie o nadanie stopnia doktora habilitowanego toczy się według przepisów ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (t.j. Dz. U. z 2020 r. poz. 85 z późn. zm.), a w szczególności zgodnie z art. 219 ust. 1 tej ustawy.

Informacje wstępne

Pan doktor Grzegorz Ryszard Serafin uzyskał stopień doktora nauk matematycznych w 2015 roku w Instytucie Matematyki i Informatyki Wydziału Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej na podstawie rozprawy *Teoria potencjału hiperbolicznego ruchu Browna z dryfem*. Promotorem był dr hab. Tomasz Żak, prof. PWr., zaś promotorem pomocniczym dr hab. Jacek Małecki, prof. PWr.

W latach 2015-2019 dr Serafin odbył trzy staże naukowe na Nanyang Technological University w Singapurze. W trakcie tych pobytów współpracował z prof. Nicolas Privault i nadal kontynuuje tę współpracę.

Obecnie dr Serafin jest zatrudniony na etacie adiunkta na Wydziale Matematyki Politechniki Wrocławskiej. Jest autorem lub współautorem jednego rozdziału w monografii naukowej oraz 19 artykułów opublikowanych w bardzo dobrych czasopismach naukowych.

W dokumentacji przedłożonej z wnioskiem dr Serafin szczegółowo przedstawia dane naukometryczne swoich publikacji. W szczególności wykazuje, że jego prace były cytowane 61 razy, a h-indeks wynosi 5 (dane z bazy Web of Science). Ponad połowa opublikowanych artykułów ukazała się w czasopismach o wysokiej punktacji na liście MNiSW. Są to dobre dane jak na osiem lat działalności naukowej po doktoracie.

Ocena osiągnięcia naukowego

W ramach swojego dorobku naukowego dr Grzegorz Serafin wyróżnił cykl czterech artykułów naukowych jako osiągnięcie naukowe o tytule *Ruch Browna i proces Bessela w obszarach wypukłych*:

- [H1] J. Małecki, G. Serafin, T. Żórawik, *Fourier-Bessel heat kernel estimates*, Journal of Mathematical Analysis and Applications 439(1), 91–102, 2016.
- [H2] G. Serafin, *Exit times densities of the Bessel process*, Proceedings of the American Mathematical Society 145, 3165–3178, 2017.

[H3] J. Małecki, G. Serafin, *Dirichlet heat kernel for the Laplacian in a ball*, Potential Analysis 52, 545–563, 2020.

[H4] G. Serafin, *Laplace Dirichlet heat kernels in convex domains*, Journal of Differential Equations 314, 700–732, 2022.

Cykl prac dotyczy oszacowań jąder ciepła Dirichleta oraz gęstości rozkładu czasu i miejsca pierwszego wyjścia z rozważanego zbioru dla procesu ruchu Browna oraz procesu Bessela. Prace [H1] i [H2] poświęcone są procesowi Bessela, natomiast w pracach [H3] i [H4] badane są oszacowania jąder ciepła Dirichleta dla ruchu Browna. Wyniki osiągnięcia naukowego zostały przedstawione w formie 10 twierdzeń oraz 3 wniosków. W omówieniu wyników będę używała numeracji stosowanej w autoreferacie dra Grzegorza Serafina.

W głównym wyniku pracy [H1], oznaczonym w autoreferacie jako Twierdzenie 1, dowiedzione zostało oszacowanie dla tak zwanego jądra ciepła Fouriera-Bessela na przedziale $(0, 1)$. Otrzymane oszacowanie jest opisane precyzyjnie, bowiem czynniki eksponencjalne w oszacowaniach dolnym i górnym są takie same. Dokładne oszacowania pozwalają zrozumieć zachowanie badanych funkcji oraz porównać je z globalnym jądrem ciepła.

Praca [H2], autorstwa dra Grzegorza Serafina, poświęcona jest badaniu asymptotyk oraz jednostajnych oszacowań gęstości rozkładu czasu i miejsca pierwszego wyjścia ze zbioru. Twierdzenie 2 zapewnia reprezentację gęstości pierwszego czasu i miejsca wyjścia w terminach jądra ciepła Dirichleta. Twierdzenie 3 dostarcza oszacowań dla gęstości czasu i miejsca pierwszego wyjścia procesu Bessela z $(0, 1)$ oraz $[0, 1)$. Twierdzenie to jest konsekwencją Twierdzeń 1 oraz 2, zaś z Twierdzenia 3 wynikają Wnioski 4 i 5. W pierwszym z nich została oszacowana gęstość czasu pierwszego wyjścia n -wymiarowego ruchu Browna z jednostkowej kuli o środku w zerze. W drugim przedstawiono funkcje gęstości z Twierdzenia 3 przy pomocy funkcji Bessela pierwszego rodzaju. Wyniki dotyczące czasu wyjścia procesu Bessela z odcinków $(0, 1)$ oraz $[0, 1)$ kończy Twierdzenie 6, które daje asymptotykę gęstości czasu i miejsca pierwszego wyjścia w przypadku, gdy wyrażenie x/t (lub $(1 - x)/t$) zbiega do zera lub nieskończoności.

Głównym wynikiem pracy [H3] jest twierdzenie oznaczone jako Twierdzenie 7 w autoreferacie. Sformułowane zostały w nim oszacowania ciepła Dirichleta dla wielowymiarowej kuli. Otrzymane wyniki stanowią uogólnienie wcześniej omówionego Twierdzenia 1 dla pewnych indeksów μ procesu Bessela. Ponadto, z Twierdzenia 1 wynikają ostre oszacowania gęstości rozkładu łącznego czasu i miejsca pierwszego wyjścia ruchu Browna z kuli. Mówi o tym Wniosek 8.

Autorska praca [H4] jest naturalną kontynuacją i uogólnieniem wyników z pracy [H3] na wypukłe zbiory klasy $C^{1,1}$. Dzięki założeniu wypukłości zachowanie eksponencjalne jąder ciepła jest analogiczne jak globalnego jądra ciepła. W Twierdzeniu 9 przedstawione zostały oszacowania górne jądra ciepła Dirichleta zbiorów $C_r^{1,1}(\mathbb{R}^n)$. Wyniki zostały sformułowane w terminach odległości d_2 (oznaczenie z 21. strony autoreferatu) uogólnionej dla obszarów klasy $C^{1,1}$. Twierdzenie 10 dostarcza dolnych oszacowań dla jądra ciepła Dirichleta dla obszarów klasy $C_r^{1,1}(\mathbb{R}^n)$. Wyniki zostały sformułowane w terminach odległości d_1 (oznaczenie z 21. strony autoreferatu) uogólnionej dla obszarów klasy $C^{1,1}$. Dowody obu powyższych twierdzeń bazują na idei dowodu Twierdzenia 7, są jednak o wiele bardziej skomplikowane. Wynika to z bardziej złożonej struktury zbiorów. Należy podkreślić, że pod pewnym warunkiem (który nie musi zachodzić) oszacowania w Twierdzeniach 9 oraz 10 mogą być porównywalne. Wtedy

można byłoby otrzymać ostre dwustronne oszacowania dla jądra ciepła Dirichleta. W dalszej części pracy [H4] zostały wprowadzone dwie rodziny zbiorów ściśle wypukłych, oznaczone przez S_Q oraz S_R (strona 22. autoreferatu). Twierdzenia 11 oraz 12 gwarantują, że dla podklasy S_Q obszarów klasy $C^{1,1}$ oszacowania uzyskane w Twierdzeniu 10 są oszacowaniami obustronnymi. Podobnie w Twierdzeniu 13 otrzymane zostały oszacowania jądra ciepła Dirichleta dla zbiorów z rodziny S_R . Przykłady 1, 2 oraz 3 (zaczepnięte z pracy [H4]) zamieszczone w autoreferacie bardzo dobrze ilustrują wyniki teoretyczne uzyskane dla zbiorów wypukłych klasy $C^{1,1}$. W przypadku wnętrza paraboloidy jądro ciepła ma takie oszacowania jak te otrzymane w Twierdzeniu 13. Dla przypadku $n = 2$ dla klasy S_Q jądro ciepła Dirichleta ma oszacowania takie, jak te uzyskane w Twierdzeniach 12 i 13. Najbardziej interesujący jest przykład zbioru zwanego stadionem. Okazuje się, że dla takiego zbioru, dla pewnego zakresu argumentów jądro ciepła nie spełnia oszacowań z Twierdzeń 9 oraz 10. Brak własności ściślej wypukłości zbioru powoduje, że oszacowania otrzymane w pracy [H4] nie są spełnione dla tego zbioru.

Dowody przeprowadzone we wszystkich pracach [H1]-[H4], a szczególnie w ostatniej z nich, wymagały bardzo dobrego zrozumienia jąder ciepła Dirichleta oraz gęstości rozkładu czasu i miejsca pierwszego wyjścia z danego zbioru dla ruchu Browna oraz procesu Bessela. Należy podkreślić fakt, że dr Grzegorz Serafin w swoich badaniach korzysta zarówno z metod probabilistycznych, jak i analitycznych, a również, co pokazuje w pracy [H4], geometrycznych. Dzięki temu mógł otrzymać ostre oszacowania dla badanych funkcji oraz porównać je z globalnym jądrem ciepła.

Podsumowanie oceny osiągnięcia naukowego

Bardzo wysoko oceniam wyniki wchodzące w skład osiągnięcia naukowego przedstawionego przez pana doktora Grzegorza Serafina.

Ocena aktywności naukowej

Oprócz prac [H1]-[H4] wchodzących w skład osiągnięcia naukowego, dr Grzegorz Serafin ma w swoim dorobku szereg innych interesujących wyników. Dwie prace z 2016 roku poświęcone są oszacowaniom rozwiązań oraz ich asymptotyk dla równania Burgersa z ułamkowym laplasjanem. W dwóch pracach opublikowanych wspólnie z N.Privault (2020, 2022) otrzymano oszacowania odległości Kołmogorowa między funkcjami niezależnych zmiennych losowych a standardowym rozkładem normalnym. W szczególności, autorzy rozwiązali otwarty od 30 lat problem dla grafów losowych dotyczący prędkości zbieżności rozkładu liczby nieizomorficznych kopii ustalonego grafu w modelu Erdősa–Rényi’ego. W pracy z 2021 roku oszacowano funkcje Greena oraz jądra Poissona zbiorów gładkich w przestrzeni hiperbolicznej, w których stałe nie zależą od rozmiaru zbioru, a od parametrów brzegu. Pozwoliło to na jednostajne oszacowania w przypadku kuli w przestrzeni hiperbolicznej. Dwa artykuły z 2022 roku są pracami autorskimi dra Serafina. Jedna z nich uzupełnia pracę [H3] z osiągnięcia naukowego o dokładne asymptotyki jądra ciepła kuli dla małych czasów. Natomiast praca opublikowana w Biuletynie Belgijskiego Towarzystwa Naukowego jest przykładem zainteresowań dra Serafina matematyką dyskretną i teorią liczb. Przedstawia ona kilka nowych kongruencji związanych z liczbami Bella i wielomianami Toucharda.

Wyniki uzyskane przez pana dra Serafina są ważne zarówno dla rozwoju teorii procesów stochastycznych, jak i analizy matematycznej. W mojej ocenie dr Grzegorz Serafin zdecydowanie spełnia wymogi dotyczące aktywności naukowej.

Ocena pracy dydaktycznej, organizacyjnej oraz popularyzującej naukę

W ciągu 12 lat pracy dr Grzegorz Serafin uzyskał szerokie doświadczenie dydaktyczne, prowadząc wiele kursów (wykłady i ćwiczenia) zarówno z podstawowych jak i zaawansowanych przedmiotów matematycznych. Kilka z nich prowadził także w języku angielskim. Był również opiekunem kilku prac licencjackich oraz promotorem pomocniczym w przewodzie doktorskim.

Dr Serafin może też wykazać się dorobkiem organizacyjnym. Między innymi kieruje seminarium naukowym *Grafy losowe i struktury dyskretne*. Dwukrotnie był członkiem komitetu organizacyjnego międzynarodowej konferencji *Probability and Analysis*. Był także organizatorem studenckiego koła naukowego.

Dr Grzegorz Serafin brał też udział w szeregu inicjatywach popularyzujących naukę. Między innymi prowadził kursy dla licealistów w ramach *Studium Talent*, prowadził kółko matematyczne w Akademickim LO we Wrocławiu oraz wygłaszał referaty popularnonaukowe dla licealistów.

Oceniam, że wymogi dotyczące działalności dydaktycznej, organizacyjnej oraz popularyzującej naukę są przez dra Grzegorza Serafina spełnione.

Konkluzja

Celem recenzji jest rozstrzygnięcie, czy kandydat spełnia wymagania ustawy *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce*, z dnia 8 listopada 2018 r. Artykuł 219, ust. 1 tej ustawy wymienia dwa wymagania:

- „... posiada w dorobku osiągnięcia naukowe albo artystyczne, stanowiące znaczny wkład w rozwój określonej dyscypliny ...”
- „... wykazuje się istotną aktywnością naukową albo artystyczną realizowaną w więcej niż jednej uczelni, instytucji naukowej albo instytucji kultury, w szczególności zagranicznej ...”

Nie mam wątpliwości, że przedstawione przed pana doktora Grzegorza Serafina osiągnięcia naukowe wnoszą istotny wkład w rozwój dyscypliny naukowej matematyka, w szczególności w rozwój klasycznej teorii potencjału. Duża część badań prowadzona była we współpracy międzynarodowej.

Podsumowując, jestem przekonana, że pan doktor Grzegorz Serafin spełnia wszystkie ustawowe oraz zwyczajowe wymagania stawiane kandydatom do otrzymania stopnia naukowego doktora habilitowanego z nauk matematycznych. Gorąco popieram wniosek o nadanie mu tego stopnia naukowego.

Anna Kowczewska