

Prof. dr hab. Szymon Peszat  
WMIł UJ  
Łojasiewicza 6  
30-348 Kraków,  
e-mail napeszat@cyf-kr.edu.pl

Kraków, 19 Stycznia 2026 r.

## Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Pawła Stępniaaka p.t. “Pricing time-capped American options”

Rozprawa poświęcona jest problemowi wyceny pewnej klasy opcji amerykańskich. Matematyczne, szukamy

$$V(x) = \sup_{\tau} \mathbb{E} (K - S_{\tau \wedge \eta})^+ e^{-r\tau \wedge \eta},$$

oraz momentu Markowa  $\tau$ , dla którego supremum jest realizowane. We wzorze na  $V$ ,  $S$  modeluje cenę instrumentu bazowego. Zakłada się, że  $S$  jest w postaci

$$S_t = \exp \left\{ \mu t + \sigma W(t) - \sum_{j=0}^{\pi_t} \xi_j \right\},$$

gdzie  $\pi$  jest procesem Poissona, a  $(\xi_j)$  ciągiem nieujemnych niezależnych zmiennych losowych. Jest to więc problem optymalnego stopowania. Rozwiązanie polega na sformułowaniu twierdzenia weryfikacyjnego (Lemma 2) a następnie podanie rozwiązania Theorem 1. Problem z deterministycznym  $\eta$  jest otwarty. W rozprawie

$$\eta = \inf \{t \geq 0: S_t \notin (L, H)\}.$$

Doktorant jest współautorem następujących prac, z części których wyniki wchodzą w skład rozprawy,

1. Z. Palmowski and P. Stępniaak, *Journal of Risk and Financial Management* **16** (2023).
2. Z. Palmowski and P. Stępniaak, *Journal of Computational Finance* **28** (2015).
3. Z. Palmowski and P. Stępniaak (złożona do *Mathematics and Financial Economics*).
4. Z. Palmowski and P. Stępniaak (złożona do *Mathematica Applicada*).
5. Z. Palmowski and P. Stępniaak (złożona do *SIAM J. Financial Mathematics*).

Widzimy, że dwie prace zostały opublikowane w specjalistycznych czasopismach. We wszystkich pracach Pan Stępniaak jest jednym ze współautorów. Nie widzę problemu w tym, że rozprawa jest oparta na wspólnych pracach, zwłaszcza, że w załączonych materiałach określony jest wkład Doktoranta w poszczególnych publikacjach. We wszystkich przypadkach wkład ten jest znaczący  $> 50\%$ .

Rozważany problem jest ważny z ekonomicznego punktu widzenia (obszerne uzasadnienie przedstawione jest w pierwszym rozdziale). Matematycznie jest to trudny nieliniowy problem. Wymaga wiedzy z teorii optymalnego stopowania. Wymaga też bardzo specjalnej wiedzy o momentach wyjścia dla procesów Lévy'ego.

Rozprawa jest starannie napisana. Nie zauważyłem żadnych błędów merytorycznych. Konstrukcja pracy jest logiczna. Praca zawiera techniczne zaawansowane rachunki. Doktorant przedstawił również ciekawe symulacje numeryczne. Jestem pewny, że Pan Stępniaak posiada dużą wiedzę z teorii procesów stochastycznych, teorii sterowania i matematyki finansowej.

Mam dwa zastrzeżenia do rozprawy. Doktorant powinien dokładniej wyjaśnić jakie problemy powoduje uwzględnienie w modelu dodatkowego czasu  $\eta$  wygaśnięcia obcji. Czemu problem z deterministycznym skończonym  $\eta$  jest otwarty? Jakie matematyczne problemy powoduje uwzględnienie losowego  $\eta$  w porównaniu z  $\eta \equiv +\infty$ ? W pracy sformułowany jest Lemat 2 (twierdzenie weryfikacyjne). Podany jest jedynie szkic dowodu. Pewne fragmenty zostały zastąpione odnośnikami do innych prac. Rozprawa doktorska powinna zawierać pełne dowody. Dobrze byłoby gdyby podczas obrony doktorant odniósł się do moich uwag.

**Konkluzja** Rozprawa jest oparta na kilku wspólnych pracach, z których dwie są już opublikowane w dobrych specjalistycznych czasopiśmach. Opisane wyniki są jednorodne i istotne z punktu widzenia zastosowań. Dowody zasadniczych twierdzeń są trudne i wymagają dużej wiedzy matematycznej. Nie mam wątpliwości, że praca spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnioskuje o jej przyjęcie.

Szymon Peszat

