

Kraków, 1 kwietnia, 2026



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**Recenzja rozprawy doktorskiej Pana Bartosza Krajewskiego „Dynamika i lokalizacja w łańcuchach kwantowych z oddziaływaniami wielociałowymi”**

Instytut

Fizyki Teoretycznej

**Zakład Optyki Atomowej**

Omawianą rozprawę doktorską stanowi monografia składająca się z cyklu 4 publikacji opatrzonych wprowadzającym wstępem. Dwa artykuły są opublikowane w czołowym Physical Review Letters, pozostałe dwa w wiodącym dla fizyki fazy skondensowanej Physical Review B. Powstały one przy współudziale promotora rozprawy prof. M. Mierzejewskiego jak i współpracowników – Janesa Boncy i Lva Vidmara z Instytutu Jozefa Stefana z Ljubljany w Słowenii. Za wyjątkiem pierwszej publikacji, w której wiodącym pierwszym autorem jest Lev Vidmar, w pozostałych pan Krajewski jest pierwszym autorem. Jego udział w powstaniu prac A2-A4 jest, zgodnie z oświadczeniem, niezaprzeczalnie dominujący, a w przypadku pierwszego artykułu znaczny (przeprowadzenie obliczeń numerycznych, część wyników analitycznych, wizualizacja wyników i współtworzenie artykułu). Warto też zaznaczyć, że w skład rozprawy wchodzi dwa suplementy typowo dołączane do artykułów w PRL, które istotnie uzupełniają ich treść.

Rozprawa poświęcona jest tematyce tzw. lokalizacji wielodziałowej uważanej za jeden z najczęstszych przejawów łamania ergodyczności w dynamice zamkniętych układów kwantowych wielu oddziałujących ciał. Mimo przeróżnych wysiłków w ostatnich 20 latach nie znamy odpowiedzi na wszystkie pytania dotyczące tego zjawiska. Jednym z podstawowych kwestii jest występowanie tego zjawiska w granicy termodynamicznej. Nie wiadomo, czy mamy do czynienia z typowym przejściem fazowym zachodzącym przy określonych parametrach układu (np. amplitudzie nieporządku) czy raczej z gładkim przejściem, a układy po bardzo długich czasach ewolucji finalnie termalizują. Jest to do pewnego stopnia akademickie pytanie, gdyż typowe układy kwantowe, dla których można obserwować wielociałową lokalizację są stosunkowo nieduże, a ich koherentną ewolucję w czasie możemy monitorować przez skończony, stosunkowo krótki czas.

Trudności z interpretacją efektów związanych z lokalizacją są zilustrowane w pierwszej z prac wchodzących w skład rozprawy. Zamiast szukać przejawów lokalizacji, założono w tej pracy, że spośród możliwych całek ruchu ich część może być zaburzona, prowadząc do ich stopniowego niezachowania i skończonych czasów relaksacji. Analizując funkcję spektralną powiązaną z niejednorodnością obsadzeń, pokazano, że rozkład tych czasów ma tłuste ogony prowadząc do częstego pojawiania się długich czasów relaksacji, a więc istotnego spowolnienia dynamiki nawet poza obszarem lokalizacji. Otrzymane wyniki potwierdzają wcześniejsze obserwacje grupy Bery i Everta jak i uzupełniają zrozumienie dynamiki w pobliżu progu lokalizacji podane przez Agarwala, Gopalakrishnana i innych.

ul. St. Łojasiewicza 11

PL 30-348 Kraków

tel. +48(12) 664-45-55

e-mail:

[jakub.zakrzewski@uj.edu.pl](mailto:jakub.zakrzewski@uj.edu.pl)

Bardzo ciekawą jest druga praca wchodząca w skład rozprawy, w której wprowadzono centralną ideę rozprawy – podział oddziaływania w Hamiltonianie na część równoległą i prostopadłą do nieporządku. W ten opisowy sposób określę zastosowaną operację, w której człon oddziaływania podzielono na część komutującą z nieoddziałującym Hamiltonianem, prowadzącym do lokalizacji Andersona i prostopadłą do niej (w sensie iloczynu Hilberta-Schmidta) resztę, która odgrywa rolę istotnego zaburzenia. W pracy pokazano, że to rzeczywiste zaburzenie maleje w sensie normy liniowo z wielkością nieporządku. Pokazano też, że odpowiednia modyfikacja rzeczywistego zaburzenia tak by jego wielkość w stosunku do części niezaburzonej była stała prowadzi do ergodycznej dynamiki dla dowolnej wielkości nieporządku.

Rozszerzenie tego formalizmu na inne poza nieuporządkowany model Heisenberga oddziałujące modele zawiera się w trzeciej i czwartej z prac wchodzących w skład rozprawy. W szczególności w pierwszej z nich omówiono przypadek, kiedy zaburzenie nie jest typu gęstość-gęstość jak w modelu Heisenberga, ale ma formę skorelowanych przeskoków. Taka forma oddziaływania staje się w dominującej części istotnym zaburzeniem (w sensie omawianym powyżej) i prowadzi do ergodycznej dynamiki, chyba, że istotnie ograniczy się amplitudę zaburzenia. Ciekawym rozszerzeniem podejścia jest analiza nachylonej sieci bez nieporządku. Tu, w nieobecności zaburzenia znane są analitycznie zlokalizowane funkcje falowe, co pozwala na jawne znalezienie postaci „istotnego zaburzenia” i pokazanie, że jego norma maleje odwrotnie proporcjonalnie do nachylenia sieci.

Obok czterech omówionych prac, stanowiących rdzeń rozprawy zawiera ona w pierwszej części spójne i ładnie napisane wprowadzenie do tematyki dynamiki wielociałowej w obecności nieporządku jak i krótkie podsumowanie. Wprowadzenie świadczy o dobrym zrozumieniu tematyki przez Autora jak i dobrej znajomości literatury przedmiotu. Podsumowanie zawiera podstawowy wniosek rozprawy, sugerujący, że standardowy model służący do badania wielociałowej lokalizacji jest niefortunnie dobrany, gdyż siła istotnego zaburzenia maleje ze wzrostem nieporządku, co prowadzi do trudności numerycznych. Nie do końca jestem w stanie się zgodzić z tą tezą. Na kilku przykładach autor pokazał, że zmieniając oddziaływanie można doprowadzić do ergodycznej dynamiki, ale chyba nie o to chodzi w ewentualnym dowodzie istnienia lokalizacji wielociałowej. Tu podstawowym problemem wydaje się być rozmiar badanego układu. Wydaje się, że można by spróbować zastosować podejście autora do modelu, który wykazuje lokalizację, tzw. modelu kwantowego słońca i porównanie skalowania z tym pojawiającym się dla modelu Heisenberga.

Praca napisana i zredagowana jest wzorowo. Jedyne moje zastrzeżenie jest do tytułu rozprawy, który sugeruje, że badane są oddziaływania wielociałowe. Jest to nieprawda, rozprawa dotyczy wielociałowych układów z oddziaływaniami, które mają dwuciałowy charakter.

Stwierdzam, że przedstawiona rozprawa doktorska Pana Bartosza Krajewskiego spełnia wszelkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę do Rady Dyscypliny Nauki Fizyczne w Politechnice Wrocławskiej o dalsze procedowanie. Jednocześnie z uwagi na jakość uzyskanych wyników, ich publikację w

bardzo dobrych czasopismach jak i wzorowy sposób redakcji rozprawy o  
jej wyróżnienie.

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Jakub Zakrzewski', with a stylized, flowing script.

Jakub Zakrzewski