

dr hab. Krzysztof Wohlfeld
Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytet Warszawski
ul. Pasteura 5, 02-093 Warszawa
krzysztof.wohlfeld@fuw.edu.pl
<http://www.fuw.edu.pl/~kwohlfeld>

Warszawa, 20/4/2026

Recenzja pracy doktorskiej p. Bartosza Krajewskiego pt. „Dynamika i lokalizacja w łańcuchach kwantowych z oddziaływaniami wielociałowymi”

Przedstawiona przez p. Bartosza Krajewskiego praca dotyczy badania układów kwantowych, które potencjalnie mogą nie wykazywać ergodyczności. W szczególności główne pytanie postawione w rozprawie dotyczy tego czy układy z nieporządkiem i oddziaływaniami mogą wykazywać tzw. lokalizację wielociałową (*MBL – many-body localisation*). Jest to bardzo istotny problem z dwóch powodów. Po pierwsze potwierdzenie istnienia takich układów pozwoliłoby na uzyskanie szerokiej klasy hamiltonianów, które to wykazują lokalizację bez potrzeby tzw. fine-tuningu parametrów modelu (co ma to typowo miejsce w tzw. układach całkowalnych). Co istotne, taka sytuacja byłaby korzystna np. z punktu widzenia pokonania problemu stabilizacji informacji kwantowej i ograniczania termalizacji w komputerach kwantowych. Po drugie, od paru lat istnieje silny spór w środowisku dotyczący tego czy MBL istnieje. Łącznie zatem, można stwierdzić, że tematyka pracy jest bardzo istotna.

Sama praca doktorska jest wybitnie dobrze napisana. Odnoszę nawet wrażenie, że jest to najlepiej napisana praca z jaką kiedykolwiek miałem do czynienia. Przede wszystkim sam format pracy jest optymalny. Praca składa się ze dwóch wyraźnie oddzielnych części: około 35-stronicowego wstępu oraz części zawierającej oryginalne prace, wraz z ich krótkim opisem. Ponadto, co nie mniej kluczowe, również cały wstęp jest doskonale napisany: nie jest on ani za długi ani za krótki oraz dokładnie wyjaśnia istotne problemy fizyczne. W końcu, bardzo pomocne są krótkie opisy oryginalnych prac. Nie zauważyłem też literówek ani niezręczności językowych (np. dobrze zbalansowane jest użycie terminologii angielskiej).

Warto również podkreślić, że uzyskane wyniki zostały opublikowane w formie czterech artykułów: dwóch w *Physical Review Letters* oraz dwóch w *Physical Review B*. Oznacza to, że rezultaty te nie tylko zostały uznane przez ekspertów za wiarygodne, ale także oceniono je jako na tyle interesujące, by mogły zostać opublikowane w naprawdę bardzo dobrych czasopismach. P. Krajewski jest pierwszym autorem trzech z ww. prac, natomiast w czwartej również odegrał istotną rolę (co zostało szczegółowo opisane na stronie xv doktoratu). Poza tym obie prace w *Phys. Rev. Lett.* mają już łącznie ponad 50 cytowań – co jest świetnym wynikiem.

Z kolei przejdę teraz do skrótowego opisu głównych wyników pracy – wraz z ich subiektywną oceną. Zacznę od pierwszej pracy ([A1]), której to Bartosz Krajewski był drugim

współautorem. Tutaj od razu należy zaznaczyć, że, choć ta bardzo dobra praca stanowi punkt wyjścia do dalszych rozważań (oraz jest ona najbardziej cytowana), to jednak nie jest ona, wg. mnie najbardziej doniosłą z cyklu. Kluczowym wynikiem tej pracy jest stwierdzenie, że funkcje spektralne paradygmatycznego modelu MBL można zrozumieć wychodząc od nieoddziałującego modelu Andersona – i to niezależnie od tego czy model MBL rozważamy w reżimie o małym czy dużym nieporządku. Oznacza to, że istotna część fizyki kanonicznego modelu dla MBL jest bliska fizyce modelu nieoddziałującego, czyli oddziaływanie nie odgrywa tutaj jakościowo kluczowej roli.

Powyższy, w mojej ocenie, zupełnie zaskakujący wynik skłonił doktoranta i promotora do dalszych badań, które to pozwoliłyby zrozumieć dlaczego oddziaływanie jest tak nieistotne w paradygmatycznym modelu MBL. Odpowiedź na to pytanie zawiera najważniejsza praca doktoratu – [A2]. Okazuje się bowiem, że oddziaływanie w modelu MBL można podzielić na 2 człony: jeden, który jest efektywnie nieistotny; oraz drugi, który to jest kombinacją całek ruchu modelu nieoddziałującego. Co ciekawe, ten drugi człon jest reprezentowany przez operator, którego norma maleje wraz z wzrostem nieporządku. Oznacza to, że im silniejszy nieporządek tym mniej istotna dla ewolucji układu jest siła zaburzenia wynikająca z oddziaływania. Dlatego też wyniki uzyskane dla kanonicznego MBL w granicy bardzo silnego nieporządku tak naprawdę dotyczą przypadków, gdzie oddziaływanie jest zanedbywalnie słabe i stąd też bardzo trudne do uchwycenia w numeryce. **Ponadto, w pracy [A2] pokazano też, że tak naprawdę zwiększenie tego istotnego członu oddziaływania, w granicy silnego nieporządku, nie prowadzi do lokalizacji – co, w moim rozumieniu, w dużym stopniu poddaje wątpliwość istnienie MBL w kanonicznym modelu (*nota bene*, chętnie bym wysłuchał poglądu doktoranta na ten temat, podczas obrony).**

Prace [A3] oraz [A4] można traktować jako „follow-up” pracy [A2]. W pracach tych, zanalizowano bowiem ewolucje układów danych mniej znanymi hamiltonianami niż ww. kanoniczny model MBL. Również tutaj generalnie widać silną tendencję do ergodyczności przy silnych oddziaływaniach. Przy czym zwrócono szczególną uwagę na postać oddziaływania w badanych modelach i pokazano, która jego część *faktycznie* wpływa na ewolucję układu z nieporządkiem. **Okazało się, że oddziaływania typu „pair hopping” znacząco bardziej wpływa na taką ewolucję – niż typowo analizowane oddziaływania gęstość-gęstość. Jest to bardzo ciekawy wynik i stąd miałbym prośbę do doktoranta o jak najbardziej intuicyjne wyjaśnienie tego zjawiska podczas obrony.** W końcu, interesującą cechą pracy [A4] jest to, że lokalizacja w badanej tamże nieoddziałującej części hamiltonianu modelu zachodzi na skutek istnienia liniowego potencjału w hamiltonianie (a nie na skutek nieporządku). Umożliwia to uzyskanie wielu ładnych analitycznych wyników.

Powyżej przedstawione fakty wskazują na to, że mamy do czynienia z doskonałą pracą doktorską, która w moim odczuciu zdecydowanie przewyższa poziom doktoratów w Polsce. Ponadto osobiście uważam, że wynik pracy [A2] jest bardzo doniosły. Dlatego wnioskuję o wyróżnienie niniejszej pracy doktorskiej.

Na koniec chciałbym jeszcze zasugerować poniżej kilka, w moim rozumieniu, otwartych problemów. Byłbym wdzięczny, gdyby doktorant spróbował podczas obrony się do nich odnieść. Pierwsze zagadnienie jakie mi się nasuwa dotyczy tego, na ile przedstawione w pracy wyniki dotyczą układów *stricte* jednowymiarowych – jak np. wyglądałoby (przynajmniej) wyjście w kierunku drabiny spinowej z nieporządkiem? Drugie pytanie dotyczyłoby tego, czy wyniki z pracy [A4] mogłyby posłużyć do badania ewolucji (słabo) domieszkowanego układu $t-J^z$ na sieci Bethego? Bowiem również w tym ostatnim modelu

mamy do czynienia z oddziałującymi fermionami poruszającymi się w zewnętrznym potencjale liniowym (pochodzącym od antyferromagnetycznie uporządkowanych spinów). Trzecie pytanie, pewnie najszersze, dotyczyłoby związku pomiędzy ergodycznością układów a spontanicznym złamaniem symetrii. W szczególności w przypadku spontanicznego złamania symetrii ciąglej mamy często do czynienia z powstawaniem tzw. „thin spectrum” – czy w ogóle taka sytuacja mogłaby mieć wpływ na ergodyczność układu? A jeśli tak, to jak ma się to do uzyskanych w doktoracie wyników.

Podsumowując, stwierdzam, że przedstawiona rozprawa doktorska z dużym naddatkiem spełnia wszystkie wymogi formalne i merytoryczne stawiane tego typu pracom. Wnioskuje o **dopuszczenie p. Bartosza Krajewskiego do dalszych etapów przewodu doktorskiego oraz o wyróżnienie niniejszego doktoratu.**

/Krzysztof Wohlfeld/